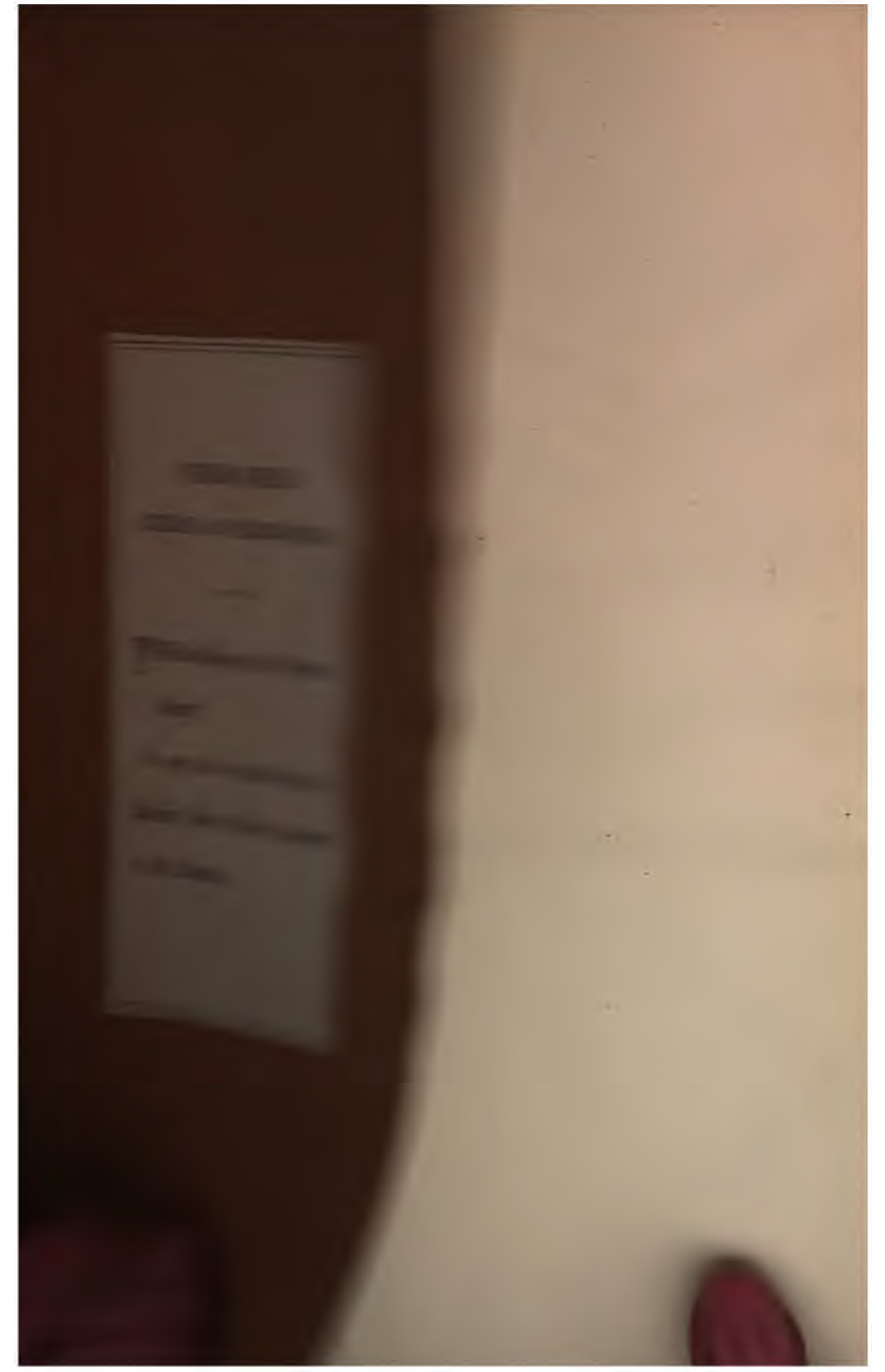



600026750Q
E. BIBL. RADCL.
1988 d



LEHRBUCH

DER

EXPERIMENTALPHYSIK

BEARBEITET VON

DR. ADOLPH WÜLLNER,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KÖNIGL. POLYTECHNISCHEN SCHULE ZU AACHEN.

VIERTER BAND.

DIE LEHRE VOM MAGNETISMUS UND DER ELEKTRICITÄT.

MIT VIELEN HOLZSCHNITTEN.



[DRITTE AUSGABE.]

ZWEITE VIELFACH UMGEARBEITETE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1872.

DIE LEHRE

VOM

MAGNETISMUS UND DER ELEKTRICITÄT.

BEARBEITET VON

DR. ADOLPH WÜLLNER,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KÖNIGL. POLYTECHNISCHEN SCHULE ZU AACHEN.

MIT VIELEN IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.



ZWEITE VIELFACH UMGEARBEITETE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1872.

Inhaltsverzeichniss zum vierten Bande.

Die Lehre von dem Magnetismus und der Elektricität.

Erster Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Erstes Kapitel.

Zweites Kapitel.

Vom Erdmagnetismus.

Seite

Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Reibungselektricität.

Erstes Kapitel.

Die Reibungselektricität im Zustande der Isolation.

Seite

Zweites Kapitel.

Die Entladung der Elektricität und deren Wirkungen.

Dritter Abschnitt.

Der Galvanismus.

Erstes Kapitel.

Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

Zweites Kapitel.

Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schliessungskreise.

Vierter Abschnitt.

Die Wirkungen des Stromes ausserhalb des Stromkreises.

Erstes Kapitel.

Elektrodynamik.

Zweites Kapitel.

Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

Seite

Drittes Kapitel.

Elektrische Induction.

Berichtigungen zum vierten Bande.

Seite 49 Zeile 9 v. o. lies $t_1^2 = \frac{r_1^2 + y}{x}$ statt $t_1^2 = \frac{t_1^2 + y}{x}$.

„ 60 „ 4 „ u. „ ξ_2 und η_2 statt $-\xi_2$ und $-\eta_2$.

„ 61 „ 8 „ o. „ $\xi_2 = -a \,.\, \sin u$; $\eta_2 = -a \,.\, \cos u$ statt $-\xi_2 = -a \,.\, \sin u$; $-\eta_2 = \ldots$

„ 69 „ 18 „ u. muss das Zeichen zwischen den beiden Ausdrücken $=$ sein.

„ 81 „ 8 „ o. lies $B = A \,.\, M^l \,.\, \frac{\log e}{\log M}$ statt $B = A \,.\, M^l \,.\, \frac{\log e}{\log M^l}$.

„ 81 „ 13 „ u. „ $2\,A \,.\, \frac{\log e}{\log M}$ statt $2\,A \,.\, \frac{\log e}{\log M^l}$.

„ 81 „ 10 „ u. „ $\frac{\log e}{\log M}$ statt $\frac{\log e}{\log M^l}$.

„ 123 „ 19 „ o. „ $S \,.\, \sin (Z + \alpha)$ statt $S \,.\, \sin (Z + a)$.

„ 123 „ 13 „ u. „ $\frac{\sqrt{S^2 + M^2}}{S}$ statt $\sqrt{\frac{S^2 + M^2}{S}}$.

„ 124 „ 7 „ o. „ $v \,.\, \cot. z$ statt $v \,.\, \cos z$.

„ 211 „ 6 „ u. „ $v = \frac{2\pi\varkappa r\,dr}{a}\int\limits_{a-r}^{a+r} d\,e$ statt $v = \frac{2\pi\varkappa r\,dr}{\alpha}\int\limits_{a-r}^{a+r} d$.

„ 237 „ 2 „ u. „ Mittelpunkte O statt Mittelpunkte o.

„ 289 „ 4 „ u. „ Gent statt Marburg.

„ 365 „ 15 „ o. „ Dichtigkeit der negativen Elektricität statt Dichtigkeit.

„ 407 „ 21 „ o. „ $E_{c|F}$ statt $E_{z|F}$.

„ 435 „ 3 „ o. „ $-\frac{u\,v}{v\,t}$ statt $-\frac{n\,v}{v\,t}$.

„ 437 Fig. 110 lies i statt l.

„ 455 Zeile 16 v. u. im Nenner lies $x'^2 w$ statt $n'^2 w$.

„ 496 „ 12 „ o. lies g' statt G'.

„ 499 „ 11 „ u. und Anmerkung [3]) lies Regnauld statt Regnault.

„ 500 „ 8 „ o. lies Regnauld statt Regnault.

„ 505 „ 14 „ o. und Anmerkung [7]) lies Regnauld statt Regnault.

„ 670 „ 14 „ u. lies Ströme statt Elemente.

„ 679 „ 9 „ o. „ $\frac{x' - x}{r^3} \cdot \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}$ statt $\frac{x' - x}{r^3} \cdot \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr'}{ds'}$.

Seite 680 Zeile 20 v. o. lies $\frac{1}{2}\, i\, i' ds \int \frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'}\, ds'$ statt

$$\frac{1}{2}\, i\, i' ds \int \frac{d\left(\frac{d(x'-x)}{r}\right)}{ds'}\, ds'.$$

„ 742 „ 15 „ u. „ $x_1 = x - l \,.\, \sin\alpha$ statt $x_1 = x - 1 \,.\, \sin\alpha$.

„ 826 „ 3 „ o. „ Addition der Magnetismen.

„ 831 „ 4 „ o. „ p. 537 statt p. 540.

Vierter Theil.

Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektricität.

Erster Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Erstes Kapitel.

§. 1.

Beschreibung der magnetischen Eigenschaft. Unter den Eisenerzen findet sich ein nach der Formel $Fe_3\, O_4$ zusammengesetztes Oxyd, das Eisenoxydoxydul, welches häufig die Eigenschaft besitzt Eisentheile, Feilspäne, kleine Stückchen anzuziehen und festzuhalten. Legt man ein Stück dieses Erzes in Eisenfeilicht, so bleiben an vielen Stellen desselben ziemliche Quantitäten der Späne haften, wenn man den Stein aus dem Feilicht heraushebt. Ausser dem Eisen wird von diesen Erzen, jedoch in viel geringerem Maasse, auch Nickel und Kobalt angezogen; von einigen anderen Metallen, so Chrom, Mangan [1]), ist es noch zweifelhaft. Diese eigenthümliche Eigenschaft wurde schon im Alterthume an den Eisenerzen, welche bei der kleinasiatischen Stadt Magnesia gefunden wurden, zuerst beobachtet, sie wurde daher zunächst die Eigenschaft der magnetischen Steine und später die magnetische Eigenschaft oder kurz Magnetismus genannt. Körper, welche diese Eigenschaft zeigen, haben den Namen Magnete und das erwähnte Eisenerz den Namen Magneteisenstein erhalten.

Ein magnetisches Stück des Magneteisensteins zieht keineswegs an allen Stellen der Oberfläche das Eisen gleichmässig an; legt man ein solches Stück in Eisenspäne, so bleiben dieselben nur an zwei oder mehreren Stellen vorzugsweise haften, während ausgedehnte Theile der Oberfläche keine Spur von Eisen festhalten. Jene Stellen, an denen das Eisen haften bleibt, bezeichnet man als die Polargegenden oder die magnetischen Pole des Magnets.

---

1) Man sehe *Pouillet*, Elemens de Physique Tome II und *Faraday*, Philosophical Magazin III. Ser. Vol. VIII und IX. 1836.

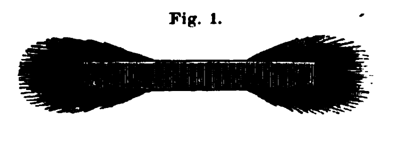
Wenn man dem Pole eines Magnets ein Stäbchen weichen Eisens nähert, oder das eine Ende desselben an den Pol anlegt und dann das Eisenstäbchen in Eisenfeile taucht, so zeigt sich auch dieses Eisenstäbchen magnetisch und zwar so lange, als es sich in der Nähe des Poles befindet; entfernt man es von demselben, so hat es im allgemeinen seinen Magnetismus wieder verloren. An einem solchen Eisenstäbchen erkennt man nun schon viel deutlicher, dass die magnetische Eigenschaft keineswegs an allen Stellen des Magnets gleich stark ist; man sieht vielmehr, dass das von dem Magnete entfernte Ende und das ihm nächste am meisten Eisenfeile festhalten, und dass um so weniger an dem Eisen haften, je mehr man sich der Mitte nähert. In der Mitte des Stäbchens findet sich eine breite Zone, an welcher durchaus keine Feilspäne haften, welche also nicht magnetisch ist.

Nur weiches Eisen zeigt die eben erwähnte Eigenschaft, sofort durch Berührung eines Magnetpoles zum Magnet zu werden und sofort nach Entfernung des Magnetpoles fast augenblicklich den Magnetismus zu verlieren; legt man gehärteten Stahl an den Pol eines Magnets, so zeigt derselbe anfangs kaum eine Spur von Magnetismus, jedoch nach einiger Zeit wird auch der Stahl magnetisch, und sein Magnetismus nimmt bis zu einer gewissen Grenze zu, je länger er sich mit dem Magnete in Berührung befindet. Besser noch lässt sich ein Stahlstab magnetisch machen, wenn man ihn mit einem Magnetpole wiederholt in einer und derselben Richtung streicht.

Ein auf die eine oder die andere Weise magnetisirter Stahlstab zeigt dann aber die Eigenthümlichkeit, dass er den ihm ertheilten Magnetismus nicht, wie das Eisen, verliert, wenn man den erregenden Magnet fortnimmt; er behält vielmehr den ihm ertheilten Magnetismus fast ungeschwächt bei, er ist bleibend zum Magnet geworden. Derartige künstliche Magnete, cylindrische oder parallelepipedische Stäbe von Stahl, wendet man daher am besten zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften an, da sie vor den natürlichen Magneten den Vorzug einer bequemern Form haben, im übrigen aber ganz dieselben Eigenschaften zeigen.

An einem Stabmagnete erkennt man nun sofort, dass der Magnetismus nur an den Enden hervortritt, dass er um so schwächer wird, je mehr man sich der Mitte des Magnets nähert. Hängt man ein eisernes Kügelchen auf und nähert demselben einen Magnet, so wird dasselbe von den Enden desselben angezogen und festgehalten, die Mitte des Stabes vermag dagegen nicht das Kügelchen aus seiner Gleichgewichtslage zu entfernen. Der eben schon erwähnte Versuch, das Einlegen eines Magnetes in Eisenspäne, zeigt die Vertheilung des Magnetismus am deutlichsten; die Eisenspäne legen sich (Fig. 1) vorzugsweise an die Enden des Stabes an, von denen sie büschelförmig hervorstehen. An den Seiten legen sie

Fig. 1.



sich ebenfalls an, jedoch an den der Mitte näheren Stellen immer weniger; in der Mitte bleibt eine bei den verschiedenen Magneten verschieden breite Zone, welche gar keine Feilspäne trägt.

Man bezeichnet daher die Enden des Magnets, wo sich der Magnetismus vorzugsweise zeigt, als die Pole des Magnets und nennt die mittlere Zone, welche keine magnetische Eigenschaften zeigt, die Indifferenzzone.

Wie sich aus dem Vorigen ergibt, ist der Magnetismus keine den magnetischen Substanzen als solchen zukommende Eigenschaft, denn es gibt Magnetsteine, welche keine Spur von Magnetismus zeigen, ebenso wie das weiche Eisen und der Stahl im allgemeinen nicht magnetisch sind; die Magneteisensteine sind nur zuweilen unter nicht näher gekannten Umständen magnetisch, weiches Eisen ist nur magnetisch, wenn es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, und Stahl nur dann, wenn er eine Zeitlang dem Einflusse des Magnets ausgesetzt war. Der Magnetismus ist daher den Substanzen, welche magnetisch sein können, nicht wesentlich, da dieselben Substanzen magnetisch sein können oder nicht, er ist demnach eine Kraft, der ein unbekannter Träger zu Grunde liegt. Um diesen Träger kurz bezeichnen zu können, spricht man von einem magnetischen Fluidum, welches, wenn es in den Körpern enthalten ist, dieselben fähig macht Magnetismus zu zeigen. Man dachte sich früher dieses Fluidum als eine äusserst feine, den Körper durchdringende Flüssigkeit, etwa wie den Aether, welche der Schwere nicht unterworfen ist, da das Gewicht eines Stahlstabes ganz genau dasselbe ist, ob er magnetisch ist oder nicht. Die Flüssigkeit wurde daher eine imponderabele genannt und mit dem Licht und Wärmestoff, welchen man früher annahm, zu den Imponderabilien gezählt.

Da wir vorhin sahen, dass Stahl oder Eisen magnetisch werden, wenn sie mit einem Magnete in Berührung sind, so könnte es auf den ersten Blick den Anschein haben, als ob das magnetische Fluidum von einem Körper zu dem andern übertragen würde, und als ob durch die Aufnahme dieses Fluidums ein Körper zum Magnet würde. Dieser Annahme widersprechen aber mehrere Erfahrungen; zunächst würde es dann höchst auffallend sein, dass nur so wenige Substanzen magnetisch werden können, besonders dass nicht alle Metalle, welche sonst in ihrem physikalischen Verhalten die grösste Aehnlichkeit zeigen, in Magnete verwandelt werden können. Ferner ist klar, dass wenn das Magnetisiren Folge des Ueberfliessens des magnetischen Fluidums aus dem Magnete in die zu magnetisirenden Körper wäre, dass dann der Magnet an Kraft um so mehr abnehmen müsste, je mehr Körper mit demselben magnetisirt werden, ja dass schliesslich der Magnetismus des Magnets sich ganz verlieren müsste. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; man mag mit einem Magnete soviel Stahlstäbe magnetisiren als man will, der Magnetismus desselben bleibt immer derselbe, da beim Einlegen in Eisenfeilspäne immer dieselbe Quantität Eisenfeilicht an ihm hängen bleibt.

Weiter spricht gegen diese Annahme die Erfahrung, dass die Wirkung eines Magnets nicht nur in die Ferne reicht, sondern dass sie auch sämmtliche nicht magnetische Substanzen zu durchdringen vermag, ohne dass letztere eine Spur von Magnetismus zeigen. Von dieser Thatsache kann man sich leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen. Man befestige ein Stäbchen weichen Eisens vertical in einem Stativ und lasse dessen unteres Ende in Eisenfeile tauchen. Man befestige dann etwa in dem Abstande von 1 Cm. über demselben den Pol eines Magnets, so wird der Eisenstab sofort eine gewisse Menge Feilspäne anziehen, welche haften bleibt, wenn man die darunter stehende Schale fortnimmt. Man halte dann zwischen dem Magnetpole und dem Eisenstabe eine Platte von Glas oder Holz oder irgend einer unmagnetischen Substanz, so wird von den Feilspänen nichts herabfallen, der Eisenstab bleibt also magnetisch. Wie vorhin erwähnt, ist aber das Eisen nur so lange magnetisch, als es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, die Wirkung des Magnets geht also durch die unmagnetische Substanz hindurch. Ebenso deutlich erkennt man das, wenn man den Magnet fortnimmt und ihn dann wieder in die frühere Lage bringt; sobald man ihn fortnimmt, so fallen alle Eisenfeilspäne ab, bringt man ihn wieder zurück und nähert dem untern Ende des Stabes wieder die Feilspäne, so werden dieselben sofort wieder angezogen und bleiben an dem Stabe haften. Nähert man nun aber der Glasscheibe unter dem Magnet Eisenfeilicht, so zeigt dieselbe keine Spur von Magnetismus, die Feilspäne werden von ihr nicht angezogen.

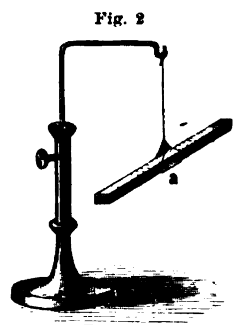
Da somit die Wirkung des Magnets durch Körper hindurchdringt, ohne dieselben zu Magneten zu machen, so folgt, dass das Magnetisiren nicht durch das überfliessende magnetische Fluidum hervorgebracht werden kann. Denn dann müsste das Fluidum die Glasscheibe durchdringen und dieselbe wenigstens so lange magnetisch sein, als Fluidum hindurchgeht oder darin ist.

Wir müssen daraus schliessen, dass das magnetische Fluidum bereits in den Körpern, welche die magnetische Eigenschaft anzunehmen im Stande sind, enthalten ist, in einer Weise aber, welche die Körper unfähig macht den Magnetismus zu zeigen, und dass dann der Act des Magnetisirens nur in einer Belebung oder Erweckung des Magnetismus, in einer Zustandsänderung des vorhandenen magnetischen Fluidums besteht. Die Wirkung eines angenäherten Magnets bestände dann eben nur in jener Belebung, ohne dass von ihm etwas in den magnetisirten Körper übergeht.

Die Art und Weise, wie man sich das magnetische Fluidum in magnetisirbaren nicht magnetischen Körpern denken kann, ergibt sich aus einer genauern Untersuchung der magnetischen Eigenschaft der Magnete.

Wenn man einen Magnetstab horizontal an einem Faden, der nur eine geringe Torsionskraft hat, aufhängt, etwa so, dass man ihn in ein Papierschiffchen (Fig. 2) *a* einschiebt, so nimmt der Stab nach einigen Schwin-

gungen immer eine bestimmte Lage an, so dass seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet. Bezeichnen wir, wenn der Stab seine Gleichgewichtslage angenommen hat, den einen der beiden Pole, etwa den nach Norden zeigenden, und bringen dann den Stab aus seiner Ruhelage, so kehrt er nach einigen Schwingungen in dieselbe zurück und zwar stets so, dass der bezeichnete Pol wieder nach Norden zeigt. Geben wir dem Magnete in einer andern Weise eine horizontale Lage, so dass er in der Horizontalebene sich frei drehen kann, indem wir ihn auf eine Spitze aufsetzen oder indem wir ihn auf einen schwimmenden Kork legen, so tritt ganz dasselbe ein, er nimmt schliesslich eine Ruhelage an, in welcher der bezeichnete Pol nach Norden zeigt.


Fig. 2

Die beiden Magnetpole zeigen daher eine Verschiedenheit, indem ein in horizontaler Ebene drehbarer Magnet sich immer so stellt, dass der eine Pol des Magnetes nach Norden, der andere nach Süden zeigt. Man unterscheidet daher die beiden Pole, indem man den nach Norden zeigenden den Nordpol, oder da er gewöhnlich auf den Magneten bezeichnet wird, den bezeichneten Pol nennt, während der andere Pol der Südpol oder nicht bezeichnete Pol genannt wird.

In ihrem Verhalten gegen magnetisirbare Körper zeigen die beiden Pole keine Verschiedenheit, beide ziehen dieselben an, beide verwandeln Eisenstäbe vorübergehend, Stahlstäbe dauernd in Magnete. Nähern wir z. B. dem in angegebener Weise aufgehängten Magnete einen Stab weichen Eisens, so wird er von letzterem angezogen und dem entsprechend aus seiner Ruhelage abgelenkt, sowohl wenn der Eisenstab dem Nordpole als wenn er dem Südpole genähert wird.

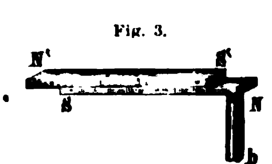
In dem Verhalten der beiden Pole gegen andere Magnete zeigt sich dagegen eine bedeutende Verschiedenheit. Nähern wir dem in der eben angegebenen Weise aufgehängten, in der Ruhelage befindlichen Magnete den Pol eines zweiten Magnets, so wird der hängende Magnet nicht mehr unter allen Umständen angezogen, sondern bald angezogen, bald abgestossen. Wurde durch den genäherten Magnet der Südpol angezogen, so wird der hängende Magnet so lange angezogen, als sich der genäherte Pol an der Südhälfte jenes befindet; überschreitet der genäherte Magnet die Indifferenzzone und nähert er sich dem Nordpole des hängenden Magnetes, so wird letzterer abgestossen und zwar um so stärker, je näher die beiden Pole sich kommen. Bestimmt man dann durch Aufhängen des genäherten Magnetes die Pole desselben, so findet man, dass der genäherte Pol ein Nordpol war. Nähert man darauf dem aufgehängten Magnete den Südpol eines zweiten, so wird der Südpol abgestossen wie vorhin der Nordpol, und der

Nordpol angezogen wie vorhin der Südpol. Es zeigt sich also darin ein entschiedener Gegensatz der beiden Pole, den wir kurz dahin aussprechen können, dass die gleichnamigen Pole zweier Magnete, Nord und Nord oder Süd und Süd, sich abstossen, dass aber die ungleichnamigen Pole, Nord und Süd, sich anziehen.

Nach Erkennung dieser Verschiedenheit der beiden Magnetpole lässt sich nun auch leicht zeigen, dass das gleiche Verhalten der beiden Pole gegen magnetisirbare nicht magnetische Körper doch in verschiedener Wirkung derselben seinen Grund hat. Wie wir sahen, werden von den Magneten nur magnetisirbare Körper angezogen, und wie wir ferner sahen, werden die magnetisirbaren Körper unter Einwirkung der Magnete selbst magnetisch. Wir werden daher schliessen, dass die Anziehung der magnetisirbaren Körper eben in dem Magnetischwerden derselben ihren Grund hat, und dann weiter, dass der Magnetismus so erregt wird, dass dem Magnetpole zunächst in dem angezogenen Körper ein mit demselben ungleichnamiger Pol inducirt wird. Nähern wir also dem Nordpole eines Magnetes einen Stab weichen Eisens, so wird in dem genäherten Ende des Stabes ein Südpol und in dem fernern Ende ein Nordpol inducirt. Nähern wir dagegen den Eisenstab einem Südpole, so wird in dem genäherten Ende ein Nordpol, in dem fernern Ende ein Südpol inducirt. Die Pole in dem Eisenstabe würden also in beiden Fällen entgegengesetzt liegen, oder allgemein, ein Magnetpol würde in dem nähern Ende eines genäherten Eisenstabes einen ungleichnamigen, in dem fernern einen gleichnamigen Pol induciren.

Dass diese Schlüsse in der That richtig sind, lässt sich durch mehrere Versuche beweisen. Wenn man an einen Pol eines kräftigen Magnetstabes, etwa an den Nordpol, ein Stück weichen Eisens gehängt hat, und nähert dann dem Nordpole in der Art, wie es Fig. 3 zeigt, den Südpol S' eines zweiten, ebenso kräftigen Magnetes, so fällt das Eisenstück herab, sobald der Südpol S' sich über dem Nordpol N befindet. Der Magnet SN trägt das Eisenstück, indem er es so magnetisirt, dass oben bei N ein Südpol erzeugt wird, bei b ein Nordpol; er trägt es dann, weil die ungleichnamigen Pole zweier Magnete sich anziehen. Der genäherte Südpol S' des obern Magnetes inducirt dann in dem weichen Eisen bei N einen ebenso starken Nordpol. Da nun die beiden Pole entgegengesetzte Eigenschaften haben, so hebt der eine den andern auf, und das Eisen wird unmagnetisch; das Herabfallen desselben beweist dann, dass das Eisen nur deshalb angezogen und getragen wird, weil es zum Magnet wird und zugleich, dass die Pole in der ebenangeführten Weise erzeugt werden.

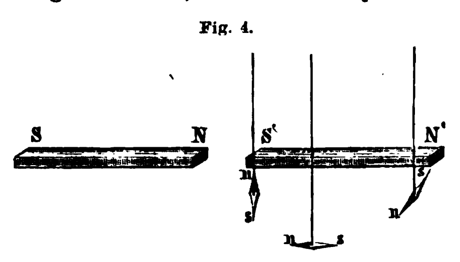
Fig. 3.



Wir können das noch directer zeigen; legen wir einen nicht zu kurzen Stab $S'N'$ weichen Eisens in der Fig. 4 angegebenen Weise vor den Nord-

pol eines kräftigen Magnetstabes *NS* und führen dann an dem Stabe eine kleine Nadel *ns* vorüber, welche so magnetisirt ist, dass ihr Nordpol sich in *n*, ihr Südpol sich in *s* befindet, und welche in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist, so wird der Nordpol der Nadel angezogen, der Südpol abgestossen, wenn die Nadel sich näher bei dem Ende *S'* des Eisenstabes befindet; dagegen wird umgekehrt der Südpol der Nadel von dem Eisenstabe angezogen, der Nordpol abgestossen, wenn die Nadel sich näher bei *N'* befindet; in gleicher Entfernung von beiden Enden stellt sich die Nadel dem Stabe parallel, so dass der Südpol nach der Seite *N'*, der Nordpol nach der Seite *S'* zeigt. Aus alle dem ergibt sich, dass der weiche Eisenstab durch den Nordpol des Magnetes *SN* so magnetisirt ist, dass das Ende *S'* zum Südpol, das andere vom Nordpol am weitesten entfernte Ende dagegen ein Nordpol geworden ist. Kehren wir nun den Magnet *NS* um, so dass der Südpol sich jetzt an der Stelle befindet, wo vorher der Nordpol war, so kehrt sich auch sofort, wie ein ebensolcher Versuch zeigt, der Magnetismus des Stabes *S' N'* um, bei *S'* entsteht ein Nordpol, bei *N'* ein Südpol.

Fig. 4.



Die Wirkung der beiden Pole auf das magnetisirbare weiche Eisen ist also in sofern dieselbe, dass beide das Eisen zum Magnet machen, in sofern aber verschieden, dass die Lage der Pole im weichen Eisen entgegengesetzt ist, wenn der nächste Pol ein Nordpol ist, als wenn er ein Südpol ist.

Wenden wir bei dem vorigen Versuche anstatt des weichen Eisens einen Stahlstab an, so ist das schliessliche Resultat in einer Beziehung dasselbe; der Stahlstab wird so magnetisirt, dass das dem Nordpole des Magnetes nächste Ende ein Südpol, das entgegengesetzte ein Nordpol wird; in einer andern Beziehung dagegen zeigt der Stahl ein wesentlich anderes Verhalten. Während nämlich das Eisen momentan zum Magnet wird, wenn es der Einwirkung des Magnetes unterworfen wird, und momentan seinen Magnetismus fast vollständig verliert, wenn es der Einwirkung des Magnetes entzogen wird, dauert es beim Stahl eine geraume Zeit, ehe er magnetische Eigenschaften zeigt, ja es ist nothwendig, denselben eine Zeitlang an den Magnet anzulegen oder mit einem Pole desselben nach einer Richtung mehrfach zu streichen, ehe er merklichen Magnetismus zeigt. Ist der Stahlstab aber einmal zum Magnet geworden, so bleibt er dauernd magnetisch, und verliert seinen Magnetismus nur wieder, wenn er in demnächst zu besprechender Weise behandelt wird.

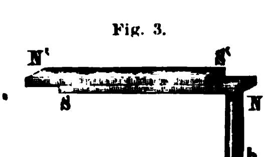
Die zuletzt beschriebenen Eigenschaften der Magnete sind nun im Stande, uns eine Vorstellung davon zu liefern, wie das magnetische Fluidum,

Nordpol angezogen wie vorhin der Südpol. Es zeigt sich also darin ein entschiedener Gegensatz der beiden Pole, den wir kurz dahin aussprechen können, dass die gleichnamigen Pole zweier Magnete, Nord und Nord oder Süd und Süd, sich abstossen, dass aber die ungleichnamigen Pole, Nord und Süd, sich anziehen.

Nach Erkennung dieser Verschiedenheit der beiden Magnetpole lässt sich nun auch leicht zeigen, dass das gleiche Verhalten der beiden Pole gegen magnetisirbare nicht magnetische Körper doch in verschiedener Wirkung derselben seinen Grund hat. Wie wir sahen, werden von den Magneten nur magnetisirbare Körper angezogen, und wie wir ferner sahen, werden die magnetisirbaren Körper unter Einwirkung der Magnete selbst magnetisch. Wir werden daher schliessen, dass die Anziehung der magnetisirbaren Körper eben in dem Magnetischwerden derselben ihren Grund hat, und dann weiter, dass der Magnetismus so erregt wird, dass dem Magnetpole zunächst in dem angezogenen Körper ein mit demselben ungleichnamiger Pol inducirt wird. Nähern wir also dem Nordpole eines Magnetes einen Stab weichen Eisens, so wird in dem genäherten Ende des Stabes ein Südpol und in dem fernern Ende ein Nordpol inducirt. Nähern wir dagegen den Eisenstab einem Südpole, so wird in dem genäherten Ende ein Nordpol, in dem fernern Ende ein Südpol inducirt. Die Pole in dem Eisenstabe würden also in beiden Fällen entgegengesetzt liegen, oder allgemein, ein Magnetpol würde in dem nähern Ende eines genäherten Eisenstabes einen ungleichnamigen, in dem fernern einen gleichnamigen Pol induciren.

Dass diese Schlüsse in der That richtig sind, lässt sich durch mehrere Versuche beweisen. Wenn man an einen Pol eines kräftigen Magnetstabes, etwa an den Nordpol, ein Stück weichen Eisens gehängt hat, und nähert dann dem Nordpole in der Art, wie es Fig. 3 zeigt, den Südpol *S'* eines zweiten, ebenso kräftigen Magnetes, so fällt das Eisenstück herab, sobald der Südpol *S'* sich über dem Nordpol *N* befindet. Der Magnet *SN* trägt das Eisenstück, indem er es so magnetisirt, dass oben bei *N* ein Südpol erzeugt wird, bei *b* ein Nordpol; er trägt es dann, weil die ungleichnamigen Pole zweier Magnete sich anziehen. Der genäherte Südpol *S'* des obern Magnetes inducirt dann in dem weichen Eisen bei *N* einen ebenso starken Nordpol. Da nun die beiden Pole entgegengesetzte Eigenschaften haben, so hebt der eine den andern auf, und das Eisen wird unmagnetisch; das Herabfallen desselben beweist dann, dass das Eisen nur deshalb angezogen und getragen wird, weil es zum Magnet wird und zugleich, dass die Pole in der ebenangeführten Weise erzeugt werden.

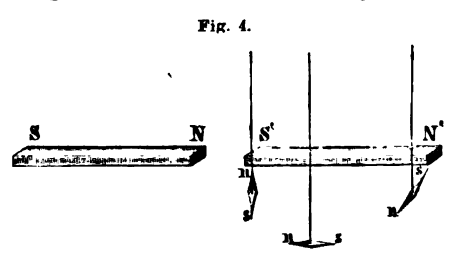
Fig. 3.



Wir können das noch directer zeigen; legen wir einen nicht zu kurzen Stab *S' N'* weichen Eisens in der Fig. 4 angegebenen Weise vor den Nord-

pol eines kräftigen Magnetstabes *NS* und führen dann an dem Stabe eine kleine Nadel *ns* vorüber, welche so magnetisirt ist, dass ihr Nordpol sich in *n*, ihr Südpol sich in *s* befindet, und welche in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist, so wird der Nordpol der Nadel angezogen, der Südpol abgestossen, wenn die Nadel sich näher bei dem Ende *S'* des Eisenstabes befindet; dagegen wird umgekehrt der Südpol der Nadel von dem Eisenstabe angezogen, der Nordpol abgestossen, wenn die Nadel sich näher bei *N'* befindet; in gleicher Entfernung von beiden Enden stellt sich die Nadel dem Stabe parallel, so dass der Südpol nach der Seite *N'*, der Nordpol nach der Seite *S'* zeigt. Aus alle dem ergibt sich, dass der weiche Eisenstab durch den Nordpol des Magnetes *SN* so magnetisirt ist, dass das Ende *S'* zum Südpol, das andere vom Nordpol am weitesten entfernte Ende dagegen ein Nordpol geworden ist. Kehren wir nun den Magnet *NS* um, so dass der Südpol sich jetzt an der Stelle befindet, wo vorher der Nordpol war, so kehrt sich auch sofort, wie ein ebensolcher Versuch zeigt, der Magnetismus des Stabes *S' N'* um, bei *S'* entsteht ein Nordpol, bei *N'* ein Südpol.

Fig. 4.



Die Wirkung der beiden Pole auf das magnetisirbare weiche Eisen ist also in sofern dieselbe, dass beide das Eisen zum Magnet machen, in sofern aber verschieden, dass die Lage der Pole im weichen Eisen entgegengesetzt ist, wenn der nächste Pol ein Nordpol ist, als wenn er ein Südpol ist.

Wenden wir bei dem vorigen Versuche anstatt des weichen Eisens einen Stahlstab an, so ist das schliessliche Resultat in einer Beziehung dasselbe; der Stahlstab wird so magnetisirt, dass das dem Nordpole des Magnetes nächste Ende ein Südpol, das entgegengesetzte ein Nordpol wird; in einer andern Beziehung dagegen zeigt der Stahl ein wesentlich anderes Verhalten. Während nämlich das Eisen momentan zum Magnet wird, wenn es der Einwirkung des Magnetes unterworfen wird, und momentan seinen Magnetismus fast vollständig verliert, wenn es der Einwirkung des Magnetes entzogen wird, dauert es beim Stahl eine geraume Zeit, ehe er magnetische Eigenschaften zeigt, ja es ist nothwendig, denselben eine Zeitlang an den Magnet anzulegen oder mit einem Pole desselben nach einer Richtung mehrfach zu streichen, ehe er merklichen Magnetismus zeigt. Ist der Stahlstab aber einmal zum Magnet geworden, so bleibt er dauernd magnetisch, und verliert seinen Magnetismus nur wieder, wenn er in demnächst zu besprechender Weise behandelt wird.

Die zuletzt beschriebenen Eigenschaften der Magnete sind nun im Stande, uns eine Vorstellung davon zu liefern, wie das magnetische Fluidum,

um zunächst noch an dieser Vorstellungsweise festzuhalten, in den magnetisirbaren Körpern vorhanden ist. Wenn die magnetischen Eigenschaften der Körper auf der Anwesenheit eines Fluidums beruhen, so sind wir nach dem Vorigen genöthigt, zwei solcher Fluida anzunehmen, eines, welches den Nordmagnetismus, eines, welches den Südmagnetismus bedingt. Denn der Magnetismus des Nordpoles ist von jenem des Südpoles verschieden, er ist ihm gewissermaassen entgegengesetzt, so dass, was dieser abstösst, jener anzieht und umgekehrt. Sind die beiden Fluida vereinigt, so können sie keine Wirkung nach aussen hin zeigen. An der Nordhälfte eines Magnetes herrscht der Nordmagnetismus vor, an der Südhälfte der andere, in der Mitte, wo der eine in den andern übergeht, in der Indifferenzzone, sind beide gleich stark vorhanden, deshalb besitzt diese Stelle keine magnetische Eigenschaften.

Da nun der Nordpol den Nordpol, der Südpol den Südpol des Magnetes abstösst, der Nordpol den Südpol anzieht, so müssen wir nach unserer Vorstellungsweise annehmen, dass die gleichnamig magnetischen Fluida sich abstossen, die ungleichnamigen sich anziehen, denn nach unserer Anschauungsweise sind die magnetischen Fluida die Träger der anziehenden und abstossenden Kräfte.

Beachten wir nun, dass bei dem Magnetisiren des Eisens oder Stahles nichts aus dem Magnete in den zu magnetisirenden Körper übergeht, und zugleich, dass bei dem Magnetisiren stets, wie erwähnt, beide Pole und, soweit wir bis jetzt erkennen können, beide in gleicher Stärke auftreten, so werden wir auf die Annahme geführt, dass in den magnetisirbaren Substanzen beide magnetische Fluida vorhanden sind, und zwar beide in gleicher Menge und beide gleichmässig durch die Substanz vertheilt. Ist das der Fall, so können diese Substanzen zunächst nach aussen durchaus keine magnetische Eigenschaft zeigen, ebensowenig wie die Indifferenzzone des Magnetes, denn an jeder Stelle wirken beide Fluida mit gleicher Stärke, was das eine anzieht, stösst das andere ab. Wird aber eine solche Substanz der Einwirkung eines Magnetes unterworfen, so werden die Verhältnisse andere; wirke z. B. ein Nordpol auf einen Eisenstab in der Lage Fig. 4. Das nordmagnetische Fluidum des Nordpoles stösst das nordmagnetische Fluidum des Eisens von sich und zieht das südmagnetische an; ersteres fliesst in das entfernte Ende N' des Stabes, letzteres in das dem Magnete nähere nach S'. Da jetzt die beiden Fluida von einander wenigstens zum Theil getrennt sind, so muss der Stab magnetische Eigenschaften zeigen, und zwar das Ende S' südmagnetische, das Ende N' nordmagnetische. Wird dann der Magnet wieder entfernt, so fliessen die beiden Fluida, da sie sich anziehen, wieder zusammen und der Stab wird wieder unmagnetisch.

Auch im Stahl, als einem magnetisirbaren Körper, sind die beiden magnetischen Fluida in gleicher Menge vorhanden; da indess im Stahl nicht

sofort, sondern nur durch fortgesetzte Wirkung des Magnetes die magnetischen Fluida getrennt werden, und da weiter nach Entfernung des Magnetes die beiden Fluida nicht der gegenseitigen Anziehung folgen, sondern von einander getrennt bleiben, so sind wir zu der Annahme genöthigt, dass der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida einen gewissen Widerstand leistet. Dieser Widerstand verhindert dann, dass die magnetischen Fluida der anziehenden und abstossenden Wirkung des genäherten Magnetpoles sofort folgen und im Stahle sich trennen. Er verhindert zugleich, dass die einmal getrennten Fluida, ihrer gegenseitigen Anziehung folgend, sich wieder vereinigen. Man bezeichnet diesen Widerstand, welchen der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida entgegensetzt, als Coercitivkraft.

Mit Hülfe der Annahme zweier magnetischer Fluida von den beschriebenen Eigenschaften sind wir daher im Stande, uns eine Vorstellung über das Wesen des Magnetismus zu bilden; einen andern theoretischen Werth kann diese Annahme nicht beanspruchen, eine Erklärung der magnetischen Erscheinungen, wie uns z. B. die Undulationstheorie eine Erklärung der Lichterscheinungen bot, liefert sie uns in keiner Weise. Die Uebereinstimmung dieser Hypothese mit den weiteren Beobachtungen kann selbst nicht dazu dienen, uns von der realen Existenz dieser Fluida zu überzeugen, da sie in der That nur der Ausdruck jener Erfahrung sind, dass nicht die magnetisirbaren Substanzen selbst die Träger des Magnetismus sein können, und da die einzelnen Beobachtungen mit dieser Annahme nur dadurch übereinstimmen, dass wir diesen hypothetischen Fluiden eben die Eigenschaften beilegen, welche die Magnete uns darbieten. Es ist diese Hypothese im Grunde nur eine Umschreibung der beobachteten Thatsachen, wir behalten sie zunächst bei, weil sie uns gestattet, denselben einen kurzen, präcisen Ausdruck zu geben, ohne dass wir damit die wirkliche Existenz solch eigenthümlicher Flüssigkeiten annähmen [1]).

§. 2.

Constitution der Magnete. Das Verhalten des Magnetes gegen Eisen und andere Magnete zeigt, dass derselbe in zwei, durch eine Indifferenzzone getrennte Theile zerfällt, deren einer nordmagnetische Eigenschaften zeigt, während der andere südmagnetische zeigt. Denn nähern wir einem horizontal aufgestellten Magnete einen andern, so wird dessen Nordpol an der ganzen Nordhälfte des festen Magnetes bis zur Indifferenzzone abgestossen, auf der ganzen Südhälfte angezogen. Die Gruppirung der Feilspäne an den Magneten zeigt dann schon, dass der Magnetismus von der Mitte

1) Das Historische über die Beobachtung der magnetischen Eigenschaften und die Hypothese über die Fluida findet sich in *Gehler's* Physik. Wörterbuch II. Aufl. Bd. V, 2. Abth. Artikel Magnetismus.

aus zu den Enden hin stetig zunimmt. Diese Beobachtung führt zu der Vermuthung, dass in dem Magnete die beiden Fluida vollständig von einander getrennt seien, dass die eine Hälfte nur nordmagnetisches, die andere nur südmagnetisches Fluidum enthalte.

Diese Vermuthung bestätigt sich aber nicht; wäre sie richtig, so würde folgen, dass eine Zertheilung eines Magnetes in seiner Mittellinie uns zwei halbe Magnete, ein nordmagnetisches und ein südmagnetisches Stück liefern müsste. Das ist nun nicht der Fall, denn eine Theilung des Magnetes liefert uns stets wieder zwei vollständige Magnete mit Nordpol und mit Südpol; die Trennungsstelle der Nordhälfte des Magnetes wird nämlich sofort zum Südpol, und diejenige der Südhälfte zum Nordpol. Wie weit man auch die Zertheilung des Magnetes fortsetzt, und wo man auch dieselbe vornimmt, ob man ein Stück der Nordhälfte oder der Südhälfte des Magnetes nimmt, immer erhält man einen vollständigen Magnet. Der Versuch gelingt am besten mit einer Stahlnadel, einer Stricknadel etwa, welche man, um später alle fremden Einflüsse fern zu halten, vor dem Magnetisiren mit einer Anzahl von Feilstrichen versieht an den Stellen, wo man sie später brechen will.

Diese Beobachtung macht eine andere Annahme über die Constitution der Magnete nothwendig, sie fordert, da jedes Fragment eines Magnetes als vollständiger Magnet erscheint, dass in jedem Moleküle desselben die beiden magnetischen Fluida vorhanden und von einander getrennt sind. Jedes Molekül wird dadurch zu einem Elementarmagnete, und jeder Magnet ist demnach aus einer grossen Anzahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, deren Pole gleichgerichtet sein müssen. Denn denken wir uns eine Reihe von magnetischen Molekülen ns, $n's'$, ... (Fig. 5), so wird diese nur dann magnetische Eigenschaften haben können, wenn jedes Molekül nach derselben Seite seinen Nordpol und nach der andern Seite seinen Südpol hinwendet. Denn wäre das nicht der Fall, wäre z. B. die Polarität des Moleküles $n''s''$ derjenigen der vor und hinter ihm befindlichen entgegengesetzt, so würde durch die Wirkung des südlichen Fluidums in n'' die Vertheilung in $n'''s'''$ derartig sein, dass s''' ein Nordpol, n''' ein Südpol würde; die Wirkung des nördlichen Fluidums in s'' auf dasselbe Molekül würde dort allerdings entgegengesetzte Polarität herzustellen suchen; da aber das südliche Fluidum in n'' dem Moleküle $s'''n'''$ näher liegt, so würde die erstere Vertheilung überwiegen und $s'''n'''$ in der Weise Polarität annehmen, dass die Pole mit denjenigen des Moleküles $n''s''$ gleichgerichtet sind.

Fig. 5.

Ebenso würde das Molekül $n''s''$ auf das Molekül $n's'$ einwirken, auch dieses würde durch die Vertheilung von $n''s''$ in n' einen Südpol, in s' einen Nordpol erhalten.

Ganz entgegengesetzten Einfluss auf die betrachteten Moleküle würden aber die Moleküle ns und $n^{IV} s^{IV}$ ausüben, und da dieselben in den gleichen Abständen von den betrachteten Molekülen sich befinden, so würden an denselben Stellen entgegengesetzte Pole von derselben Stärke auftreten, oder die Moleküle würden ihre magnetischen Eigenschaften verlieren.

Auf das Molekül $n'' s''$ würden nun ferner die Moleküle ns und $n^{IV} s^{IV}$ einwirken; und zwar, wie sich aus dem Vorigen ergibt, so, dass jedes in $n'' s''$ eine Vertheilung des magnetischen Fluidums bewirken würde, welche der vorhandenen entgegengesetzt ist. Die magnetische Polarität des Moleküles $n'' s''$ würde somit, wenn nicht ganz vernichtet, so doch wesentlich geschwächt werden müssen; es kann somit in einer solchen Reihe der Magnetismus nur dann bestehen, wenn die Polaritäten der einzelnen Moleküle gleich gerichtet sind.

Diese Gleichrichtung der Moleküle folgt ebenso aus der soeben angeführten Erfahrung, dass jede Zertheilung eines Magnetes wieder vollständige Magnete liefert, und dass die Pole an den Trennungsstellen den Polen an den anderen Enden der abgetrennten Stücke entgegengesetzt sind. Denn der Magnetismus an dem Ende eines Magnetes wird von der Polarität der letzten Molekülschicht bestimmt; wäre nun die Polarität einer Schicht, z. B. $n'' s''$, umgekehrt als bei der andern, so würde eine Zertheilung des Stabes bei n'' einen Magnet liefern, dessen beide Enden gleiche Polarität hätten, also einen Magnet, der nach aussen hin nur als die eine Hälfte eines vollständigen Magnetes aufträte.

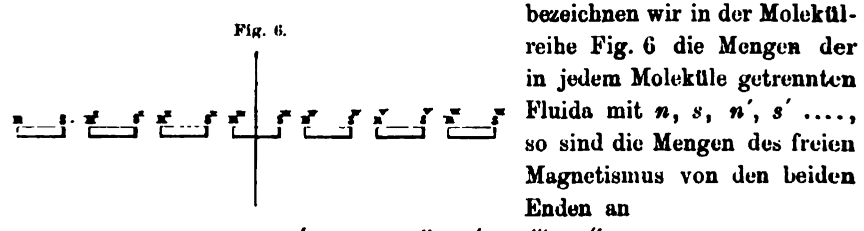
Es fragt sich nun, in welcher Weise der Magnetismus in der Molekülreihe vertheilt sein muss, das heisst wie sich die Intensität des Magnetismus oder, was dasselbe ist, die Menge der getrennten Fluida verhalten muss, damit der Magnet die bisher beschriebenen Wirkungen nach aussen hin zeigen kann. Wir sind zwar noch nicht im Stande, den Magnetismus zu messen, das zeigt aber, wie erwähnt, schon die Gruppirung der Eisenfeilspäne, dass die anziehende Wirkung der Magnete von den Enden an, wo sie am stärksten ist, nach der Mitte zu stetig und rasch abnimmt, und dass sie in der Indifferenzzone gleich 0 ist.

Wir werden in der magnetischen Molekülreihe, da die Moleküle sowohl selbst als ihre Abstände von einander unendlich klein sind, anstatt der wirklichen Vertheilung des Magnetismus in jedem Moleküle, uns denken können, dass die magnetischen Fluida jeder Art in einem Punkte zwischen je zwei benachbarten Molekülen angesammelt seien, dass also der Nordmagnetismus des Moleküles ns in einem Punkte mitten zwischen den Polen n und s' angesammelt sei, und dass eben dort sich das südmagnetische Fluidum des Theilchens $n' s'$ befinde; dass ebenso die Fluida von n' und s'' u. s. f. in dem Mittelpunkte zwischen den beiden Polen angesammelt seien. Denn da die Abstände der entgegengesetzt polaren Molekülhälften unendlich klein sind, so wird deren Gesammtwirkung nach aussen hin ganz

dieselbe sein, als wenn die Magnetismen dieser Hälften in einem und demselben mitten zwischen ihnen liegenden Punkte vereinigt wären.

Dieses angenommen, muss die magnetische Wirkung dieser Punkte nach aussen hin genau dieselbe sein, als befände sich in ihnen nur die Differenz der beiden magnetischen Fluiden, welche wir soeben dort angenommen haben. Denn was das nordmagnetische Fluidum dieser Punkte abstösst, das wird von dem südmagnetischen Fluidum ganz ebenso angezogen und umgekehrt. Nur die Differenz der Anziehungen kann deshalb beobachtet werden. Oder in Bezug auf die Wirkung nach aussen hin wird in den einzelnen Punkten das magnetische Fluidum der einen Art durch eine ebenso grosse Menge des magnetischen Fluidums der andern Art neutralisirt, und die Wirkung ist derart, als wenn nur die Differenz der beiden Fluida in dem Punkte vorhanden wäre. Man bezeichnet diese Differenz als den freien Magnetismus dieses Punktes.

Die Vertheilung dieses freien Magnetismus beobachten wir direct an den magnetischen Wirkungen des Stabes; wir erkennen daraus, dass die Menge desselben von den Enden gegen die Mitte hin stetig abnimmt. Damit das aber der Fall sein kann, muss die wahre Vertheilung des Magnetismus eine ganz andere sein, die Menge der getrennten Fluida muss um so grösser sein, je näher die Moleküle der Indifferenzzone liegen. Denn bezeichnen wir in der Molekülreihe Fig. 6 die Mengen der in jedem Moleküle getrennten Fluida mit n, s, n', s' ...., so sind die Mengen des freien Magnetismus von den beiden Enden an


Fig. 6.

$$n, \quad n'-s, \quad n''-s', \quad n'''-s''.$$
$$s^{VI}, \quad s^{V}-n^{VI}, \quad s^{IV}-n^{V}, \quad s^{III}-n^{IV}.$$

Die obere Reihe liefert den freien Magnetismus der nördlichen, die untere denjenigen der südlichen Hälfte der Molekülreihe; wie man sieht, liefert aber die obere Reihe nur dann freien Nordmagnetismus, wenn

$$n' > s, \; n'' > s' \; \ldots\ldots,$$

die untere nur dann freien Südmagnetismus, wenn

$$s^{V} > n^{VI}, \; s^{IV} > n^{V} \; \ldots\ldots$$

Aus der beobachteten Vertheilung des freien Magnetismus folgt also, dass die magnetische Polarität der einzelnen Moleküle um so stärker sein muss, je näher sie der Mitte der Reihe liegen [1]).

Einen Magnet können wir uns nun aus einer sehr grossen Anzahl solcher Molekülreihen zusammengesetzt denken; jeder zu seiner Längsrichtung senkrechte Schnitt entspricht dann einer Schicht von Molekülen, deren

1) *Van Rees*, Poggendorff's Annalen Bd. LXX.

jedes einzelne zu einer solchen Reihe gehört. Die Vertheilung des freien Magnetismus fordert daher, dass die magnetische Polarität der einzelnen Schichten um so stärker ist, je näher sie der Mitte des Magnetes liegen.

Dass das in der That der Fall ist, lässt sich auch durch einen einfachen Versuch zeigen. Magnetisirt man eine Stahlnadel und zerbricht sie dann in mehrere Stücke, so haften an den mittleren Stücken stets grössere Mengen von Feilspänen als an den Stücken, welche den Enden näher waren. Oder legt man eine Anzahl von Nadeln in eine Reihe und magnetisirt dieselben, so sind die mittleren Nadeln der Reihe stets stärker magnetisch als die äusseren.

Auch unsere Vorstellung über den Act des Magnetisirens muss, den letzten Erfahrungen entsprechend, eine andere werden; nach diesen kann dasselbe nicht darin seinen Grund haben, dass die den Stab gleichmässig erfüllenden Fluida vertheilt und das eine derselben in die eine, das andere in die andere Hälfte des Stabes gebracht wird. Es ist indess leicht, unsere Annahmen nach den soeben gemachten Erfahrungen zu modificiren, ja wir können uns von denselben leicht zwei Vorstellungen machen. Nach der ersten kann man sich denken, dass im unmagnetischen Zustande in jedem Moleküle eines magnetisirbaren Körpers die beiden Fluida ganz gleichmässig vertheilt sind, und dass nun beim Magnetisiren dieselben von einander getrennt und das eine in der einen, das andere in der andern Hälfte des Moleküles angesammelt werde. Dieses ist die ältere Annahme, welche der Theorie des Magnetismus, wie sie von Poisson entwickelt wurde [1]), zu Grunde liegt. Nach derselben würde die Scheidung der magnetischen Fluida um so grösser sein, je weiter nach der Mitte des Stabes zu die Moleküle lägen; die Nothwendigkeit dieser Vertheilung lässt sich leicht erkennen. Wir haben nach dem Vorigen dieselbe nur für eine Reihe von Molekülen nachzuweisen. Betrachten wir eine solche Reihe wie Fig. 6, und nehmen an, dass dieselben zunächst alle gleich stark magnetisirt seien, so wird durch die Wechselwirkung der Moleküle auf einander diese Vertheilung eine andere werden müssen.

Auf die in ns getrennten Fluida wirken nämlich auch die in dem benachbarten Moleküle getrennten Fluida derart ein, dass n und n' sowohl als die Fluida s und s' sich abstossen; diese Wechselwirkung kann keine Aenderung in der Gruppirung der Fluida hervorbringen, da n und n' sich ebenso stark abstossen als s und s'. Ferner aber zieht das in n' angesammelte Fluidum s an und stösst n ab; die Wirkung sucht demnach eine weitere Scheidung der Fluida hervorzubringen. Gerade entgegengesetzt wirkt das Fluidum in s', da es aber weiter von dem Moleküle ns entfernt ist als n', so wird die Einwirkung von n' überwiegen und in der That eine weitere Scheidung der beiden magnetischen Fluida bewirken. Einen

1) *Poisson,* Mémoires de l'Acad. des sciences etc. T. V.

der Art nach gleichen Einfluss auf das Molekül *ns* üben *n'' s''* und die folgenden Moleküle aus, nur ist derselbe schwächer und um so schwächer, je weiter die Moleküle von *ns* entfernt sind. Die Folge dieser Wechselwirkung der Moleküle auf *ns* wird also eine Verstärkung der Polarität desselben sein. Auf das Molekül *n' s'* wirken von der einen Seite her dieselben Einflüsse ein, und zwar auch mit fast oder ganz derselben Grösse; denn es wirkt zwar im ganzen ein Molekül weniger auf dasselbe ein, indess wird bei einiger Länge der Molekülreihe der Einfluss der entferntesten Moleküle nur verschwindend klein sein. Zu diesen Einwirkungen kommt dann aber diejenige des Moleküles *ns* hinzu, welches die Scheidung der Fluida in demselben Sinne zu vergrössern sucht als die übrigen, und welches ebenso kräftig auf *n' s'* einwirkt, wie dieses auf jenes. In Folge dessen muss die Polarität in *n' s'* viel bedeutender werden als in *ns*. Eine ganz gleiche Ueberlegung zeigt, dass in den folgenden Molekülen bis zur Mitte hin ein Zuwachs der magnetischen Vertheilung stattfinden muss. Denn an der einen Seite nimmt zwar immer die Anzahl der wirkenden Moleküle ab, dafür nimmt sie an der andern Seite aber stets um ebensoviel zu, und zwar ist, so lange nicht die Mitte überschritten ist, der Abstand der auf der einen Seite hinzukommenden Moleküle kleiner als derjenige auf der andern fehlenden; die Wirkung der hinzukommenden muss daher überwiegen.

Zugleich erkennt man, wie hiernach die Menge der magnetischen Fluida in den einzelnen Molekülhälften anfangs viel rascher zunehmen muss als näher bei der Mitte, oder dass

$$n' - s > n'' - s' > n''' - s''$$

sein muss. Denn auf das zweite Molekül wirken alle rechts liegenden fast ebenso stark als auf das erste, und ausserdem noch das in unmittelbarer Nähe liegende Molekül *ns*; auf das dritte wirken dieselben Kräfte ein wie auf das zweite, und ausserdem das Molekül *ns*; da dieses aber von dem dritten entfernter ist als von dem zweiten, so ist seine Einwirkung auch nicht so stark. Die Differenz der auf das erste und zweite Molekül wirkenden Kräfte ist also grösser als diejenige der auf das zweite und dritte wirkenden Kräfte.

Wenn nun auch, wie wir sehen, diese Annahme im Stande ist uns eine Vorstellung von der Constitution der Magnete zu liefern, welche die magnetischen Eigenschaften, wie sie an einem Magnete sich zeigen, verstehen lassen, so sprechen doch später zu entwickelnde Erfahrungen gegen dieselbe. Man hat daher eine andere Vorstellung sich gebildet, welche mit den bisher erkannten Eigenschaften ebenso im Einklang ist. Nach dieser ist jedes Molekül eines magnetisirbaren Körpers für sich schon ein vollständiger Magnet; in den nicht magnetisirten Körpern sind dann aber diese einzelnen Molekularmagnete ganz beliebig gerichtet, das heisst, der eine wendet seinen Nordpol nach dieser, der andere nach jener Richtung. Da nun im Allgemeinen nach jeder Richtung ebensoviele Nordpole als Süd-

pole gewandt sein werden, so wird ein magnetisirbarer Körper im allgemeinen ohne weiteres keine Polarität zeigen. Möglich ist es allerdings, dass in einem Körper einmal mehr Moleküle den Nordpol nach einer Seite wenden als andere den Südpol nach derselben Seite; ein solcher Körper würde dann auch ohne magnetische Einwirkung magnetisch erscheinen. In den natürlich vorkommenden Magneten kann man diesen Fall für realisirt halten. Wirkt aber nun auf einen solchen Körper ein Magnet ein, so werden unter dem Einfluss desselben die Moleküle des Körpers sich drehen und zwar mehr oder weniger je nach der Kraft des einwirkenden Magnetes so, dass die Pole der Molekularmagnete gleich gerichtet sind. Die Seite, nach welcher die Molekularmagnete ihren Nordpol wenden, wird dann der Nordpol des Magnetes, der andere der Südpol. In den mit Coercitivkraft begabten Substanzen, also vorzugsweise im Stahl, stellt der Zusammenhang der Moleküle dieser Drehung ein Hinderniss in den Weg, deshalb erfolgt sie nur unter dauernder Einwirkung des Magnetes; ist aber die Drehung einmal erfolgt, so verhindert ebenso der Zusammenhang der Moleküle eine Rückkehr derselben in ihre frühere Lage, deshalb bleiben diese Substanzen, einmal magnetisirt, dauernde Magnete. Bei denjenigen Körpern, welche keine Coercitivkraft haben, erfolgt die Drehung der Moleküle unter dem Einflusse eines Magnetes augenblicklich, und sofort nach dem Aufhören dieses Einflusses kehren die Moleküle wieder in die frühere Lage zurück.

Die Polarität der einzelnen Moleküle muss natürlich nach dieser Anschauungsweise überall dieselbe sein; und ein stärkerer oder schwächerer Magnetismus kann nur darin seinen Grund haben, dass die Moleküle in einem Magnete mehr oder weniger dieselbe Lage und Richtung der Pole haben. Der vorhin abgeleitete Satz, nach welchem aus der Vertheilung des freien Magnetismus folgt, dass die Schichten eines Stabes um so stärker magnetisch sind, je näher sie der Indifferenzzone liegen, würde also nach dieser Anschauungsweise heissen, dass die Moleküle in den einzelnen Schichten um so mehr gleich gerichtet sind, je näher dieselben der Indifferenzzone liegen. So gefasst ist aber auch nach dieser Anschauungsweise die angegebene Vertheilung des Magnetismus im Stabe eine nothwendige Folge der Wechselwirkung zwischen den Molekülen, wie eine Ueberlegung zeigt, welche der vorhin angewandten ganz gleich ist.

Nehmen wir nämlich wieder zunächst an, dass in allen Schichten eines gegebenen Stabes zunächst die gleiche Anzahl der Moleküle gleich gerichtet ist, so werden auf die Moleküle der einen Endschicht die folgenden einwirken müssen und in dieser noch weiteren Molekülen dieselbe Lage ertheilen. Auf die zweite Schicht wirken dann ebenso die folgenden und ausserdem die Endschicht, sie werden daher in derselben einer noch grösseren Zahl von Molekülen dieselbe Lage ertheilen. Auf die dritte Schicht wirken die folgenden vielleicht schon etwas schwächer ein, dagegen wirken die beiden vorhergehenden bedeutend stärker ein, dort muss also eine noch

grössere Zahl von Molekülen dieselbe Lage erhalten. Und so fort, so dass man sieht, dass eine der vorigen analoge Ueberlegung zu demselben Resultate führt, dass die magnetische Polarität der einzelnen Molekülschichten um so grösser sein muss, je näher sie der Indifferenzzone liegen.

Diese beiden Annahmen über die Constitution der Magnete lassen sich allerdings erst in einem der späteren Abschnitte gegen einander abwägen: durch einen einfachen Versuch indessen kann man schon zeigen, dass der Magnetismus in einer bestimmten Lagerung der Moleküle begründet ist. Wenn man eine Glasröhre mit Eisenfeilspänen anfüllt, sie mit einem Korke verschliesst und sie dann nach einer der sofort anzugebenden Methoden magnetisirt, so wird sie, obwohl das Eisen sonst keine Coercitivkraft hat, bleibend magnetisch, indem das eine Ende der Röhre ein Nordpol, das andere ein Südpol wird. Man kann sich davon überzeugen, indem man die Röhre einer an einem feinen Faden aufgehängten kleinen magnetischen Nadel nähert; das eine Ende der Röhre stösst den Nordpol der Nadel ab, das andere zieht ihn an. Die Röhre bleibt magnetisch, so lange die Feilspäne die unter dem Einflusse des Magnetes angenommene Lagerung beibehalten, sie verliert den Magnetismus sofort, wie durch Schütteln die Lagerung der Feilspäne eine andere geworden ist. Dieser Versuch spricht gegen die erste Annahme. Denn bestände das Magnetisiren in einer Scheidung der Fluida in den einzelnen Eisentheilchen, so ist gar kein Grund vorhanden, weshalb sie nach dem Aufhören der magnetischen Einwirkung nicht ebenso gut wieder zusammenfliessen sollten als in einem massiven Eisenstücke. Dagegen ist es mit der zweiten Annahme vereinbar, dass die Röhre dauernd magnetisirt wird, da unter dem Einflusse des Magnetes die ganzen Späne eine regelmässige Lagerung annehmen, welche sie nicht wieder verlassen können; erst durch das Schütteln wird die Lagerung wieder ganz unregelmässig, deshalb verliert die Röhre dann wieder den Magnetismus [1]).

§. 3.

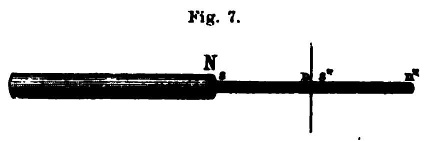
Verfertigung permanenter Magnete. Die Manipulationen, welche anzuwenden sind, um einen Stahlstab in einen Magnet zu verwandeln, lassen sich nach dem, was wir über die Constitution der Magnete erkannt haben, leicht übersehen; man muss stets auf das zu magnetisirende Stahlstück einen kräftigen Magnet so einwirken lassen, dass die Moleküle im Stahl gleich gelagert werden.

---

1) Die zweite Annahme ist, wenn man, wie es oben geschehen ist, nicht von magnetischen Fluiden in den permanenten Molekularmagneten spricht, was übrigens auch, wie W. Weber zeigt (Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus §. 22), eigentlich eine contradictio in adjecto ist, diejenige, welche W. Weber zuerst deutlich ausgesprochen hat; Weber schreibt sie Ampère zu, dessen Ansicht sich indess mehr an die erstere anschliesst. Man sehe im 4. Abschnitt.

Die einfachste Methode ist das Anlegen des einen Endes eines Stahlstabes an den einen Pol eines Magnetes. Legt man z. B. einen Stahlstab an den Nordpol eines Magnetes, so wird das angelegte Ende des Stabes ein Südpol, das entferntere Ende ein Nordpol. Es darf jedoch in dem Falle der zu magnetisirende Stab nicht zu lang sein, da sonst die Magnetisirung unregelmässig wird und sogenannte Folgepunkte entstehen. Das heisst, wird das Ende s (Fig. 7) des an den Nordpol N angelegten Stabes ein Südpol, so bildet sich der Nordpol nicht immer an dem andern Ende des Stabes bei n'', sondern häufig schon in der Mitte oder noch näher bei s; in dem Falle bildet sich dann immer noch ein zweiter Südpol, entweder bei n'', so dass beide Enden des Stabes südpolar werden und die Mitte nordpolar; oder vielleicht bei s'', wo dann auch noch ein zweiter Nordpol sich bildet, so dass in dem Stabe mehrere vollständige Magnete sich ausbilden.

Fig. 7.



Ist das auch nicht der Fall, so ist der entstandene Magnet meistens doch insofern unregelmässig, dass der angelegte Pol stärker wird als der entfernte Pol des Stabes und dass die Indifferenzzone dem stärkeren Pole näher liegt als dem schwächeren.

Die Unregelmässigkeiten verschwinden zwar allmählich, wenn man den angelegten Stab länger an dem Magnete lässt; indess kann man doch nach dieser Methode immer nur kurze dünne Stäbe und diese nur schwach magnetisiren.

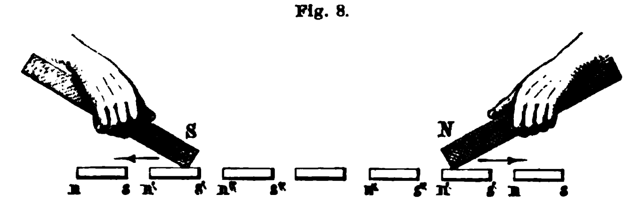
Die erste Verbesserung der Methode war dann, dass man den zu magnetisirenden Stahlstab mit einem und demselben Pole eines Magnetes mehrfach in derselben Richtung strich, indem man den Magnet auf das eine Ende des Stabes aufsetzte und über den ganzen Stab hinzog. Statt dessen kann man auch von der Mitte aus den Stab nach der einen Seite mit dem einen Pole des Magnetes und dann ebenfalls von der Mitte aus mit dem andern Pole nach der andern Seite streichen, oder gleichzeitig mit dem Nordpole eines und dem Südpole eines zweiten Magnetes von der Mitte aus nach entgegengesetzten Seiten streichen. Man bezeichnet letzteres Verfahren, welches wahrscheinlich Duhamel zuerst angewandt hat, als den getrennten Strich. Die beiden Magnetstäbe werden dabei so gehalten, dass sie einen Winkel von $25^0 - 30^0$ mit der Horizontalen bilden.

Gut ist es, wenn man bei dieser Methode den zu magnetisirenden Stab nach und nach an verschiedenen Seiten streicht.

In welcher Weise nach dieser Methode der Magnetismus des Stabes erregt wird, ist leicht zu sehen. Ist (Fig. 8) ns, $n's'$ eine Molekülreihe, über welche ein Südpol von der Mitte nach links, ein Nordpol von der Mitte nach rechts hin bewegt wird, so werden die Pole der Molekularmagnete in der Reihe sich stets so legen, dass dem Nordpole N die Süd-

pole der Moleküle, über welche N sich bewegt, und dem Südpole S die Nordpole der Moleküle zugewandt sind. Bewegt sich daher der Nordpol

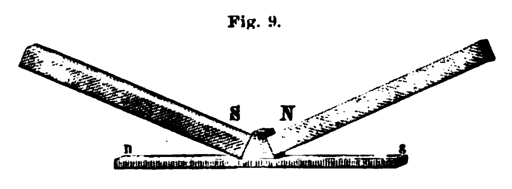
Fig. 8.



nach rechts hin und wird er rechts von der Molekülreihe abgezogen, so werden auf dieser Hälfte der Reihe die Moleküle alle ihre Südpole nach rechts hinwenden, das Ende rechts wird also ein Südpol werden. Auf der anderen Hälfte der Reihe werden die Moleküle gerade ebenso gelagert sein, weil der Südpol S über dieselben nach links hin bewegt wird, die Moleküle ihren Nordpol also nach links hinwenden. Das Ende, über welches der Südpol abgezogen wird, muss also nach dieser Methode ein Nordpol werden.

Eine von der vorigen sehr verschiedene Methode zum Magnetisiren hat zuerst Michell und später in etwas anderer Form Aepinus angewandt. Man nennt sie die Methode des Doppelstriches. Man setzt nach derselben zwei Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen in der Weise wie Fig. 9 auf die Mitte des zu magnetisirenden Stabes, so dass sie ungefähr 20° gegen die Horizontale geneigt sind, und dass sich die Pole eben nicht berühren. Sehr bequem kann man sie auf ein passendes hölzernes Prisma aufsetzen.

Fig. 9.



Man streicht dann mit beiden Magneten zusammen, während man sie immer in derselben Weise hält, von der Mitte aus erst nach der einen Seite, dann wieder zurück über den ganzen Stab, wieder zurück und so mehrfach hin und her. Schliesslich hebt man die Magnete zusammen wieder von der Mitte ab.

Der Magnetismus in dem Stabe ns wird nach dieser Methode dadurch erregt, dass die Moleküle des Stabes, welche unter dem Zwischenraume der beiden Pole liegen, so gelagert werden, dass ihr Südpol nach N, ihr Nordpol nach S hin zeigt. Auf die entfernteren Moleküle haben die Magnete so gut wie gar keinen Einfluss, da wegen der Nähe der beiden Pole die Wirkung des einen von dem andern aufgehoben wird. Die Seite des Stabes, an welcher sich der Südpol der verbundenen Magnete befindet, wird daher zum Nordpol, die entgegengesetzte zum Südpol.

Ganz dieselben Streichmethoden zum Magnetisiren lassen sich auch anwenden, wenn die Magnete eine andere als die Stabform, wenn sie z. B.

die ebenso häufig angewandte Hufeisenform haben. Man streicht das Hufeisen mit einem Pole eines Magnetes, indem man denselben auf das Ende des einen Schenkels aufsetzt, dann in ganz continuirlicher Bewegung über das ganze Hufeisen hinführt und ihn über das Ende des andern Schenkels abzieht, und diese Manipulation wiederholt. Oder man streicht mit dem Südpole eines Magnetes von der Biegung des Hufeisens aus gegen das Ende des einen Schenkels hin und gleichzeitig mit dem Nordpole eines zweiten Magnetes von der Biegung des Hufeisens gegen das Ende des andern Schenkels hin. Ebenso kann man auch umgekehrt mit dem Südpole eines Magnetes von dem Ende des einen, mit dem Nordpole eines andern von dem Ende des zweiten Schenkels gegen die Mitte hin streichen.

Es bedarf wohl keines besondern Nachweises, dass die Pole des Hufeisens entgegengesetzt liegen, wenn man von der Mitte gegen die Enden, als wenn man von den Enden gegen die Mitte streicht. Im ersten Falle wird der mit dem Südpole gestrichene Schenkel nordpolar, im zweiten Falle südpolar.

Statt der einzelnen Magnete kann man zur Magnetisirung eines Hufeisens auch sehr bequem einen Hufeisenmagnet von gleicher Schenkelweite anwenden. Liegt das zu magnetisirende Hufeisen horizontal, so setzt man den Magnet vertical entweder auf die Enden der Schenkel und streicht gegen die Mitte, oder man setzt den Magnet nahe der Biegung auf und streicht gegen die Enden hin.

In allen den Fällen ist es zur Verstärkung des Magnetismus gut, wenn man die zu magnetisirenden Stäbe oder Hufeisen an den verschiedenen Seiten, also oben und unten streicht.

Bedeutend kräftiger werden die Magnetismen in den zu magnetisirenden Stäben, wenn man dieselben nicht isolirt hinlegt, sondern gewissermaassen zu dem mittleren Theile eines Stabes macht, wie sich schon aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen ergibt. Man legt daher an die Enden eines zu magnetisirenden Stahlstabes entweder Stäbe weichen Eisens oder auch schon fertige Magnete; oder man legt selbst den zu magnetisirenden Stab auf zwei Magnete, welche dem Stabe parallel liegen, so dass das eine Ende des Stabes auf den einen Pol, das andere auf den entgegengesetzten Pol des andern Magnetes zu liegen kommt. Dass dasjenige Ende des Stabes, welches Nordpol werden soll, auf den Südpol des andern gelegt werden muss, bedarf wohl keiner besondern Erwähnung.

Bei der Verfertigung der Hufeisenmagnete durch Streichen ist es vortheilhaft, vor die Pole desselben einen Anker, das ist eine Platte weichen Eisens, zu legen, oder mit dem zu magnetisirenden Hufeisen ein zweites zu verbinden, so dass die Pole an einander zu liegen kommen und die beiden Hufeisen eine geschlossene Curve bilden. In beiden Fällen magnetisirt man dann durch den sogenannten Kreisstrich; man setzt den Pol eines kräftigen Magnetes auf die Biegung des zu magnetisirenden Hufeisens und

streicht gegen das Ende des einen Schenkels hin über dieses hinaus entweder auf der weichen Eisenplatte oder auf dem vorgelegten Hufeisen fort, über das ganze hin zum Ende des andern Schenkels, dann auf diesem weiter immer in derselben Richtung und so mehrfach über die ganze geschlossene Curve. Man hebt schliesslich den streichenden Magnet dort wieder ab, wo man ihn aufgesetzt hat. Man wiederholt dann die Operation, nachdem man das Hufeisen umgelegt hat.

Weshalb diese Anordnung eine Verstärkung des Magnetismus hervorbringt, ergibt sich aus der Ueberlegung, dass bei dem Magnetisiren der vorgelegte Anker oder das zweite Hufeisen ebenfalls und zwar so magnetisch wird, dass vor dem Südpol des herzustellenden Magnetes ein Nordpol und vor dem Nordpol ein Südpol liegt. Ausser der Wirkung des Streichmagnetes kommt daher die vertheilende Wirkung dieser anliegenden Magnete hinzu, welche in demselben Sinne erregend wirkt.

Eine ähnliche Anordnung lässt sich auch zur Verfertigung von Stabmagneten mit gutem Erfolge anwenden. Man legt dann zwei Stahlstäbe von gleicher Länge in einiger Entfernung parallel neben einander und verbindet die Enden durch zwei Stäbe weichen Eisens, so dass diese vier Stäbe ein geschlossenes Rechteck bilden. Bei dem Magnetisiren verfährt man dann so, dass man den einen Pol eines kräftigen Magnetes auf die Mitte des einen Stahlstabes aufsetzt und dann immer in derselben Richtung mehrfach über das ganze Rechteck hinfährt und schliesslich wieder dort abhebt, wo man den Pol zuerst aufgesetzt hatte.

Bei Anwendung dieser verschiedenen Methoden und Beachtung der angegebenen Vorsichtsmaassregeln hängt die Stärke der erhaltenen Magnete wesentlich ab von der Stärke der Streichmagnete und von der Güte des Stahles. Je stärker der Streichmagnet ist, um so stärker wird unter sonst gleichen Umständen bis zu einer gewissen Grenze der Magnetismus des gestrichenen Stahles.

Mit der Grösse der Dimensionen eines Magnetes nimmt bei völligem Magnetisiren im allgemeinen auch sein Magnetismus zu, wie wir demnächst sehen werden. Indess lassen sich Magnete von sehr grossen Dimensionen nur sehr schwierig magnetisiren. Deshalb wendet man zur Herstellung starker Magnete magnetische Bündel an, indem man mehrere fertige Magnete als ein Bündel zusammenlegt, so dass die gleichnamigen Pole bei einander liegen. Gut ist es dabei, wenn die Stäbe nach der Mitte des Bündels zu immer länger werden. Besonders bei Hufeisenmagneten wendet man diese Zusammensetzung an, indem man (Fig. 10 a) 3 oder 5 Lamellen, welche vorher fertig magnetisirt sind, zusammenlegt. Die Schenkel der äussersten Hufeisen sind dann am kürzesten, diejenigen des mittleren am längsten. Die einzelnen Lamellen werden aneinandergeschraubt.

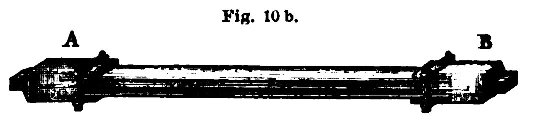
Fig. 10 a.



Der Magnetismus eines solchen Bündels ist aber nicht einfach gleich der Summe der Magnetismen der einzelnen Bündel, sondern viel kleiner. Der Grund dieser Schwächung liegt darin, dass die Pole der einzelnen Magnete einander stören, indem jeder Pol in dem benachbarten Stabende einen ihm ungleichnamigen Pol inducirt. In einem Bündel von 16 Stäben gleicher Länge, welche vor dem Zusammenlegen alle gleich stark magnetisch waren, fand Coulomb nach dem Auseinandernehmen, dass die Magnetismen der inneren Stäbe sehr stark geschwächt waren, ja dass einige ihren Magnetismus ganz verloren hatten.

Die Wirkung eines solchen Bündels ist, besonders bei Anwendung von Stabmagneten, bedeutend zu kräftigen, wenn man die Enden desselben mit sogenannten Armaturen versieht. Dieselben bestehen aus Stücken weichen Eisens *A*, *B*, (Fig. 10 b), in welche die Magnetstäbe an beiden Enden eingeschoben werden. Besteht das Magnetbündel aus mehreren, 3 oder 5 Lagen, so lässt man auch dann die mittleren Stäbe etwas länger, in derselben Weise wie es vorhin angegeben wurde. Die Wirkung dieser Armaturen besteht darin, dass sie unter dem Einflusse der Magnetpole selbst zu Magneten werden, und zwar so, dass die an den Polen anliegenden Theile eine den Polen entgegengesetzte Polarität annehmen. Durch die gegenseitige Einwirkung der erregten Pole und der ursprünglichen tritt daher eine Verstärkung des Magnetismus ein.

Fig. 10 b.



Die Stärke des erregten Magnetismus hängt ferner wesentlich von der Güte des Stahles ab, das heisst Stahlstücke von gleicher Grösse werden unter Einwirkung derselben Magnete nicht gleich stark dauernd magnetisch. Den hauptsächlichsten Einfluss auf die Stärke des dauernden Magnetismus hat die Härte des Stahles; je härter derselbe ist, um so schwieriger wird er zwar magnetisirt, um so grösser ist aber die Stärke des dauernden Magnetismus. Um kräftige Magnete zu erhalten, muss man daher den Stahl so hart machen, dass er nur eben nicht zu spröde wird, was man bekanntlich dadurch erreicht, dass man ihn glühend in kaltem Wasser ablöscht. Je höher die Temperatur war, bei welcher man ihn ablöschte, um so härter wird der Stahl, um so stärker wird auch der dauernde Magnetismus. Durch Anlassen des Stahles, das heisst durch Erwärmen und folgendes langsames Abkühlen kann man demselben einen Theil seiner Härte wieder nehmen, so dass er um so weicher wird, je höher seine Temperatur beim Anlassen war. Man hat es daher in der Hand, dem Stahle einen bestimmten Härtegrad zu geben. Man lässt jetzt den gehärteten Stahl nur eben so weit an, dass er nicht mehr gar zu spröde ist.

Aus diesem Verhalten des Stahles folgt, dass die Coercitivkraft desselben wesentlich von der Härte des Stahles abhängt. Wir bezeichneten

als die Coercitivkraft das Vermögen desselben, einer Richtung der magnetischen Moleküle einen gewissen Widerstand entgegenzusetzen und die gerichteten Moleküle zum Theil in ihrer Lage zu erhalten. Diese Kraft ändert sich mit der Härte des Stahles; denn jeder Strich mit einem Magnete wird in einem zu magnetisirenden Stabe eine Anzahl Moleküle in der früher angegebenen Weise gruppiren; diese Zahl wird um so kleiner sein, je grösser die Coercitivkraft des Stahles ist; wenn aber die Wirkung des streichenden Magnetes aufhört, wird von den gerichteten Molekülen ein je nach der Coercitivkraft grösserer oder kleinerer Theil wieder in seine gewöhnliche Gleichgewichtslage zurückkehren. Jeder neue Strich fügt nun wieder zu den in Folge der Coercitivkraft durch den vorigen Strich bleibend gerichteten Molekülen eine Anzahl anderer dauernd gerichteter Moleküle hinzu, und die stärkste Magnetisirung wird dann erreicht sein, wenn entweder alle Moleküle eines Stabes bleibend gerichtet sind, oder so viele wie durch die gerade vorhandene Coercitivkraft bleibend in ihrer Lage erhalten werden können. Die erstere Grenze kann, wie wir später sehen werden, dauernd niemals erreicht werden; denn man findet bei der Magnetisirung auch der härtesten Stahlstäbe durch den elektrischen Strom, dass der permanente Magnetismus derselben immer kleiner ist als der augenblickliche, das heisst als jener, welchen der Stab besitzt, so lange er unter dem Einflusse des Stromes sich befindet[1]).

§. 4.

Tragkraft der Magnete. Die erste Eigenschaft, durch welche Magnete sich zu erkennen geben, ist die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und der Schwere entgegen zu tragen. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichnet man als die Tragkraft des Magnetes.

Um die Tragkraft eines Magnetes zu untersuchen, muss man, wenn die angehängte Last nicht aus weichem Eisen besteht, ein Stück weichen Eisens als sogenannten Anker anwenden, und an dieses erst die Last hängen, da, wie wir sahen, Magnete nur magnetische Körper selbst anziehen. Am besten verfährt man nach Häcker[2]) so, dass man eine Seite des auf seine Tragkraft zu untersuchenden Stabmagnetes von dem Ende an ungefähr 1 Cm. weit vollkommen ebnet und dann den Magnet, die geebnete Seite nach unten gekehrt, horizontal an einem Tische befestigt, so dass der Magnet einige Centimeter darüber hervorragt. Man hängt dann die Last mit einem Anker, welcher etwas breiter ist als der Magnet und

---

1) Ueber die verschiedenen Magnetisirungsmethoden findet man ausführliche Referate in Gehler's Physik. Wörterbuch Bd. VI. 2. Abth. Artikel: Magnetisiren des Stahles, ferner in Dove's Repertorium Bd. II.

2) *Häcker*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

dessen Fläche ebenfalls möglichst vollkommen geebnet ist, an den Magnet, indem man den Anker an die geebnete Fläche anlegt und dann gegen das Ende des Magnetes und selbst über das Ende hin verschiebt, bis er nur mehr mit einer schmalen Fläche an dem Magnet haftet, und bis man fühlt, dass die Last getragen wird. Hat man an den Anker eine kleine Wagschale gehängt, so erhält man die Tragkraft des Magnetes, indem man auf die Wagschale vorsichtig so lange Gewichte legt, bis der Anker abgerissen wird. Die Summe der Gewichte des Ankers, der Wagschale und der aufgelegten Gewichte ist dann die Tragkraft des einen Magnetpoles. Die Tragkraft des ganzen Magnetes ist dann, da bei vollkommenen Magneten, wie wir sahen, beide Pole gleiche Stärke haben müssen, gleich dem doppelten Gewichte.

Die Tragkraft des Magnetes wird uns im allgemeinen ein Maass für die Stärke desselben geben können, in soweit, dass wir einen Magnet für den stärkeren halten müssen, welcher im Stande ist ein grösseres Gewicht zu tragen. Man würde indess sehr irren, wenn man die Stärke des Magnetismus der Tragkraft einfach proportional setzen würde, das heisst wenn man einem Magnete die doppelte Stärke beilegen wollte, wenn er im Stande ist das doppelte Gewicht zu tragen. Es lässt sich nämlich leicht zeigen, dass, selbst wenn wir die Tragkraft als Maass des Magnetismus benutzen wollen, derselbe der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional gesetzt werden muss. Denn, wie wir bereits mehrfach sahen, wird ein Stück Eisen bei Annäherung an einen Magnet selbst zum Magnet, so zwar, dass das dem Pole zugewandte Ende desselben einen ungleichnamigen Pol erhält. Diese ungleichnamigen Pole ziehen sich an, und ist diese Anziehung bei Berührung der Pole stark genug, so wird das weiche Eisen getragen. Wenn nun plötzlich durch irgend einen Umstand die magnetische Kraft des Stabes doppelt so stark würde, so würde zunächst in Folge dieser Verstärkung das Eisen doppelt so fest gehalten werden müssen, das heisst es würde ein doppeltes Gewicht erforderlich sein, um das Eisen abzureissen. Zugleich würde aber auch durch die Verdoppelung der magnetischen Kraft in dem ursprünglichen Magnete die magnetische Kraft des weichen Eisens zunehmen müssen, und zwar würde auch dort dieselbe verdoppelt werden. Auch in Folge dieser Verstärkung würde der angelegte Anker doppelt so fest haften. Im Ganzen ergibt sich also, dass wenn der Magnetismus des Stabes sich verdoppelt, die Tragkraft die vierfache, oder allgemein wenn der Magnetismus des Stabes der $n$fache wird, die Tragkraft die n^2fache werden muss. Man würde also die Stärke des Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müssen.

Dieses Gesetz würde jedoch nur unter der Voraussetzung gültig sein, dass durch die Annäherung und Berührung des weichen Eisens keine Aenderung in der magnetischen Constitution des Stabes hervorgebracht würde. Zu dieser Voraussetzung sind wir indess nicht berechtigt, und

wie wir später[1]) ausführlich sehen werden, trifft sie auch nicht zu, so dass wir in der That nicht den Magnetismus eines Stabes der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen dürfen.

Sehr auffallend zeigt sich das schon, wenn man die Tragkraft eines Stabmagnetes mit der eines im übrigen gleichen Hufeisenmagnetes oder die Tragkraft eines Poles eines Hufeisenmagnetes mit derjenigen vergleicht, welche man findet, wenn der Anker vor beiden Magnetpolen liegt. Jenes Gesetz als richtig vorausgesetzt, müsste die Tragkraft eines Hufeisenmagnetes die doppelte derjenigen jedes einzelnen Poles sein; das ist sie aber nicht, sondern sie ist bedeutend grösser, wie man sich durch einfache Versuche überzeugen kann. Der Grund dafür ist leicht einzusehen, er liegt darin, dass in dem an dem Nordpole des Hufeisens liegenden Ende des Ankers nicht allein durch die Wirkung des Nordpoles ein Südpol erregt wird, sondern auch durch den Südpol, welcher im andern Ende des Ankers einen Nordpol erregt. Ebenso ist es mit dem andern Pole. Die Polarität des Ankers, die an jedem Pole stärker ist, als wenn der Anker nur der Wirkung des bestimmten Poles unterläge, wirkt dann wieder erregend ein auf den Pol des Magnetes und verstärkt ihn, so dass der Anker fester haften muss, als berührte er nur die einzelnen Pole.

Aus den entwickelten Gründen ergibt sich, dass man auch nicht der Quadratwurzel aus der Tragkraft die magnetische Kraft eines Magnetes proportional setzen darf, ja dass man keine allgemein gültige Beziehung zwischen Tragkraft und Stärke des Magnetismus aufstellen kann. Man wird vielmehr je nach der Form des Ankers und den Umständen des Versuches eine stets verschiedene Beziehung zwischen der Tragkraft und der Stärke des Magnetismus annehmen müssen.

Im Vorigen haben wir vorausgesetzt, dass die auf ihren Magnetismus verglichenen Stäbe gleicher Art und von gleichen Dimensionen seien; noch weniger lässt sich von der Tragkraft ohne Weiteres auf die Stärke verschiedener Magnete schliessen, wenn dieselben verschiedene Dimensionen haben, wenn insbesondere ihre Querschnitte verschieden sind. Die Tragkraft gibt uns nämlich nur Aufschluss über den magnetischen Zustand der Enden des Magnetes. Wir werden nach den bisherigen Vorstellungen, welche wir uns über den magnetischen Zustand gebildet haben, zwei beliebigen Stäben gleiche magnetische Kraft zuschreiben, wenn in beiden die gleiche Anzahl von Molekülen in magnetischer Beziehung parallel, das heisst so gelagert sind, dass die gleichnamigen Pole nach derselben Seite hin liegen. Denken wir uns nun z. B. zwei Stäbe von gleichem Gewichte, deren einer nur die halbe Länge des andern, dafür aber einen doppelten Querschnitt hat, so ist klar, dass in jedem Querschnitte des kürzeren, wenn in beiden Magneten gleich viel Moleküle magnetisch gerichtet sind,

---

1) Man sehe Abschnitt IV. Elektromagnetismus.

eine grössere Anzahl magnetisch gleich gelagerter Moleküle vorhanden sein muss, dass also in jedem Querschnitt, somit auch an den Polen, eine grössere Quantität freien Magnetismus vorhanden sein muss. Damit muss dann auch die Tragkraft des Magnetes wachsen, so dass zwei Stäbe, die gleich stark magnetisirt sind, eine sehr verschiedene Tragkraft haben können.

Ohne auf alle diese Punkte näher einzugehen, welche wir bei Behandlung des Elektromagnetismus ausführlich besprechen werden, sieht man, dass die Untersuchung und Vergleichung der Tragkraft uns kein Maass für die magnetische Kraft der Magnete zu liefern im Stande ist. Sie wird deshalb auch nicht als solches angewandt, sondern dient im allgemeinen nur dazu, die Stärke eines Magnetes annähernd zu schätzen, indem man, wie bereits vorhin gesagt wurde, immer berechtigt ist, einem Magnete von grösserer Tragkraft einen stärkeren Magnetismus beizulegen.

Einer interessanten Anwendung müssen wir jedoch erwähnen, welche Häcker[1]) von der Untersuchung der Tragkraft der Magnete gemacht hat, nämlich zu bestimmen, welche Tragkraft überhaupt einem Magnete ertheilt werden kann. Er magnetisirte zu dem Ende eine Anzahl verschiedener Magnete, Hufeisen- und Stabmagnete, so vollständig als möglich, und untersuchte dann, ob nicht eine Relation zwischen dem Gewichte der Magnete und deren Tragkraft existire.

Um bei den Hufeisen constante und regelmässige Resultate zu erhalten, war es nothwendig, wenn dieselben bei vorgelegtem Anker magnetisirt worden waren, den Anker vor den Versuchen mehrmals abzureissen. Untersucht man die Tragkraft nämlich gleich nach dem Magnetisiren, ohne vorher den Anker abgerissen zu haben, so ist sie viel grösser als nachher, wenn der Anker abgerissen war, und erst nach mehrmaligem Abreissen desselben wird die Tragkraft constant.

Bezeichnet man nun das Gewicht eines Hufeisens mit P, mit q den Quotienten aus der Tragkraft und dem Gewichte des Magnetes, so fand Häcker für seine möglichst gehärteten und möglichst stark magnetisirten Hufeisen, dass

$$q \cdot \sqrt[3]{P} = a,$$

worin a eine für alle von ihm untersuchten Magnete constante Grösse und zwar, wenn P in baierischen Lothen gegeben ist,

$$a = 40$$

ist.

Bezeichnet man nun die Tragkraft mit T, so ergibt sich

$$T = a \cdot \frac{P}{\sqrt[3]{P}} = a \cdot \sqrt[3]{P^2},$$

so dass also die einem Magnete zu ertheilende Tragkraft der dritten Wurzel aus dem Quadrate seines Gewichtes proportional ist.

---

1) *Häcker*, Poggend. Ann. Bd. LVII.

Folgende kleine Tabelle enthält eine Anzahl von Häcker's Versuchen mit Hufeisenmagneten.

P Lothe	T Lothe	$\frac{T}{P}$	$\log a$
$^1/_{120}$	$^{50}/_{32}$	190	1,581
$^1/_{64}$	2,5	160	1,602
$^1/_{32}$	4	128	1,605
$^7/_{48}$	13	89	1,647
3,5	98	28	1,625
13	240	18,5	1,638
104	800	7,7	1,558
224	1344	6	1,561
		Mittel	1,602 = log 40.

Ist das Gewicht P in Kilogrammen gegeben, so wird

$$a = 10,33.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, dass die Tragkraft der Magnete viel langsamer zunimmt als das Gewicht derselben, dass das Verhältniss $\frac{T}{P}$ mit steigendem Gewichte P stets kleiner wird. Bei einem bestimmten Werthe von P wird dieses Verhältniss gleich 1, wir erhalten diesen Werth aus der Gleichung

$$\log a = {}^1/_3 \log P.$$

Derselbe wird

$$P = 1102 \text{ Kilogr.}$$

Wird ein Magnet von diesem Gewichte bis zur Sättigung magnetisirt, so vermag er gerade sein eigenes Gewicht zu tragen.

Interessant ist es, dass Häcker dieselbe Beziehung auch gültig fand für Hufeisen, welche aus einzelnen vorher magnetisirten Lamellen zusammengesetzt waren, so dass also zusammengesetzte Magnete vor einfachen gleicher Masse nur den Vorzug haben, dass sie sich leichter herstellen lassen, während es sehr schwierig ist, grosse massive Magnete bis zur Sättigung zu magnetisiren.

Auch für Stabmagnete fand Häcker dieselbe Beziehung zwischen Tragkraft und Gewicht der Magnete [1]), und zwar ergaben seine Versuche das auffallende Resultat, dass für seine Stabmagnete die Constante a fast denselben Werth hatte als für die früher untersuchten Hufeisen, wenn er als Tragkraft der Magnete das Doppelte des von einem Pole getragenen Gewichtes setzte. Er findet nämlich

$$\log a = 1,588; \quad a = 38,7.$$

Nach der Erfahrung, dass ein Hufeisen mit vorgelegtem Anker mehr

1) *Häcker,* Poggend. Ann. Bd. LXII.

als das Doppelte jedes Poles trägt, ist man zu der Annahme genöthigt, dass die Stabmagnete stärker magnetisirt waren als die Hufeisenmagnete. Zu dieser Annahme berechtigt auch die Angabe Häcker's, dass bei den Stabmagneten der ertheilte Magnetismus die grösste Stärke gehabt hätte, welche nur schwierig zu erreichen gewesen wäre.

Dafür spricht auch die Thatsache, dass es Elias nicht nur gelungen ist Hufeisenmagnete von stärkerer Tragkraft herzustellen, sondern dass er auch einem von Häcker dargestellten Hufeisenmagnete eine grössere Tragkraft gegeben hat [1]). Er gab einem Häcker'schen Magnete, dessen Gewicht 0,657 Kilogr. war, eine Tragkraft von 10 Kilogr. Als Werth für a ergibt sich daraus 13,23, während nach Häcker, wenn P in Kilogrammen gegeben ist, $a = 10,3$ ist.

Noch einer eigenthümlichen Erfahrung betreffs der Tragkraft müssen wir Erwähnung thun, welche zu erklären wir indess hier nicht im Stande sind. Wenn man nämlich einen Hufeisenmagnet so stark belastet, dass die Grenze der Tragkraft fast erreicht ist, und ihn dann eine Zeit lang, etwa 24 Stunden, belastet hängen lässt, so kann man ihn aufs neue und zwar über die Grenzen der früheren Tragkraft hinaus belasten. Wieder nach 24 Stunden kann man ihn aufs neue belasten und so jeden Tag mehr bis zu einer Grenze, welche wohl das Doppelte der ursprünglichen Tragkraft beträgt. Ueberschreitet man diese Grenze, so fällt das Gewicht ab; belastet man ihn dann aufs neue, so findet man, dass die Tragkraft wieder die frühere geworden ist.

§. 5.

Directionskraft der Magnete. Die Tragkraft der Magnete kann den vorigen Entwickelungen gemäss nicht als ein genaues Maass des Magnetismus dienen; wir haben aber bereits noch eine andere Aeusserung der magnetischen Eigenschaft kennen gelernt, nämlich die, dass der Magnet sich stets einer bestimmten Richtung parallel stellt und wieder in diese Richtung zurückkehrt, wenn man ihn daraus gebracht hat und dann wieder sich selbst überlässt. Diese Eigenschaft wird uns zu einem Maasse der magnetischen Kraft verhelfen können, da bei dieser keine fremden auf den Magnet einwirkenden Kräfte ins Spiel kommen.

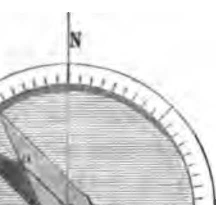
Hängen wir einen Magnetstab an einem Faden auf, der nur eine geringe Torsionskraft besitzt, so stellt er sich stets so, dass seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet, dass das eine Ende des Stabes nahezu nach Norden, das andere nahezu nach Süden zeigt; der Winkel, welchen der Magnet mit dem Meridian bildet, ist an verschiedenen Orten verschieden, bei uns beträgt er jetzt ungefähr 18^0, und zwar so, dass der Nordpol sich westlich von dem Meridiane

1) *Elias*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.

befindet. Die Richtung der Nadel bezeichnet man als den magnetischen Meridian.

Bestimmt man nun nach irgend einer Methode den Winkel, welchen die geometrische Längsaxe eines Stabes oder einer Nadel, welche in der angegebenen Weise aufgehängt ist, mit dem Meridian bildet, und hängt man dann die Nadel um, so dass die vorher untere Seite der Nadel jetzt zur oberen wird, so wird man im allgemeinen finden, dass die geometrische Axe der Nadel, nachdem sie ihre Gleichgewichtslage angenommen hat, mit dem Meridian einen etwas andern Winkel bildet als vorher. Dann aber findet sich eine andere Richtung in der Nadel *ab* (Fig. 11), welche stets mit dem astronomischen Meridiane denselben Winkel bildet. Man findet diese Richtung, indem man den halben Winkel, welchen die geometrische Axe des Stabes in den beiden Lagen mit einander bildet, an der betreffenden Seite auf dem Stabe aufträgt. Markirt man diese Linie, so wird man immer bei aufeinanderfolgenden Versuchen finden, dass dieselbe mit dem astronomischen Meridiane genau denselben Winkel bildet, mag man die Nadel aufhängen wie man will. Man nennt diese Richtung, deren in jedem Magnete eine ist, die magnetische Axe des Stabes.

Fig. 11.



Daraus, dass die magnetische Axe eines Stabes sich stets in den Meridian einstellt, dass sie dahin nach einigen Schwankungen zurückkehrt, wenn sie aus ihm entfernt ist, folgt nun, dass so bald die Axe dem Meridian nicht parallel ist, Kräfte auf die Nadel einwirken, welche ihr ein bestimmtes Drehungsmoment ertheilen. Dieses Drehungsmoment ist gleich 0, wenn die Axe sich im Meridiane befindet, es nimmt zu, wenn der Winkel zunimmt, welchen die Axe mit dem Meridiane bildet.

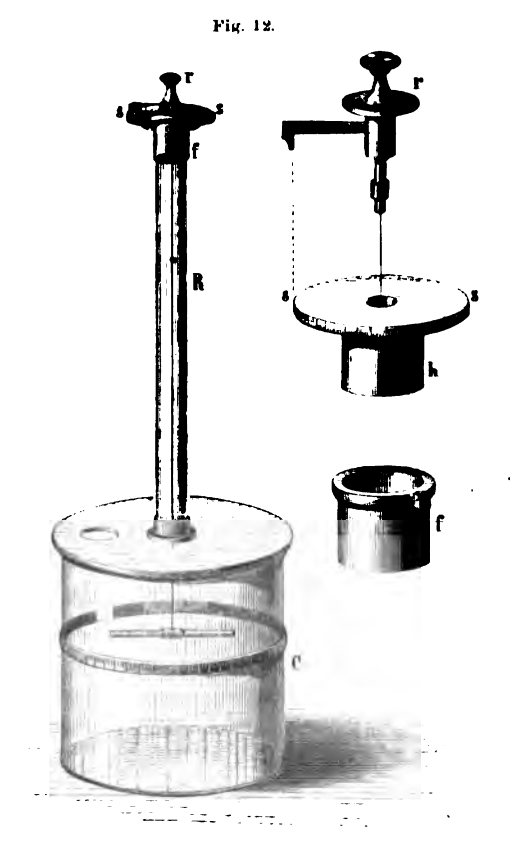
Welcher Art nun die Kräfte sind, welche auf den Magnet einwirken, und nach welcher Richtung hin sie thätig sind, das zeigt uns eine Untersuchung des Drehungsmomentes bei verschieden starker Ablenkung des Stabes. Ein bequemes Mittel dazu haben wir in der Torsion eines Fadens, an welchem wir den Magnetstab aufhängen, da wir im Stande sind, durch dieselbe dem Stabe ein beliebiges genau bestimmbares Drehungsmoment zu ertheilen. Der am besten dazu geeignete Apparat ist die Drehwage von Coulomb.

Die Drehwage, welche Coulomb zuerst zur Messung magnetischer und elektrischer Kräfte construirte[1]), besteht in ihrer einfachsten Form aus einem

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. des sciences, Paris, année 1785.

Glascylinder C (Fig. 12) von ca. 3 Decimeter Höhe und ungefähr demselben Durchmeser, welcher mit einer in der Axe des Cylinders durchbohrten Glasplatte bedeckt ist; in dieser Durchbohrung ist eine etwa 5 Decimeter lange Röhre R von 2 Centimeter Durchmesser eingekittet, in deren Axe, welche zugleich die Axe des unteren Cylinders ist, ein dünner Silberdraht oder Kupferdraht sich befindet, welcher bis ungefähr in die Mitte des unteren Cylinders hinabreicht. Der Draht ist in der Mitte einer Messingscheibe ss in einem Knopfe r, man sehe die Nebenfigur, befestigt. An seinem unteren Ende trägt der Draht ein Schiffchen von Messing, welches den Magnetstab aufnimmt, so dass dieser nur in der Horizontalebene sich drehen kann. Der Knopf r ist conisch in die mittlere Oeffnung der Scheibe ss eingeschliffen und kann um die Axe der Röhre R mit dem Drahte gedreht werden, so dass man dem Drahte in Bezug auf die Torsion jede Gleichgewichtslage geben kann. Die Messingscheibe ss, welche der Torsionskreis heisst, ist auf ihrer hohen Kante mit einer Gradtheilung versehen; ein an dem Knopfe r vorhandener Zeiger steht auf dieser Theilung ein, so dass man die Drehung des Knopfes auf der Theilung ablesen kann. An dem Torsionskreise findet sich unten eine Messingröhre h, welche genau in die Messingfassung f der Röhre R passt und mit sanfter Reibung in derselben gedreht werden kann. An der Fassung f befindet sich ebenfalls ein auf die Kreistheilung an der Scheibe ss weisender Index, welcher die Drehung der Scheibe zu bestimmen gestattet.

Fig. 12.



Rund um den Glascylinder C ist in der Höhe, in welcher der Magnetstab schwebt, ein Messingstreifen gelegt, welcher in 360 gleiche Theile getheilt ist, welcher also die Lage des Magnetstabes, den Winkel, welchen er in einer bestimmten Stellung mit dem magnetischen Meridian bildet, zu bestimmen gestattet.

Da dieser Apparat die Aufgabe hat, die Drehungsmomente, welche den magnetischen Stab in den Meridian zurückführen, wenn er um verschiedene Winkel aus demselben abgelenkt ist, durch die Torsion des Drahtes mit einander zu vergleichen, so ist es zunächst nothwendig, den Apparat so einzurichten, dass der Faden ganz ohne Torsion ist, wenn der Magnetstab sich im magnetischen Meridian befindet.

Man stellt daher zunächst den ganzen Apparat so auf, dass der die Punkte 0 und 180 der unteren Theilung verbindende Durchmesser des Cylinders *C* dem vorher bestimmten magnetischen Meridiane parallel ist. Darauf legt man in das an dem Drahte hängende Schiffchen einen dünnen Kupferstab und bewirkt durch Drehung des Knopfes *r*, welche dem Faden, wenn er unten fest wäre, eine Torsion ertheilen würde, dass dieser Kupferstab sich genau in den magnetischen Meridian einstellt und sich selbst überlassen dort stehen bleibt. Da das nur dann der Fall ist, wenn der Faden in dieser Lage ohne Torsion ist, so wird nachher, wenn der Kupferstab durch den Magnetstab ersetzt wird, auch dieser dem magnetischen Meridiane parallel sein, wenn der Faden ohne Torsion ist. Schliesslich stellt man dann den Torsionskreis so, dass der an dem Knopfe *r* befindliche Index auf den Nullpunkt der am Torsionskreise befindlichen Theilung zeigt, wenn der Kupferstab in dem magnetischen Meridiane einsteht.

Jetzt ersetzt man den Kupferstab durch einen Magnetstab, so dass sein Nordende nach Norden zeigt, dass er sich also ohne jegliche Torsion des Fadens im magnetischen Meridiane im Gleichgewicht befindet. Um nun die den Stab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente zu vergleichen, ertheilt man dem Faden durch Drehung des Knopfes *r* um einen Winkel ϑ eine bestimmte Torsion. Der Magnetstab folgt dann der dem Faden ertheilten Drehung und kommt nach einigen Schwankungen zur Ruhe, wenn er um einen Winkel α abgelenkt ist. Auf den abgelenkten Magnetstab wirken nun zwei Kräfte ein, erstens die Torsion des Drahtes, welche ihn von dem magnetischen Meridiane zu entfernen sucht, und zweitens die magnetischen Kräfte, welche ihn in den Meridian zurückzuführen suchen; er befindet sich daher im Gleichgewicht, wenn beide drehenden Kräfte einander gleich sind. Bezeichnen wir daher den Torsionscoefficient des Drahtes mit T und das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte mit M', so haben wir die Gleichung

$$T \,.\, (\vartheta - \alpha) = M'.$$

Man ertheilt dann dem Drahte eine andere Torsion um einen Winkel ϑ' und beobachtet dann einen andern Winkel α', welchen der Magnetstab im Zustande des Gleichgewichts mit dem magnetischen Meridiane bildet. Bezeichnen wir das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte jetzt mit M'', so besteht die Gleichung

$$T \,.\, (\vartheta' - \alpha') = M''.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\vartheta - a}{\vartheta' - a'}$$

oder die den Magnetstab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente sind direct den Winkeln proportional, um welche man den Draht tordiren musste, damit der Stab in die betreffenden Lagen kam.

Vergleicht man dann die Torsionswinkel $\vartheta - \alpha$ und $\vartheta' - \alpha'$ und die Winkel α und α', um welche der Stab abgelenkt wurde, mit einander, so findet man, dass

$$\vartheta - \alpha : \vartheta' - \alpha' = \sin \alpha : \sin \alpha',$$

also auch dass

$$M' : M'' = \sin \alpha : \sin \alpha'$$

oder, dass die den Stab in den magnetischen Meridian zurückführenden Kräfte dem Sinus des Winkels proportional sind, um welchen der Stab aus dem magnetischen Meridian abgelenkt ist.

Ist daher D das Drehungsmoment, welches die Nadel zurückzuführen sucht, wenn der Stab senkrecht zu dem magnetischen Meridiane steht, so ist allgemein das Drehungsmoment M, wenn er mit dem Meridiane den Winkel α bildet,

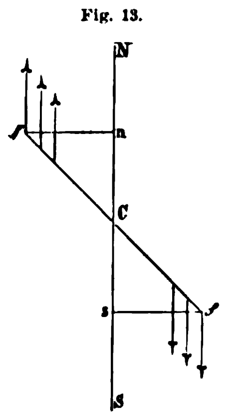
$$M = D \,.\, \sin \alpha.$$

Auf einem andern noch einfacheren Wege können wir den Nachweis liefern, dass das den Magnetstab in den Meridian zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Wendet man nämlich in der Torsionswage einen so dünnen Draht oder Faden an, dass die Torsionskraft desselben gegen das Drehungsmoment des magnetischen Stabes verschwindend klein ist, und versetzt dann den Magnetstab, indem man ihm einen andern Magnet nähert, in kleine Schwingungen, so findet man, dass dieselben ebenso wie bei dem Pendel isochron sind, das heisst, dass die Schwingungsdauer, so lange die Amplituden überhaupt nur klein sind, von der Amplitude unabhängig ist, dass überhaupt die Schwingungen genau denselben Gesetzen folgen, wie ein unter der Wirkung der Schwere schwingendes Pendel. Ebenso wie diese letztere Bewegung hat deshalb auch die schwingende Bewegung der Magnete Kräfte zur Voraussetzung, welche dem Magnete ein dem Sinus des Ablenkungswinkels proportionales Drehungsmoment ertheilen. Da nun ein so pendelnder Magnetstab nur in Folge seines Magnetismus in den Meridian zurückgeführt wird, so folgt, dass der Magnetismus einem nicht im magnetischen Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment ertheilt, welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist[1]).

1) Dieser Satz wurde zuerst von *Lambert* abgeleitet; man sehe *Gehler's* Wörterbuch Bd. VI. 2. Abthl. p. 746 ff. Später von *Coulomb* durch die angeführten Methoden strenger bewiesen. *Coulomb* a. a. O.

Aus diesem Satze folgt nun weiter, dass die auf den magnetisirten Stab einwirkenden Kräfte einander und dem magnetischen Meridiane parallel sind, dass diese Kräfte die Nordhälfte der Nadel $C\mathcal{N}$ (Fig. 13) nach dem magnetischen Nordpol parallel CN, dagegen die Südhälfte der Nadel $C\mathcal{S}$ nach dem magnetischen Süden parallel CS ziehen. Denn in dem Falle ist das Drehungsmoment der Nadel dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, da das Drehungsmoment, welches eine Kraft auf einen Körper ausübt, gleich ist dem Producte aus jener Kraft und dem in der Drehungsebene genommenen senkrechten Abstande der Richtung der Kraft von der Drehungsaxe.

Fig. 13.



Da wir nun gerade in dem Magnetismus eines Stabes die Ursache einer solchen drehenden Kraft erkennen, so folgt, dass an allen Punkten eines Stabes, welche freien Magnetismus enthalten, derartige Kräfte angreifen. An jedem Punkte der Nordhälfte eines Stabes, welcher freien Nordmagnetismus enthält, greift eine Kraft an, welche den Stab nach Norden zieht; an jedem Punkte der Südhälfte, der freien Südmagnetismus enthält, greift eine ebensolche Kraft an, die ihn nach Süden zieht; je zwei solcher an symmetrisch zur Drehungsaxe liegenden Punkten angreifender Kräfte bilden ein Kräftepaar, welches den aus dem Meridiane gebrachten Stab zurückzudrehen sucht. An jeder Hälfte des Stabes greift also ein System von parallelen Kräften an. Diese parallelen Kräfte haben eine bestimmte, ihrer Summe gleiche Mittelkraft, welche an einem bestimmten Punkte, dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte, angreift und in jeder Beziehung anstatt der vertheilten Kräfte als wirksam gedacht werden kann. Die Angriffspunkte dieser Kräfte an dem Magnete sind die eigentlichen magnetischen Pole. In dieser Weise definirt liegen die Pole also keineswegs an den Enden der Stäbe, wo der freie Magnetismus am stärksten ist, sondern an irgend welchen Punkten im Innern der Stäbe, deren Lage abhängig ist von der Vertheilung der am magnetischen Stabe wirksamen Kräfte.

Gerade so nun wie ein Pendel im Gleichgewicht ist, wenn sein Schwerpunkt mit der Drehungsaxe des Pendels in derselben Verticalebene sich befindet, so wird der Magnetstab, das magnetische Pendel im Gleichgewicht sein, wenn die Verbindungslinie der beiden Pole sich im magnetischen Meridiane befindet, da dann die an beiden Polen angreifenden Kräfte gerade nach entgegengesetzten Richtungen wirken, ihre Hebelarme also gleich Null sind. Die Verbindungslinie der beiden Pole ist also jene Richtung, der wir vorher den Namen der magnetischen Axe gaben. Steht sie senkrecht zum Meridian, so erhält das Drehungsmoment des Stabes seinen grössten Werth.

Da aus der durchgeführten Untersuchung folgt, dass auf die Magnete Parallelkräfte wirken, welche die Nordhälfte der Nadel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden ziehen, so wird man sofort zu der Frage geführt, was es denn sei, was diese Zugkräfte auf den Magnet ausübt. Wir werden diese Frage zwar später ausführlicher untersuchen, zur Klärung der Vorstellungen bemerken wir aber hier schon vorgreifend, dass dieses Verhalten auf die Annahme geführt hat, dass die Erde selbst ein magnetischer Körper sei, dessen Nordhälfte nach unserer Bezeichnungsweise südlichen Magnetismus enthält, während die Südhälfte Nordmagnetismus enthält. Es ist leicht zu zeigen, wie durch diese Annahme die betrachteten Erscheinungen ihre Erklärung finden. Denken wir uns z. B. nur einen Südpol in grosser Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridianes vor dem Nordpole unseres Stabes, so wird derselbe alle Theile des aufgehängten Magnetstabes, welche freien Nordmagnetismus enthalten, nach Norden ziehen, alle diejenigen, welche freien Südmagnetismus enthalten, nach dem magnetischen Süden hin abstossen. Ganz ebenso wird ein Nordpol wirken, welcher in grosser Entfernung an der Südseite unseres Stabes sich befindet; er wird ebenfalls den Stab dem Meridiane parallel und so zu stellen suchen, dass der Nordpol nach Norden zeigt. Wenn demnach die Erde ein grosser Magnet ist, dessen Pole in grosser Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridianes von uns entfernt sind, so muss ein sich selbst überlassener Magnet immer dem Meridiane parallel gestellt werden, da durch die Einwirkung der magnetischen Erdpole auf den freien Magnetismus des Stabes dem nicht im Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment ertheilt wird, welches ihn in den Meridian zurückführt.

In dieser Directionskraft eines Magnetstabes erhalten wir gleichzeitig ein Maass für den Magnetismus desselben, indem wir diesen, oder strenger genommen das magnetische Moment des Stabes seiner Directionskraft proportional setzen können. Denn denken wir uns zunächst einen Magnet von der Länge l, an dessen Enden gewisse Quantitäten freien Magnetismus, an dem einen Ende Nord-, an dem andern Südmagnetismus vorhanden seien. Der Nordmagnetismus wird dann nach Norden, der Südmagnetismus nach Süden hin getrieben. Gerade so wie wir nun in der Mechanik die Masse eines Körpers dem Gewichte desselben, das heisst der Kraft, mit welcher er frei fallend gegen den Mittelpunkt der Erde getrieben wird, proportional setzen, können wir auch die Menge des Nord- oder Südmagnetismus der Kraft proportional setzen, mit welcher dieselbe gegen Norden oder Süden getrieben wird. Nennen wir nun die Kraft, mit welcher die als Einheit angenommene Menge Nord- oder Südmagnetismus nach Norden oder Süden getrieben wird, T, so wird jene Menge Magnetismus gleich m sein, bei welcher die in der Richtung des Meridians wirkende Kraft gleich $m \,.\, T$ ist. Setzen wir nun an den Enden des vorhin angenommenen Magnetes von

der Länge l die so gemessenen Mengen m Nord- resp. Südmagnetismus voraus, so ist die Directionskraft dieses Magnetes

$$D = T \,.\, m \,.\, l.$$

Die Directionskraft ist somit dem Producte aus den an den Enden eines Magnetes der gedachten Beschaffenheit vorhandenen Magnetismen und der Länge des Magnetes direct proportional. Dieses Product $m \,.\, l$ bezeichnet man als das magnetische Moment des Stabes. Die Directionskraft ist also gleich dem magnetischen Momente multiplicirt mit einer Constanten, T, deren Werth abhängig ist von der als Einheit gewählten Menge des Magnetismus, und welche uns gleichzeitig die Stärke des Erdmagnetismus misst; nach obiger Gleichung wird dieselbe gemessen durch die Directionskraft eines Stabes, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Unsere Entwicklung hat zunächst einen einfachen Magnet, d. h. einen solchen vorausgesetzt, der lediglich an seinen Enden freien Magnetismus besitzt; dass dieselbe indess auch für vollständige Magnete von der im §. 2 erkannten Beschaffenheit gilt, ersieht man leicht. Denken wir durch die Mitte der Axe eines solchen Magnetes eine Drehungsaxe, und befinden sich an der einen Seite der Drehungsaxe in den Entfernungen $\frac{l}{2}, \frac{l'}{2}, \frac{l''}{2} \ldots$ die Nordmagnetismen $m, m', m'' \ldots$ an der andern Seite in den gleichen Entfernungen die gleichen Mengen Südmagnetismen, so ist die Directionskraft dieses Magnetes

$$D = T \,.\, m\, l + T \,.\, m' l' + T\, m'' l'' + \cdots$$

oder da die Constante T in allen Gliedern denselben Werth hat

$$D = T \left\{m\, l + m' l' + m'' l''\right\} = T \,.\, \Sigma\, m\, l,$$

worin dann $\Sigma\, m\, l$ die Summe der Momente aller einzelnen in dem Stabe vorhandenen freien Magnetismen, also das magnetische Moment des ganzen Stabes bedeutet.

Wir können demnach stets die magnetischen Momente der Magnete durch die Directionskraft messen, zwei Magnete gleicher Directionskraft haben gleiche Momente und allgemein verhalten sich die Momente der Magnetstäbe wie deren Directionskräfte.

§. 6.

Messung der magnetischen Directionskraft. Dieselben Methoden, durch welche man die Natur der auf einen in horizontaler Ebene drehbar aufgehängten Magnet wirkenden Kräfte auffindet, sind auch geeignet, die Grösse des Drehungsmomentes, welches den Magnet in den Meridian zurückführt, zu messen.

Um das Drehungsmoment mit der Torsionswage zu bestimmen, verfährt man nach Coulomb[1]) so, dass man in die Torsionswage, welche in

1) *Coulomb,* Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise vorgerichtet ist, einen Magnetstab legt. Wenn sich derselbe in dem magnetischen Meridiane befindet, so ist der Faden zugleich ohne Torsion. Man tordirt dann den Faden um einen bestimmten Winkel, etwa um zwei ganze Umdrehungen, und beobachtet die Ablenkung des Magnetstabes aus dem Meridiane. Betrage die Ablenkung z. B. 20^0, wenn der Magnetstab seine Gleichgewichtslage angenommen hat.

Auf den Magnetstab wirken dann zwei Kräfte ein, nämlich die magnetische Directionskraft, welche ihn in den Meridian zurückzuführen sucht, und zweitens das Drehungsmoment in Folge der Torsion des Aufhängefadens, welches den Stab vom Meridiane fortzuführen strebt. Beide Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Sei nun D die magnetische Directionskraft, wenn der Stab senkrecht zum Meridiane steht, und α der Ablenkungswinkel, welchen er in Folge der Torsion um ω^0 erhalten hat, sei ferner F der Torsionscoefficient des Fadens, wenn er um 1^0 tordirt ist, so besteht die Gleichung

$$D \cdot \sin \alpha = F \cdot \omega,$$

somit

$$D = F \cdot \frac{\omega}{\sin \alpha}.$$

In dem angeführten Beispiele ist der Faden um zwei Umdrehungen, also 720^0 gedreht und der Stab dieser Torsion 20^0 gefolgt; der Torsionswinkel ist also $\omega = 700$ und

$$D = F \cdot \frac{700}{\sin 20^0}.$$

Hat man nun den Werth von F vorher auf dem bekannten Wege[1]) bestimmt, so erhält man für D einen ganz bestimmten Werth; derselbe gibt an, dass das Drehungsmoment, welches den Magnetstab, wenn er senkrecht zum magnetischen Meridiane steht, in Folge seines Magnetismus in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich dem Drehungsmomente einer wirksamen Kraft an dem Endpunkte eines der Einheit gleichen Hebelarmes sei, welche den Faden, der um $\frac{\omega}{\sin \alpha}$ Grade tordirt ist, vom Zurückdrehen abhält.

Auf diese Weise bestimmen wir also das Drehungsmoment, welches den Magnetstab in den Meridian zurückführt, direct durch ein anderes, dem wir es gleich machen; diese Methode gestattet es daher, ohne weiteres die Directionskräfte zweier Magnetstäbe und damit die magnetischen Momente zu vergleichen. Ist nämlich bei einem andern Stabe eine Torsion von ω'^0 nothwendig, um den Magnetstab aus seiner Gleichgewichtslage um α^0 zu entfernen, so besteht für diesen die Gleichung:

---

1) Man sehe I. Theil §. 54.

$$D' = F \cdot \frac{\omega'}{\sin \alpha}$$

und somit

$$D : D' = \omega : \omega'.$$

Die Directionskräfte zweier beliebiger Magnetstäbe verhalten sich somit direct wie die Winkel, um welche wir den Draht der Torsionswage tordiren müssen, um den Magnetstäben gleiche Ablenkungen aus dem magnetischen Meridiane zu ertheilen. Da wir nun die Directionskraft D als Maass des magnetischen Momentes erkannt haben, so folgt zugleich, dass die magnetischen Momente zweier Stäbe sich verhalten wie die Winkel, um welche der Draht der Torsionswage tordirt werden muss, damit die beiden Stäbe gleiche Ablenkung aus dem magnetischen Meridiane erhalten.

Um die magnetische Directionskraft nach der zweiten Methode, nach derjenigen der Oscillationen in einem bestimmten Maasse auszudrücken[1], haben wir auf die Schwingungen des Magnetstabes die Gesetze der Pendelbewegung anzuwenden. Ein Magnetstab, welcher in horizontaler Ebene drehbar an einem Faden aufgehängt ist, dessen Torsionskraft wir als verschwindend klein ansehen können, vollführt, wie wir sahen, Schwingungen um seine Gleichgewichtslage. Die Dauer dieser Schwingungen hängt bekanntlich ab von der Grösse der bewegenden Kraft und der Grösse der zu bewegenden Masse. Wie wir nun im ersten Theile nachgewiesen haben, ist die Schwingungsdauer eines Pendels direct proportional der Quadratwurzel aus dem Abstande des Angriffspunktes der bewegenden Kraft von der Drehungsaxe und umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Beschleunigung, welche die bewegende Kraft derjenigen Masse ertheilt, welche in dem Angriffspunkte der Kraft die Masse des ganzen Pendels ersetzt. Da nun die Schwingungen der Magnetstäbe denselben Gesetzen folgen wie die Schwingungen gewöhnlicher Pendel, so muss auch die Schwingungsdauer ganz ebenso von der bewegenden Kraft und der bewegten Masse abhängen.

Die bewegende Kraft ist beim Magnete die Kraft, welche die Nordhälfte des Stabes dem Meridiane parallel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden treibt, die Angriffspunkte dieser Kraft sind die magnetischen Pole, und das Drehungsmoment, welches diese Kraft auf den Stab ausübt und welches wir bisher mit D bezeichneten, gibt uns jene Kraft, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dem Stabe dasselbe Drehungsmoment ertheilen würde.

Die Masse, welche in demselben Punkte, in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe, die Masse des ganzen Magnetstabes ersetzt, ist durch das Trägheitsmoment des Stabes in Bezug auf die Drehungsaxe gegeben. Bezeichnen wir dieses Trägheitsmoment mit K, so ist die Beschleunigung,

---

1) *Coulomb,* Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

welche die auf den Magnet wirkende Kraft der Masse des Magnetes bei constanter Wirkung ertheilen würde, gleich

$$\frac{D}{K}.$$

Wir haben auf diese Weise sowohl den Angriffspunkt der Kraft, als auch die Masse des Magnetstabes in die Abstandseinheit von der Drehungsaxe versetzt; die Schwingungsdauer t eines solchen Stabes ist daher gegeben durch die Gleichung

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Ist daher durch die Beobachtung die Schwingungsdauer t eines Magnetes bekannt, so erhält man daraus

$$D = \frac{\pi^2 . K}{t^2}$$

für die magnetische Directionskraft. Dieselbe ist hier gegeben durch Gewichte, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dasselbe Drehungsmoment ausüben, welches die magnetischen Kräfte dem Magnetstabe ertheilen.

Haben K', t', D' für einen andern Magnetstab dieselbe Bedeutung, so ist für diesen

$$D' = \frac{\pi^2 . K'}{t'^2},$$

somit

$$D : D' = K . t'^2 : K' t^2.$$

Ist nun $t = t'$, so wird

$$D : D' = K : K',$$

oder bei gleicher Schwingungsdauer verhalten sich die Directionskräfte zweier Magnete direct wie die Trägheitsmomente der Stäbe. Ist $K = K'$, so wird

$$D : D' = t'^2 : t^2,$$

oder die Directionskräfte zweier Magnetstäbe gleicher Masse verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauer derselben. Die Schwingungszahlen der beiden Stäbe in gleichen Zeiten verhalten sich nun umgekehrt wie die Schwingungsdauer. Bezeichnen wir die Schwingungszahlen mit n und n', so erhalten wir

$$D : D' = n^2 : n'^2,$$

oder die magnetischen Directionskräfte zweier Stäbe gleicher Trägheitsmomente verhalten sich direct wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

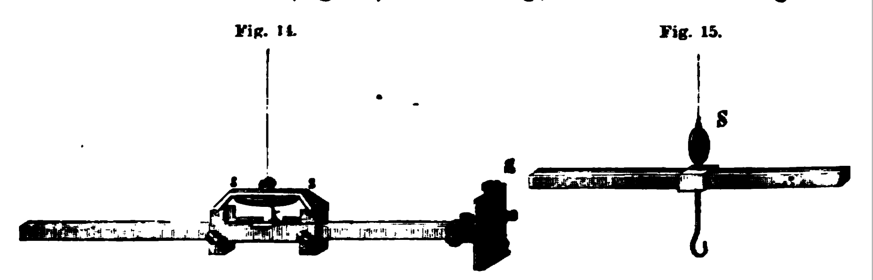
Um nach dieser Methode die Directionskraft D zu bestimmen, bedarf es nun vor allem einer genauen Bestimmung der Schwingungsdauer t und

des Trägheitsmomentes K. Beides lässt sich mit astronomischer Genauigkeit nach der von Gauss angegebenen Methode [1]) bestimmen.

Wir beschreiben den von Gauss zu diesem Zwecke angegebenen Apparat, das Magnetometer, ausführlich, da er ausser zur Bestimmung von D noch zu andern Zwecken gebraucht wird. Das Magnetometer von Gauss besteht aus zwei getrennten Theilen, dem aufgehängten Magnetstabe und einem Theodolithen zur Beobachtung der Schwingungen.

Der zu untersuchende Magnetstab wird an einem Faden, der aus mehreren Coconfäden zusammengelegt ist, aufgehängt. Der Faden ist durch eine besondere Vorrichtung, welche ihn zu heben und zu senken gestattet, an der Decke des Beobachtungszimmers befestigt. Er trägt an seinem unteren Ende ein Schiffchen *ss* (Fig. 14) von Messing, in welches der Magnetstab

Fig. 14. Fig. 15.



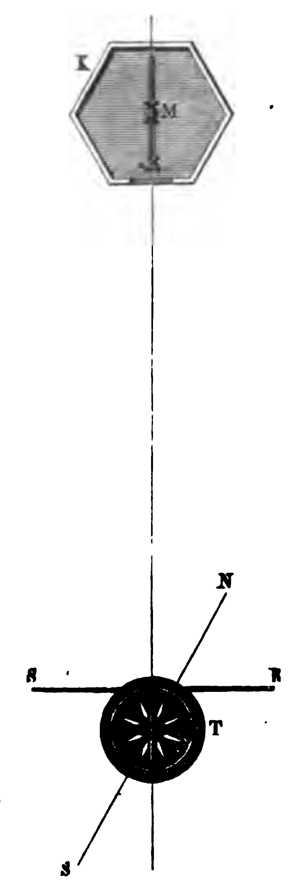
hineingelegt wird. Das Schiffchen ist so eingerichtet, dass man durch Drehung eines Kreises k, in dessen Axe der Faden befestigt ist, den Faden an seinem untern Ende tordiren kann, ohne dass bei dieser Torsion der Magnetstab mitgedreht wird. Der Magnetstab ist mit einem Spiegel versehen, welcher genau senkrecht zur magnetischen Axe gestellt ist. Der Spiegel ist entweder an dem einen Ende des Magnetstabes Fig. 14 S oder, je nach den Umständen, an dem Träger desselben Fig. 15 S befestigt. Ist das Letztere der Fall, so ist der Träger mit einer doppelten Aufhängevorrichtung versehen, so dass man den aufgehängten Magnetstab umhängen kann, das heisst die jetzt obere Seite zur unteren machen kann. An der Befestigung des Spiegels Fig. 14 sind einige Correctionsschrauben angebracht, welche gestatten, die Spiegelebene in horizontaler sowie in verticaler Richtung etwas zu drehen, damit man so den Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe stellen kann.

Der Magnetstab hängt in einem sechseckigen Kasten von Holz oder von Pappe Fig. 16 K, welcher bis auf zwei Oeffnungen rings geschlossen ist. Die eine Oeffnung befindet sich in dem Deckel des Kastens, sie dient

1) *Gauss*, Intensitas vis magneticae terrestris in mensuram absolutam revocata. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII. Die detaillirte Beschreibung des Apparates findet sich in: Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. I. Bd. Göttingen 1836.

zum Durchlassen des Aufhängefadens. Die andere ist dem mit dem Spiegel versehenen Ende des Magnetstabes gegenüber angebracht und etwas grösser als der Spiegel selbst. In einiger Entfernung von dem Magnetstabe, in der Richtung des magnetischen Meridianes, und zwar dem Spiegel gegenüber, ist ein Theodolith aufgestellt. Die Verticalebene, welche die verticale Axe des Theodolithen und den Aufhängefaden aufnimmt, ist die Ebene des magnetischen Meridianes. Fig. 16 zeigt die Aufstellung von oben gesehen, *T* ist der Theodolith, *M* der mit dem Spiegel versehene Magnetstab, von dem wir annehmen, seine magnetische Axe befinde sich genau im magnetischen Meridiane und der Spiegel sei senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes befestigt.

Fig. 16.



Die optische Axe des Theodolithfernrohrs ist etwas höher als der Magnetstab und in der Verticalebene des magnetischen Meridianes so abwärts geneigt, dass sie gegen die Mitte des Spiegels an dem Stabe gerichtet ist.

An dem Stative des Theodolithen ist eine etwa 1^{m} lange in Millimeter getheilte horizontale Scala *SR* befestigt, welche mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Der Nullpunkt der Scala befindet sich an dem einen Ende des Stabes und die Theilung ist von da aus aufgetragen. Der Mittelpunkt der Scala befindet sich mit der optischen Axe des Theodolithfernrohrs in derselben Verticalebene. Die Lage des Mittelpunktes wird dadurch bestimmt, dass ein vor der Mitte des Objectivs herabhängender feiner Faden, der durch ein kleines Gewicht gespannt ist, denselben deckt.

Die Scala ist ferner so tief unter dem Fernrohr angebracht, dass das Bild eines Theiles derselben im Spiegel durch das Fernrohr gesehen werden kann; das Fernrohr ist zu dem Ende auf die doppelte Entfernung des Spiegels eingestellt.

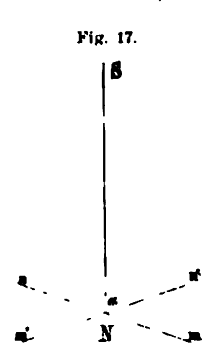
Befindet sich nun in der That die magnetische Axe des Stabes genau im magnetischen Meridiane, ist der Spiegel zu dieser Axe genau senkrecht gestellt und der Theodolith nebst Scala in der angegebenen Weise orientirt, so muss der durch den feinen Faden markirte Mittelpunkt der Scala im Spiegelbild gerade am verticalen Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs erscheinen. Untersuchen wir zunächst die Maassnahmen, welche dazu führen.

Damit die magnetische Axe des Stabes sich genau im Meridiane befinde,

ist es erforderlich, dass der Aufhängefaden ohne Torsion sei, wenn der Magnetstab sich in der Gleichgewichtslage befindet. Man bestimmt dazu mit dem vorgerichteten Magnete zunächst den Meridian annähernd, indem man ihn in der angegebenen Weise aufhängt. Da die Torsionskraft der angewandten Fäden nur sehr klein gegen das Drehungsmoment des Magnetes ist, so wird selbst bei starker Torsion des Fadens nur eine geringe Abweichung des Magnetes vom Meridian vorhanden sein. Man stellt den Theodolithen dem Spiegel gegenüber und merkt den Theilstrich der Scala, welcher am Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint. Man ersetzt darauf den Magnetstab durch einen genau ebenso eingerichteten Messingstab, in welchem nur, um die Schwingungen in Folge der Torsionselasticität etwas abzukürzen, ein kleines, schwach magnetisirtes Magnetstäbchen eingelegt ist. War der Faden vorher ohne Torsion, so wird sich dieser Stab genau so stellen, als der Magnetstab vorher; war das nicht der Fall, so nimmt er eine andere Stellung ein und dann verdreht man den Faden mit dem am Schiffchen befindlichen Torsionskreis so lange, bis der Stab genau die Stellung des Magnetstabes hat. Ersetzt man dann diesen Torsionsstab wieder durch den Magnetstab, so wird die Lage desselben jetzt eine etwas andere als vorher, jedenfalls aber dem Meridiane nähere sein, wenn nicht ihn schon erreichen. Man merkt seine Stellung wieder, ersetzt ihn durch den Torsionsstab und dreht den Faden wieder so weit, dass die Lage des letztern Stabes derjenigen des Magnetes genau gleich ist. Ist bei dann folgendem Einsetzen die Lage des Magnetes noch etwas geändert, so verfährt man noch einmal gerade so, bis die Lage des magnetischen Stabes und des Torsionsstabes genau dieselbe ist. Hat man das erreicht, so kann man sicher sein, dass der Faden, wenn der Magnet in der Gleichgewichtslage sich befindet, ohne Torsion ist, dass also die magnetische Axe des Stabes bei der Ruhelage des letztern genau im magnetischen Meridiane ist.

Um dann zu untersuchen, ob der Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe ist, merkt man sich zunächst den am Fadenkreuz erscheinenden Theilstrich der Scala, nimmt dann den Magnetstab aus dem Schiffchen heraus und hängt ihn um, so dass seine vorher untere Seite zur obern wird. Bildet der Spiegel mn (Fig. 17) mit der magnetischen Axe NS des Stabes einen andern Winkel α als einen Rechten, so ist nach dem Umlegen die Lage des Spiegels eine andere geworden $m'n'$, was man daraus erkennt, dass ein anderer Theilstrich der Scala in das Fernrohr reflectirt wird. Mit Hülfe der Correctionsschrauben wird dann der Spiegel in die richtige Lage gebracht. War vorher z. B. der Theilstrich 10 rechts vom Mittelpunkte und nach dem Umlegen der Theilstrich 20 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz sichtbar, so muss man die Stellung des Spiegels soweit corrigiren, dass der

Fig. 17.



Theilstrich 5 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz erscheint. Nach nochmaligem Umlegen wird dann derselbe Theilstrich am Fadenkreuz sichtbar sein. Indem man dann den Magnetstab um 90⁰ und 270⁰ dreht, verfährt man gerade so, um auch den Verticaldurchschnitt des Spiegels senkrecht zur magnetischen Axe zu stellen.

Schliesslich hat man dann noch, um das Magnetometer ganz vollständig einzurichten, dem Theodolithen die richtige Stellung zu geben, d. h. ihn so aufzustellen, dass, wenn der Magnet in seiner Gleichgewichtslage sich befindet, der Mittelpunkt der Scala, welcher durch den vor der Mitte des Objectivs herabhängenden Faden bestimmt ist, im Spiegel nach dem Fadenkreuz des Fernrohrs hin reflectirt wird.

Hiermit ist das Magnetometer ein für allemal nicht nur zu den Schwingungsversuchen, sondern noch zu einer Anzahl demnächst ausführlich mitzutheilender Beobachtungen, eingerichtet. Bei Einsetzung verschiedener Magnetstäbe hat man nur dafür Sorge zu tragen, dass bei jedem der Spiegel senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes ist.

Um nun mit diesem Apparate die Schwingungsdauer eines Magnetstabes genau zu bestimmen [1]), versetzt man denselben durch Annäherung eines Magnetstabes, der dann aber wieder entfernt wird, in kleine Schwingungen. Die Schwingungszeit eines Pendels oder eines Magnetstabes ist die Zeit, welche derselbe braucht, um von einer äussersten Stellung zur entgegengesetzten zu gelangen, welche also zwischen zwei auf einander folgenden Elongationen verstreicht. Da es jedoch äusserst schwierig ist, den Zeitpunkt der Elongationen, d. h. den Moment genau zu bestimmen, in welchem der Stab genau seine äusserste Lage erreicht, so ist es besser, die Schwingungsdauer aus correspondirenden Beobachtungen zu bestimmen. Man beobachtet zu dem Ende genau den Moment, wann ein bestimmter Theilstrich der Scala sowohl beim Hingange als bei der Rückkehr das Fadenkreuz des Fernrohrs passirt, und nimmt dann das Mittel aus den beobachteten Zeiten für den Zeitpunkt der betreffenden Elongation. Am besten wählt man einen Theilstrich, welcher der Mitte der Schwingungen möglichst nahe liegt, wenn die Amplituden nicht zu gross sind, da dort die Bewegung am schnellsten ist, also der Zeitpunkt des Durchgangs des Theilstriches am genauesten bestimmt werden kann. Zu dem Ende ist es am besten, in der Nähe des Theodolithen eine Secunden schlagende Pendeluhr aufzustellen, und es so einzurichten, dass der Vorübergang des Theilstriches mit einem Secundenschlage zusammenfällt. Man hat dann von einem bestimmten Durchgange an die Secunden bis zu dem folgenden nach der gleichen Richtung geschehenden Durchgange zu zählen. So beobachte man z. B. den ersten Durchgang eines bestimmten Theilstriches 1 Uhr 10 Minuten

---

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. II. Bd. Göttingen 1837.

12 Secunden, den folgenden beim Rückgange des Pendels $1^h\ 10'\ 54''$ und den dritten $1^h\ 11'\ 37''$, dann folgt aus der ersten und zweiten Beobachtung, dass der Stab um $1^h\ 10'\ 33''$ seine äusserste Lage nach der einen Seite erreicht hatte, aus der zweiten und dritten, dass er um $1^h\ 11'\ 15{,}5''$ in der äussersten Lage an der andern Seite der Bahn war. Daraus ergibt sich die Schwingungsdauer

$$1^h\ 11'\ 15{,}5'' - 1^h\ 10'\ 33'' = 42{,}5''.$$

Sollte der Durchgang des Theilstriches nicht genau mit einem Secundenschlage zusammenfallen, so beobachtet man, welcher Theilstrich bei dem Secundenschlage vor dem Durchgange und bei dem Schlage nach dem Durchgange am Fadenkreuz ist, und bestimmt den Bruchtheil der Secunde nach dem Verhältniss der Entfernungen dieser beiden Theilstriche von dem gewählten Theilstriche, indem man annimmt, dass während einer Secunde die Bewegung des Stabes gleichförmig ist. So sei der gewählte Theilstrich z. B. der Theilstrich 500, und man finde, dass bei dem vorhergehenden Secundenschlage der Theilstrich 512, bei dem folgenden 494 am Fadenkreuz erscheine, so fand der Durchgang $0{,}66''$ nach dem ersten Secundenschlage statt.

Man wird nun niemals durch eine einzige solche Beobachtung die Schwingungszeit bestimmen wollen, sondern stets mehrere anstellen. Es ist dazu nicht erforderlich, dass man während der ganzen Dauer des Versuches den Bewegungen des Stabes folge, man hat nur die Zeiten der ersten und letzten Elongation zu bestimmen, sobald man durch eine Anzahl Beobachtungen die Schwingungsdauer soweit kennt, dass über die Zahl der in jener Zwischenzeit stattfindenden Schwingungen kein begründeter Zweifel sein kann. Ein Beispiel wird das noch klarer machen. Wir nehmen an, dass man wieder den Theilstrich 500 beobachte und dass man den ersten Durchgang desselben um $9^h\ 55'\ 26{,}9''$ beobachtet habe. Wir wollen nun die Durchgänge, bei denen auf den Theilstrich 500 die tieferen, also 490, 480 etc. folgen, mit dem Zeichen — versehen, die anderen mit dem Zeichen +; der erste beobachtete Durchgang sei einer nach der negativen Seite gewesen; man habe dann folgende Beobachtungen gemacht:

$9^h\ 55'\ 26{,}9''$ —	$9^h\ 56'\ 8{,}4''$ +
$56'\ 51{,}2''$ —	$57'\ 33''$ +
$58'\ 15{,}5''$ —	$58'\ 57{,}4''$ +

Nach einer längern Unterbrechung seien dann folgende Beobachtungen gemacht worden:

$11^h\ 38'\ 49{,}2''$ +	$11^h\ 39'\ 31{,}5''$ —
$40'\ 13{,}6''$ +	$40'\ 56''$ —
$41'\ 38{,}1''$ +	$42'\ 20{,}3''$ —

Aus den ersten sechs Beobachtungen berechnet man nun in der angegebenen Weise folgende Elongationszeiten:

0	9h 55′ 47,65″
1	56′ 29,80″
2	57′ 12,10″
3	57′ 54,25″
4	58′ 36,45″

Die Differenz jeder nachfolgenden und vorhergehenden Zahl, oder die Summe der vier Differenzen, getheilt durch 4, gibt uns die Schwingungsdauer des Stabes mit grosser Annäherung; dieselbe wird daraus 42,2″.

Für den Zeitpunkt der ersten Elongation bei den folgenden sechs Beobachtungen findet man 11h 39′ 10,35″. Seit der Elongation 4 sind also verstrichen 1 Stunde 40 Minuten 33,9 Secunden oder 6033,9 Secunden. Durch Division dieser Zahl mit der Schwingungsdauer findet man für die Anzahl der in dieser Zeit stattgefundenen Elongationen 142,983. Da nun eine ganze Anzahl von Schwingungen stattgefunden haben muss, und da weiter diese Zahl eine ungerade sein muss, wie aus dem Vorzeichen der ersten der späteren Beobachtungen hervorgeht, so unterliegt es keinem Zweifel, dass die Zahl der Schwingungen in dieser Zeit 143 ist. Denn nähme man 141 Schwingungen, so würde als Schwingungsdauer sich ergeben 42,7936″, nähme man 145 an, so würde dafür folgen 41,613″; beide Zahlen weichen von der gefundenen 42,2″ zu sehr ab. Aus der Zahl 143 ergibt sich 42,195, und diese Zahl werden wir daher als die wahrscheinlich richtigste annehmen dürfen.

Hat man keine schlagende Secundenuhr, so muss man von einem bestimmten Momente an die Anzahl der gleichgerichteten Vorübergänge in einer längern Zeit beobachten, und dann die Zeit durch die doppelte Anzahl der Vorübergänge dividiren, um die Schwingungsdauer zu erhalten, da zwischen zwei gleichnamigen Vorübergängen ein Hin- und Hergang stattfindet, also zwei Schwingungen zwischen dieselben fallen.

Hat man so die Schwingungsdauer möglichst genau beobachtet, so muss man, um die in unsere Gleichung eingehende Dauer t zu erhalten, an der beobachteten noch zwei Correctionen anbringen. Die erste ist die Correction wegen der Amplitude der Schwingungen, da, wie wir im ersten Theile sahen, der Ausdruck für die Schwingungsdauer strenge genommen nur für unendlich kleine Amplituden gilt. Wegen dieser Correction, welche man aus der Grösse des Schwingungsbogens berechnen kann, verweisen wir auf §. 31 des ersten Theiles. Wir erhielten dort für die Oscillationsdauer, wenn der Sinus versus der halben Oscillationsweite mit h und die Länge des Pendels mit l bezeichnet wurde, wenn wir ferner mit t' die beobachtete Oscillationsdauer bezeichnen,

$$t' = t\left\{1 + \tfrac{1}{4}\frac{h}{2l} + \cdots\right\};$$

weiter hat man nicht bei der geringen Grösse der hier beobachteten Schwingungsamplitude zu gehen.

Bezeichnen wir die halbe Amplitude mit α, so kann man, wie leicht zu sehen, obigen Ausdruck auf die Form bringen,

$$t' = t \left\{1 + {}^1/_4 \sin^2 {}^1/_2\, \alpha\right\}.$$

Bezeichnen wir nun die an der Scala beobachtete halbe Amplitude mit a, und den Abstand der Scala von dem Spiegel mit r, so ist, wie wir §. 10 des zweiten Theiles sahen,

$$\frac{a}{r} = \operatorname{tang} 2\,\alpha,$$

und da wir wegen der geringen Grösse der Bögen die Tangente mit dem Sinus vertauschen können und die Sinus den Bögen proportional setzen dürfen,

$$\frac{a}{r} = \sin 2\,\alpha;\ \frac{a}{4\,r} = \sin {}^1/_2\, \alpha.$$

Daraus wird

$$t' = t \left\{1 + \frac{a^2}{64\,r^2}\right\}$$

und mit hinreichender Annäherung für die auf unendlich kleine Amplituden berechnete Schwingungsdauer t

$$t = t' \left\{1 - \frac{a^2}{64\,r^2}\right\}.$$

Die so aus der unmittelbar beobachteten Schwingungsdauer t' abgeleitete t muss nun noch, wenn die äusserste Genauigkeit erreicht werden soll, deshalb corrigirt werden, weil die Torsion des Fadens einen wenn auch nur sehr kleinen Einfluss auf die Schwingungsdauer hat. Die Torsion des Fadens ist selbst eine den Stab treibende Kraft, sobald derselbe seine Gleichgewichtslage verlassen hat; sie sucht ebenfalls den Stab in die Gleichgewichtslage zurückzuführen. Die Schwingungsdauer ist also unter ihrem Einflusse kleiner, als sie sein würde, wenn nur die magnetische Directionskraft den Stab zurückführte. Bezeichnen wir nun den Torsionscoefficient mit ϑ, so ist das Drehungsmoment, welches den Stab bei einer Abweichung α vom Meridian, in Folge der Torsion zurückzuführen sucht, gleich $\vartheta \,.\, \alpha$; die gesammte auf den Stab wirkende Kraft ist also

$$(D + \vartheta)\, \alpha,$$

und die bereits auf unendlich kleine Amplituden reducirte Schwingungsdauer t deshalb nicht, wie wir vorher annahmen,

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}},\ \text{sondern}\ t = \pi \sqrt{\frac{K}{D + \vartheta}}.$$

Bezeichnen wir nun die beobachtete und auf unendlich kleine Amplituden reducirte Schwingungsdauer mit t_1, die gesuchte, welche der Stab haben würde, wenn der Faden ganz ohne Torsionskraft wäre, mit t, so ist deshalb

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{D + \vartheta}{D} = 1 + \frac{\vartheta}{D}$$

$$t^2 = t_1^2 \left(1 + \frac{\vartheta}{D}\right).$$

Die Grösse $\frac{\vartheta}{D}$ lässt sich durch einen einfachen Torsionsversuch bestimmen. Man tordire den Faden um den Winkel v, so wird der Stab der Torsion durch den kleinen Winkel u folgen und in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht sein. Nach den Ableitungen im Anfange dieses Paragraphen ist dann

$$D \,.\, \sin u = \vartheta\,(v - u),$$

oder da u jedenfalls nur sehr klein ist

$$D \,.\, u = \vartheta\,(v - u)$$

$$\frac{D}{\vartheta} = \frac{v}{u} - 1.$$

Bezeichnen wir nun den Quotienten $\frac{D}{\vartheta}$ mit n, so wird die gesuchte Schwingungsdauer aus der beobachteten erhalten durch die Gleichung

$$t = t_1 \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}}.$$

Zwischen dem so gefundenen Werthe von t und der Directionskraft D besteht nun die Gleichung

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{D};\quad D = \frac{\pi^2 \,.\, K}{t^2}.$$

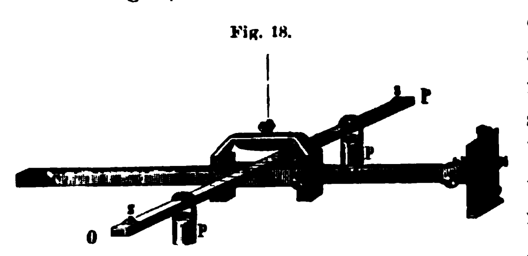
Um D zu erhalten, bedarf es demnach noch der Kenntniss des Trägheitsmomentes K der unter dem Einfluss der magnetischen Directionskraft schwingenden Masse. Dasselbe ist bei der beschriebenen Versuchsanordnung nicht zu berechnen, da die schwingenden Massen, Schiffchen, Stab und Spiegel eine unregelmässige Gestalt haben. Deshalb hat Gauss eine experimentelle Methode angegeben [1]), welche zur Kenntniss desselben führt. Man wird gut thun, diese Methode auch dann anzuwenden, wenn es sich nicht um die äusserste Genauigkeit handelt, wenn man einen Magnetstab einfach an einer Fadenschlinge aufhängt und ohne Spiegel beobachtet. Denn man wird selten annehmen dürfen, dass die Gestalt des Magnetstabes geometrisch ganz genau bestimmbar und seine Masse ganz regelmässig in dem Raume des Magnetes vertheilt ist. Beides wird aber bei Berechnung des Trägheitsmomentes vorausgesetzt.

Um das Trägheitsmoment experimentell zu bestimmen, verfährt Gauss nun folgendermaassen. Ueber den Magnetstab gerade unter dem Aufhängefaden, wird eine hölzerne Querleiste OP (Fig. 18) gelegt, welche in eine Vertiefung des Magnetstabes eingepasst ist. Die Leiste ist an ihrer obern

1) *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Seite mit sechs Spitzen *s* versehen, welche alle in einer geraden Linie und so liegen, dass die durch diese Linie hindurchgelegte Verticalebene den Aufhängefaden in sich aufnimmt. Die Spitzen sind ferner so vertheilt, dass die an beiden Seiten entsprechend liegenden genau gleich weit von der Aufhängeaxe des Magnetes entfernt sind. Sei der Abstand der ersten Spitzen an jeder Seite gleich r_1. Auf je eine dieser Spitzen an jeder Seite wird nun ein Gewicht p gehängt.

Fig. 18.



Lässt man den jetzt so vorgerichteten Stab wieder schwingen, so wird seine Schwingungsdauer eine ganz andere als vorher, weil die träge Masse desselben eine ganz andere geworden ist. Sei die wegen der Amplitude und der Torsion des Fadens corrigirte Schwingungsdauer jetzt t_1. Bezeichnen wir nun das Trägheitsmoment der Holzleiste mit C, bezeichnen wir ferner das Trägheitsmoment jedes der einander ganz gleichen Gewichte in Bezug auf die verticale durch die Spitze und den Schwerpunkt der Gewichte gehende Axe mit $\frac{p}{g} \cdot a^2$, wodurch gemäss des ersten Theiles das Trägheitsmoment jedes der Gewichte in Bezug auf den Aufhängefaden wird $\frac{p}{g}(a^2 + r_1^2)$, so wird

$$D \,.\, t_1^2 = \pi^2 \left\{K + C + 2\,\frac{p}{g}\,(r_1^2 + a^2)\right\},$$

oder setzen wir, da $\frac{p}{g} \cdot a^2$ bei Anwendung derselben Gewichte stets constant ist,

$$C + 2\,\frac{p}{g} \cdot a^2 = C_1$$

$$D \cdot t_1^2 = \pi^2 \left\{K + C_1 + 2\,\frac{p}{g} \cdot r_1^2\right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (a).$$

Man hängt dann dieselben Gewichte auf die zweiten Spitzen *s*, welche von der Aufhängeaxe um r_2 entfernt sind, beobachtet die Schwingungsdauer t_2 und hat dann die Gleichung

$$D \cdot t_2^2 = \pi^2 \left\{K + C_1 + 2\,\frac{p}{g} \cdot r_2^2\right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (b).$$

In diesen beiden Gleichungen sind nur D, K, C_1 unbekannt, mit Hülfe der ursprünglichen Gleichung

$$D \,.\, t^2 = \pi^2 \,.\, K \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (c)$$

können wir daher von den drei unbekannten Grössen zwei eliminiren und die dritte berechnen. Handelt es sich daher nur um einen speciellen Versuch, so wird man direct den Werth von D berechnen können, indem

man K und C_1 eliminirt. Da sich indess D mit der Zeit ändert, so wird man gut thun K zu bestimmen, da man dann bei einer neuen Bestimmung von D nur nothwendig hat, den einfachen Schwingungsversuch anzustellen.

Die Rechnung führt man am bequemsten folgendermassen aus; man setzt

$$g \cdot \frac{K + C_1}{2p} = y; \; \frac{2p \cdot \pi^2}{g \cdot D} = \frac{1}{x}.$$

Dann werden die Gleichungen (a) und (b)

$$t_1^2 = \frac{t_1^2 + y}{x}; \; t_2^2 = \frac{r_2^2 + y}{x}$$

und daraus

$$y = \frac{r_2^2\, t_1^2 - r_1^2\, t_2^2}{t_2^2 - t_1^2},$$

wodurch dann ebenfalls x aus einer der beiden Gleichungen zwischen x, y und t gegeben ist.

Da nun ferner nach der Bedeutung von x

$$D = 2\,\frac{p}{g} \cdot \pi^2 \cdot x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d),$$

so folgt aus der Gleichung (c)

$$2\,\frac{p}{g} \cdot x \cdot t^2 = K \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e).$$

Die Gleichung d liefert direct den Werth von D, die Gleichung e den des Trägheitsmomentes K.

Damit sind durch den Versuch alle Grössen gegeben, welche zur Kenntniss der Directionskraft D erforderlich sind. Ehe wir nun an einem bestimmten Zahlenbeispiele die Bedeutung des so erhaltenen Werthes von D etwas näher betrachten, müssen wir betreffs der Versuche noch eine Bemerkung hinzufügen. Wie schon erwähnt, erfährt der Werth von D mit der Zeit eine Aenderung, und die Aenderung ist, wie wir demnächst sehen werden, zuweilen schon in kurzen Zeiten merklich. Da nun zu diesen Versuchen eine Zeit von mehreren Stunden gebraucht wird, so geschehen die Schwingungen mit dem belasteten Stabe vielleicht unter einer andern Directionskraft. Die Zeiten t_1, t_2 sind also mit der Zeit t nicht direct vergleichbar. Um diese allenfallsigen Aenderungen mit in Rechnung zu ziehen, also diese Werthe vergleichbar zu machen, macht man gleichzeitig an einem andern ähnlich aufgehängten Stabe, den man zugleich den gleichen Temperaturverhältnissen aussetzt, vergleichende Schwingungsbeobachtungen. Aendern sich die Schwingungszeiten dieses Stabes nicht, so kann man sicher sein, dass auch D sich nicht geändert hat, da die Directionskraft des Hauptstabes sich jedenfalls in demselben Verhältnisse ändert, als die des Controlstabes. Findet man aber, dass derselbe die Schwingungsdauer u hatte, während der untersuchte Stab die Schwingungsdauer t hatte, dass

sich ebenso u' und t_1, u'' und t_2 entsprechen, so müssen wir, da in Folge der gleichmässigen Aenderungen der beiden Directionskräfte

$$t : u = t_1 : u',$$

für t_1 einsetzen

$$\frac{u \cdot t_1}{u'}$$

und in gleicher Weise den Werth für t_2 berechnen.

Gauss theilt[1]) folgendes Beispiel eines am 11. Sept. 1832 angestellten Versuches mit.

Belastung $2p$	Gleichzeitige Schwingungen		
	des Hauptstabes		des Controlstabes
	r	Oscillationsdauer	Oscillationsdauer
206,5144gr	180mm	24,63956″	17,32191″
dieselbe	130mm	20,77576	17,32051
dieselbe	80mm	17,66798	17,31653
dieselbe	30mm	15,80310	17,30529
ohne Belastung	—	15,22990	17,31107

Die Schwingungsdauern sind schon auf unendlich kleine Amplituden reducirt, eine Reduction, welche indess äusserst klein ist, da die Amplituden nur etwas mehr als $0{,}5^0$ betrugen.

Die Zeit wurde an einer Uhr bestimmt, welche innerhalb eines Tages mittlerer Zeit 14,24″ zurückblieb. Um daher die angegebenen Secundenzahlen in wirklichen Secunden 86400 auf einen mittlern Tag gerechnet auszudrücken, müssen dieselben mit $\frac{86400}{86385{,}76}$ multiplicirt werden.

$\frac{D}{\vartheta}$ wurde durch besondere Versuche in der angegebenen Weise bestimmt und fand sich für den belasteten Stab gleich 424,8, für den unbelasteten 597,4. Darin liegt zugleich der Beweis, dass, wie im ersten Theil erwähnt wurde, die Torsionskraft ungedrehter Seidenfäden von der Belastung abhängig ist.

Mit den dadurch bedingten Correctionen und mit Hülfe des Controlstabes auf die Schwingungsdauer des unbelasteten Stabes reducirt, werden die Oscillationsdauern

$$\begin{aligned} t &= 15{,}24515'' \\ t_1 &= 24{,}65717 \text{ für } r_1 = 180^{mm} \\ t_2 &= 20{,}79228 \quad „ \quad r_2 = 130 \\ t_3 &= 17{,}68610 \quad „ \quad r_3 = 80 \\ t_4 &= 15{,}82958 \quad „ \quad r_4 = 30. \end{aligned}$$

1) *Gauss,* Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Die Länge des einfachen Secundenpendels fand sich zu Göttingen 994,126^{mm}. Daraus folgt

$$g = \pi^2 . l = 9811{,}63.$$

Aus den Werthen von t_1 und t_3 ergibt sich daraus

$$x = 88{,}13646 \qquad y = 21184{,}85.$$

Aus der Gleichung e mit Hülfe des Werthes t erhalten wir dann

$$K = 431{,}149,$$

und aus der Gleichung d

$$D = 18{,}3089.$$

Da wir g und r in Millimetern, p in Grammen ausgedrückt haben, und da wir ferner als die Masse der p Gramme $\frac{p}{g}$ gesetzt haben, so bedeutet das Trägheitsmoment K, dass die Masse des Magnetstabes im Abstande von 1^{mm} von der Drehungsaxe durch die Masse von $431{,}149 . g$ Gramme ersetzt wird.

Das Drehungsmoment D bedeutet, dass das Drehungsmoment des zum magnetischen Meridiane senkrechten Magnetstabes gleich ist dem Drucke, welchen 18,3089 Gramme unter Wirkung der Schwere an einem 1 Millimeter langen Hebelarme ausüben.

Gauss wählt etwas andere Einheiten, er setzt nicht, wie wir gethan haben, jene Masse von g Grammen gleich eins, welche durch das Gewicht von 1 Gramm die Beschleunigung von 1 Millimeter erhält, sondern setzt die Masse von 1 Milligramm, also eine $1000 . g$ mal kleinere wie wir, gleich eins. Da wir nun in der Mechanik jene Kraft gleich eins setzen, welche der Masseneinheit in der Zeiteinheit die Beschleunigungseinheit ertheilt, so folgt, dass Gauss auch eine $1000\ g$ mal kleinere Kraft als Einheit wählen musste, nämlich jene, welche der Masse von 1 Milligramm in der Secunde die Beschleunigung von 1 Millimeter ertheilt. In diesen Einheiten wird

$$K = 4230282000$$
$$D = 179641070.$$

Der Werth von K gibt also die Anzahl Milligramme, welche im Abstande 1^{mm} von der Drehungsaxe die Masse des Magnetstabes ersetzt, und der Werth von D in der gewählten Druckeinheit die Anzahl Druckeinheiten, deren Druck an einem Hebelarme von 1^{mm} gleich ist der Kraft, mit welcher der Magnetstab in den Meridian zurückgeführt wird, wenn er zu demselben senkrecht steht.

Das so bestimmte Drehungsmoment des Magnetstabes ist nach den Bemerkungen am Schlusse des vorigen §. gleich dem magnetischen Momente des Stabes multiplicirt mit dem als T bezeichneten Drehungsmomente eines Stabes, der in der Abstandseinheit die Einheiten des freien Magnetismus enthält, dessen magnetisches Moment also gleich der Einheit ist.

Auf den ersten Blick könnte es nun rathsam erscheinen, dieses Drehungsmoment auch in dem Sinne als directes Maass des magnetischen Momentes anzusehen, dass man einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegte, wenn das Drehungsmoment, in der einen oder andern Einheit ausgedrückt, gleich 1 ist, so zwar, dass man dem oben untersuchten Stabe in den erstern Einheiten den Magnetismus 18,309 beilegt. Dem ist jedoch nicht so, und der Grund dafür, dass wir vorläufig noch die Einheit des Magnetismus unbestimmt lassen, liegt eben darin, dass das Drehungsmoment des Magnetes nicht allein von dem Magnetismus des Stabes abhängt, sondern auch, wie wir bereits bemerkten, von dem Erdmagnetismus. Wenn wir daher die Stärke des Magnetismus eines Stabes durch dieselbe Zahl wie das Drehungsmoment ausdrücken, so würden wir einem Stabe die Einheit des freien Magnetismus beilegen, wenn durch die Wirkung der Erde demselben die Einheit des Drehungsmomentes ertheilt würde. Es ist nun jedenfalls möglich, und wir werden später nachweisen, dass es sich in der That so verhält, dass der Magnetismus der Erde an verschiedenen Stellen ebenso verschieden ist, wie wir wissen, dass die Schwere an verschiedenen Orten verschieden ist. Wenn das aber der Fall ist, so sieht man, dass die gewählte Einheit an den verschiedenen Orten eine ganz verschiedene wäre, so dass das gewählte Maass kein absolutes oder allgemeines sein würde. Setzen wir dagegen das Drehungsmoment D dem magnetischen Momente M proportional, also

$$D = T \cdot M,$$

worin dann T die Directionskraft des Magnetes bedeutet, welcher die Einheit des Magnetismus besitzt, so haben wir nur die Veränderlichkeit des Coefficienten T aufzusuchen und denselben dann zu bestimmen, um zu einem absoluten Maasse des Magnetismus zu gelangen.

§. 7.

Wirkung magnetischer Massen auf einander aus der Ferne. In dem Bisherigen haben wir zwei Aeusserungen der magnetischen Eigenschaft betrachtet, nämlich die Fähigkeit Eisenmassen zu tragen und das Bestreben eines magnetischen Stabes sich dem magnetischen Meridiane parallel zu stellen. Die Directionskraft der Magnete, welche aus letzterer Erscheinung sich ergab, haben wir gemessen und dazu benutzt, ein relatives Maass der magnetischen Kraft zu erhalten, indem wir die magnetische Kraft des Stabes der Richtkraft proportional setzten. Wir kennen nun aber noch eine andere Aeusserung der magnetischen Kraft, nämlich die, aus der Ferne auf andere magnetische Körper anziehend oder abstossend zu wirken, je nachdem die letztere gleichnamig oder ungleichnamig magnetisirt ist. Die Untersuchung dieser Wechselwirkung zweier magnetischer Körper auf einander hat uns über die zwei Fragen Auskunft zu geben: wie hängt die Stärke der Anziehung oder Abstossung der magnetischen Körper ab erstens von

der Stärke des Magnetismus jedes derselben, und zweitens von der Entfernung der magnetischen Körper von einander.

Es ist nun wohl ohne weiteres klar, dass, jenachdem wir diese Fernewirkung auffassen, dieselbe und das Gesetz, wie sie sich mit der Entfernung ändert, verschieden sein muss, d. h. je nachdem wir die Wirkung zweier gleichnamiger oder ungleichnamiger magnetischer Massen auf einander untersuchen, oder die Wirkung zweier vollständiger Magnete auf einander. Denn im erstern Falle wirken dieselben nur anziehend oder nur abstossend auf einander, in letzterem dagegen wirkt der in dem einen vorhandene Nordmagnetismus auf den Nordmagnetismus des andern abstossend, auf den Südmagnetismus anziehend und umgekehrt der Südmagnetismus des einen anziehend auf den Nordmagnetismus, abstossend auf den Südmagnetismus des andern. Die Gesammtwirkung der beiden Magnete ist die Resultirende aus den vier Einzelwirkungen. Es ist indess ferner klar, dass sich das Gesetz der Einwirkung zweier Magnete auf einander aus der Wirkung zweier magnetischer Massen wird ableiten lassen, da, wie erwähnt wurde, die Wirkung zweier Magnete auf einander sich aus derjenigen von vier magnetischen Massen zusammensetzt. Umgekehrt wird sich aber das Grundgesetz der magnetischen Fernewirkung, das zweier magnetischer Massen auf einander, aus der bekannten Wirkung zweier Magnete auf einander ableiten lassen.

Da wir nun das Gesetz der Fernewirkung nur durch Versuche erhalten können, so kann es eigentlich nicht zweifelhaft sein, welchen Weg wir bei der experimentellen Untersuchung dieser Frage einzuschlagen haben. Denn wenn auch jedenfalls das Gesetz der Einwirkung zweier magnetischer Massen das einfachere ist, so können wir doch strenge genommen nur den complicirteren Fall experimentell realisiren, da wir nicht im Stande sind, freie magnetische Massen gesondert herzustellen.

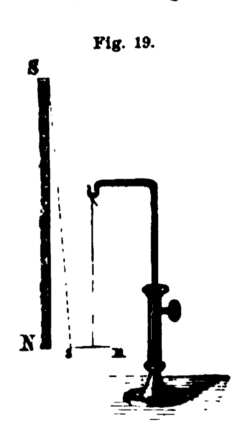
Die Ersten indess, welche das Gesetz der Fernewirkung der Magnete auf einander untersuchten, wandten diese Versuchsmethode nicht an, sie suchten vielmehr direct die Wirkung zweier magnetischer Massen auf einander zu bestimmen. Wir erwähnen von den älteren Versuchen nur diejenigen von Coulomb[1]), da es diesem zuerst gelang, das Grundgesetz richtig auszusprechen.

Wie wir bereits früher sahen, kann man in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach aussen hin annehmen, dass die eine Hälfte desselben nur Nordmagnetismus, die andere Hälfte nur Südmagnetismus enthält. Wie wir weiter sahen, nimmt der freie Magnetismus von den Enden eines Magnetes gegen die Mitte hin sehr rasch ab; durch später näher zu beschreibende Versuche überzeugte sich nun Coulomb, dass man bei einem 67 Centim. langen, 3,5 Millim. dicken Magnetstabe annehmen dürfe, dass freier Magnetismus überhaupt nur bis 5,7 Centim. von jedem Ende des

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie 1785.

Stabes vorhanden sei, und dass die Mittelpunkte ihrer Wirkungen nach aussen hin, also die magnetischen Pole ungefähr 2 Centim. vom Ende des Stabes sich befänden. Da man nun in Bezug auf die Wirkung nach aussen annehmen darf, dass der gesammte Magnetismus eines Stabes in den beiden Polen concentrirt ist, so kann man einen solchen Magnet betrachten als aus zwei magnetischen Massen bestehend, einer nordmagnetischen und einer südmagnetischen, welche in einem Abstande 63 Centim. von einander angesammelt sind. Stellt man nun diesen Stab vertical auf, den Nordpol nach unten, *NS* Fig. 19, und hängt in der Richtung des magnetischen Meridians in nicht zu grosser Entfernung von dem Stabe eine Nadel so auf, dass sie mit dem Nordpole sich in derselben Horizontalebene befindet, so wird die horizontale Componente der von dem Südpole auf die Nadel wirkenden Anziehung und Abstossung äusserst klein sein, so dass sie gegen die Wirkung des Nordpoles vernachlässigt werden kann.

Fig. 19.



Wenn nun die Nadel aus dem magnetischen Meridiane gedreht wird, so wird sie in denselben zurückgeführt, einmal durch die ihr innewohnende Directionskraft D, und dann durch die anziehende Wirkung A des Nordpols N, der sie ebenfalls dem Meridiane parallel zu stellen sucht. Ist die Nadel sehr klein, so wird die Anziehung des Nordpols ebenfalls als ein System einander und dem Meridiane paralleler Kräfte angesehen werden können, sie wird also die Directionskraft der Nadel verstärken. Das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment wird also sein

$$D + A.$$

Lassen wir nun die Nadel schwingen, so wird ihre Schwingungsdauer sein

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{D + A}},$$

während ihre Schwingungsdauer t, wenn der Stab NS auf sie nicht einwirkt, sein wird

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Daraus ergibt sich, wenn wir die Schwingungszahlen der Nadel in beiden Fällen mit n' und n bezeichnen,

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{D}{D + A}$$

$$A = \frac{D}{n^2}(n'^2 - n^2).$$

Lassen wir nun die Nadel in verschiedenen, aber immer noch so kleinen Entfernungen vom Stabe schwingen, dass die über die Wirkung

von *S* gemachte Voraussetzung gültig bleibt, so liefert uns eine Vergleichung der Schwingungszahlen die Stärke der Wirkung des Nordpoles auf die Nadel.

Bei Durchführung dieser Versuche fand nun Coulomb die Schwingungszahlen einer kleinen 27 Millim. langen Magnetnadel in der Minute, als sie oscillirte

ohne Stab	15	17,6 Cent. entfernt	24
8,8 Cent. entfernt	41	35,2 „ „	17.

Die drei Werthe von A, welche sich hieraus ergeben, sind

Abstand	8,8	17,6	35,2

$$A = \frac{D}{(15)^2}(41^2 - 15^2);\ \frac{D}{(15)^2}(24^2 - 15^2);\ \frac{D}{(15)^2}(17^2 - 15^2);$$

dieselben verhalten sich also

$$A' : A'' : A''' = 1456 : 351 : 64.$$

Die beiden ersten dieser Zahlen verhalten sich fast genau wie 4 : 1, so dass das Drehungsmoment A'', welches der Stab auf die Nadel im Abstand 17,6 Cent. ausübt, 0,25 desjenigen A' ist, welches er in dem halben Abstande derselben ertheilt. Diese beiden Drehungsmomente verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Abstände der Nadel von dem Pole des festen Magnetes. Das dritte Drehungsmoment passt nicht in die Reihe, denn es müsste dann demselben die Zahl 80 entsprechen. Coulomb glaubte aber trotzdem schliessen zu dürfen, dass die magnetischen Anziehungen ungleichnamiger, die Abstossungen gleichnamiger magnetischer Pole in verschiedenen Entfernungen sich verhalten umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen. Der Abstand 35,2 Cent. der Nadel von dem Stabe ist nämlich nicht mehr so klein, dass man den Einfluss des oberen Poles auf die Nadel vernachlässigen darf. Die horizontale Componente derselben wirkt der Anziehung und Abstossung des unteren Poles gerade entgegen, so dass wir in der That nur die Differenz der beiden Wirkungen beobachten. Die Richtigkeit jenes Gesetzes vorausgesetzt, können wir leicht berechnen, ein wie grosser Bruchtheil der Wirkung des unteren Poles diejenige des oberen Poles ist. Der obere Pol wirkt auf die Nadel in der Richtung der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten 35,2 Cent. und der Abstand der beiden Pole des Stabes, oder 63 Cent. sind. Diese Hypotenuse ist zugleich der Abstand des oberen Poles von der Nadel. Nach dem angenommenen Gesetze verhält sich also die Wirkung der beiden Pole auf die Nadel überhaupt wie

$$\frac{1}{(35,2)^2} : \frac{1}{(35,2)^2 + (63)^2}.$$

Von letzterer kommt hier nun nur die horizontale Componente in Betracht, welche wir erhalten, wenn wir die Gesammtwirkung des oberen Poles mit dem Cosinus des Winkels multipliciren, welchen die Hypotenuse

mit der Horizontalen bildet. Die Einwirkungen der beiden Pole auf die Nadel verhalten sich also wie

$$\frac{1}{(35)^2} : \frac{35}{\{(35)^2 + (63)^2\}^{3/2}},$$

oder wie

$$x : \frac{35^3}{\{(35)^2 + (63)^2\}^{3/2}} \cdot x = x : 0{,}12\,x.$$

Da wir nun die Differenz dieser beiden Einwirkungen beobachtet und durch die Zahl 64 ausgedrückt haben, so erhalten wir x aus der Gleichung

$$x - 0{,}12\,x = 64$$

$$x = \frac{64}{0{,}88} = 73$$

eine Zahl, welche der von jenem Gesetz geforderten schon viel näher kommt, so dass man dasselbe aus diesen Versuchen in der That als das wahrscheinlich richtige anzunehmen berechtigt ist.

Zu demselben Resultate gelangte Coulomb[1] mit Hülfe der Drehwage. In eine Drehwage, deren unteres Gefäss aus einem viereckigen Kasten bestand, dessen eine Wand halb cylinderförmig gebogen war, wurde ein Magnetstab von etwa 65 Cent. Länge aufgehängt und zunächst die magnetische Directionskraft der Nadel bestimmt. Es fand sich, dass bei so kleinen Ablenkungen, bei welchen es gestattet ist, den Sinus eines Bogens mit dem Bogen selbst zu vertauschen, jeder Grad der Ablenkung des Stabes eine Torsion des Fadens von 35° verlangte, dass also z. B. eine ganze Umdrehung des Fadens den Stab um 10° aus dem Meridian ablenkte.

Nachdem dann der Stab im magnetischen Meridian sich ins Gleichgewicht gesetzt hatte, wurde durch eine Oeffnung im Deckel des Kastens dem Nordpole des Stabes der Nordpol eines andern ebenso langen, in verticaler Stellung gehaltenen Stabes genähert. Der hängende Stab wurde dann durch die Abstossung der beiden gleichnamigen Pole aus dem magnetischen Meridiane abgelenkt und kam in der Lage zur Ruhe, in welcher sein magnetisches Moment, sowie die Torsion des Fadens, welche beide ihn in den Meridian zurückzuführen suchten, ebenso gross waren, als die abstossende Kraft der Pole. Die Ablenkung betrug 24°.

Darauf wurde durch Torsion des Fadens der abgelenkte Stab dem festen genähert, und die Torsion des Fadens bestimmt, welche erforderlich war, um den abgelenkten Stab in bestimmten kleinern Abständen von dem festen zu halten. Es fand sich, dass 3 ganze Umdrehungen des Fadens erforderlich waren, um die Ablenkung auf 17°, und 8 ganze Umdrehungen nothwendig waren, um sie auf 12° zu vermindern.

Da wir bei diesen Ablenkungen noch ohne merklichen Fehler die Sehnen der Bogen den Bogen proportional setzen dürfen, so verhalten sich bei

1) Coulomb, Mémoires de l'Académie 1788.

diesen drei Versuchen die Entfernungen, in welchen die beiden gleichnamigen Pole abstossend auf einander wirken, wie 24 : 17 : 12.

Als nun der Abstand der Pole gleich 24 war, hielt der abstossenden Wirkung derselben das Gleichgewicht erstens das den hängenden Stab in den Meridian zurückführende magnetische Drehungsmoment, welches bei 24° Ablenkung gleich war einer Torsion des Fadens von $24 \,.\, 35^0 = 840^0$, zweitens die Torsion des Fadens um 24°. Der abstossenden Kraft hielt also im Ganzen das Gleichgewicht eine Torsion des Fadens von 864°.

Als der Abstand der Pole gleich 17 war, ertheilte die abstossende Kraft dem hängenden Stabe ein Drehungsmoment vom Meridian fortgerichtet, dem gerade wie eben berechnet eine Torsion des Fadens von

$$17 \,.\, 35 + 3 \,.\, 360 + 17 = 1692$$

das Gleichgewicht hielt.

Im dritten Falle, als der Abstand 12 war, hielt der Abstossung der beiden Pole eine Torsion des Fadens

$$12 \,.\, 35 + 8 \,.\, 360 + 12 = 3312$$

das Gleichgewicht.

Die abstossenden Kräfte verhalten sich also in den Abständen 24, 17, 12 wie

$$864 : 1692 : 3312.$$

Die Abstände verhalten sich wie 2 : 1,416 : 1, ihre Quadrate also wie 4 : 2,005 : 1, und fast genau im umgekehrten Verhältnisse stehen die drei Zahlen, welche die abstossenden Kräfte messen, denn es ist

$$\frac{3312}{4} = 828;\ \frac{1692}{2} = 846;\ \frac{864}{1} = 864.$$

Die Unterschiede dieser drei Quotienten sind wieder so klein, dass auch aus diesen Versuchen sich als das wahrscheinlich richtige Gesetz der magnetischen Fernewirkung ergibt, dass die abstossenden Kräfte in demselben Verhältnisse abnehmen, in welchem die Quadrate der Entfernungen wachsen.

Durch analoge Versuche wies Coulomb dann dasselbe Gesetz für die Anziehung ungleichnamiger Pole nach.

Diese beiden von Coulomb angewandten Methoden sind auch sehr geeignet, um zu untersuchen, wie bei constantem Abstande zweier Magnetpole die anziehenden und abstossenden Kräfte sich ändern mit der Stärke des Magnetismus der einzelnen Stäbe.

Wir magnetisiren, um zunächst die Methode der Oscillationen anzuwenden, den festen Stab und bestimmen die Stärke seines Magnetismus nach der im vorigen Paragraphen ausgeführten Methode. Habe man auf diese Weise dem Stabe die Magnetismen 1, 2, 3 ertheilt. Bringt man dann dem untern Pole immer in derselben Entfernung von etwa 15 Cent. dieselbe Nadel gegenüber, beobachtet deren Schwingungszahlen und berechnet

die von uns mit A bezeichnete Grösse aus denselben, so findet man, dass die Werthe von A in diesen drei Fällen sich ebenfalls verhalten wie 1 : 2 : 3. Verdoppelt man dann ebenfalls den Magnetismus der Nadel, so findet man auf die gleiche Weise für A Werthe, welche sich zu dem ursprünglichen Werthe verhalten wie 2 : 4 : 6; verdreifacht man den Magnetismus der Nadel, so erhält A die Werthe 3, 6, 9. Es ergibt sich also daraus, dass die magnetischen Anziehungen und Abstossungen dem Producte der Magnetismen proportional sind; in dem Abstande r ist also die Wirkung zweier magnetischer Massen m und m' auf einander

$$A = \frac{m \cdot m'}{r^2}.$$

Ganz zu demselben Resultate gelangt man mit Hülfe der Drehwage; man findet, dass die Ablenkung proportional ist dem Magnetismus des ablenkenden Stabes, dagegen unabhängig von dem Magnetismus des abgelenkten Stabes. Auch daraus ergibt sich, dass die Anziehungen und Abstossungen dem Producte der Magnetismen proportional sind; denn wären sie nicht auch dem Magnetismus des abgelenkten Stabes proportional, so müsste, da das den Stab in den Meridian zurückführende Drehungsmoment dem Magnetismus des Stabes proportional ist, die Ablenkung von dem Magnetismus des abgelenkten Stabes ebenfalls abhängig sein.

Die Resultate der soeben beschriebenen Versuche können aus den vorhin angeführten Gründen nur angenähert und nicht strenge beweisend sein. Deshalb schlug zuerst Hansteen[1] und später Gauss[2] den andern von uns angeführten Weg der Untersuchung ein; sie untersuchten theoretisch und experimentell die Einwirkung zweier Magnete auf einander und leiteten daraus das Gesetz der magnetischen Fernewirkung ab.

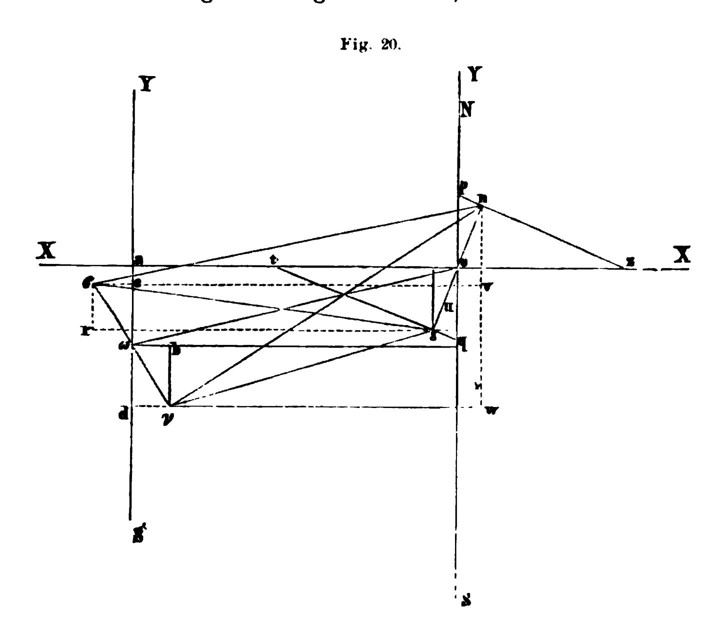
Wir wollen an der Hand von Gauss, dessen classische Arbeit die Frage zum Abschluss brachte, diese Untersuchung hier ebenfalls durchführen.

Sei zu dem Ende ns, Fig. 20, ein kleiner drehbarer Magnet, dessen Nordmagnetismus sämmtlich im Punkte n, dessen Südmagnetismus im Punkte s concentrirt gedacht werden soll. Der Abstand dieser magnetischen Massen sei gleich $2l$, und jede der magnetischen Massen sei gleich m, oder um Nordmagnetismus vom Südmagnetismus unterscheiden zu können, wollen wir ersteren mit $+ m$, letzteren, der dem ersteren gerade entgegengesetzte Wirkungen auf andere Magnete hat, mit $- m$ bezeichnen. In einiger Entfernung von diesem Magnete, jedoch in derselben Horizontalebene, befinde sich ein anderer kleiner, fester Magnet $n's'$, der in einem Abstande $2l'$ die Magnetismen μ und $- \mu$ hat. Durch die Einwirkung des Magnetes $n's'$ auf den drehbaren Magnet kann demselben keine translatorische Bewegung

1 Hansteen, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. Christiania 1819.
2 Gauss, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

gegeben werden, da die gleichnamigen Magnetismen in beiden Magneten sich gegenseitig abstossen; die Bewegung, welche *ns* durch *νσ* erhält, kann nur eine drehende sein. Der bewegliche Magnet *ns* wird durch den festen im allgemeinen aus dem magnetischen Meridian abgelenkt werden, und sich in einer neuen Gleichgewichtslage befinden, wenn er um einen solchen

Fig. 20.



Winkel *u* aus dem magnetischen Meridiane abgelenkt ist, dass das Drehungsmoment, welches in Folge seiner magnetischen Directionskraft ihn in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich ist dem Drehungsmomente, welches aus der Einwirkung der beiden Magnete auf einander hervorgeht und ihn von dem Meridian fortzudrehen sucht.

Bezeichnen wir nun die magnetische Directionskraft des beweglichen Magnetes mit *D*, so folgt, dass das Moment, welches ihn bei einer Ablenkung *u* in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich ist

$$D \,.\, \sin u.$$

Um nun das Drehungsmoment zu berechnen, welches der feste Magnet *νσ* dem beweglichen nach entgegengesetzter Richtung ertheilt, machen wir über die Einwirkung zweier magnetischer Massen auf einander folgende zwei Annahmen:

1) Zwei magnetische Massen wirken auf einander ein proportional ihrem Producte. Haben wir in der Entfernung 1 zwei magnetische Massen *m* und *μ*, so ist

$$m \,.\, \mu$$

das Maass ihrer Abstossung oder Anziehung.

2) Die Anziehung oder Abstossung von zwei magnetischen Massen ist in verschiedenen Entfernungen irgend einer negativen Potenz der Entfernung proportional; sie ist also in der Entfernung r

$$\frac{m \cdot \mu}{r^n}.$$

Betreffs des Werthes von n machen wir nur die Voraussetzung, dass es eine ganze Zahl sei.

Mit Hülfe dieser beiden Annahmen erhalten wir nun für die anziehenden und abstossenden, zwischen den beiden Magneten thätigen Kräfte folgende Werthe:

1) Der Südpol σ stösst den Südpol s ab; bezeichnen wir den Abstand beider Pole mit r_1, so ist diese abstossende Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_1^n}.$$

2) Der Südpol σ zieht den Nordpol n an; befinden sich die Pole im Abstande r_2, so ist die anziehende Kraft

$$-\frac{m \cdot \mu}{r_2^n}.$$

3) Der Nordpol ν zieht den Südpol s aus der Entfernung r_3 an mit der Kraft

$$-\frac{m \cdot \mu}{r_3^n}.$$

4) Der Nordpol ν stösst den Nordpol n aus der Entfernung r_4 ab mit der Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_4^n}.$$

Die negativen Vorzeichen bei 2 und 3 bedeuten, dass diese Kräfte den beiden anderen entgegengesetzt wirken, dass sie die betreffenden Pole zu nähern suchen, während die anderen die Pole zu entfernen streben.

Zur Berechnung dieser vier Kräfte müssen wir zunächst die vier Abstände r bestimmen.

Legen wir nun durch den Mittelpunkt o des drehbaren Magnetes ein ebenes, rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Axe der y mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, dessen Axe der x in der durch beide Magnete bestimmten Horizontalebene auf dem Meridiane senkrecht ist, so ist bekanntlich der Abstand r irgend zweier Punkte in dieser Ebene, deren Coordinaten x, y und ξ, η sind, gegeben durch die Gleichung

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2.$$

Nun seien die Coordinaten von σ gleich x_1, y_1, von ν gleich x_2 und y_2; ferner von s gleich ξ_1 und η_1, von n gleich $-\xi_2$ und $-\eta_2$. Bezeichnen wir dann den Abstand $o\omega$ der Mittelpunkte der beiden Magnete mit R, den Winkel, welchen R mit dem magnetischen Meridiane bildet, von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, also $So\omega$ mit ψ und den Winkel,

welchen der feste Magnet mit dem Meridiane bildet, ebenfalls wie den Winkel ψ von der Südseite des Meridianes nach links hin gerechnet, also $S'\omega\sigma$ mit U, so wird

$$x_1 = oa + c\sigma = R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin(180^0 - U) = R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U$$
$$y_1 = \omega a - \omega c = R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos(180^0 - U) = R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U$$
$$x_2 = oa - \omega b = R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin(180^0 - U) = R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U$$
$$y_2 = a\omega + \omega d = R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos(180^0 - U) = R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U$$
$$\xi_1 = a \cdot \sin u;\ \eta_1 = a \cdot \cos u;\ -\xi_2 = -a \cdot \sin u;\ -\eta_2 = -a \cdot \cos u.$$

Drücken wir nun mit Hülfe der so durch R, a, b; ψ, U, u bestimmten Coordinaten der vier Magnetpole die Abstände r_1 etc. aus, so erhalten wir für die vier Kräfte folgende Ausdrücke:

1. $$\frac{m \cdot \mu}{r_1^n} = \frac{m\mu}{\left\{(R.\sin\psi + b.\sin U - a.\sin u)^2 + (R.\cos\psi + b.\cos U - a.\cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

2. $$-\frac{m \cdot \mu}{r_2^n} = \frac{-m\mu}{\left\{(R.\sin\psi + b.\sin U + a.\sin u)^2 + (R.\cos\psi + b.\cos U + a.\cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

3. $$-\frac{m \cdot \mu}{r_3^n} = \frac{-m\mu}{\left\{(R.\sin\psi - b.\sin U - a.\sin u)^2 + (R.\cos\psi - b.\cos U - a.\cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

4. $$\frac{m \cdot \mu}{r_4^n} = \frac{m\mu}{\left\{(R.\sin\psi - b.\sin U + a.\sin u)^2 + (R.\cos\psi - b.\cos U + a.\cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

Diese vier Kräfte können, wie erwähnt, nur eine drehende Bewegung erzeugen, wir haben daher zunächst der Richtung und Grösse nach die Drehungsmomente zu bestimmen, welche diese Kräfte der beweglichen Nadel ertheilen.

Um die Momente zu erhalten, welche diese Kräfte der Nadel ertheilen, haben wir von den an s und n angreifenden Kräften zunächst die zu ns senkrechten Componenten zu bilden, also die Kräfte mit dem Cosinus des Winkels zu multipliciren, den ihre Richtung mit der zur Nadel senkrechten, oder mit dem Sinus des Winkels, den ihre Richtung mit der Richtung der Nadel selbst bildet. Diese zur Richtung der Nadel senkrechten Componenten haben wir dann mit dem Abstande ihres Angriffspunktes von der Drehungsaxe, also mit a zu multipliciren.

Die nach σs wirkende abstossende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung ns senkrechten Richtung ts den Winkel σst. Ziehen wir nun rs parallel der xAxe senkrecht zum Meridian, so wird

$$\sigma st = rst - rs\sigma = u - rs\sigma,$$
$$\cos\sigma st = \cos u \cdot \cos rs\sigma + \sin u \cdot \sin rs\sigma.$$

Nun ist

$$\cos rs\sigma = \frac{rs}{\sigma s} = \frac{x_1 - \xi_1}{r_1} = \frac{R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u}{r_1}$$

$$\sin rs\sigma = \frac{r\sigma}{s\sigma} = \frac{\eta_1 - y_1}{r_1} = \frac{a \cdot \cos u - R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U}{r_1}.$$

Demnach

$$\cos \sigma st = \frac{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U)}{r_1}$$

Das aus der Wirkung der beiden Pole σ und s auf einander hervorgehende Drehungsmoment ist demnach, da der Abstand des Angriffspunktes s von der Drehungsaxe o gleich a ist,

$$\text{I.} + \frac{a\,.\,m\,.\,\mu\left\{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U)\right\}}{\left\{(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U - a\,.\,\sin u)^2 + (R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U - a\,.\,\cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}$$

Die nach σn wirkende Kraft bildet mit der zur Richtung des Stabes ns senkrechten Richtung np den Winkel σnp, oder mit der Richtung des Stabes den Winkel σno. Ziehen wir nun durch n parallel mit NS die Linie nv und durch σ mit der Axe der x parallel σv, so ist

$$\sigma no = \sigma nv - vno = \sigma nv - u$$

$$\cos \sigma np = \sin \sigma no = \sin \sigma nv\,.\,\cos u - \cos \sigma nv\,.\,\sin u$$

$$\sin \sigma nv = \frac{\sigma v}{\sigma n} = \frac{x_1 - \xi_2}{r_2} = \frac{R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U + a\,.\,\sin u}{r_2},$$

$$\cos \sigma nv = \frac{nv}{\sigma n} = \frac{y_1 - \eta_2}{r_2} = \frac{R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U + a\,.\,\cos u}{r_2},$$

Demnach

$$\cos \sigma np = \frac{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U)}{r_2}.$$

Das aus der gegenseitigen Wirkung der beiden Pole σ und n hervorgehende Drehungsmoment ist demnach

$$\text{II.} - \frac{a\,.\,m\,.\,\mu\left\{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U)\right\}}{\left\{(R\,.\,\sin\psi + b\,.\,\sin U + a\,.\,\sin u)^2 + (R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U + a\,.\,\cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die in der Richtung vs wirkende Kraft bildet mit st den Winkel

$$vst = rst + vsr = u + vsr,$$

$$\cos vst = \cos u \cos vsr - \sin u \sin vsr.$$

$$\cos vsr = \frac{x_2 - \xi_1}{r_3} = \frac{R\,.\,\sin\psi - b\,.\,\sin U - a\,.\,\sin u}{r_3},$$

$$\sin vsr = \frac{y_2 - \eta_1}{r_3} = \frac{R\,.\,\cos\psi - b\,.\,\cos U - a\,.\,\cos u}{r_3},$$

somit

$$\cos vst = \frac{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi - b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi - b\,.\,\cos U)}{r_3}.$$

Das Drehungsmoment, welches die von s nach v wirkende Kraft hervorbringt, ist demnach

$$\text{III.} - \frac{a\,.\,m\,.\,\mu\left\{\cos u\,(R\,.\,\sin\psi - b\,.\,\sin U) - \sin u\,(R\,.\,\cos\psi - b\,.\,\cos U)\right\}}{\left\{(R\,.\,\sin\psi - b\,.\,\sin U - a\,.\,\sin u)^2 + (R\,.\,\cos\psi - b\,.\,\cos U - a\,.\,\cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die vierte zwischen ν und n wirksame abstossende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung senkrechten Richtung np den Winkel $\nu np = wnp - wn\nu$; demnach ist

$$\cos \nu np = \cos wnp \,.\, \cos wn\nu + \sin wnp \,.\, \sin wn\nu,$$

$$wnp = 90^0 + u;\ \cos wnp = -\sin u;\ \sin wnp = \cos u,$$

$$\cos \nu nw = \frac{wn}{n\nu} = \frac{y_2 - \eta_2}{r_4} = \frac{R \,.\, \cos\psi - b \,.\, \cos U + a \,.\, \cos u}{r_4},$$

$$\sin \nu nw = \frac{\nu w}{\nu n} = \frac{x_2 - \xi_2}{r_4} = \frac{R \,.\, \sin\psi - b \,.\, \sin U + a \,.\, \sin u}{r_4}.$$

Darnach ist

$$\cos \nu np = \frac{\cos u\,(R \,.\, \sin\psi - b \,.\, \sin U) - \sin u\,(R \,.\, \cos\psi - b \,.\, \cos U)}{r_4}.$$

Das letzte der vier Drehungsmomente ergibt sich somit

$$\text{IV.} + \frac{a \,.\, m \,.\, \mu \left\{\cos u\,(R \,.\, \sin\psi - b \,.\, \sin U) - \sin u\,(R \,.\, \cos\psi - b \,.\cos U)\right\}}{\left\{(R \,.\sin\psi - b \,.\sin U + a \,.\sin u)^2 + (R \,.\, \cos\psi - b \,.\, \cos U + a \,.\cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die Vorzeichen $+$ und $-$ vor den einzelnen Ausdrücken bedeuten nicht, dass die Richtungen, nach welchen die betreffenden Momente den Stab zu drehen suchen, einander entgegengesetzt sind, sie bedeuten vielmehr, dass die zu der Richtung ns senkrechten Componenten der vier Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen des Raumes wirken. Da nun aber I und II an entgegengesetzten Seiten der Drehungsaxe angreifen, so ist die Richtung, nach welcher sie den Stab ns zu drehen suchen, dieselbe, und zwar drehen sie den Stab nach dem Meridian zurück. Aus demselben Grunde drehen III und IV den Stab nach gleicher Richtung, und zwar vom Meridian fort. Geben wir nun den Momenten, welche den Stab nach derselben Richtung drehen, dasselbe Vorzeichen, und bezeichnen diejenigen als positiv, welche den Winkel u zu vergrössern suchen, so erhalten III und IV das positive, I und II das negative Vorzeichen.

Aus der Gesammtwirkung der vier Pole resultirt dann ein Drehungsmoment, welches den Stab vom Meridiane fort zu drehen sucht und welches gleich ist

$$\text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II}.$$

Wie wir sahen, ist die Gleichgewichtslage des Stabes ns diejenige, in welcher die Wirkung des Magnetes $\nu\sigma$ ihn ebenso stark vom Meridian wegzudrehen sucht, als ihn seine magnetische Directionskraft in den Meridian zurückzuführen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$D \,.\, \sin u = \text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II}.$$

Ehe wir nun diese Gleichgewichtsbedingung näher untersuchen, wird es gut sein, den Ausdrücken für die vier Momente eine bequemere Form zu geben.

Die Zähler der Ausdrücke I und II können wir schreiben

$$R\,.\,(\cos u\,.\,\sin\psi - \sin u\,.\,\cos\psi) + b\,(\cos u \sin U - \sin u \cos U) =$$
$$R\,.\,\sin(\psi - u) + b\,.\,\sin(U - u).$$

Die Zähler von III und IV werden dann ebenso

$$R\,.\,\sin(\psi - u) - b\,.\,\sin(U - u).$$

Führen wir die angedeutete Quadrirung der in der Klammer des Nenners I befindlichen Ausdrücke durch, so erhalten wir

$$(R\,.\,\sin\psi + b\sin U - a\,.\,\sin u)^2 + (R\,.\,\cos\psi + b\,.\,\cos U - a\,.\,\cos u)^2 =$$
$$R^2\sin^2\psi + 2\,Rb\sin\psi\,.\,\sin U - 2\,Ra\sin\psi\,.\,\sin u + b^2\sin^2 U -$$
$$2ab\,.\,\sin U\sin u + a^2\sin^2 u + R^2\cos^2\psi + 2Rb\,.\,\cos\psi\,.\,\cos U -$$
$$2Ra\cos\psi\,.\,\cos u + b^2\cos^2 U - 2ab\,.\,\cos U\,.\,\cos u + a^2\cos^2 u =$$
$$R^2 + 2R\left\{b\,.\cos(\psi - U) - a\,.\cos(\psi - u)\right\} + b^2 - 2ab\cos(u - U) + a^2.$$

Bezeichnen wir nun den Factor von $2R$ mit q und setzen

$$b\,.\,\sin(\psi - U) - a\,.\,\sin(\psi - u) = l,$$

so können wir für obige Quadratsumme setzen, wie man leicht findet,

$$(R + q)^2 + l^2,$$

und somit den Nenner von I

$$\left\{(R + q)^2 + l^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Behandeln wir den Nenner von II ganz ebenso, dann erhalten wir zunächst

$$R^2 + 2R\left\{b\,.\cos(\psi - U) + a\cos(\psi - u)\right\} + b^2 + 2ab\cos(u - U) + a^2,$$

und setzen wir hier den Coefficienten von $2R$ gleich q' und

$$b\,.\,\sin(\psi - U) + a\,.\,\sin(\psi - u) = l',$$

so wird der Nenner

$$\left\{(R + q')^2 + l'^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Aus dem Nenner von III erhalten wir bei der gleichen Behandlungsweise zuerst

$$R^2 - 2R\left\{b\,.\cos(\psi - U) + a\cos(\psi - u)\right\} + b^2 + 2ab\,.\,\cos(u - U) + a^2.$$

Der Coefficient von $2R$ ist also hier wieder q', hat daher l' wieder dieselbe Bedeutung wie eben, so wird der Nenner von III

$$\left\{(R - q')^2 + l'^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Der Nenner des Ausdruckes IV schliesslich wird, wie man leicht durch ganz ebensolche Rechnungen findet,

$$\left\{(R - q)^2 + l^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Setzen wir die so gefundenen Werthe für Zähler und Nenner in unsere Ausdrücke ein, so wird die Bedingung des Gleichgewichts, für welche wir oben fanden

$$D\,.\,\sin u = \text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II},$$

folgende Gestalt annehmen

$$D.\sin u = a.m.\mu \left\{ \frac{R.\sin(\psi - u) - b.\sin(U - u)}{\left\{(R - q')^2 + l'^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}} + \frac{R.\sin(\psi - u) - b.\sin(U - u)}{\left\{(R - q)^2 + l^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}} \right.$$
$$\left. - \frac{R.\sin(\psi - u) + b.\sin(U - u)}{\left\{(R + q')^2 + l'^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}} - \frac{R.\sin(\psi - u) + b.\sin(U - u)}{\left\{(R + q)^2 + l^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}} \right\}.$$

Jeden der vier Nenner auf der rechten Seite unserer Gleichung können wir nun in eine Reihe entwickeln, welche nach steigenden negativen Potenzen von $(R \pm q)$ und nach Potenzen von l fortschreitet. Der erste dieser Nenner liefert so die Reihe

$$\frac{1}{\left\{(R - q')^2 + l'^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}} = \frac{1}{(R - q')^{n+1}} - \frac{n+1}{2} \frac{l'^2}{(R - q')^{n+3}} + \frac{(n+1)(n+3)}{8} \frac{l'^4}{(R - q')^{n+5}} \cdots$$

Wenn wir voraussetzen, dass der Abstand R der beiden Magnete gegen deren Grösse $2a$ und $2b$ sehr gross ist, so convergirt die Reihe sehr rasch, so zwar, dass wir Glieder mit höheren Potenzen als der $n + 3$ vernachlässigen dürfen.

Die Reihen, welche die drei anderen Nenner liefern, sind dieser analog, sie unterscheiden sich nur dadurch, dass im zweiten Nenner q und l an die Stelle von q' und l' treten. Die Reihe des ersten Nenners verwandelt sich in die des dritten, wenn wir für $- q'$ einsetzen $+ q'$, und die des vierten erhalten wir aus der ersten, wenn wir $- q'$ mit $+ q$ und l' mit l vertauschen.

Jedes Glied der vier Reihen lässt sich nun nochmals in eine Reihe verwandeln, und zwar erhalten wir aus dem ersten Gliede der ersten Reihe

$$\frac{1}{(R - q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} + (n + 1) \frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1.2} \cdot \frac{q'^2}{R^{n+3}}$$
$$+ \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3} \cdot \frac{q'^3}{R^{n+4}} + \ldots.$$

Das erste Glied der Reihe für den dritten Nenner dagegen liefert, da dort für $- q'$ einzusetzen ist $+ q'$, die Reihe

$$\frac{1}{(R + q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} - (n + 1) \frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1.2} \cdot \frac{q'^2}{R^{n+3}}$$
$$- \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3} \cdot \frac{q'^3}{R^{n+4}} + \ldots - \ldots$$

Die Glieder dieser Reihe und ebenso der aus dem ersten Gliede der vierten Reihe hervorgehenden Reihe haben also abwechselnde Vorzeichen. Das erste Glied der dem zweiten Nenner entsprechenden Reihe dagegen liefert eine Reihe, deren Glieder wieder alle das positive Vorzeichen haben.

Die folgenden Glieder dieser Reihe enthalten alle nur Potenzen von R, welche höher sind als die $n + 4$.

Die zweiten Glieder der vier Reihen geben ähnliche Reihen, das zweite der ersten Reihe folgende:

$$-\frac{n+1}{2}\,\frac{l'^2}{(R-q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{R^{n+3}} - \frac{(n+1)(n+3)}{2}\cdot\frac{l'^2 \,.\, q'}{R^{n+4}} - \dots$$

Das zweite Glied der dritten Reihe dagegen liefert die Reihe

$$-\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{(R+q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{R^{n+3}} + \frac{(n+1)(n+3)}{2}\cdot\frac{l'^2 \,.\, q'}{R^{n+4}} - \dots + \dots$$

Für die anderen Reihen haben wir nur q' und l' mit q und l zu vertauschen.

Ausser den hier in Betracht gezogenen Gliedern brauchen wir keine zu entwickeln.

Setzen wir jetzt die so erhaltenen Werthe für die Nenner in unsere vier Ausdrücke für die Drehungsmomente ein, so wird der erste, wenn wir zugleich nach steigenden Potenzen von R in den Nennern ordnen

$$\Big\{R \,.\, \sin(\psi-u) - b \,.\, \sin(U-u)\Big\}\Big\{\frac{1}{R^{n+1}} + (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\cdot q'^2 - \frac{n+1}{2}\,l'^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\,.\,2\,.\,3}\,q'^3 - \frac{(n+1)(n+3)}{2\,.\,2}\cdot l'^2 \cdot q'\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \dots\Big\}$$

Der dritte wird dann

$$-\Big\{R \,.\, \sin(\psi-u) + b \,.\, \sin(U-u)\Big\}\Big\{\frac{1}{R^{n+1}} - (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\,q'^2 - \frac{n+1}{2}\,l'^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} - \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\,.\,2\,.\,3}\,q'^3 - \frac{(n+1)(n+3)}{2\,.\,2}\cdot l'^2\, q'\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \dots\Big\}$$

Der zweite Ausdruck wird

$$\Big\{R \,.\, \sin(\psi-u) - b \,.\, \sin(U-u)\Big\}\Big\{\frac{1}{R^{n+1}} + (n+1)\frac{q}{R^{n+2}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\cdot q^2 - \frac{(n+1)}{2}\,l^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\,.\,2\,.\,3}\,q^3 - \frac{(n+1)(n+3)}{2\,.\,2}\cdot l^2\, q\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \dots\Big\}$$

und schliesslich der vierte

$$-\Big\{R \,.\, \sin(\psi-u) + b \,.\, \sin(U-u)\Big\}\Big\{\frac{1}{R^{n+1}} - (n+1)\frac{q}{R^{n+2}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\,q^2 - \frac{n+1}{2}\,l^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\,.\,2\,.\,3}\cdot q^3 - \frac{(n+1)(n+3)}{2\,.\,2}\cdot l^2\, q\right)\frac{1}{R^{n+4}}\Big\}.$$

Ziehen wir jetzt die für den ersten und dritten Theil der rechten Seite unserer Gleichgewichtsbedingung erhaltenen Reihen zusammen, und ordnen zugleich nach steigenden negativen Potenzen von R, so erhalten wir

$$\left\{2q'.\sin(\psi-u)-2b.\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\left\{2\sin(\psi-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3}q'^3-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2.2}\cdot l'^2q'\right]-2\,b\sin(U-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}q'^2-\frac{n+1}{2}l'^2\right]\right\}\frac{1}{R^{n+3}}.$$

Ziehen wir ebenso den Ausdruck für das zweite und vierte Glied zusammen, so erhalten wir

$$\left\{2q.\sin(\psi-u)-2\,b.\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\left\{2\sin(\psi-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3}\cdot q^3-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2.2}\cdot l^2q\right]-2\,b.\sin(U-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}q^2-\frac{n+1}{2}l^2\right]\right\}\frac{1}{R^{n+3}}.$$

Summiren wir diese beiden Ausdrücke, so erhalten wir, wenn wir zugleich den Coefficienten des mit der $(n+3)$ Potenz von R behafteten Gliedes einfach mit f bezeichnen,

$$\left\{2(n+1)(q'+q).\sin(\psi-u)-4b.\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist

$$q+q'=2b.\cos(\psi-U),$$

wodurch unser Ausdruck wird

$$\left\{(n+1).\cos(\psi-U).\sin(\psi-u)-\sin(U-u)\right\}\frac{4b}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist weiter

$$\sin(U-u)=\cos(\psi-U).\sin(\psi-u)-\cos(\psi-u).\sin(\psi-U),$$

und setzen wir diesen Werth in unsern Ausdruck ein, so wird derselbe

$$\left\{n.\sin(\psi-u).\cos(\psi-U)+\cos(\psi-u).\sin(\psi-U)\right\}\cdot\frac{4b}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Damit wird dann schliesslich die Bedingung des Gleichgewichts für die drehbare Nadel

$$D.\sin u=$$
$$\frac{2am.2b\mu}{R^{n+1}}\left\{n.\sin(\psi-u).\cos(\psi-U)+\cos(\psi-u).\sin(\psi-U)\right\}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Um nun hieraus das Gesetz der magnetischen Fernewirkung, d. h. die Abhängigkeit derselben von der Entfernung der Magnete von einander, ihrer gegenseitigen Lage und Stärke zu erhalten, müssen wir den Ablenkungswinkel u in seiner Abhängigkeit von R, ψ, U darstellen. Entwickeln wir daher in dem ersten Gliede der rechten Seite die Sinus und Cosinus, in welchen u vorkommt, bringen alle Glieder, welche dann $\sin u$ enthalten, auf die linke Seite und dividiren die Gleichung durch $\cos u$, so

erhalten wir, wenn wir den Zähler des zweiten Gliedes auf der recht. Seite dann mit F bezeichnen:

$$\left\{D+2am\,.\,2b\mu\,.\,R^{-(n+1)}\,[n\,.\cos(\psi-U)\,.\cos\psi+\sin(\psi-U)\,.\sin\psi]\right\}\cdot\operatorname{tang} u =$$

$$= 2am\,.\,2b\mu\,.\,R^{-(n+1)}\left\{n\,.\cos(\psi-U)\,.\sin\psi+\sin(\psi-U)\,.\cos\psi\right\}+\frac{F}{R^{n+\dots}}$$

und daraus

$$\operatorname{tang} u = \frac{2am\,.\,2b\mu\,.\,R^{-(n+1)}\left\{n\,.\cos(\psi-U)\,.\sin\psi+\sin(\psi-U)\,.\cos\psi\right\}}{D+2am\,.\,2b\mu\,.\,R^{-(n+1)}\left\{n\,.\cos(\psi-U)\,.\cos\psi+\sin(\psi-U)\,.\sin\psi\right\}}+\frac{F'}{R^{n+\dots}}$$

Bezeichnen wir nun den Zähler des ersten Gliedes mit Z, den Nenn. mit $D+N$, so können wir obige Gleichung auch schreiben

$$\operatorname{tang} u = Z\,(D+N)^{-1}+F'\,.\,R^{-(n+3)}.$$

Entwickeln wir nun den Coefficienten $(D+N)^{-1}$ in eine Reihe, . wird die Gleichung

$$\operatorname{tang} u = Z\,.\left\{D^{-1}-D^{-2}\,.\,N+D^{-3}\,N^2-\cdots\right\}+F'\,.\,R^{-(n+\dots)}.$$

Von der Reihe, in welche wir das erste Glied aufgelöst haben, . nur das erste Glied zu beachten, da das zweite schon wegen des Fa. $Z\,.\,N$ den Nenner $R^{2(n+1)}$ enthält, und die folgenden im Nenner n. höhere Potenzen von R enthalten.

Darnach erhalten wir den der Gleichgewichtslage entsprechenden We. von u aus der Gleichung

$$\operatorname{tang} u = \frac{2am\,.\,2\mu b}{D}\,.\,\frac{\left\{n\,.\cos(\psi-U)\,.\sin\psi+\sin(\psi-U)\,.\cos\psi\right\}}{R^{n+1}}+\frac{F''}{R^{n+\dots}}$$

Die soeben entwickelte Gleichgewichtsbedingung gilt zunächst uns... Voraussetzung nach nur unter der Annahme, dass wir zwei kleine Magn... auf einander einwirken lassen, welche jeder nur aus zwei magnetisch... Theilchen bestehen, die im Abstande $2a$ und $2b$ sich von einander befind... Wir können indess sofort diese Rechnung auf vollständige Magnete an... wenden. Wie wir nämlich sahen, können wir in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach aussen hin annehmen, dass die eine Hälfte des Magnetes nur freien Nordmagnetismus, die andere nur freien Südmagnetismus ent hält. Diese Magnetismen sind in den Magneten, wenigstens theoreti... symmetrisch vertheilt, d. h. in gleichen parallel der magnetischen Axe ge... nommenen Abständen von der Mitte des Magnetes finden sich genau glei... Mengen Nord- und Südmagnetismus.

Nehmen wir nun an, dass sowohl der ablenkende, als der abgelenk... Magnet die eben angenommene Beschaffenheit haben, so werden in de... erstern an der einen Seite in den parallel der magnetischen Axe genom... menen Abständen von der Mitte

$b\ b'\ b''\ \dots.\ b^n$ sich die freien Magnetismen

$\mu\ \mu'\ \mu''\ \dots.\ \mu^n$ befinden, und an der andern Seite in de...

selben Abständen die freien Magnetismen $-\mu - \mu' - \mu'' \cdots - \mu^n$. Wir können daher den ablenkenden Magnet ansehen als zusammengesetzt aus einer grossen Anzahl von Magneten, welche die in unserer Rechnung vorausgesetzte Beschaffenheit haben, d. h. welche bestehen aus den Magnetismen $+\mu^n$ und $-\mu^n$, welche sich im Abstande $2b^n$ befinden und alle parallel dem Magnete $\nu\sigma$ liegen.

Ganz ebenso können wir den abgelenkten Stab aus solchen Elementarmagneten zusammengesetzt ansehen, welche alle aus den um $2a^n$ entfernten Magnetismen $+m^n$ und $-m^n$ bestehen und welche alle dem Magnete ns parallel liegen.

Bezeichnen wir nun das vorhin gefundene Drehungsmoment, welches der Magnet $\nu\sigma$ auf ns ausübt, mit

$$\frac{2am \cdot 2\mu b \cdot C}{R^{n+1}} + \frac{f'}{R^{n+3}},$$

setzen wir der Einfachheit wegen zunächst voraus, dass R so gross ist, dass das zweite Glied schon nicht mehr beachtet zu werden braucht, und nehmen wir an, dass der abgelenkte Magnet ein vollständiger Magnetstab wäre, so würde, da sowohl C als R für alle diesen zusammensetzenden Elementarmagnete constant wären, das Drehungsmoment, welches der feste Magnet dem beweglichen ertheilt, sein

$$(2am + 2a'm' + 2a''m'' + \cdots 2a^n m^n) \cdot \frac{2\mu b \cdot C}{R^{n+1}} = \frac{\Sigma\, 2am \cdot 2\mu b \cdot C}{R^{n+1}},$$

wo also die Summe $\Sigma 2am$ sich über alle Werthe von a und m erstreckt. Man nennt diese Summe der Producte aller magnetischen Theilchen eines Stabes in ihre parallel der magnetischen Axe genommenen Abstände von der Mitte, wie schon erwähnt wurde, das magnetische Moment des Stabes. Bezeichnen wir dasselbe mit M, so wird das Drehungsmoment, welches der Elementarmagnet $\nu\sigma$ auf den drehbaren Magnet ausübt,

$$\frac{M \cdot 2\mu b \cdot C}{R^{n+1}}.$$

Ist nun der ablenkende Magnet ebenfalls aus einer grossen Zahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, so wird jeder dem drehbaren Stab ein Drehungsmoment ertheilen, und da auch jetzt wieder C und R für alle constant sind, wird das ganze Drehungsmoment werden

$$\frac{M \cdot \Sigma 2\mu b \cdot C}{R^{n+1}} = \frac{M \cdot M'}{R^{n+1}} \cdot C,$$

wenn M' das magnetische Moment des ablenkenden Stabes ist.

Bezeichnet daher jetzt D die Directionskraft des abgelenkten Stabes, so wird, wie man unmittelbar sieht, der Werth von u, welcher der Gleichgewichtsbedingung entspricht, gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} u = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{n \cos(\psi - U) \cdot \sin\psi + \sin(\psi - U) \cdot \cos\psi}{R^{n+1}} + \frac{Q}{R^{n+3}},$$

wenn Q den Werth bezeichnet, den F' annimmt, wenn an die Stelle der Elementarmagnete vollständige Magnete treten. Der Versuch hat nun sowohl über den Werth von n als über die Zulässigkeit der Hypothese zu entscheiden, dass die magnetischen Anziehungen und Abstossungen dem Producte $M \cdot M'$ proportional seien.

§. 8.

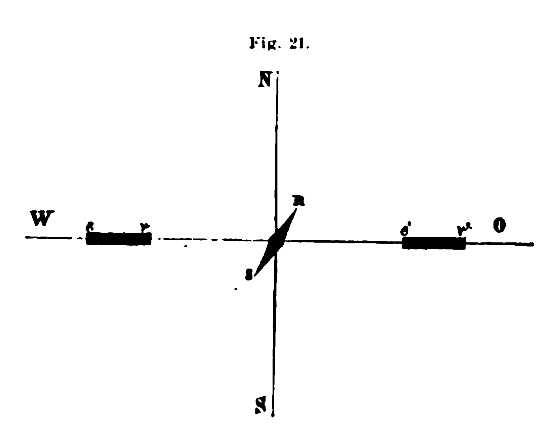
Versuche von Gauss[1]). Um nun durch den Versuch über den Werth von n zu entscheiden, gab Gauss den Winkeln ψ und U solche Werthe, welche am leichtesten mit Genauigkeit gemessen werden konnten, und bei welchen die unvermeidlichen Ungenauigkeiten den geringsten Einfluss auf das schliessliche Resultat haben. Die Theorie ergibt, dass zu dem letztern Zwecke der ablenkende Stab so gelegt werden muss, dass der Winkel u entweder den grössten möglichen oder den kleinsten möglichen Werth erhält, und die Rechnung ergibt, dass die Werthe von ψ und U, welche diese Bedingung erfüllen, zugleich diejenigen sind, welche sich am leichtesten mit Genauigkeit messen lassen.

Der Winkel u erhält den grösstmöglichen Werth, wenn wir setzen

$$\psi = 90^0 \qquad U = 90^0.$$

Wir haben den Winkel ψ vom Meridian aus nach Westen gerechnet, der Winkel ψ ist also gleich 90^0, wenn der ablenkende Magnetstab sich westlich vom Meridian und in einer solchen Lage befindet, dass die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Magnete senkrecht ist zum magnetischen Meridiane. Den Winkel U haben wir gleich 0 gesetzt, wenn der Magnetstab dem Meridiane parallel liegt mit seinem Nordende nach Norden, und ihn dann ebenfalls von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, so dass $U = 90^0$ ist, wenn der Magnetstab senkrecht zum Meridiane mit der Nordseite nach Osten liegt. Fig. 21 $\sigma\nu$ stellt also die Lage des festen Magnetes diesen Werthen von ψ und U entsprechend dar.

Fig. 21.



Setzen wir diese Werthe von ψ und U in unsere Gleichung für tang u ein, so wird

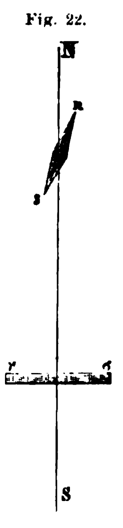
$$\text{tang } u = \frac{n \cdot M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q'}{R^{n+3}}.$$

1 *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Genau denselben Werth muss u erhalten, wenn man dem ablenkenden Magnetstabe die Lage $\nu'\sigma'$ (Fig. 21) gibt, wenn man also bei ungeändertem Werthe von U und R den Magnetstab auf die Ostseite des Meridianes bringt; ψ erhält dann den Werth 270°.

Absolut genommen denselben, dem Zeichen nach aber einen entgegengesetzten Werth erhält u, wenn man in beiden Lagen den Magnetstab umkehrt, so dass der Nordpol nach Westen zeigt. U erhält dann den Werth 270°. Diese vier Lagen des ablenkenden Magnetes nennt man nach Gauss die erste Hauptlage.

Um deshalb die Beobachtungsfehler möglichst zu eliminiren, werden für die Entfernung R diese vier Beobachtungen combinirt, indem das arithmetische Mittel aus den vier so gefundenen Werthen von u, als der wahre Werth der Ablenkung angenommen wird. Bezeichnen wir diesen Mittelwerth mit v, so gilt natürlich auch für diesen die Gleichung



$$\operatorname{tang} v = \frac{n \,.\, M \,.\, M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q'}{R^{n+3}}.$$

Der Winkel u erhält seinen kleinsten Werth, wenn man den Winkel $\psi = 0$ und $U = 270^0$ macht, wenn man also (Fig. 22) den festen Magnetstab senkrecht gegen den Meridian mit dem Nordende nach Westen und so legt, dass die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Magnete mit dem Meridiane zusammenfällt; die Verbindungslinie fällt also mit der Verlängerung der nicht abgelenkten Nadel zusammen, sie ist senkrecht zu dem ablenkenden Magnete, während in dem vorigen Falle die Verbindungslinie der Mittelpunkte mit der Verlängerung des festen Magnetes zusammenfiel und senkrecht war zu der nicht abgelenkten Nadel.

Setzen wir nun diese Werthe von ψ und U in unsere Gleichung für tang u, so erhalten wir

$$\operatorname{tang} u = \frac{M \,.\, M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q''}{R^{n+3}}.$$

Auch für diesen Fall hat man den Werth von u nicht aus einer, sondern aus vier Beobachtungen zu bestimmen, nämlich

$\psi = 0$	$U = 270$	Ablenkung	$= u$
$\psi = 0$	$U = 90$	„	$= -u$
$\psi = 180$	$U = 270$	„	$= u$
$\psi = 180$	$U = 90$	„	$= -u.$

Das Mittel aus diesen vier beobachteten Werthen wird von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern möglichst befreit sein, dem wahren Werthe der Ablenkung also am nächsten kommen. Bezeichnen wir das Mittel als v', so gilt auch dafür

$$\operatorname{tang} v' = \frac{M \,.\, M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q''}{R^{n+3}}.$$

Gibt man nun dem Abstande R einen solchen Werth, dass das zweite Glied schon vernachlässigt werden darf, so muss hiernach

$$\text{tang } v = n \cdot \text{tang } v'$$

sein, so dass man aus der Vergleichung dieser beiden Reihen schon den Werth von n bestimmen kann.

Die Versuche, welche Gauss hiernach anstellte, sind in folgender Tabelle zusammengestellt; sie wurden mit dem Magnetometer angestellt; die erste Columne enthält die Abstände des ablenkenden Stabes von der Magnetometernadel, die zweite mit v überschriebene enthält die Ablenkungen für $\psi = 90^0$, und die dritte mit v' überschriebene die Ablenkungen für $\psi = 0$. Die angegebenen Werthe sind in der soeben entwickelten Weise als Mittelwerthe aus vier Beobachtungen bestimmt.

R	v	v'	R	v	v'
1,1^m	—	1⁰ 57′ 24,8″	1,9^m	0⁰ 43′ 21,8″	0⁰ 22′ 9,2″
1,2	—	1 29 40,5	2,0	0 37 16,2	0 19 1,6
1,3	2⁰ 13′ 51,2″	1 10 19,3	2,1	0 32 4,6	0 16 24,7
1,4	1 47 28,6	0 55 58,9	2,5	0 18 51,9	0 9 36,1
1,5	1 27 19,1	0 45 14,3	3,0	0 11 0,7	0 5 33,7
1,6	1 12 7,6	0 37 12,2	3,5	0 6 56,9	0 3 28,9
1,7	1 0 9,9	0 30 57,9	4,0	0 4 35,9	0 2 22,2
1,8	0 50 52,5	0 25 59,5			

Ferner ergab sich, dass die Werthe von v und v' unabhängig waren von der Beschaffenheit der abgelenkten Nadel, dass, so lange der ablenkende Magnet ungeändert blieb, auch die Ablenkungen des beweglichen Magnetes unter sonst gleichen Umständen constant waren.

Aus der letzten Beobachtung folgt zunächst die Richtigkeit der ersten, unseren Rechnungen zu Grunde gelegten Hypothese. Denn in unserm Ausdrucke für tang u kommt in allen Gliedern der Coefficient

$$\frac{M \cdot M'}{D}$$

vor, worin D die Directionskraft des beweglichen Magnetes bedeutet. Diese Directionskraft, welche das Product aus den an den einzelnen Punkten des sich selbst überlassenen Magnetes angreifenden Kräften und den parallel der magnetischen Axe gemessenen Abständen der Angriffspunkte von der Drehungsaxe bedeutet, ist aber, wie wir bereits bei der Messung der magnetischen Directionskraft und Zurückführung derselben auf absolutes Maass auseinandersetzten, dem magnetischen Moment des Stabes proportional. Wir können daher setzen

$$D = M \cdot T,$$

und somit wird jener allen Gliedern gemeinsame Coefficient

$$\frac{M \,.\, M'}{D} = \frac{M'}{T},$$

das heisst die Ablenkung des beweglichen Magnetes ist direct proportional dem magnetischen Momente des ablenkenden Stabes und unabhängig von demjenigen des abgelenkten Stabes, wie es die Beobachtung bestätigt.

Ueber den Werth von n gibt schon ein flüchtiger Ueberblick über die Zahlen der obigen Tabelle sichern Aufschluss. Denn für die grösseren Werthe von R sind die Werthe v' fast genau halb so gross als die Werthe v, und ebenso sind in beiden Reihen die Ablenkungen den dritten Potenzen der Entfernung fast genau umgekehrt proportional. Da nun die Ablenkungswinkel stets so klein sind, dass wir die Tangenten den Winkeln proportional setzen dürfen, so kann kein Zweifel bestehen, dass $n = 2$ ist, dass also die magnetischen Anziehungen und Abstossungen dem Quadrate der Entfernungen umgekehrt proportional sind.

Um indess die Richtigkeit des Gesetzes an den einzelnen Versuchen noch deutlicher zu zeigen, berechnete Gauss aus den Beobachtungen die Werthe der vier Coefficienten in den Gleichungen für tang v und für tang v', und dann mit den so erhaltenen Zahlenwerthen die den einzelnen Entfernungen R entsprechenden Ablenkungen. Es ergaben sich auf diese Weise folgende Zahlenwerthe für die Coefficienten der Gleichung

$$\text{tang } v = \frac{0{,}096870}{R^3} - \frac{0{,}002185}{R^5}$$

$$\text{tang } v' = \frac{0{,}048435}{R^3} + \frac{0{,}002449}{R^5}.$$

Die hiernach berechneten Werthe von v und v' stimmten bis auf wenige Secunden mit den beobachteten überein. Daraus ergibt sich nun mit aller Strenge, dass $n = 2$ ist, einmal weil die beobachteten Werthe in beiden Fällen sich durch Gleichungen berechnen lassen, deren Glieder R^3 und R^5 zu Nennern haben, dann aber auch weil der Coefficient des ersten Gliedes in der Gleichung für tang v genau doppelt so gross ist, als der Coefficient des ersten Gliedes in der Gleichung für tang v'.

Mit Hülfe der zuletzt gegebenen Entwickelungen sind wir nun auch im Stande, den Magnetismus eines Stabes in absolutem Maasse auszudrücken.

Das Drehungsmoment, welches ein Magnetstab, dessen magnetisches Moment M' ist, in der Fig. 22 dargestellten Lage, welche wir die zweite Hauptlage nennen wollen, in der Entfernung R einem andern ertheilt, dessen magnetisches Moment gleich M ist und welcher sich in dem magnetischen Meridian befindet, ist nach §. 7



Ist die Entfernung R sehr gross gegen die Dimensionen der Magnete, so verschwindet das zweite Glied, und das Drehungsmoment wird dann der dritten Potenz aus dem Abstande der Stäbe proportional. In solchen Entfernungen ist also das Product aus dem Cubus der Entfernungen und dem Drehungsmomente eine constante Grösse und zwar gleich $M \cdot M'$. Dieses Product gibt uns das Drehungsmoment, welches der feste Stab auf den beweglichen in der Entfernungseinheit ausüben würde, wenn jenes einfache Gesetz der Abnahme der Wirkung zweier Magnete auf einander, welches für grosse Entfernungen gültig ist, bis zu den kleinsten Entfernungen seine Gültigkeit behielte. Dieses Product nennt Weber daher das auf die Entfernungseinheit reducirte Drehungsmoment [1]); dasselbe ist einfach gleich dem Producte der beiden magnetischen Momente der Stäbe.

Dieses reducirte Drehungsmoment, welches nur von den magnetischen Momenten der beiden auf einander wirkenden Stäbe abhängig ist, ist nun vorzüglich geeignet, uns ein Maass für den Magnetismus der Stäbe zu liefern, indem wir einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegen, der einem andern ebenso stark magnetischen Stabe in der zweiten Hauptlage ein reducirtes Drehungsmoment ertheilt, welches gleich ist dem Drucke der Krafteinheit an einem Hebelarme von der Längeneinheit. Setzen wir überdies voraus, dass die Magnetstäbe eine Länge gleich der Längeneinheit besitzen, so ist in denselben auch die Einheit des freien Magnetismus vorhanden.

Legen wir nun als Einheit der Entfernung und Kraft jene zu Grunde, in welchen, wie wir §. 6 sahen, Gauss die Directionskraft der Magnete ausdrückte, so würde jener Magnetstab von der Länge eins die Einheit des freien Magnetismus haben, welcher einem andern gleich stark magnetischen Stabe ein auf den Abstand von 1^{mm} reducirtes Drehungsmoment ertheilt, welches gleich ist dem Drucke, welchen eine Kraft, die der Masse von 1 Milligramm die Beschleunigung von 1^{mm} ertheilt, an einem Hebelarme von 1 Millimeter ausübt.

Die vorhin beschriebenen Ablenkungversuche liefern uns nun zwar nicht direct das Moment, welches ein Stab einem andern von gleichem Magnetismus ertheilt, aber sie geben uns das Verhältniss des Drehungsmomentes, welches ein Stab einem andern ertheilt, zu der Directionskraft des andern Stabes. Da nun aber sowohl jenes Drehungsmoment, als auch die Directionskraft des abgelenkten Stabes dem magnetischen Momente des letztern proportional sind, so ist das aus den Ablenkungsversuchen gefundene Verhältniss

$$\frac{M \cdot M'}{D} = \frac{M \cdot M'}{M \cdot T} = \frac{M'}{T},$$

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines. Göttingen 1836.

also gleich dem Quotienten aus dem Drehungsmomente, welches der ablenkende Stab einem andern ertheilt, dessen Magnetismus der Einheit gleich ist, und der Directionskraft T des mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Stabes.

Nun haben wir bereits §. 6 ein Mittel kennen gelernt, um die Directionskraft des mit dem Magnetismus M' begabten Magnetes, also das Product aus seinem in den gewählten Einheiten ausgedrückten Magnetismus und der Directionskraft des mit der Einheit des freien Magnetismus begabten, in seiner sonstigen Beschaffenheit ihm ganz gleichen Magnetes, vollständig zu bestimmen. Bestimmen wir daher durch Schwingungsversuche die Directionskraft des soeben zu den Ablenkungsversuchen benutzten ablenkenden Magnetes, so können wir entweder T climiniren und M' direct berechnen, oder sowohl M' als T bestimmen. Denn in der That, die Ablenkungsversuche geben uns für das Verhältniss $\frac{M'}{T}$ einen bestimmten Zahlenwerth

$$\frac{M'}{T} = a;$$

die Schwingungsversuche mit dem Magnete M' liefern uns in bestimmten Einheiten ausgedrückt die Directionskraft

$$M' \,.\, T = b.$$

Beide Gleichungen zusammen liefern uns

$$M' = \sqrt{a \,.\, b} \qquad T = \sqrt{\frac{b}{a}}\,.$$

Für den im §. 6 untersuchten Magnetstab fand Gauss in den von ihm gewählten Einheiten am 18. September 1832

$$M' \,.\, T = 179770600.$$

Mit demselben Stabe wurde dann in der ersten Hauptlage, in welcher $\varphi = 90$, $U = 90$ war, die Nadel des Magnetometers abgelenkt und gefunden für

$$R = 1200^{mm} \qquad v = 3^0\, 42'\, 19{,}4''$$
$$R_1 = 1600^{mm} \qquad v_1 = 1^0\, 34'\, 19{,}3''.$$

Dieser Hauptlage entspricht die Gleichung

$$\text{tang}\, v = 2\,\frac{M}{T}\cdot\frac{1}{R^3} + \frac{Q'}{R^5}$$
$$\text{tang}\, v_1 = 2\,\frac{M}{T}\cdot\frac{1}{R_1^3} + \frac{Q'}{R_1^5}.$$

Multipliciren wir die erste Gleichung mit R^5, die zweite mit R_1^5, und subtrahiren von der zweiten die erste, so erhalten wir

$$R_1^5 \,.\, \text{tang}\, v_1 - R^5\, \text{tang}\, v = 2\,\frac{M}{T}\,(R_1^2 - R^2),$$

und somit

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2}\,\frac{R_1^5\, \text{tang}\, v_1 - R^5\, \text{tang}\, v}{R_1^2 - R^2} = 56606437.$$

Mit diesen Zahlen wird

$$M' = 100876331 \qquad T = 1{,}782088.$$

Die Directionskraft eines mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Magnetstabes ist also gleich dem Drucke, den 1,782 Krafteinheiten an einem Hebelarme von der Länge 1^{mm} bewirken, von denen jede Krafteinheit der Masse eines Milligrammes in der Secunde die Geschwindigkeit von 1^{mm} ertheilt. Die den Magnetismus des Stabes ausdrückende Zahl gibt das auf den Abstand von 1^{mm} reducirte Drehungsmoment in ebendenselben Krafteinheiten, welches der untersuchte Stab einem andern ertheilt, welcher die Einheit des freien Magnetismus besitzt, welcher also die Directionskraft T zeigt.

§. 9.

Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnete. Bei der Beschreibung der magnetischen Eigenschaft und der sich daranschliessenden Betrachtung über die Constitution des Magnetes haben wir bereits im allgemeinen gesehen, dass der freie Magnetismus eines Stabes von den Enden gegen die Indifferenzzone hin rasch abnimmt. Wir haben nun in den letzten Paragraphen die Mittel kennen gelernt, die magnetischen Kräfte nach Maass und Zahl zu vergleichen; zur Vervollständigung unserer Betrachtung über die Constitution der Magnete und zugleich zum Erweise der Richtigkeit der schon mehrfach gemachten Annahme, dass der freie Magnetismus eines Stabes schon in geringer Entfernung von den Enden desselben unmerklich sei, wird es daher nothwendig sein, die Vertheilung des freien Magnetismus in einem Stabe genauer zu untersuchen.

Die genauesten dahin zielenden Versuche sind wohl noch immer diejenigen von Coulomb [1]). Er wandte zu dem Zwecke die schon früher erwähnte Methode der Oscillationen an. Eine kleine ungefähr 15^{mm} lange Magnetnadel von sehr hartem Stahl, und möglichst kräftig magnetisirt, wurde an einem dünnen Seidenfaden in horizontaler Ebene drehbar aufgehängt und ihre Schwingungsdauer bestimmt, wenn die Nadel sich selbst überlassen war.

Dieser Nadel wurde dann in der Richtung des magnetischen Meridians ein langer Magnetstab in verticaler Stellung bis auf einen kleinen Abstand genähert und wieder die Schwingungsdauer der Nadel bestimmt, wenn die verschiedenen Querschnitte des Stabes mit dem Pole der Nadel in gleicher Höhe waren. Bezeichnen wir die Schwingungszahl der sich selbst überlassenen Nadel mit n, diejenige, wenn irgend ein um die Länge x von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt des Stabes mit der Nadel sich in derselben Horizontalebene befindet, mit n', so erhalten wir für die anziehende Wirkung A des Stabes auf die Nadel nach §. 7 den Ausdruck

$$A = \frac{D}{n^2}(n'^2 - n^2),$$

1) *Coulomb,* Delamétherie observat. sur la physique. T. XLIII. *Gehler's* physik. Wörterbuch Bd. VI.

wenn D wie immer die Directionskraft der Nadel bezeichnet, welche sie in den Meridian zurückführt, wenn sie sich selbst überlassen ist.

Befindet sich, bei gleichem Abstande des Stabes von der Nadel, ein anderer um x' von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt mit der Nadel in gleicher Höhe, so wird man eine andere Schwingungszahl n'' beobachten und daraus eine andere anziehende Wirkung des Stabes auf die Nadel erhalten, nämlich

$$A' = \frac{D}{n^2}(n''^2 - n^2),$$

und daraus für das Verhältniss A zu A'

$$\frac{A}{A'} = \frac{n'^2 - n^2}{n''^2 - n^2}.$$

Da wir nun wissen, dass die magnetischen Anziehungen und Abstossungen den Magnetismen selbst proportional sind, so würde uns dieser Quotient zugleich das Verhältniss der freien Magnetismen der beiden Querschnitte geben, wenn eben nur diese Querschnitte anziehend auf die Nadel wirkten. Das ist nun zwar nicht der Fall, sondern auf die Nadel wirkt der ganze Magnetstab ein; indessen zeigt eine der im §. 7 angestellten analoge Betrachtung, dass, wenn man den Abstand des Stabes von der Nadel nur klein genug wählt, die horizontale Componente der Anziehungen, welche die nicht mit der Nadel in gleicher Horizontalebene liegenden Querschnitte auf die Nadel ausüben, vernachlässigt werden darf, so dass man in der That die Anziehungen A als nur von den mit der Nadel in gleicher Höhe befindlichen Schichten ausgeübt betrachten kann. Man kann daher auch die Stärke der in den betreffenden Querschnitten vorhandenen Magnetismen den Anziehungen proportional setzen, welche beobachtet werden, wenn diese Querschnitte mit der Nadel in gleicher Höhe sind. Coulomb wandte nun zu seinen Versuchen einen Magnetstab an, welcher bei einem Durchmesser von circa 5mm eine Länge von 70 Cent. hatte, und brachte denselben in einen Abstand von 20mm von der Nadel. Die Originalbeobachtungen Coulomb's sind nicht vorhanden, man weiss daher nicht, welche Schwingungsdauern die Nadel hatte. Die von Coulomb erhaltenen Resultate sind folgende:

Abstand des einwirkenden Querschnittes vom Ende des Stabes	Stärke des freien Magnetismus		Unterschied
	beobachtet	berechnet	
0 Cent.	165	173,76	— 8,76
2,6 „	90	90,00	0,00
5,2 „	48	46,62	+ 1,38
7,8 „	23	24,14	— 1,14
11,7 „	9	9,00	0,00
15,6 „	6	3,35	+ 2,65

Die Zahlen der zweiten Columne sind wahrscheinlich wohl die Werthe $n'^2 - n^2$.

Die Zahlen der dritten Columne sind nach einer Formel berechnet, welche Biot[1]) aus der Theorie des Magnetismus für die Vertheilung des freien Magnetismus in einem Stabe ableitete.

Bei dieser Ableitung macht Biot die Voraussetzung, dass der magnetische Zustand eines Stabes genau derselbe wäre, wenn man den beiden Enden den in der That dort vorhandenen freien Magnetismus ertheilt hätte, und wenn dann nur durch die Wirkung dieser Magnetismen im Innern des Stabes eine Magnetisirung stattgefunden hätte, indem jedes Molekül von dem benachbarten dem Pole näher liegenden afficirt wäre. Man wird dann weiter annehmen dürfen, dass der Magnetismus jedes Moleküls in dem benachbarten eine ihm proportionale Menge Magnetismus in Folge der magnetischen Anziehungen und Abstossung frei macht, indem er den ungleichnamigen Magnetismus gewissermassen bindet, d. h. ihn nach aussen unwirksam macht. Sei nun der Magnetismus des äussersten Querschnittes eines Stabes gleich $+A$, so wird derselbe in der benachbarten Schicht die Magnetismen $+A\mu$ und $-A\mu$ trennen, worin μ ein ächter Bruch ist. In der zweiten Schicht wird dann durch den Magnetismus $A\mu$ der vorhergehenden Schicht $\pm A\mu^2$ geschieden werden und in der n Schicht $\pm A\mu^n$.

Setzen wir nun voraus, dass in der Längeneinheit des Stabes m Querschnitte vorhanden sind, so werden wir den Abstand ξ des n. Querschnittes setzen können $\xi = \frac{n}{m}$, und dadurch wird der geschiedene Magnetismus ausgedrückt werden können durch $\pm A \cdot \mu^{m\xi}$, oder wenn wir $\mu^m = M$ setzen, durch AM^ξ. Setzen wir nun die Länge des Magnetes gleich $2l$, so wird an derselben Stelle, wo durch den Einfluss des Endes A der Magnetismus $+AM^\xi$ frei geworden ist, durch den Einfluss des andern Poles, der den Magnetismus $-B$ enthalte, der Magnetismus $-B \cdot M^{2l-\xi}$ frei werden; oder da in einem regelmässig magnetisirten Stabe die Magnetismen beider Pole gleich stark sind, so wird $B = A$ und

$$-B \cdot M^{2l-\xi} = -A \cdot M^{2l-\xi}$$

sein.

Der von dem Pole B aus frei gewordene Magnetismus wird nun an dieser Stelle eine ihm an Grösse genau gleiche Menge des von A aus frei gewordenen Magnetismus neutralisiren, so dass an der um ξ von A entfernten Stelle der wirklich dort vorhandene freie Magnetismus sein wird

$$y = A\,(M^\xi - M^{2l-\xi}).$$

Nennen wir nun den Abstand des um ξ von dem Ende A entfernten Stabes von der Mitte x, so wird

$$\xi = l - x. \qquad 2l - \xi = l + x,$$

1) *Biot,* Traité de physique. T. III. p. 76.

und setzen wir diese Werthe in unsere Gleichung ein, so wird

$$y = A \,.\, M^l \,(M^{-x} - M^x).$$

Aus der zweiten und vorletzten Beobachtung von Coulomb berechnete nun Biot die beiden Constanten A und M, und mit diesen dann die Magnetismen an den übrigen Punkten des Stabes, an welchen beobachtet worden war. Wie die dritte Columne zeigt, stimmen Beobachtung und Rechnung bis auf die Enden des Stabes hinlänglich mit einander überein.

Die Beobachtung an dem Ende des Drahtes kann indess auch nicht direct mit den andern verglichen werden; denn es ist nach dem Vorigen klar, dass nicht nur der freie Magnetismus, welcher in dem der Nadel gerade gegenüberliegenden Querschnitte enthalten ist, auf die Nadel wirkt, sondern dass die unmittelbar über und unter diesem liegenden Querschnitte ebenfalls einwirken. An dem Ende des magnetisirten Drahtes fehlen nun aber entweder die unterhalb oder die oberhalb des gerade beobachteten liegenden Querschnitte, und deshalb ist der dort gefundene Magnetismus gegen die Magnetismen der anderen Querschnitte viel zu klein. Coulomb nahm an, dass der Magnetismus der Enden etwa um die Hälfte zu klein sei, und darnach wurde dann die directe Beobachtung corrigirt; die Zahl 165 ist die corrigirte Beobachtung.

Die Beobachtungen Coulomb's, sowie die Gleichung Biot's, geben uns keinen Aufschluss über die wirkliche Vertheilung des Magnetismus in dem der Untersuchung unterworfenen magnetischen Drahte, sondern nur über die Vertheilung des freien Magnetismus. Letztere ist indess, wie wir bereits früher sahen, eine ganz andere als erstere.

Aus der Formel von Biot, deren Zulässigkeit nach den Versuchen von Coulomb angenommen wurde, hat nun Rees [1]) die Vertheilung des Magnetismus in einem Stabe, dessen Dicke gegen seine Länge sehr klein ist, folgendermassen entwickelt.

Wie wir §. 2 sahen, können wir einen linearen Magneten als zusammengesetzt ansehen aus einer sehr grossen Anzahl parallel gelegter sehr kleiner sogenannter Elementarmagnete, deren eine Hälfte nur freien Nord-, deren andere Hälfte nur freien Südmagnetismus enthält. Ist die unendlich kleine Länge eines solchen Elementarmagnetes gleich Δx und das magnetische Moment dieses Elementarmagnetes gleich v, so können wir anstatt der wirklichen Vertheilung des Magnetismus auf dem Elementarmagnete annehmen, dass in seinen Endpunkten die Magnetismen

$$n = \pm \frac{v}{\Delta x}$$

angehäuft seien; denn das magnetische Moment des so beschaffenen Elementarmagnetes ist genau gleich demjenigen des wirklichen Elementar-

1) *van Rees,* Poggend. Ann. Bd. LXX.

magnetes, und wie wir §. 7 sahen, hängt die Wirkung eines Magnetes nach aussen nur ab von seinem magnetischen Moment, so dass zwei Magnete von gleichem Moment sich vollständig ersetzen können.

Der betrachtete Elementarmagnet liege nun um x von der Mitte des Magnetes nach der Nordseite hin entfernt. Der nach der Nordseite neben ihm liegende Elementarmagnet liegt dann um $x + \Delta x$ von der Mitte entfernt; sei sein magnetisches Moment gleich $v + \Delta v$, wo Δv dann jedenfalls unendlich klein ist, so können wir uns diesen ersetzt denken durch einen idealen Elementarmagnet, an dessen Enden die Magnetismen

$$n' = \pm \frac{v + \Delta v}{\Delta x}$$

angehäuft sind.

Die Südseite des letztern Elementarmagnets stösst nun an die Nordseite des erstern; der am Ende desselben vorhandene Nordmagnetismus wird also zum Theil durch den Südmagnetismus des anliegenden Südendes neutralisirt, und der übrigbleibende Nordmagnetismus ist der freie an dem um x von der Mitte entfernten Querschnitte des Magnetes vorhandene Magnetismus. Diese Differenz ist

$$n - n' = \frac{v}{\Delta x} - \frac{v + \Delta v}{\Delta x}$$

$$m = - \frac{\Delta v}{\Delta x},$$

so dass der freie Magnetismus eines solchen linearen Magnetes im Abstande x von der Mitte gleich ist dem Quotienten aus der unendlich kleinen Differenz Δv des magnetischen Momentes des im Abstande x und des um die unendlich kleine Grösse Δx weiter von der Mitte nach dem Pole hin gelegenen Elementarmagnetes dividirt durch die Entfernung Δx. Was von dem linearen Magnete gilt, lässt sich sofort auf einen Magnetstab übertragen, dessen Dicke so klein ist, dass wir alle in einem zur Axe senkrechten Querschnitte vorhandenen Elementarmagnete als gleich stark magnetisch betrachten können. Der in dem Querschnitte x geschiedene Magnetismus ist dann

$$\Sigma n = \pm \frac{\Sigma v}{\Delta x},$$

worin Σv die Summe der magnetischen Momente aller in dem betrachteten Querschnitte liegenden Elementarmagnete ist; in dem nebenliegenden Querschnitte ist geschieden

$$\Sigma n' = \pm \frac{\Sigma v + \Delta \Sigma v}{\Delta x}.$$

Der freie Magnetismus ist daher

$$\Sigma n - \Sigma n' = y = - \frac{\Delta \Sigma v}{\Delta x} = - \frac{\Delta z}{\Delta x}.$$

Aus den Versuchen von Coulomb ergibt sich nun, wie wir sahen, der Werth von y

$$y = A \,.\, M^l \,(M^{-x} - M^x).$$

Es muss daher zwischen dem magnetischen Momente z eines Querschnittes und dessen Abstande x von der Mitte eine solche Beziehung bestehen, dass, wenn wir x um Δx wachsen lassen, z so wächst, dass

$$-\frac{\Delta z}{\Delta x} = A \cdot M^l (M^{-x} - M^x),$$

und das ist, wie in der Analysis nachgewiesen wird, der Fall, wenn wir setzen

$$z = C + B(M^x + M^{-x}),$$

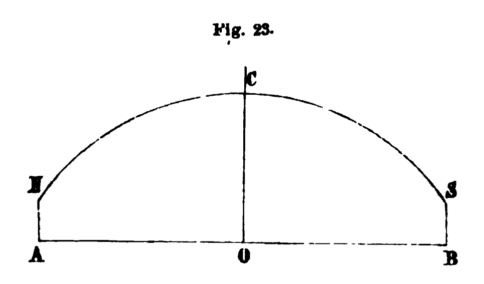
wenn C eine aus den Versuchen zu bestimmende Constante und

$$B = A \cdot M^l \cdot \frac{\log e}{\log M^l}$$

bedeutet. Der Buchstabe e in diesem Ausdrucke ist die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems.

Dieser Ausdruck für z ist die Gleichung der Kettenlinie, wie sie Fig. 23 darstellt. Die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte sind in der Mitte am grössten und nehmen stetig nach beiden Seiten ab bis zu den Enden des Stabes, wo sie am kleinsten sind. Man erkennt das auch sofort aus der Gleichung für z, wenn man sich daran erinnert, dass M ein ächter Bruch ist. Das magnetische Moment des mittlern Querschnittes, für welchen $x = 0$ ist, wird

Fig. 23.



$$z = C + 2B = C + 2A \cdot \frac{\log e}{\log M^l}.$$

Je grösser nun x wird, um so kleiner wird der Coefficient von B; an den Enden des Stabes wird er

$$z = C + \left(M^l + \frac{1}{M^l}\right) \cdot B = C + \left\{M^{2l} + 1\right\} \cdot A \frac{\log e}{\log M^l};$$

dies ist der kleinste Werth, welchen der Ausdruck auf dem Stabe von der Länge $2l$ erhalten kann.

Die Uebereinstimmung dieses Ausdruckes mit der Erfahrung hat Rees[1]) durch Versuche nachgewiesen, auf welche wir indess erst an einer spätern Stelle eingehen können. Dort werden wir dann ebenfalls auf einige Sätze von Dub[2]) eingehen können, welche er an die Stelle dieser aus den Coulomb'schen Versuchen abgeleiteten Sätze setzte.

Die hier durchgeführte Untersuchung bestätigt die Ansicht über die Constitution von Magneten, welche wir im §. 2 vorläufig entwickelten; die

1) *van Rees* a. a. O. und Poggend. Ann. Bd. LXXIV.

2) *Dub,* Der Elektromagnetismus (Berlin 1861). p. 270 ff.

dieselbe. Welche wir erhielten, gelten daher nur für Magnete von der vorausgesetzten Form, für sehr dünne geradlinige Magnete, welche regelmässig und bis zur Sättigung magnetisirt sind. Schon für Stabmagnete, deren Dicke nicht sehr klein ist, gelten sie nicht mehr, da für diese die Voraussetzung nicht mehr zutrifft, dass alle Elementarmagnete eines und desselben Querschnittes gleich starke magnetische Momente haben.

Für solche, und noch mehr für Magnete anderer Formen, bedarf es daher einer allgemeinen Untersuchung der Vertheilung des Magnetismus im Innern derselben. Diese Untersuchung ist von Poisson[1], Green[2], Neumann[3] und Anderen theoretisch durchgeführt worden; wir werden auch auf diese, sowie auf die Experimentaluntersuchungen, welche zur Aufklärung der hierbei sich darbietenden Fragen ausgeführt sind, bei der Lehre vom Elektromagnetismus ausführlicher zurückkommen.

§. 11.

Einfluss mechanischer Kräfte auf den Magnetismus eines Stabes.

Betreffs des Verhaltens der Magnete erübrigt jetzt noch eine Frage, nämlich die, ob andere Kräfte, mechanische Einwirkungen oder Wärme auf den Magnetismus eines Stabes von Einfluss sind.

Was zunächst die Einwirkung mechanischer Kräfte betrifft, so ist es schon lange bekannt, dass Erschütterungen eines Stabes seinen Magnetismus bedeutend zu ändern im Stande sind.

Erschüttert man einen Stab, während er magnetisirt wird, so wird sein Magnetismus bedeutend stärker, als wenn er ohne solche Erschütterungen magnetisirt wird; es ist daher auch eine schon alte Vorschrift, einen Magnet, den man durch Aufsetzen auf die Pole eines kräftigen Hufeisens herstellt, zu klopfen oder zu stossen, damit sein Magnetismus möglichst stark wird.

Wenn man dagegen einen fertigen Magnet stark erschüttert, ihn stösst oder fallen lässt, so wird sein Magnetismus dadurch bedeutend geschwächt; so ist es eine schon lange bekannte Thatsache, dass ein Magnet einen grossen Theil seines Magnetismus verliert, wenn man ihn aus einiger Höhe auf den Boden fallen lässt.

Einen eigenthümlichen Einfluss der Erschütterungen auf das magnetische Verhalten hat Wiedemann[4] beobachtet; wenn man einem magnetischen Stab durch entgegengesetztes Magnetisiren seinen Magnetismus zum Theil oder ganz nimmt, oder ihm sogar entgegengesetzten Magnetismus ertheilt, -

---

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. T. V. Annales de chim. et de phys. T. XXV und XXVIII.

2) *Green*, Crelle's Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. XLV.

3) *Neumann*, Crelle's Journal. Bd. XXXVII.

4) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. C. Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus. Braunschweig. Bd. II. p. 429.

nimmt er durch Erschüttern einen Theil seines frühern Magnetismus wieder an. Man kann auf diese Weise einen ganz unmagnetischen Stab herstellen, welcher durch Erschütterungen magnetisch wird.

Alle diese Erscheinungen sind leicht zu verstehen unter der Voraussetzung, dass die magnetisirbaren Körper aus Elementarmagneten bestehen, welche im unmagnetischen Zustande lediglich unter dem Einflusse der im Innern der Körper thätigen Molekularkräfte alle möglichen Lagen haben, welche aber durch den Act des Magnetisirens sämmtlich parallel gerichtet werden. Dieser Parallelstellung wirken beim Magnetisiren die Molekularkräfte entgegen, welche die Moleküle in der ursprünglichen Gleichgewichtslage erhalten wollen; wenn nun aber die Moleküle durch Erschütterungen bereits in Bewegung sind, so werden sie dem Einflusse der magnetisirenden Kraft leichter folgen als ohnedem. Man kann, um dieses leichter zu übersehen, den Vorgang sehr gut, wie Wiedemann[1]) thut, mit der Bewegung einer Last auf horizontaler Grundlage vergleichen, wo nur die Reibung zu überwinden ist. Es bedarf dort einer viel grössern Kraft, um die Last in Bewegung zu setzen, um die sogenannte Reibung der Ruhe zu überwinden, als um die bewegte Last in Bewegung zu erhalten.

Ebenso ist es mit der Erschütterung eines fertigen Magnetes. In demselben befinden sich die Moleküle nicht in ihrer stabilen Gleichgewichtslage, d. h. nicht in derjenigen, welche sie lediglich unter dem Einflusse der Molekularkräfte annehmen würden. Sind nun die Moleküle in Bewegung versetzt, so folgen sie dem Einflusse der stetig wirkenden Molekularkräfte leichter, als wenn sie ruhig in der Lage sind, welche sie unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte angenommen haben.

Von besonderem Interesse ist der in neuester Zeit ausführlich untersuchte Einfluss der Torsion auf den magnetischen Zustand der Magnete. Nachdem von Matteucci[2]) und Wertheim[3]) der Einfluss der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes ausser Zweifel gesetzt war, hat Wiedemann[4]) durch ausgedehnte Experimentaluntersuchungen die innigsten Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion nachgewiesen, welche viel zum Verständniss der Magnetisirungserscheinungen beitragen. Es wird daher gerechtfertigt sein, die Arbeiten Wiedemanns über Magnetismus und Torsion etwas ausführlicher zu betrachten.

Um den Einfluss der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes zu untersuchen[5]), wurden Stahlstäbe von 227 Millimeter Länge, 2 Millimeter

1) *Wiedemann* a. a. O.

2) *Matteucci*, Comptes Rendus. T. XXIV.

3) *Wertheim*, Comptes Rendus. T. XXXV. Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. L.

4) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI, ferner Galvanismus etc. Bd. II. p. 431 ff.

5) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CIII u. a. a. O.

Dicke und circa 7^{mm} Breite verschieden stark magnetisirt und dann mit dem einen Ende in eine starke Zwinge von Messing eingeschraubt. Eine zweite Zwinge von Messing diente zur Befestigung der anderen Stabenden. Diese zweite Zwinge setzte sich in einen Cylinder von Messing fort, welcher in einem am Stativ des Apparates angebrachten Lager lag und in demselben mit einem Hebel um seine Axe gedreht werden konnte. Der Hebel konnte in verschiedenen Lagen festgestellt werden. Der Cylinder trug ferner einen Theilkreis, auf welchen ein am Stativ befestigter Zeiger eingestellt war, so dass man die dem Stabe ertheilte Torsion daran ablesen konnte. Der Magnetstab lenkte einen anderen Magnet ab, dessen Ablenkung dann das magnetische Moment des tordirten Stabes bestimmte. Der abgelenkte Magnet war eine spiegelnde Stahlplatte, die Bestimmung der Ablenkung geschah in der bei den Versuchen von Gauss beschriebenen Methode mit Scala und Fernrohr.

Aus Versuchen von Wertheim und Wiedemann ergibt sich nun zunächst, dass eine Torsion während des Magnetisirens folgenden Einfluss hat. Wird ein Stab während des Magnetisirens vielfach hin und her tordirt, so erhält er im Zustande der Detorsion bald einen constanten Magnetismus, welcher durch gleiche Drehungen nach links und rechts gleich stark vermindert wird. Tordirt man einen Stahlstab während des Magnetisirens immer nach einer und derselben Richtung, so wächst zunächst bei schwacher Torsion der Magnetismus und nimmt bei stärkerer wieder ab.

Tordirt man dagegen einen fertigen Magnetstab, so nimmt mit jeder Torsion sein Magnetismus zunächst ab, auch bei der Detorsion erleidet er einen kleinen Verlust. Eine wiederholte Torsion nach derselben Seite vermindert den Magnetismus des Stabes noch ganz wenig. Wird der Stab indessen nach der entgegengesetzten Seite gedreht, so tritt plötzlich eine neue starke Verminderung des Magnetismus ein.

Diese Sätze ergeben sich aus folgenden Beobachtungen Wiedemanns. Die erste Columne der Tabelle enthält den Torsionswinkel nach rechts mit dem Vorzeichen (+), nach links mit dem Zeichen —; die mit m überschriebenen die beobachteten Magnetismen, und die mit α überschriebenen die Quotienten der auf einander folgenden Magnetismen.

Torsion	m	α	m	α	m	α	m	α
0	42,2	—	56	—	95,2	—	156,8	—
+ 20	39	0,924	51,5	0,919	88,6	0,930	150	0,959
+ 40	36	0,922	48,5	0,941	84,8	0,957	143,2	0,954
+ 60	33,8	0,939	46	0,949	81,2	0,958	138,5	0,967
0	33,2		45,5		80,3		136,5	
— 60	29		41,3		74		126,5	
0	29		42		75		128,5	

Wie man sieht, nahm der Magnetismus bei der Torsion nach rechts stetig und bei gleicher Drehung fast den ursprünglichen Magnetismen der

Stäbe proportional ab, auch die Detorsion auf 0 zeigt eine kleine Schwächung, während die Torsion nach links wieder eine bedeutende Schwächung bewirkt.

Der zuletzt untersuchte Stab wurde nun wiederholt nach rechts und links um 60° gedreht; es zeigten sich folgende Magnetismen:

Torsion	0	+ 60	0	— 60	0	+ 60	0
m	128	123,6	123,8	120,2	122	120,5	121.

Eine wiederholte Hinundherdrehung bewirkt also, dass der Magnetismus des Stabes einer constanten Grösse sich nähert. Das zeigen noch deutlicher folgende Resultate. Der ursprüngliche Magnetismus des Stabes war gleich 496,4. Derselbe wurde nun wiederholt um 30° hin und her gedreht. Im Zustande der Detorsion zeigte er dann

nach Drehungen	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
Magnetismen	496,4	68,2	60,2	59	57,7	57,5	56,8	55,9	54,9	54,5.

Wurde nun der Stab je um 30° abwechselnd nach rechts und nach links gedreht, so fand sich in diesen beiden Lagen (*r*, *l*) oder im Zustande der Detorsion sein Magnetismus wie folgt:

Torsion	*r*	0	*l*	0	*r*	0	*l*	0	*r*	0
Magnetismus	59,4	57,1	53	54,4	59,4	57,2	53	54,5	59,4	57,1.

Wird demnach ein Stab so vielfach hin und her gedreht, dass sein Magnetismus constant geworden war, wenn er im Zustande der Detorsion ist, so bewirkt jede Torsion nach der einen Seite eine Zunahme, nach der andern Seite eine Abnahme des Magnetismus. Der Magnetismus des Stabes, wenn er nicht tordirt ist, steht zwischen beiden, er ist grösser wenn der Stab aus der Lage des Maximum, als wenn er aus der Lage des Minimum in die Gleichgewichtslage zurückkehrt.

Wurde ein Stahlstab erst magnetisirt, dann ihm ein Theil seines Magnetismus entzogen und darauf nach einer Seite immer stärkeren Drehungen ausgesetzt, so zeigte sich ein sehr auffallendes Verhalten, wie folgende Tabelle zeigt. In der ersten Columne ist der ursprüngliche, in der zweiten der Magnetismus angegeben, welchen die Stäbe nach dem Entmagnetisiren noch hatten, in den folgenden der Magnetismus, welchen sie zeigten, wenn sie um die an der Spitze jeder Columne angegebene Anzahl von Graden tordirt waren:

M	*m*	10°	20°	30°	40°	50°	60°
205	**174**	154	137	126	118	111	109
209	91	**92,5**	89,7	84,3	80,2	78	76
185	71,1	**73,6**	72,5	69,5	66,3	64,6	63,5
190	51,5	57	**59,5**	58	57,5	57,0	56,5
180	37,5	41,8	45,6	46,8	**47**	46,8	46,5
185	29	34,5	39,5	42	42,6	**43,5**	43,5
180	5	14,5	20,8	23,2	25,6	28,2	29
180,5	1	1,8	14	18	21,6	22,3	—.

Ein Magnetstab, welchem durch entgegengesetztes Magnetisiren ein Theil seines Magnetismus entzogen ist, verliert demnach durch Torsion noch Magnetismus; ein Magnetstab aber, dem durch entgegengesetztes Magnetisiren ein grosser Theil seines Magnetismus entzogen ist, zeigt bei der Torsion erst einen stärkern Magnetismus als untordirt. Der Magnetismus wächst bis zu einem Maximum und nimmt bei weiterer Torsion wieder ab. Je grösser die Menge des entzogenen Magnetismus ist, um so stärker muss die Drehung sein, damit das Maximum erreicht wird. War der Stab ganz entmagnetisirt, so nimmt er durch die Torsion wieder Magnetismus an, der mit der Torsion wächst, aber langsamer als diese.

Ein einigermassen ähnliches Verhalten zeigt sich nach den Versuchen von Wertheim und Wiedemann, wenn man einen Eisenstab oder Stahlstab vor dem Magnetisiren stark tordirt und dann während des Wirkens oder nach dem Aufhören der magnetisirenden Kräfte detordirt.

Gibt man einem Eisenstabe, bevor er den magnetisirenden Einflüssen ausgesetzt ist, eine starke Torsion, magnetisirt ihn sodann und detordirt ihn bei stetem Einwirken der magnetisirenden Kraft, so nimmt der Magnetismus zu, bis der Stab in der Gleichgewichtslage ist, selbst wenn man vor der Detorsion den Stab anhaltend und kräftig erschüttert hat. Tordirt und detordirt man den Stab unter dem Einflusse der magnetisirenden Kräfte, so findet sich das Maximum des Magnetismus, ehe der Stab seine Gleichgewichtslage erreicht. Bei vollständiger Detorsion nimmt dann der Magnetismus des Stabes wieder ab. Beim weichen Eisen bedarf es einer viel bedeutenderen Torsion, um das magnetische Maximum aus der Gleichgewichtslage zu entfernen, als bei hartem Eisen.

Bei Stahlmagneten ist das Verhalten ähnlich; magnetisirt man einen stark tordirten Stab und lässt dann die magnetisirenden Kräfte aufhören zu wirken, so wächst bei der Detorsion der Magnetismus bis zu einem Maximum. Das Maximum wird bei einer um so geringeren Detorsion erreicht, je weicher der Stahl ist. Der Abstand des Maximums von der Gleichgewichtslage ist also bei permanenten Magneten um so grösser, bei temporären um so kleiner, je weicher das angewandte Material der Magnete ist.

Von grösstem Interesse ist es nun, dass Wiedemann ganz analoge Einflüsse des Magnetismus auf die Torsion eines Stabes aufgefunden hat. Wir begnügen uns hier damit, die Resultate der Wiedemann'schen Untersuchungen mitzutheilen; betreffs der Methode der Untersuchung und der einzelnen Beobachtungen verweisen wir auf die Originalarbeiten[1]).

Magnetisirt man einen tordirten Eisendraht, so wird derselbe in Folge des Magnetisirens zum Theil aufgedreht; diese Detorsion wird stärker, je

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CVI u. Lehrbuch des Galvanismus etc. a. a. O.

stärker die Drähte magnetisirt werden, jedoch nicht in demselben Verhältnisse, als der Magnetismus wächst, sondern in einem schwächern.

Magnetisirt man einen Eisendraht schwach, so dass er um ein weniges detordirt wird, lässt dann die magnetisirenden Kräfte aufhören, aber nach einiger Zeit wieder ebenso wirken als vorher, so tritt keine Zunahme der Detorsion ein; magnetisirt man dann aber den Draht ganz ebenso stark in entgegengesetzter Richtung, so wird er weiter detordirt. Ist durch den zuletzt ertheilten Magnetismus der Stab so weit aufgedreht, als es geschehen kann, so bewirkt jetzt eine dieser entgegengesetzte Magnetisirung wieder eine Zurückdrehung, eine gleichgerichtete Magnetisirung wieder eine Detorsion. Um das letztere Resultat leichter verstehen zu können, theilen wir hier zwei Beobachtungsreihen von Wiedemann mit.

I. Draht 0,8 Millimeter dick, tordirt um 303°.

Magnetismus	+ 7	0	+ 7	0	— 7	0	+ 7	0	— 7	0
Detorsion	6,4	4,7	6,4	4,7	13,8	12,1	10,6	10,4	13,5	12,6.

II. Draht 0,8 Millimeter dick, tordirt um 530°.

Magnetismus	— 7,8	0	+ 7,8	0	— 7,8	0	+ 7,8		— 7,8
Detorsion	5,5	5,2	14	13,7	10,3	9,8	13,5		10,3.

Man ersieht daraus deutlich, wie die durch Magnetisirung in dem einen Sinne + erreichte Detorsion durch Magnetisirung in entgegengesetztem Sinne bedeutend verstärkt wird, und wie dann durch Magnetisirung in dem frühern Sinne die Detorsion wieder abnimmt.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf Drähte, welche einfach durch eine starke Drehung eine gewisse dauernde Torsion erlangt hatten. Den Versuchen mit Magneten analog untersuchte Wiedemann dann auch den Einfluss des Magnetismus auf Drähte, welche erst eine gewisse permanente Torsion nach einer Seite erhalten hatten und dann durch entgegengesetzte Drehung zum Theil wieder detordirt waren. Die Resultate stellte er in folgenden Sätzen zusammen.

Magnetisirt man einen Eisendraht, der eine bestimmte permanente Torsion erhalten hat, so wird die Torsion vermindert. Hat man einem tordirten Eisendraht durch entgegengesetzte Drehung einen kleinen Theil seiner Torsion genommen, so bewirkt eine Magnetisirung noch eine Verminderung der Torsion; ist die durch entgegengesetzte Drehung erzeugte Detorsion des Drahtes grösser gewesen, so bewirken schwache Magnetisirungen zunächst eine Vermehrung der Torsion bis zu einem Maximum. Stärkere Magnetisirungen vermindern dieselbe wieder. Je stärker die Detorsion war, desto stärker muss auch die Magnetisirung sein, damit jenes Maximum erreicht wird.

Schliesslich untersuchte Wiedemann den Einfluss der Magnetisirung auf nicht permanent tordirte Drähte, sondern auf solche, welche durch Anwendung spannender Gewichte in einer bestimmten abgelenkten Lage erhalten wurden.

Es zeigte sich, dass dann die Drähte bei schwacher Magnetisirung stärker tordirt wurden, und dass die stärkere Torsion auch nach Aufhören der magnetisirenden Kräfte fortdauerte. Bei stärkerer Magnetisirung detordirt sich der Draht indess und kehrt nach Aufheben der Magnetisirung in seine frühere Gleichgewichtslage zurück.

Vergleicht man nun den Einfluss der Torsion auf den Magnetismus und den des Magnetismus auf die Torsion, so zeigt sich in beiden die vollständigste Analogie so sehr, dass man in den die dargelegten Resultate aussprechenden Sätzen einfach die Wörter Magnetismus und Torsion mit einander vertauschen kann, wie z. B. folgende Zusammenstellung einiger Sätze zeigt:

Torsion.	Magnetismus.
1) Die permanente Torsion der Eisendrähte nimmt durch ihre Magnetisirung ab, und zwar langsamer, als der Magnetismus wächst.	1) Der permanente Magnetismus der Stahlstäbe nimmt durch ihre Torsion ab, und zwar langsamer, als die Torsion wächst.
2) Wiederholte Magnetisirungen in gleichem Sinne vermindern die Torsion kaum noch. Eine Magnetisirung im entgegengesetzten Sinne wie die erste, bewirkt aber eine neue Verminderung der Torsion.	2) Wiederholte Torsionen in gleichem Sinne vermindern den Magnetismus kaum noch. Eine Torsion im entgegengesetzten Sinne wie die erste, bewirkt aber eine neue Verminderung des Magnetismus.

Ganz dasselbe gilt von den übrigen vorhin mitgetheilten Sätzen.

Es würde schwer sein, dieses ganz analoge Verhalten des Magnetismus und der Torsion aus der Hypothese zu erklären, dass die Ursache des Magnetismus in zwei magnetischen Fluidis bestände, welche bei dem Acte des Magnetisirens von einander geschieden werden, während dagegen Wiedemann zeigt, dass sie sich aus der Annahme drehbarer Elementarmagnete ableiten lassen. Es würde zu weit führen, die Theorie von Wiedemann hier vollständig darzulegen; wir beschränken uns daher darauf, die Grundzüge derselben mitzutheilen und dieselbe auf einzelne der gefundenen Sätze anzuwenden.

Die Torsion eines permanent magnetischen Stabes hat eine dauernde und eine vorübergehende Wirkung. Zunächst wirkt die Torsion wie jede Erschütterung, da bei der Torsion die Moleküle des Stabes ebenfalls in Bewegung versetzt werden; die Torsion muss daher zunächst eine dauernde Verminderung des Magnetismus zur Folge haben. Zweitens hat sie aber eine Wirkung, welche nur so lange wie die Torsion selbst dauert. Werden nämlich durch Magnetisiren eines senkrecht gestellten Stabes die Axen der Elementarmagnete mehr oder weniger senkrecht gerichtet, so können dieselben in allen möglichen senkrechten Ebenen liegen, von denen eine gewisse Anzahl zugleich die Axe des Stabes in sich aufnehmen, während die anderen

nur der Axe parallel sind. In diesen letzteren Ebenen werden ebensoviele Elementarmagnete ihre Nordpole von der Verticalen aus zur Linken als zur Rechten liegen haben. Bei der Torsion werden daher in diesen Ebenen ebensoviele Axen in die Höhe der magnetischen Axe parallel gerichtet als durch Senkung des Nordpoles von ihr fort gerichtet werden. Durch die Drehung dieser Moleküle kann daher der magnetische Zustand des Stabes nicht geändert werden. Anders aber ist es mit den Elementarmagneten, deren Axen sämmtlich in solchen Verticalebenen sich befinden, welche die Axe des Stabes in sich aufnehmen. Bei jeder Torsion werden die Axen dieser Magnete aus den betreffenden Ebenen nach der gleichen Richtung heraus gedreht und der Horizontalen mehr genähert. Auch aus diesem Grunde wird daher eine Verminderung des Magnetismus in Folge der Torsion eintreten. Um das in einigen Fällen verschiedene Verhalten des Eisens und Stahls zu erklären, reicht es hin anzunehmen, dass die Eisenmoleküle, wie sie dem magnetisirenden Einflusse leicht folgen, so auch der Torsion leichter folgen als die Moleküle des Stahles, dass sie überhaupt leichter beweglich sind als die Moleküle des Stahles. Daraus erklären sich z. B. die Erscheinungen, welche ein Eisenstab oder ein Stahlstab zeigen, wenn sie während des Magnetisirens tordirt und detordirt werden, wie Wiedemann im Einzelnen nachweist.

Die beiden vorhin zusammengestellten Sätze, dass der Magnetismus eines Stahlstabes mit der Torsion, aber langsamer als diese abnimmt und dass wiederholte Torsionen nach derselben Seite ihn nur wenig mehr schwächen, dagegen eine Torsion nach entgegengesetzter Seite ihn wieder bedeutender schwächt, sind sofort aus der obigen Theorie abzuleiten. Dass ersteres der Fall sein muss, ergibt sich aus der Ueberlegung, dass bei Neigungen der Axen der Elementarmagnete um gleiche Winkel die erste Neigung von der Verticalen aus den Magnetismus des Stabes mehr schwächen muss, als wenn die Axen bereits in einer geneigten Lage sind. Daraus ergibt sich auch, dass eine wiederholte Torsion nach derselben Seite den Magnetismus nur wenig schwächt. Dass dann eine Torsion nach der entgegengesetzten Seite den Stab wieder stärker schwächt, folgt daraus, dass die bei der früheren Torsion nach der einen Seite geneigten Axen der Elementarmagnete wegen der geringen Beweglichkeit der Moleküle nicht wieder in die Verticalebene zurückkehren, sondern nur ein wenig aufgerichtet werden, dass aber gleichzeitig noch in der Verticalebene befindliche Axen um ebensoviel aus der Verticalebene nach der entgegengesetzten Seite geneigt werden.

Da somit die Magnetisirung wie die Torsion in einer Drehung der Moleküle des Drahtes ihren Grund hat, so wird man umgekehrt ebenso den Einfluss des Magnetisirens auf die Torsion einsehen. In einem permanent tordirten Drahte sind die Moleküle ebensowenig in der durch die Molekularkräfte bedingten Gleichgewichtslage, als in einem Magnete. Die

Bewegung, welche das Magnetisiren den Molekülen ertheilt, wird daher bewirken, dass sie leichter den Molekularkräften folgen, welche sie in die Gleichgewichtslage zurückzuführen streben. Deshalb muss die Torsion des Drahtes abnehmen.

In ähnlicher Weise leitet Wiedemann die vorhin angeführten Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus im Einzelnen aus seiner Theorie ab, so dass wir in diesen Erscheinungen eine bedeutende Stütze für die Annahme drehbarer Elementarmagnete in den magnetisirbaren Substanzen erkennen.

Man wird aus dem zuletzt Entwickelten zugleich schliessen, dass ähnliche Einwirkungen wie die Torsion auf Magnete ebenfalls von Einfluss sein müssen, dass also die Biegung, welche auch mit einer Erschütterung und Drehung der Moleküle verbunden ist, den magnetischen Zustand eines Stabes ändern muss. Das ist in der That auch von Wertheim nachgewiesen worden, er zeigte[1]), dass durch Biegung von Stäben, während sie magnetisirt wurden, ihr temporärer Magnetismus, und dass bei Biegung von Magneten der dauernde Magnetismus geändert wurde. Die Gesetze dieser Aenderungen sind indess noch nicht genauer bekannt, da es äusserst schwierig ist, den Magnetismus eines Stabes bei der Biegung mit Genauigkeit zu messen, weil mit der Biegung stets eine Veränderung der Lage des magnetischen Stabes gegen die Messinstrumente verbunden ist.

Ebenso ist umgekehrt nachgewiesen worden, dass ein gebogener Stab in Folge des Magnetisirens wieder gerader wird. Guillemin[2]) bog einen Eisenstab durch ein kleines, an seinem freien Ende angehängtes Gewicht ein wenig nach unten hin und magnetisirte ihn dann; er wurde gerader und blieb es, so lange der magnetische Zustand dauerte; nach dem Aufheben desselben bog er sich wieder wie früher. Diese Geradbiegung ist leicht zu erklären, wenn man überlegt, dass in dem magnetischen Stabe die einzelnen Moleküle in der Richtung der magnetischen Axe sich stärker anziehen wie früher, dass also eine Zusammenziehung des Stabes, eine Verkürzung eintreten muss, die auch von Joule[3]) bei geraden Drähten nachgewiesen ist.

§. 11.

Einfluss der Wärme auf den Magnetismus. Bei der Betrachtung des Einflusses der Wärme auf den magnetischen Zustand der Körper muss man mehr noch als bei der Betrachtung der mechanischen Einwirkungen den temporären und permanenten Magnetismus, d. h. die Fähigkeit der

1) *Wertheim,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

2) *Guillemin,* Comptes Rendus. T. XXII.

3) *Joule,* Philosophical Magazin. Vol. XXX. 1847.

Körper, unter dem Einflusse magnetisirender Kräfte Magnetismus anzunehmen, und den Magnetismus, welchen die Körper nach dem Magnetisiren besitzen, von einander trennen, da der Einfluss der Wärme auf die Magnetisirbarkeit und somit auf den Magnetismus, den ein Körper während der Wirkung der magnetisirenden Kräfte annimmt, ein ganz anderer ist, als auf den magnetischen Zustand fertiger Magnete.

Der temporäre Magnetismus oder die Magnetisirbarkeit des weichen Eisens nimmt nach älteren Versuchen bei Erhöhung der Temperatur bis zu gewissen Grenzen zu. Schon für Temperaturänderungen, welche weniger als 100° betragen, ist nach den Versuchen von Kupfer[1]) diese Zunahme merklich. Kupfer legte einen Stab von weichem Eisen, auf welchen magnetisirende Kräfte einwirkten, in ein Wasserbad, welches von der Temperatur der Umgebung bis auf 100° erwärmt und wieder abgekühlt wurde. Ueber der Mitte des Stabes wurde eine Magnetnadel aufgehängt und aus deren Schwingungszahl in der früher angegebenen Weise auf den Magnetismus des Stabes geschlossen. Es zeigte sich, dass der Magnetismus des Eisens bei 100° grösser war als vor dem Erwärmen und nach dem Erkalten.

Scoresby hat gezeigt[2]), dass diese Zunahme der Magnetisirbarkeit bis zur dunklen Rothglühhitze des Eisens und Stahles geht. Er stellte neben einer Magnetnadel Stangen von verschiedenem Eisen und Stahl auf, welche einer magnetisirenden Kraft ausgesetzt waren, und beobachtete die Ablenkung der Nadel, wenn die Stäbe kalt oder glühend waren. Die Ablenkungen waren bei dem Stabe von

	kalt	dunkelroth
Gusseisen	21° 30′	62°
Schmiedeeisen	40°	55°
Weiches Eisen	15° 10′	41° 11′
Weicher Stahl	11° 8′	48°
Harter Stahl	8°	47° 30′.

Bei allen Stäben ist also die Ablenkung stärker, wenn sie glühend sind, als wenn sie kalt sind; die Zunahmen sind aber bei den verschiedenen Stäben verschieden.

Nach einigen Versuchen von Wiedemann[3]) scheint indess dieser Satz nur auf die erste Erwärmung des Eisens beschränkt, und dann zugleich dahin erweitert werden zu müssen, dass nicht nur die Erwärmung, sondern jede erste Temperaturänderung den temporären Magnetismus verstärkt. Er fand, dass Eisenstäbe unter dem Einfluss magnetisirender Kräfte stets bei der ersten Temperaturänderung an Magnetismus gewannen, mochte diese erste Temperaturänderung eine Erwärmung von 16° auf 100° sein oder

1) *Kupfer*, Kastner's Archiv. Bd. VI.
2) *Scoresby*, Gehler's physikalisches Wörterbuch. Bd. VI. 2. Abthlg.
3) *Wiedemann*, Lehrbuch des Galvanismus etc. Bd. II. p. 476.

eine Abkühlung von 100° auf 16°. Bei wiederholten Erwärmungen und Erkältungen zwischen 20° und 100° änderte sich der Magnetismus des Stabes kaum mehr.

Denselben Satz könnte man vielleicht schon aus einer Beobachtung von Seebeck[1]) schliessen, der fand, dass die Magnetisirbarkeit des Eisens nach dem Abkühlen von der Rothglühhitze ungefähr dieselbe war, als bei der Rothglühhitze. Ein horizontal gelegter Stab wurde dadurch magnetisirt, dass nahe seinem einen Ende ein Magnet hingelegt wurde, und dann seinem andern Ende eine Magnetnadel genähert, welche von ihm abgelenkt wurde. Die Ablenkungen betrugen

ohne Eisen, unter alleiniger Wirkung des Magnetes	17°
Eisen kalt	64°
Eisen dunkelroth	77°
Eisen wieder abgekühlt	75°.

Das Verhalten von Stahlstäben ist in einer Beziehung nach Versuchen von Wiedemann[2]) etwas anders. Bei der ersten Temperaturänderung wächst auch bei ihnen stets der temporäre Magnetismus um ein Geringes, mag die Temperaturänderung in einer Erwärmung oder Abkühlung bestehen. Nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen wird indess der temporäre Magnetismus von Stahlstäben nicht von der Temperatur unabhängig, sie erhalten vielmehr bei jeder Temperatur einen bestimmten Magnetismus, den sie jedesmal auf dieselbe Temperatur gebracht wieder annehmen. Bei harten Stahlstäben entspricht dann der höhern Temperatur der stärkere, bei weichen Stahlstäben der niedern Temperatur der stärkere Magnetismus.

Geht die Erwärmung des Eisens über die dunkle Rothglühhitze hinaus, so nimmt die Magnetisirbarkeit wieder ab. Bei der Weissglühhitze ist nach den Versuchen von Scoresby sowohl als von Seebeck das Eisen durchaus nicht mehr magnetisirbar. Nach Becquerel soll die Magnetisirbarkeit des Eisens und Stahles schon bei der hellen Rothglühhitze verschwinden, Mauritius bestimmte diese Temperatur bei etwa 1000°, indem er vorher weissglühend gemachte Stäbe in dem Momente, in welchem sie anfingen auf einen Magnet zu wirken, in Wasser ablöschte[3]). Die magnetischen Metalle Nickel und Kobalt verlieren ebenfalls ihren Magnetismus in höheren Temperaturen, Nickel im siedenden Mandelöl bei 350°, Kobalt in der Weissglühhitze.

So weit erhitzte Körper verlieren indess ihre Magnetisirbarkeit nicht dauernd, sondern nur so lange, als diese hohe Temperatur dauert; sobald die Temperatur wieder niedriger geworden ist, haben die Körper ihre Magnetisirbarkeit und oft in erhöhtem Grade wieder erhalten. Man kann

---

1) *Seebeck,* Poggend. Ann. Bd. X.
2) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. CXXII.
3) *Mauritius,* Poggend. Ann. Bd. CXX.

sich davon leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen; man mache einen Würfel von Nickel, der kalt von dem Magnete angezogen wird, auf einer Kohle vor dem Löthrohre glühend; er folgt dem Magnete nicht mehr. Wenn er sich dann aber abkühlt, so erreicht er bald eine Temperatur, wo er wieder wie früher dem Magnete folgt.

Der Magnetismus eines Magnetstabes, also der permanente Magnetismus, wird durch eine Steigerung der Temperatur theils dauernd, theils vorübergehend, das heisst nur für die Zeit der Temperaturerhöhung geschwächt.

Eine bedeutende Temperaturerhöhung vernichtet den Magnetismus eines Magnetes vollständig und dauernd, und zwar tritt dieser Verlust schon bei Temperaturen ein, welche bedeutend niedriger sind als jene, bei welchen die Körper die Fähigkeit verlieren Magnetismus anzunehmen. Magnetische Magneteisensteine verlieren ihren Magnetismus schon unterhalb der Glühhitze, Stahlmagnete sogar schon bei der Temperatur des siedenden Mandelöles, also unterhalb 400°[1]).

Geringere Temperaturänderungen schwächen den Magnetismus ebenfalls, und zwar ist hier die Schwächung theilweise dauernd, theils vorübergehend, d. h. beim Abkühlen nimmt der Magnetismus des Stabes wieder zu, jedoch nicht bis zu der Stärke, welche er vor dem Erwärmen besass. Dabei zeigt sich jedoch ein Unterschied, jenachdem der Stab zum ersten Male innerhalb der Temperaturgrenzen des Versuches erwärmt worden ist, oder ob er schon mehrfach erwärmt und abgekühlt ist. Bei der ersten Erwärmung und folgenden Abkühlung ist der Verlust am grössten. Erwärmt man den Stab ein zweites Mal, so ist bei nachfolgendem Abkühlen allerdings noch eine Verminderung des permanenten Magnetismus vorhanden, dieselbe ist aber viel geringer als bei dem ersten Erwärmen. Bei wiederholtem Erwärmen nehmen die dauernden Schwächungen immermehr ab, und schliesslich wird der Stab durch Erwärmen nur mehr vorübergehend geschwächt, so dass er nach der Abkühlung wieder ebenso stark magnetisch ist, wie er vor dem Erwärmen war. Es ergibt sich das aus älteren Beobachtungen von Coulomb[2]), Kupfer[3]) und Anderen.

Sowohl der dauernde Verlust bei oftmaligem Erwärmen und folgendem Abkühlen, als auch der vorübergehende Verlust solcher Magnete, welche nicht mehr dauernd geschwächt werden, hängt von sehr vielen Umständen ab.

Der dauernde Verlust ist unter übrigens gleichen Umständen nach Versuchen von Dufour[4]) um so grösser, je höher die Temperatur ist, zu welcher der Stab erwärmt war.

---

1) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.
2) *Coulomb*, Biot Traité de physique. T. III.
3) *Kupfer*, Kastner's Archiv. Bd. VI.
4) *Dufour*, Archive de sciences physiques etc. de Genève. T. XXXIV.

Bei gleicher Temperaturerhöhung ändert sich nach den Versuchen von Moser und Riess [1]) der dauernde Verlust mit der Gestalt und den Dimensionen des Magnets, mit der Beschaffenheit des Stahles und besonders mit der Härte desselben. Die Art der Erwärmung, ob länger oder kürzer dauernd, ist ohne Einfluss.

Die wenigen allgemeinen Sätze, zu denen Moser und Riess gelangten, sind folgende.

Der dauernde Verlust nimmt zu mit der Dicke des Stabes, er ist grösser bei hohlen Magnetstäben als bei massiven, ferner grösser bei kürzeren als bei längeren. Harte Stäbe verlieren bedeutend mehr als weiche. Der temporäre Verlust, den Magnetstäbe nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen bei jeder Temperaturerhöhung zeigen, nimmt unter übrigens gleichen Umständen mit der Temperatur zu. Bezeichnet man den Magnetismus eines Stabes bei der Temperatur t mit Mo, so wird er bei der Temperatur t' sich darstellen lassen durch die Gleichung

$$M = Mo\left\{1 - a\,(t' - t) - b\,(t' - t)^2\right\}.$$

Die Constanten a und b in dieser Gleichung hängen ebenfalls von vielen Umständen, von der Stärke des Magnetismus Mo, von der Beschaffenheit des Stabes etc. ab; es fehlen darüber noch genauere Untersuchungen. In vielen Fällen scheint man b gleich o setzen zu können, so dass

$$M = Mo\left\{1 - a\,(t' - t)\right\},$$

der Verlust also der Temperaturerhöhung proportional ist [2]).

Der Einfluss der Temperaturänderungen auf den magnetischen Zustand der Körper lässt sich mit der Hypothese der drehbaren Elementarmagnete leicht verstehen [3]).

Zunächst werden nämlich die Moleküle durch die Temperaturerhöhung gelockert, die zwischen ihnen thätigen Molekularkräfte werden kleiner, sie werden daher leichter beweglich. Die leichtere Beweglichkeit bewirkt dann, dass sie dem Einflusse der magnetisirenden Kräfte leichter folgen können, deshalb wächst zunächst der temporäre Magnetismus mit der Temperatur. Sind die Stäbe zum ersten Male erwärmt, so werden sie durch die Erwärmung weicher, deshalb bleibt auch nach der Abkühlung die Magnetisirbarkeit grösser als früher; sind sie aber schon mehrfach erwärmt gewesen, so nehmen beim Abkühlen die Molekularkräfte wieder bis zu der Grösse zu, welche sie vor dem Erwärmen hatten, die Magnetisirbarkeit wird daher nach dem Abkühlen wieder dieselbe wie vor dem Erwärmen.

Zu dieser Zunahme des temporären Magnetismus tritt dann noch, wie aus dem vollständigen Verschwinden der Magnetisirbarkeit in der Weiss-

1) *Moser* und *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XVII.
2) *Moser* und *Riess* a. a. O. *Wiedemann*, Galvanismus etc. Bd. II. p. 484.
3) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. p. 489.

glühhitze hervorgeht, eine Abnahme des Magnetismus der Elementarmagnete selbst. Diese ist indess nur vorübergehend, da nach dem Erkalten die Magnetisirbarkeit wieder die frühere wird.

Die Wirkung der Temperaturänderung auf die permanenten Magnete ergibt sich daraus, dass durch die Temperaturänderung die Moleküle in Bewegung versetzt werden; die Magnete müssen daher ebenso an Magnetismus verlieren wie durch Erschütterungen. Deshalb verliert auch z. B. ein bei 100⁰ magnetisirter Stab nicht mehr beim Abkühlen an Magnetismus, wenn er vor dem Abkühlen erschüttert worden ist.

Den vorübergehenden Verlust an Magnetismus bei jeder Temperaturerhöhung scheint man aus der durch die Temperaturerhöhung bedingten Schwächung der Elementarmagnete herleiten zu können, wobei es indess unerklärt bleibt, dass permanente Magnete schon in viel niedrigeren Temperaturen ihren Magnetismus vollständig und dann dauernd verlieren, als jene sind, in welchen die Körper ihre Magnetisirbarkeit verlieren, wie es überhaupt vollkommen dunkel bleibt, worin der Grund liegt, dass die Elementarmagnete durch Erwärmung geschwächt werden.

Ebenso wie die Wärme Einfluss auf den magnetischen Zustand der Körper hat, so auch das Magnetisiren auf den Wärmezustand. Die Magnetisirung des Eisens, sowie jede Aenderung seines magnetischen Zustandes bewirkt eine Erwärmung desselben. Nach den Versuchen von Joule[1]) ist die durch Magnetisiren entwickelte Wärme dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional. Joule's Versuche waren folgendermassen eingerichtet.

In eine Glasröhre, welche horizontal an einer verticalen drehbaren Axe befestigt war, wurde ein Eisenstäbchen fest eingelegt, und die Röhre dann mit Wasser angefüllt. Diese Vorrichtung wurde zwischen die Pole eines sehr starken Hufeisenmagnetes so aufgestellt, dass wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, der Eisenstab gewissermassen den Anker des Magnets bildete. Wurde nun die Axe in sehr rasche Rotation versetzt, so änderte sich sehr rasch die Polarität des Magnetismus im Eisen, indem, wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, jedes Ende des Stabes in raschem Wechsel südpolar und nordpolar wurde. Ein in das Wasser der Röhre eingetauchtes Thermometer zeigte dann die Temperaturerhöhung an. Der Magnetismus des Hufeisens konnte in später zu beschreibender Weise beliebig geändert werden, und es zeigte sich dann, dass die Temperaturerhöhung dem Quadrate des dem Hufeisen ertheilten Magnetismus, und somit auch dem Quadrate des im Eisenstabe erregten Magnetismus proportional war.

Die Wärmeerregung beim Magnetisiren erklärt sich ebenfalls leicht aus der Hypothese der drehbaren Molekularmagnete, indem dann jede Magnetisirung mit einer Drehung der Moleküle aus der Gleichgewichtslage, und jede Entmagnetisirung mit einer Zurückdrehung der Moleküle in die Gleich-

---

1) *Joule,* Philosophical Magazin. Vol. XXIII. 1843.

gewichtslage verbunden ist. Die mit diesen Drehungen nothwendig verbundene Reibung ist dann die Ursache der Wärmeentwicklung; oder auch kann man annehmen, dass diese Drehungen selbst, da bei der Ankunft in die jeweilige Gleichgewichtslage die Bewegung der Moleküle nicht sofort aufhören wird, Oscillationen der Moleküle zur Folge haben, welche als Wärme erscheinen.

§. 12.

Einfluss des Lichtes auf den Magnetismus. Die Frage, ob das Licht directen Einfluss auf den magnetischen Zustand eines magnetisirbaren Körpers habe, wurde zuerst durch die Behauptung Morichini's[1]) angeregt, dass es ihm gelungen sei, durch die Einwirkung des blauen und violetten Lichtes Stahlnadeln zu magnetisiren. Die Versuche Morichinis erregten begreiflicher Weise ein sehr grosses Aufsehen und wurden deshalb von sehr Vielen wiederholt, die Resultate dieser Wiederholungen waren jedoch sehr widersprechend. Morichini hatte angegeben, dass eine Stahlnadel magnetisch werde, wenn man die eine Hälfte derselben mit blauem oder violettem Lichte beleuchte. Andere[2]) konnten auf diese Weise keinen Magnetismus hervorrufen, wohl aber wenn man die Nadeln mit einem Bündel blauen Lichtes von dem Nordende gegen die Mitte strich; wieder Anderen gelang es durchaus nicht, die Nadeln unter Wirkung des Lichtes zu magnetisiren. Dennoch wurde eine Zeit lang die Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus angenommen, als Mss. Mary Sommerville[3]) und Baumgartner[4]) in sehr einfacher Weise zu zeigen glaubten, dass Nadeln durch Wirkung des Lichtes magnetisirt würden.

Mss. Sommerville gab nämlich an, dass man eine allen magnetisirenden Einflüssen entzogene Nadel zur einen Hälfte mit einem blauen Bande umwickelt nur kurze Zeit der directen Sonnenstrahlung auszusetzen brauche, um an dem umwickelten Ende einen Nordpol zu erhalten, und Baumgartner behauptete, dass eine Stahlnadel, welche zur Hälfte polirt war, nur dem Tageslicht ausgesetzt zu werden brauche, um magnetisch zu werden.

Dadurch wurden Moser und Riess[5]) veranlasst diese Frage aufzunehmen, und in einer ausgedehnten, mit der grössten Sorgfalt ausgeführten Experimentaluntersuchung wiesen sie auf das überzeugendste nach, dass die früheren Versuche, welche eine Magnetisirung durch das Licht erkennen liessen, auf Täuschung beruheu müssen. Sie wandten das empfindlichste Mittel zur Erkennung etwaiger Aenderungen des magnetischen Zustandes an; eine

---

1) *Morichini*, Gilbert's Annalen. Bd. XLIII.

2) Man sehe Gehler's physikalisches Wörterbuch Bd. VI, 2. Abtheilung, wo über alle nach dieser Richtung angestellten Versuche ausführlich referirt ist.

3) Miss *Sommerville*, Annales de chim et de phys. T. XXXI.

4) *Baumgartner*, Zeitschrift für Mathematik und Physik von Baumgartner und Ettingshausen. Bd. I.

5) *Moser* und *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XVI.

magnetisirte Stahlnadel wurde an einem ungedrehten Seidenfaden in einem der Drehwage ähnlichen Gefässe, vor allen Luftströmungen geschützt, aufgehängt und ihre Schwingungsdauer beobachtet. Jede Aenderung des magnetischen Zustandes der Nadel musste sich dann durch eine Aenderung der Schwingungsdauer zu erkennen geben. Diese Nadel wurde dann nach den verschiedenen, von den früheren Physikern angegebenen Methoden mit Licht behandelt; es zeigte sich aber weder eine constante Vergrösserung, noch eine Verringerung der Schwingungsdauer, woraus sich ergibt, dass durchaus keine Aenderung des magnetischen Zustandes der Nadel eintrat.

Ebenso zeigten sie, dass keine temporäre Magnetisirung durch das Licht eintrat, indem sie vor einer Stahlnadel eine kleine Magnetnadel schwingen liessen und dann das eine Ende der Stahlnadel mit blauem Lichte beleuchteten. Es zeigte sich durchaus keine Aenderung der Schwingungsdauer.

Aus allem dem ergibt sich, dass eine merkbare directe Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus nicht existirt.

Zweites Kapitel.

Vom Erdmagnetismus.

§. 13.

Nachweis des magnetischen Zustandes der Erde. Wir haben bereits früher erwähnt, dass man die Richtkraft, welche einen sich selbst überlassenen, in horizontaler Ebene drehbaren Magnet dem Meridiane parallel zu stellen sucht, aus der Annahme erklärt, dass die Erde selbst ein Magnet sei, durch dessen Axe die Ebene des magnetischen Meridians hindurchgehe. Da, wie wir ferner sahen, die Untersuchung der magnetischen Eigenschaft wesentlich auf der Richtkraft der Magnete basirt, so wird es gerechtfertigt sein, in einem besonderen Kapitel den Nachweis zu liefern, dass wir in der That berechtigt sind, die Erde als einen Magnet zu betrachten, und dann den Magnetismus der Erde genauer zu untersuchen.

Wenn die Erde in der That ein grosser Magnet ist, so befinden sich alle der Untersuchung unterworfenen Apparate über einem grossen Magnete, das Verhalten derselben muss daher das kleiner magnetischer Körper über einem grossen Magnete sein.

Denken wir uns nun zunächst eine kleine Magnetnadel über einem grossen Magnete horizontal drehbar aufgestellt, so wird sie sich immer der Axe des Magnetes parallel stellen und von Pol zu Pol zeigen; die sich selbst überlassene Magnetnadel stellt sich nun immer einer bestimmten Richtung parallel, sie verhält sich also in der That so, als wenn die Erde

ein Magnet wäre, dessen Axe in der Ebene des magnetischen Meridianes liegt. Gerade diese Beobachtung führte uns zu der Annahme des magnetischen Zustandes der Erde. Da wir die Richtung des magnetischen Meridians durch den Winkel bestimmen, den derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, so sieht man ferner, da die Erde eine Kugel ist, dass deshalb der Winkel, den die Richtung der Magnetnadel mit dem astronomischen Meridiane bildet, man nennt ihn die Declination der Magnetnadel, an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschieden sein muss. Ist die magnetische Axe ein Durchmesser der Erdkugel, so muss es, welches auch ihre Richtung sein mag, eine Meridianebene geben, welche die magnetische Axe in sich aufnimmt; in dieser Meridianebene muss daher die Richtung der Magnetnadel mit derjenigen des astronomischen Meridians zusammenfallen. Ausserhalb dieser Ebene muss die Declination um so grösser sein, je grösser der Winkel ist, den die Meridianebene des Beobachtungsortes mit jener Meridianebene bildet. Die Untersuchung der Declination wird darüber entscheiden, ob in der That die Richtung der Magnetnadel dieser Voraussetzung entspricht; hier erwähnen wir nur vorgreifend, dass in der That die Declination verschieden ist an den verschiedenen Orten, so dass sich die Magnetnadeln nahezu einer festen Richtung im Innern der Erde parallel zu stellen scheinen.

Ist die Nadel, welche wir über dem grossen Magnete aufhängen, nicht blos in der horizontalen Ebene drehbar, sondern auch in der verticalen, so wird sie sich an verschiedenen Punkten in der Nähe desselben verschieden stellen. Befindet sie sich dem Nordpole des grossen Magnets näher als dem Südpole, so wird sich die Nadel neigen, so dass der Südpol der Nadel nach dem Nordpole des Magnets hinweist; befindet sie sich gerade über der Mittellinie, so wird sie auch dann der Axe des Magnets sich parallel stellen; befindet sich die Nadel dem Südpole des Magnets näher als dem Nordpole, so wird sie sich wieder gegen die Axe des Magnets neigen und zwar so, dass der Nordpol gegen den Südpol des Stabes hinweist.

Um zu untersuchen, ob auch nach dieser Richtung die Erde sich wie ein grosser Magnet verhält, genügt es nicht, einfach eine Magnetnadel in verticaler Ebene drehbar aufzuhängen; es ist vielmehr erforderlich, zunächst die horizontale Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel zu führen, bevor sie magnetisirt wird, damit man sicher sein kann, dass sie durch die Schwere selbst durchaus keine Richtkraft erhält. Hat man eine solche Nadel dargestellt, und magnetisirt sie sodann, so zeigt sich in der That, dass sie sich gegen die Horizontale neigt, und zwar, wenn man dafür gesorgt hatte, dass die verticale Drehungsebene die Ebene des magnetischen Meridianes ist, soweit, dass die Axe der Nadel in unseren Gegenden mit der Horizontalen einen Winkel von ungefähr 67° bildet, wobei der Nordpol der Nadel nach unten sinkt.

Es lässt sich leicht zeigen, dass diese Richtung der Nadel nur magneti-

schen Einflüssen zuzuschreiben ist, nicht etwa einer Verschiebung des Schwerpunktes in Folge des Magnetisirens. Verändert man nämlich die Drehungsebene der Nadel, lässt man sie mit der Ebene des magnetischen Meridianes immer grössere Winkel bilden, so bleibt die Neigung der Nadel nicht ungeändert, sie nimmt im Gegentheil stets zu, bis schliesslich die Nadel vertical steht, wenn die Drehungsebene zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht ist.

Eine genauere Untersuchung dieser Neigung der Magnetnadel, welche man mit dem Namen der Inclination bezeichnet, wird dann später zeigen, dass auch die Inclination an verschiedenen Stellen der Erde sehr verschieden ist, dass sie, wenn man sich einem gewissen Punkte auf der Nordhälfte der Erde nähert, immer grösser, dagegen wenn man sich dem Aequator nähert, immer kleiner wird.

In der Nähe des Aequator befindet sich eine rings um die Erde laufende Linie, in welcher die Inclination gleich Null ist. Ueberschreitet man diese Linie nach Süden hin, so kehrt sich die Neigung der Nadel um, der Südpol sinkt unter, der Nordpol erhebt sich über die Horizontale. Auch auf der Südhälfte der Erde gibt es einen Punkt, wo die Nadel sich vertical stellt mit dem Südpole nach unten.

Es ergibt sich aus dem Gesagten, dass das Verhalten von Magneten an der Erdoberfläche in der That so ist, als wenn die Erde ihrer ganzen Masse nach, oder doch zum grossen Theile ein Magnet wäre, dessen Südpol sich in der Nähe des astronomischen Nordpoles, dessen Nordpol sich in der Nähe des astronomischen Südpoles befindet. Denn aus der Richtung der Magnete an der Erdoberfläche folgt, dass auf jeden Magnet ein Kräftepaar einwirkt ganz ebenso wie von einem grossen Magnete auf einen kleinen, dessen Dimensionen gegen den grossen und gegen den Abstand von den Polen verschwindend klein sind.

Wir können noch einen weitern Beweis dafür liefern, dass die Erde als ein Magnet betrachtet werden muss. Wie wir sahen, wird weiches Eisen unter dem Einflusse eines Magnetes vorübergehend und Stahl dauernd zu einem Magnet. Ist demnach die Erde ein Magnet, so muss unter dem Einflusse der Erde ebenfalls Eisen oder Stahl magnetisch werden. Das ist der Fall. Wenn man einen Stab weichen Eisens parallel dem magnetischen Meridiane, oder vertical, oder noch besser parallel der Richtung der Inclinationsnadel hält, so wird derselbe sofort magnetisch, so zwar, dass das untere Ende des Stabes nordpolar, das obere Ende desselben südpolar wird. Nähert man dem unteren Ende des Stabes den Nordpol einer Magnetnadel, so wird derselbe abgestossen, von dem oberen Ende wird er angezogen, der Südpol wird von dem unteren Ende angezogen, von dem oberen abgestossen.

Kehrt man den Stab um, so wird sein Magnetismus auch sofort umgekehrt, wenn derselbe aus ganz weichem Eisen besteht; ist das nicht der Fall, besitzt der Stab einige Coercitivkraft, so braucht man nur den Stab

ein wenig durch Hammerschläge oder Torsion zu erschüttern, um den Magnetismus des Stabes umzukehren. Daraus ergibt sich schon, dass mit Coercitivkraft begabte magnetische Substanzen unter dem Einflusse des Erdmagnetismus dauernd zu Magneten werden, besonders wenn man die Magnetisirung durch Erschütterungen unterstützt. Da nun wohl alle eisernen Instrumente nicht aus vollkommen weichem Eisen bestehen, da ferner wohl alle in einer der Ebene des magnetischen Meridianes parallelen Stellung mehrfach erschüttert sind, so findet man fast nie ein eisernes Werkzeug, welches nicht unter dem Einflusse des Erdmagnetismus bleibend magnetisch geworden ist.

Die Untersuchung des Erdmagnetismus hat nun einen doppelten Zweck; zunächst die Elemente desselben an dem Beobachtungsorte zu bestimmen, da wir derselben zur Untersuchung des magnetischen Zustandes der Körper bedürfen. Die Elemente desselben sind die Richtung der erdmagnetischen Kraft an dem Beobachtungsorte und die Grösse dieser Kraft. Um die Richtung der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bedarf es der Kenntniss der Declination, der Richtung des magnetischen Meridianes und dann der Inclination, der Richtung einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Magnetnadel, welche um eine zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe sich frei drehen kann.

Um die Grösse der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bestimmt man am bequemsten die horizontale Componente derselben, d. h. das Drehungsmoment, welches sie einem Magnetstabe ertheilt, der die Einheit des freien Magnetismus enthält, und welcher um eine verticale Axe drehbar ist. Bezeichnen wir diese horizontale Componente mit T, und den Winkel der Inclination mit i, so ist das Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus einer in ihrem Schwerpunkt aufgehängten Nadel ertheilt, welche nach allen Richtungen frei drehbar ist,

$$S = \frac{T}{\cos i},$$

da die horizontale Componente gleich ist dem Producte aus der ganzen Kraft und dem Cosinus des Neigungswinkels.

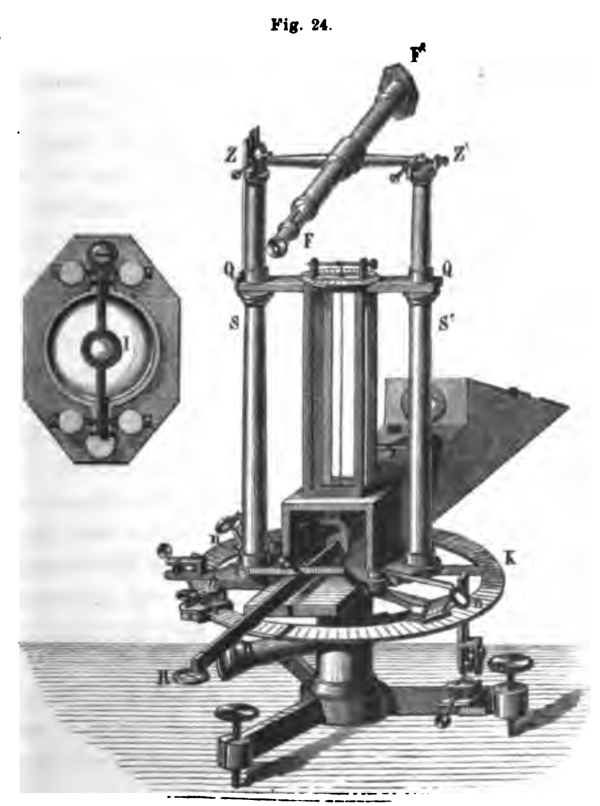
Der zweite Zweck, den wir bei der Untersuchung des Erdmagnetismus haben, ist mehr ein physikalisch geographischer, nämlich der, den magnetischen Zustand der Erde kennen zu lernen, d. h. die Lage der magnetischen Axe und die Stärke des Magnetismus. Zu dem Zwecke ist es erforderlich, für möglichst viele Punkte der Erdoberfläche die oben angeführten Beobachtungen durchzuführen und zusammenzustellen. Daraus wird sich dann der magnetische Zustand der Erde berechnen lassen, gerade so, wie wir aus den Beobachtungen einer Menge kleiner, in der Nähe eines grossen Magnets aufgestellter Magnete die Lage und Kraft des grossen Magnets bestimmen können. Wir werden in einer kurzen Uebersicht am Schlusse angeben, wie weit die Wissenschaft in dieser Beziehung vorgeschritten ist.

§. 14.

Bestimmung der Declination. Die Bestimmung der Richtung des magnetischen Meridianes durch die Declination, d. h. durch den Winkel, welchen derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zerfällt in zwei getrennte Aufgaben; die erste, eine rein astronomische, besteht in der Bestimmung des astronomischen Meridianes an dem Orte der Beobachtung. Betreffs der Lösung derselben verweisen wir auf die Handbücher der Astronomie, und setzen voraus, dass an dem Orte der Beobachtung diese Richtung vollständig genau bekannt sei. Ist das der Fall, so erhält man die Declination aus der Beobachtung des Winkels, welchen die Axe eines in der Horizontalebene frei schwingenden Magnetstabes mit dem astronomischen Meridiane bildet.

Die älteren Methoden wandten zu dieser Bestimmung sogenannte Bussolen an, Magnetnadeln oder Stäbe, welche auf einem getheilten Kreise frei um eine verticale Axe schwingen konnten. Die Nadeln hatten dabei entweder ein Achathütchen in der Mitte und wurden auf einer stählernen Spitze balancirt, oder waren an einem Coconfaden aufgehängt. Der getheilte Kreis war nach dem astronomischen Meridiane orientirt, so dass etwa die Punkte 0° und 180° auf demselben lagen, und man beobachtete dann den Winkel, den die Axe des Magnetes in der Ruhelage mit dem astronomischen Meridiane bildet.

Fig. 24.



Der vorzüglichste ältere Apparat zu diesem Zwecke ist wohl das Declinatorium von Gambey [1]). Dasselbe besteht (Fig. 24) aus einem mit möglichster Genauigkeit getheilten,

1) *Gambey*, Gehler's physik. Wörterbuch. Bd. I. Abweichung der Magnetnadel.

mit einem Dreifusse versehenen Kreis K, der durch Stellschrauben genau horizontal gestellt werden kann. Um die verticale Axe dieses Kreises drehbar trägt derselbe zwei genau gleich lange kupferne Säulen SS, welche unten durch eine kupferne Schiene fest mit einander verbunden sind. In den Zapfenlagern dieser Säulen ZZ' ist eine Axe eingelegt, welche das Fernrohr FF' trägt, das somit in einer verticalen Ebene drehbar ist. Mit den Säulen fest verbunden sind zwei an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers des Theilkreises befestigte Nonien nn', welche somit die Stellung der Ebene des Rechtecks $S\,Z\,Z'\,S$, und deshalb auch der zu dieser senkrechten Drehungsebene des Fernrohres FF' auf dem Theilkreise zu bestimmen gestatten.

Der Apparat wird nun zunächst so aufgestellt, dass die verticale Drehungsebene des Fernrohrs mit dem astronomischen Meridiane zusammenfällt, oder mit diesem einen genau bekannten Winkel bildet. Man gelangt dazu, indem man das Fernrohr durch Beobachtung eines bekannten Sternes, oder durch Beobachtung fester entfernter Merkzeichen orientirt. Man beobachtet dann die Stellung der Nonien am Theilkreise. Darauf verschiebt man das Rechteck $S\,Z\,Z'\,S$ so weit, dass die verticale Drehungsebene des Fernrohres mit der vorläufig annähernd bestimmten Ebene des magnetischen Meridianes zusammenfällt.

Die Säulen SS sind nun weiter durch einen horizontalen Querbalken QQ verbunden; von der Mitte desselben, also in der Axe des Theilkreises K, hängt an einer, der bei der Drehwage ähnlichen, Vorrichtung ein Coconfaden herab, der an seinem untern Ende einen kupfernen Träger hat, in welchen man nun einen Magnetstab einlegt. Der Magnetstab trägt an seinen beiden Enden einen kupfernen Ring R, in welchem ein Fadenkreuz ausgespannt ist.

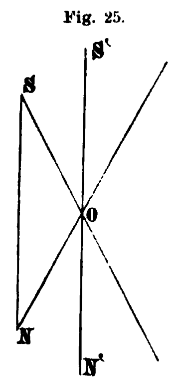
Die Richtung der Axe dieses Magnetes ist nun die Richtung des magnetischen Meridianes, welche gesucht wird. Setzen wir zunächst voraus, dass die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Fadenkreuze die Richtung der magnetischen Axe des Stabes sei.

Man erhält dann die Richtung des magnetischen Meridianes, indem man die Drehungsebene des Fernrohres so weit verschiebt, dass man den Mittelpunkt der Fadenkreuze R an dem Fadenkreuze des Fernrohres sieht, wenn man, ohne die Drehungsebene zu verrücken, das Fernrohr durch Drehung in seiner verticalen Ebene nach und nach gegen die beiden Fadenkreuze richtet. Da die Ebene des magnetischen Meridianes die durch die Ruhelage der magnetischen Axe des Stabes gelegte Verticalebene ist, so ist die Drehungsebene des Fernrohres dann die Ebene des magnetischen Meridianes. Um diese Beobachtungen mit dem Fernrohre machen zu können, hat Gambey dem Objective desselben eine äusserst sinnreiche Einrichtung gegeben. Die Orientirung des Apparates nach dem astronomischen Meridiane bedarf nämlich Beobachtungen sehr entfernt liegender Punkte, während

die Beobachtung der Fadenkreuze *R* erfordert, dass man mit demselben Fernrohre fast nach Art eines Mikroskopes sehr nahe liegende Punkte scharf sehen kann. Mit einem und demselben Objective ist das nun aber nicht möglich, da die Brennweite eines auf grosse Entfernungen eingerichteten Objectives zu gross sein muss, als dass von so nahen Punkten ein reelles Bild in dem Fernrohre entworfen werden könnte. Um das nun doch ohne Veränderung des Objectives möglich zu machen, hat Gambey in der Mitte des Objectives, wie es die Nebenfigur zeigt, eine concavconvexe Glaslinse *l* angebracht, und so den mittlern Theil des Objectives in eine Linse von viel kleinerer Brennweite verwandelt. Um dann die zur Orientirung des Apparates erforderliche Beobachtung sehr entfernter Punkte zu machen, wird durch eine Kappe der mittlere Theil des Objectives bedeckt, und die ringförmige Linse grosser Brennweite liefert dann das reelle Bild der entfernten Punkte. Zur Beobachtung der Fadenkreuze wird der ringförmige Theil bedeckt, und der mittlere Theil frei gemacht; derselbe liefert dann das reelle Bild der Fadenkreuze.

Wir haben vorhin vorausgesetzt, dass die Verbindungslinie der beiden Fadenkreuze *R* die magnetische Axe des Stabes sei, und dass man ohne Verschiebung der Drehungsebene des Fernrohres beide Fadenkreuze durch Drehung des Fernrohres um seine Axe beobachten könne. Beides wird im allgemeinen nicht der Fall sein, letzteres nicht, weil wohl nie der Punkt, in welchem die optische Axe des Fernrohres die Drehungsaxe desselben schneidet, genau senkrecht über der Richtung der Verbindungslinie der beiden Fadenkreuze liegen wird. Man wird deshalb, nachdem man das eine Fadenkreuz beobachtet hat, die Fernrohrebene ein wenig verschieben müssen, um das andere Fadenkreuz ebenfalls zu sehen. Um dann doch die durch die Verbindungslinie gehende Verticalebene zu erhalten, hat man nur den Winkel, welchen die Drehungsebene des Fernrohres in den beiden Lagen bildet, zu halbiren, die Halbirungsebene ist dann die gesuchte Ebene. Denn ist *NS* (Fig. 25) die Verbindungslinie der Fadenkreuze und *O* die Projection des Punktes, in welchem die Fernrohraxe die Drehungsaxe schneidet, auf die durch *NS* gelegte Horizontalebene, so ist *OS* die Richtung der Verticalebene bei der einen, *ON* bei der andern Beobachtung. Da nun der Magnetstab so gelegt ist, dass die Punkte *S* und *N* gleich weit von der Mitte des Apparates entfernt sind, so ist die Halbirungslinie des von den beiden Richtungen *OS* und *ON* gebildeten Winkels *N'S'* der Richtung *NS* parallel und ebenso sind die durch beide gelegten Verticalebenen einander parallel.

Fig. 25.



Fällt nun die so bestimmte Richtung *NS* nicht mit derjenigen der magnetischen Axe *νσ* (Fig. 26) zusammen, so hat man, um diese zu bestimmen, den Stab nur einfach umzulegen, so dass die obere Seite zur

unteren wird, und die Richtung $N'S'$ zu bestimmen, welche die Verbindungslinie der Fadenkreuze dann besitzt; das Mittel der beiden Richtungen ist dann diejenige der magnetischen Axe des Stabes, somit diejenige des magnetischen Meridianes. Denn in dem umgelegten Stabe ist die Richtung der magnetischen Axe $\nu'\sigma'$ der früheren Richtung $\nu\sigma$ derselben parallel. Legen wir nun durch den Punkt O, wo die beiden Richtungen NS sich schneiden, eine mit $\nu\sigma$ parallele, so sind die Winkel $\alpha = \beta$ und $\alpha' = \beta'$, und da $\alpha = \alpha'$, so ist auch $\beta = \beta'$.

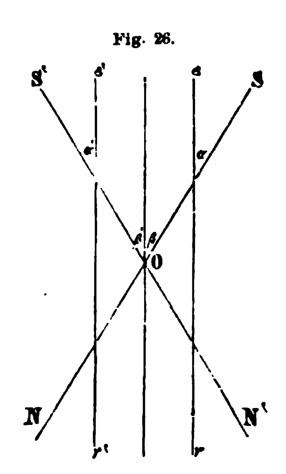


Fig. 26.

Zu den vier nach dem soeben Entwickelten nöthigen Beobachtungen kann man nun noch vier weitere fügen, indem man die Fernrohrebene um 180° dreht; das Mittel aus den beiden so gefundenen Resultaten gibt dann die Declination mit noch grösserer Genauigkeit.

Eine bei weitem grössere Genauigkeit in der Declinationsbestimmung ist indess durch die Beobachtung am Gauss'schen Magnetometer zu erhalten, dessen einer Zweck gerade die Bestimmung dieses erdmagnetischen Elementes ist. Die Einrichtung und Anordnung des Magnetometers haben wir in §. 6 ausführlich auseinander gesetzt. Wir haben zugleich angegeben, wie man verfährt, um die Axe des zur Untersuchung benutzten Magnetstabes genau in die Richtung des magnetischen Meridianes zu bringen und die optische Axe des Theodolithfernrohres der Axe des Magnetes parallel zu stellen. Es würde nun zur Bestimmung der Declination an dem Beobachtungsort weiter nichts erforderlich sein, als eine einmalige Messung des Winkels, den die so gestellte Fernrohraxe mit der für den Beobachtungsort bestimmten Richtung des astronomischen Meridianes bildet, wenn einmal die in §. 6 angenommene Anordnung des Apparates in der That vollständig erreicht wäre, und wenn zweitens der angewandte Magnetstab eine für alle Zeiten feste Ruhelage hätte. Beides ist nun nie der Fall, und deshalb bedarf es zur Bestimmung der Declination besonderer Versuche.

Was nun zunächst die nach der Einrichtung noch vorhandenen Fehler des Apparates und deren Unschädlichmachung betrifft, so verweisen wir deshalb auf eine Abhandlung W. Webers [1]) „Ueber die Reduction der Magnetometerbeobachtungen auf absolute Declinationen", in welcher die dazu erforderlichen Versuche und Rechnungen ganz ausführlich mitgetheilt sind. Auf den zweiten Umstand müssen wir jedoch etwas näher eingehen.

Beobachtet man nämlich den Magnetometerstab, so findet man zunächst,

---

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. II.. 1837.

dass derselbe selten oder nie in Ruhe ist, und weiter, dass sich die Lage der magnetischen Axe mit der Zeit nicht unmerklich ändert. Beides zeigt, dass die Declination sich mit der Zeit nicht unmerklich ändert, und ersteres besonders, dass auch in kurzen Fristen eine Veränderung der Declination eintritt. Denn ändert sich der magnetische Meridian, so wird dadurch der Stab aus seiner bisherigen Ruhelage nach seiner neuen Gleichgewichtslage gezogen und zu Schwingungen um dieselbe veranlasst, da er in der neuen Gleichgewichtslage mit einer gewissen Geschwindigkeit ankommt, welche bewirkt, dass er dieselbe überschreitet.

Die Declination kann daher nicht durch die augenblickliche Lage des Magnetes bestimmt werden, sie wird vielmehr gegeben durch die Richtung der magnetischen Axe, wenn dieselbe in der Gleichgewichtslage wäre. Dieselbe direct zu erhalten ist nicht möglich, sie muss vielmehr aus der Beobachtung der Schwingungen abgeleitet werden.

Gauss gibt als das beste Mittel zu demselben folgendes an[1]). Man versetzt den Stab, wenn seine Schwingungen zu klein sind, in etwas grössere, sorgt aber durch passende Beruhigungsmittel, etwa einen vor den Beobachtungen in die Nähe gebrachten, dann aber wieder entfernten Magnetstab, dafür, dass die Schwingungen nur eben die zur Beobachtung hinreichende Grösse haben, etwa 2—3 Scalentheile betragen. Da dann der Widerstand der Luft zu vernachlässigen ist, und die etwaige Aenderung der Declination jedenfalls als gleichförmig angesehen werden darf, so ist das Mittel aus zwei Stellungen der Nadel, die zweien genau um die Dauer einer Schwingung von einander abstehenden Augenblicken entsprechen, jene Lage des magnetischen Meridianes, welche für das Mittel dieser Zeiten stattfand, in welche Theile der Schwingungsperiode diese beobachteten Zeiten auch fallen mögen. Man hat daher, um den der Declination für die Zeit T entsprechenden Stand der Nadel zu erfahren, nur die Stellungen derselben für die Zeit $T - \frac{1}{2}\,t$ und $T + \frac{1}{2}\,t$ zu beobachten, wenn t die Schwingungsdauer der Nadel bedeutet, und aus den beiden beobachteten Ständen das Mittel zu nehmen. Der grössern Genauigkeit zu Liebe wird man dann gut thun, anstatt dieser zwei Beobachtungen mehrere zu machen, etwa die Gruppe

$$T - \tfrac{5}{2}\,t;\ T - \tfrac{3}{2}\,t;\ T - \tfrac{1}{2}\,t;\ T + \tfrac{1}{2}\,t;\ T + \tfrac{3}{2}\,t;\ T + \tfrac{5}{2}\,t$$

zu bestimmen. Bezeichnet man die beobachtete Anzahl der Scalentheile mit a, b, c, d, e, f, so ist $\frac{1}{2}(a + b)$ die Lage der magnetischen Axe zur Zeit $T - 2t$, ebenso liefern $\frac{1}{2}(b + c)$, $\frac{1}{2}(c + d)$, $\frac{1}{2}(d + e)$, $\frac{1}{2}(e + f)$ diese Lage zu den Zeiten $T - t$, T, $T + t$, $T + 2t$, und das Mittel aus diesen fünf Werthen gibt mit sehr grosser Genauigkeit die Lage der magnetischen Axe zur Zeit T.

---

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. I. 1836.

Um auf diese Weise die Lage der magnetischen Axe zu irgend einer Zeit zu erhalten, bedarf es der Kenntniss der Schwingungsdauer des Magnetstabes; wie dieselbe zu erhalten ist, haben wir im §. 6 ausführlich dargelegt; indess ist zu bemerken, dass eine so genaue Kenntniss der Schwingungsdauer, wie wir sie damals erlangten, hier nicht erforderlich ist, dass daher die Beobachtung weniger Schwingungen ausreichend ist, und zwar um so eher, je länger die Schwingungsdauer der Nadel überhaupt ist.

Den Winkel, den die so bestimmte Richtung der magnetischen Axe zur Zeit T mit der Fernrohraxe, oder vielmehr die Ebene des magnetischen Meridianes mit der verticalen Drehungsebene der optischen Axe des Fernrohres bildet, erhält man nun aus dem vorher bestimmten Abstande der Scala von dem Spiegel des Magnetes und dem Abstande des beobachteten Scalentheils von dem Mittelpunkte der Scala. Bezeichnen wir ersteren Abstand mit d, letzteren mit a und den gesuchten Winkel mit α, so ist wie wir in der Optik §. 10 nachwiesen,

$$\tan 2\alpha = \frac{a}{d},$$

woraus dann sofort α zu erhalten ist. In den meisten Fällen ist der Winkel α so klein, dass man ohne irgend bemerkbaren Fehler setzen kann

$$2\alpha = \frac{a}{d};\ \alpha = \frac{2}{d}\ .\ a = c\ .\ a.$$

Um dann schliesslich die Declination zu erhalten, hat man diesen Winkel zu demjenigen, welchen die Fernrohraxe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zu addiren oder von demselben zu subtrahiren; ist derselbe gleich β, so wird die gesuchte absolute Declination δ,

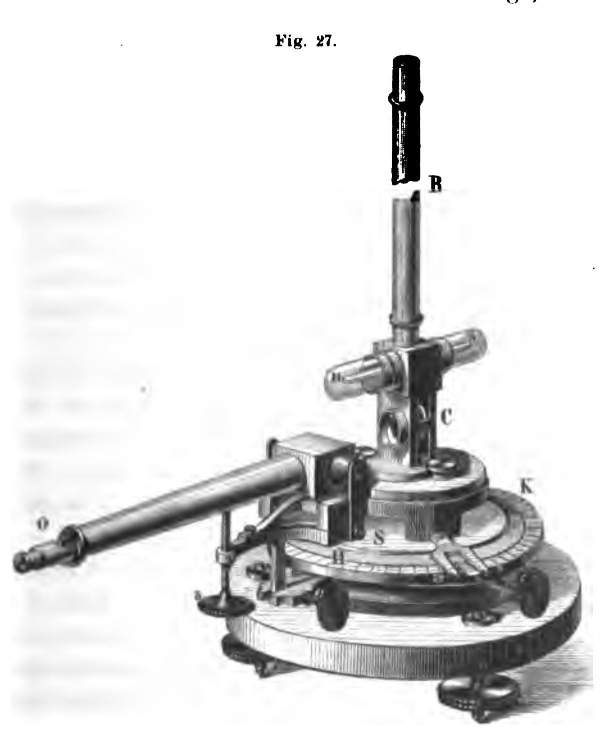
$$\delta = \beta \pm c\ .\ a.$$

Der Winkel β muss, wie man sieht, auf das genaueste bestimmt sein; hat man ihn daher, wie es bei festen Magnetometern in den Observatorien der Fall ist, ein für allemal gemessen, so muss man sich vor jeder Beobachtung von dem unverrückten Stande der Fernrohraxe, also auch des Mittelpunktes der Scala überzeugen. Zu dem Ende wird hinter dem Magnetometer, wo es möglich ist, in einem Abstande vom Fernrohr $2d$ eine feste Marke angebracht, auf welche das Fernrohr dann vor jeder Beobachtung eingestellt wird.

Die Declination kann nach dieser Methode mit astronomischer Genauigkeit an dem Orte, wo das Magnetometer aufgestellt ist, bestimmt werden; die Methode hat jedoch den Nachtheil, dass sie nur an verhältnissmässig wenigen Orten angewandt werden kann. Da nun der zweite Zweck, den wir mit dem Studium des Erdmagnetismus verbinden, die Beobachtung der Declination an möglichst vielen Orten verlangt, so war es sehr erwünscht einen Apparat herzustellen, der transportabel ist wie die Bussole von Gambey, zugleich aber eine Genauigkeit zu erreichen gestattet, welche ähnlich ist

derjenigen, die die Methode von Gauss liefert. Einen solchen Apparat construirte Lamont in seinem magnetischen Reisetheodolithen [1]), indem er es durch eine äusserst sinnreiche Vorrichtung möglich machte, an demselben die Spiegelablesung anzubringen. Die wesentlichsten Theile des Lamont'schen Apparates sind folgende. Auf einer massiven Bodenplatte von Messing, welche durch Stellschrauben vollkommen horizontal gestellt werden kann, ist der Horizontalkreis eines Theodolithen unverrückbar befestigt, *HK* (Fig. 27). Derselbe wird von einer verticalen, mit der Axe des Kreises zusammenfallenden Axe durchsetzt, welche in der Bodenplatte ruht und oben die Scheibe *S* trägt. Die Scheibe *S* ist mit dieser Axe unverrückbar fest verbunden und mit ihr drehbar; zwei an ihr befestigte Nonien gestatten auf dem Horizontalkreise die Stellung der Scheibe auf das genaueste zu bestimmen. Die Scheibe *S* trägt an einer Seite ein Fernrohr, dessen optische Axe verlängert die verticale Axe des Horizontalkreises schneidet. Ausser der horizontalen Drehung, welche dem Fernrohr mit der Scheibe *S* ertheilt werden kann, kann dasselbe durch Heben oder Senken der Schraube *s* auch in verticaler Ebene gedreht werden.

Fig. 27.



Ist nun an dem Orte der Beobachtung die Richtung des astronomischen Meridianes durch ein Merkzeichen bestimmt, so ist es leicht, den der Fernrohraxe parallelen Durchmesser des Horizontalkreises in die Richtung des astronomischen Meridianes zu bringen, indem man mit dem Fernrohr nach dem Merkzeichen visirt. Man beobachtet dann den Stand der Nonien am Horizontalkreise.

---

1) *Lamont*, Dove's Repertorium. Bd. VII. Ausführliche Beschreibung des Apparates: *Müller*, Kosmische Physik. Braunschweig 1851.

Darauf setzt man auf die Scheibe *S* das Gehäuse, welches den Magnet trägt. Dasselbe besteht aus einem rechteckigen Kasten *C* von Messing, welcher eine Röhre *R* von Messing trägt. Das Gehäuse wird so aufgesetzt, und festgeschraubt, dass die eine Seite des rechteckigen Kastens senkrecht ist zur optischen Axe des Fernrohres und die verticale Axe der Röhre *R* mit der Axe des Horizontalkreises zusammenfällt. In der Axe der Röhre, an ihrem oberen Ende befestigt, befindet sich ein Coconfaden, welcher den Magnet *ns* trägt. Der Magnet durchsetzt die Wände des rechteckigen Kastens und ist durch zwei an den Enden zugeschmolzene Glasröhren, welche in röhrenartige Ansätze des Kastens eingesetzt sind, vor Luftströmungen geschützt. An dem nach unten verlängerten Träger des Magnetes ist ein kleiner Planspiegel befestigt, der möglichst genau senkrecht zur magnetischen Axe des Magnetes gestellt ist. Der Winkel, den die Spiegelnormale etwa noch mit der magnetischen Axe des Stabes bildet, ist durch Versuche in einem Observatorium vorher auf das genaueste bestimmt. Der Spiegel hängt so, dass er von der verlängerten Fernrohraxe getroffen wird. Ihm gegenüber sind die Wände des rechteckigen Kastens *C* durchbohrt und mit Spiegelglasplatten verschlossen.

Man dreht nun die Scheibe *S* so, dass der Magnet in dem Gehäuse frei schwingen kann, und hat dann nur noch die Fernrohraxe der Spiegelnormale parallel zu stellen und den Winkel zu beobachten, welchen dieselbe in dieser mit der vorigen Stellung bildet; dieser Winkel ist, corrigirt um den Winkel, den die Spiegelnormale mit der magnetischen Axe bildet, die Declination des magnetischen Meridianes.

Um nun die Fernrohraxe mit grösster Genauigkeit in die Richtung der Spiegelnormale bringen zu können, hat Lamont dem Fernrohr folgende Einrichtung gegeben. An der Stelle des Fadenkreuzes befindet sich dort, wo von unendlich entfernten Gegenständen durch das Objectiv ein reelles Bild entworfen wird, eine Glasscheibe, in welcher ein feines Kreuz eingeritzt ist. Hinter derselben bei *O* ist die Ocularröhre zur Hälfte aufgeschnitten, so dass die Schnittebene mit der Fernrohraxe einen Winkel von 45° bildet. In diesen Schnitt wird dann ein Spiegel gelegt, der das Licht vom hellen Himmel gegen die Glasplatte wirft und diese so beleuchtet. Da nun die Glasplatte sich im Brennpunkte des Objectivs befindet, so werden die von ihr ausgehenden Strahlen im Objectiv des Fernrohres einander und der Fernrohraxe parallel gebrochen. Steht dann der Spiegel am Magnete senkrecht zur optischen Axe des Fernrohres, so treffen diese Strahlen normal auf den Spiegel und werden deshalb in die Einfallsrichtung zurückgeworfen. Die reflectirten Strahlen fallen daher auf das Objectiv, und dieses entwirft dann an der Stelle der Glasplatte selbst das reelle Bild derselben, so dass das Bild des eingeritzten Kreuzes das Kreuz selbst deckt.

Man hat daher die Scheibe *S* mit dem Magnete und dem Fernrohr nur so weit zu drehen, dass man das Bild des verticalen Kreuzarmes den

Arm selbst decken sieht und weiss dann, dass das Fernrohr der Spiegelnormale parallel ist. Die Ablesung der Nonien liefert dann den Winkel, den die Spiegelnormale in ihrer augenblicklichen Stellung mit dem astronomischen Meridiane bildet. Da man nun die Abweichung der Spiegelnormale von der magnetischen Axe des Stabes kennt, so erhält man nach Anbringen dieser Correction den Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit dem astronomischen Meridiane bildet, oder die Declination des magnetischen Meridianes.

Nach diesen Methoden sind nun an vielen Orten und zu verschiedenen Zeiten die magnetischen Declinationen bestimmt, die Resultate derselben werden wir später zusammenstellen, hier wollen wir nur bemerken, dass die Declination an den verschiedenen Orten Deutschlands jetzt zwischen 14° und 17° beträgt, und zwar ist sie westlich, d. h. das Nordende der Nadel weicht um so viel Grade nach Westen vom astronomischen Meridiane ab.

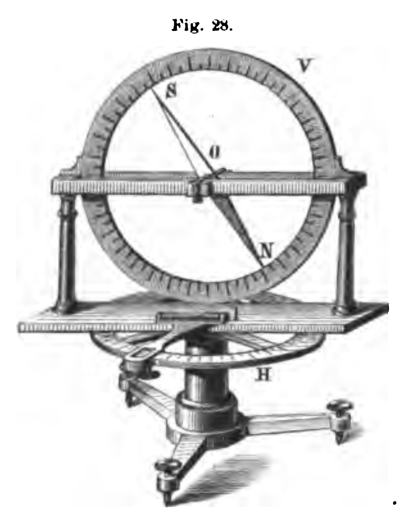
§. 15.

Bestimmung der Inclination. Die Bestimmung der Neigung der magnetischen Axe einer Magnetnadel gegen die Horizontale ist eine weit schwierigere Aufgabe, als die Bestimmung der Declination, da die nothwendigen Bedingungen zu einer genauen Bestimmung hier weit schwieriger zu erfüllen sind. Da die Inclination jene Richtung der Nadel ist, welche sie in der Ebene des magnetischen Meridianes nur unter Einwirkung der magnetischen Kräfte annimmt, so ist zunächst erforderlich, dass die Nadel sich um eine genau zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe nur unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte drehe. Damit letzteres der Fall sei, muss die Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel gehen, eine Bedingung, welche auch der geschickteste Mechaniker nur annähernd erfüllen kann. Da die Drehung in der Verticalebene erfolgt, so bedarf es ferner bei einem Apparate für die Inclinationsbeobachtungen fester Axen, die auf einer festen Unterlage ruhen; dadurch wird die Beweglichkeit der Nadel durch Reibung vermindert, und man kann deshalb nicht sicher sein, dass die Einstellung in die Inclinationsrichtung ganz scharf erfolgt ist. Dieses sind Fehlerquellen, welche auch bei den vorzüglichsten Apparaten nicht beseitigt werden können, welche deshalb bei der Inclinationsmessung kaum die Genauigkeit zu erreichen gestatten, die die älteren Beobachtungen der Declination besassen.

Um die Inclination zu bestimmen, hängt man die Magnetnadel in einen verticalen getheilten Kreis, so dass die Drehungsaxe der Nadel mit der Axe des Kreises zusammenfällt, und dass die Spitzen der Nadel auf der Theilung des Kreises einspielen (Fig. 28). Bei den vorzüglichen Inclinatorien von Meyerstein in Göttingen ist die Kreistheilung auf einer Scheibe von Spiegelglas eingeschnitten und besitzt einen Durchmesser von ungefähr 300 Millimeter. Ebenso lang sind die Nadeln.

Die durch den Schwerpunkt der Nadel geführten Drehungsaxen sind stählerne Cylinder von geringer Dicke; dieselben ruhen auf zwei Achatplatten, deren eine vor, deren andere hinter der Kreisebene auf Trägern von Messing ruhen. Die Ebenen der Platten sind senkrecht zur Kreisebene und in gleicher Höhe etwas unter der Axe des getheilten Kreises angebracht, so dass die Axe des die Drehungsaxe der Nadel bildenden Cylinders gerade durch den Mittelpunkt des Kreises geht. Der Verticalkreis *V* ist drehbar auf einem festen Horizontalkreis *H* befestigt, so dass seine Drehungsaxe mit der Axe des Horizontalkreises zusammenfällt. Der Horizontalkreis ist auf einem mit Stellschrauben versehenen Dreifuss befestigt, so dass seine Ebene vollkommen horizontal gestellt werden kann. Zur Controle der Horizontalstellung dient die Röhrenlibelle *l*. Die Stellung des Verticalkreises auf dem Horizontalkreise wird durch einen mit dem Verticalkreise fest verbundenen Nonius bestimmt.

Fig. 28.



Zur Beobachtung der Inclination wird nun zunächst der Horizontalkreis vollkommen horizontal und damit der Verticalkreis vertical gestellt, und dann der letztere so gedreht, dass seine Ebene möglichst genau der Ebene des magnetischen Meridianes parallel gestellt ist. Der Winkel, den dann die magnetische Axe des Stabes mit dem horizontalen Durchmesser des Kreises macht, ist unter der Voraussetzung, dass das Instrument ganz vollkommen ist, der Inclinationswinkel. Man erhält ihn durch Beobachtung des Theilstriches, auf welchen die untere Spitze der Nadel zeigt. Zur genauern Beobachtung dieses Theilstriches ist die Kreistheilung an den Meyerstein'schen Inclinatorien spiegelnd; das Auge ist dann richtig gestellt, wenn es sein eigenes Spiegelbild und die Spitze der Magnetnadel in der Mitte der Pupille desselben sieht.

Diese einfache Beobachtung würde jedoch im allgemeinen nur ein sehr ungenaues Resultat geben; sehr viel genauer wird es, wenn man die Beobachtungen vervielfältigt. Um die Fehler zu eliminiren, die daraus entspringen, dass die Nadel nicht genau centrisch aufgehängt ist, oder dass die Kreistheilung kleine Fehler hat, beobachtet man auch den Theilstrich, auf welchen die obere Spitze der Nadel zeigt, also den Winkel *OS* (Fig. 28). Wenn derselbe, was fast immer der Fall sein wird, von dem Winkel *ON*, der vorher beobachtet war, verschieden ist, so nimmt man aus beiden Werthen das Mittel, und erhält so einen genauern Werth für die Neigung

der geometrischen Axe der Nadel. Um den Fehler, der aus der Reibung der Axe entspringt, zu eliminiren, wiederholt man die Beobachtungen mehrere Male, indem man vor jeder Beobachtung die Nadel in Schwingungen versetzt oder abhebt und neu auflegt. Da es wahrscheinlich ist, dass die Nadel dann ebenso oft und ebenso weit über der richtigen Inclinationsrichtung stehen bleibt als unter derselben, so nimmt man schliesslich aus allen diesen Beobachtungen das Mittel und erhält so das erste partielle Resultat.

Ein weiterer Fehler kann dadurch entstehen, dass der als horizontal angenommene Durchmesser des Verticalkreises etwas von der Horizontalen abweicht; um denselben zu eliminiren, dreht man den Verticalkreis um 180° und macht dieselben Beobachtungen wie vorhin. War in Folge der nicht ganz richtigen Stellung vorhin die Inclination zu gross gefunden, so ist sie jetzt um ebenso viel zu klein; das Mittel aus beiden Resultaten wird daher die Richtung der geometrischen Nadelaxe mit grosser Genauigkeit geben.

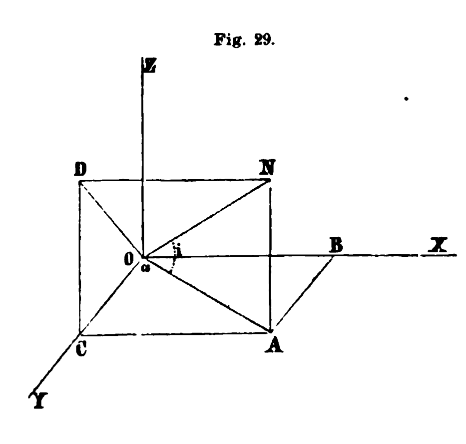
Um zu untersuchen, ob die geometrische Axe der Nadel auch die Richtung der magnetischen Axe ist, oder einen etwaigen Fehler aus der Nichtcoincidenz der beiden Richtungen zu eliminiren, wird die Nadel dann umgelegt, so dass die früher vordere Seite zur hintern wird. Da die magnetische Axe sich immer in die Richtung der Inclination stellt, so wird die geometrische Axe jetzt um ebenso viel zu hoch sich stellen, wie sie sich vorher zu tief stellte. Macht man daher jetzt dieselben Beobachtungen wie vorhin und nimmt schliesslich aus diesen und den früheren das Mittel, so würde man die Inclination richtig erhalten, wenn die Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel ginge.

Um dieses zu untersuchen und einen etwaigen Fehler zu eliminiren, der daraus hervorgeht, dass das nicht der Fall ist, wird die Nadel ummagnetisirt, so dass das frühere Nordende zum Südende wird. Lag dann vorher der Schwerpunkt dem Nordende näher, wurde also der Neigungswinkel der Nadel durch die Schwere vergrössert, so liegt er jetzt dem Südende näher, der Neigungswinkel wird also jetzt verkleinert. Die Differenzen zwischen der beobachteten und wahren Neigung sind in beiden Fällen gleich gross, wenn die Nadel in beiden Fällen gleich stark magnetisirt ist. Ist das der Fall, wovon man sich durch Schwingungsversuche überzeugen muss, so stellt man ganz dieselben Beobachtungen an wie vorher, als die Nadel noch nicht ummagnetisirt war, nimmt dann aus allen Beobachtungen das Mittel und erhält in diesem mit sehr grosser Annäherung den wahren Werth der Inclination.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dass die Ebene des Verticalkreises mit derjenigen des magnetischen Meridianes übereinstimme; ist die Richtung des Meridianes vorher an dem Beobachtungsorte nicht bestimmt, so kann man dieselbe mit Hülfe des Inclinatoriums ohne andere Hülfsmittel erhalten,

da, wie wir vorhin schon bemerkten, die Neigung der Magnetnadel am kleinsten ist, wenn ihre Drehungsebene dem Meridiane parallel, am grössten, und zwar gleich 90^0 ist, wenn die Drehungsebene senkrecht zum magnetischen Meridiane ist. Ist nämlich *ON* (Fig. 29) die Richtung und Grösse der erdmagnetischen Kraft am Orte der Beobachtung, so ist die durch *ONA* gelegte Ebene die des magnetischen Meridianes. Wir können in derselben die Kraft *ON* in eine horizontale Componente *OA* und in eine verticale *AN* zerlegen. Diese letztere ist es, welche die in der Meridianebene um eine horizontale Axe schwingende Nadel in die Inclinationsrichtung dreht, während die horizontale Componente sie der Horizontalen parallel zu stellen sucht. Ist die Grösse der erdmagnetischen Kraft gleich *I* und der Inclinationswinkel gleich *i*, so sind die beiden Componenten

Fig. 29.



$$OA = I \cdot \cos i; \quad NA = I \cdot \sin i,$$

und der Inclinationswinkel *AON* ist gegeben durch

$$\operatorname{tang} AON = \frac{NA}{OA} = \frac{I \,.\, \sin i}{I \,.\, \cos i}.$$

Ist die Inclinationsnadel in einer anderen Ebene *ZOY* drehbar, welche mit der Meridianebene den Winkel α bildet, so bleibt die verticale auf sie wirkende Componente dieselbe, die horizontale wird eine andere; wir erhalten sie, wenn wir *OA* nach *OY* und *OX* zerlegen, in der *OY* parallelen Componente $OC = I \,.\, \cos i \,.\, \cos \alpha$. Der Neigungswinkel der Nadel *DOC* $= i'$ ist dann gegeben durch

$$\operatorname{tang} i' = \frac{I \,.\, \sin i}{I \,.\, \cos i \,.\, \cos \alpha} = \frac{\operatorname{tang} i}{\cos \alpha}.$$

Wächst α, so wächst auch i' und ist $\alpha = 90^0$, so wird $\cos \alpha = 0$, somit $\operatorname{tang} i' = \infty$ und $i' = 90^0$.

Um daher die Ebene des magnetischen Meridianes zu erhalten, hat man nur die Stellung des Verticalkreises aufzusuchen, bei welcher die Nadel vertical steht, und dann den Verticalkreis um 90^0 zu drehen.

Indess kann diese Bestimmung keine sehr genaue sein, da dieselbe mit allen den Fehlern behaftet sein muss wie die Beobachtung der Inclination selbst; man wendet daher, wenn man die Richtung des Meridianes nicht genau genug kennt, besser ein anderes Verfahren an, welches die Kenntniss dieser Richtung nicht verlangt. Ist nämlich in der Ebene *ZOY* die Neigung der magnetischen Axe i' gegeben durch

$$\operatorname{tang} i' = \frac{\operatorname{tang} i}{\cos \alpha},$$

so ist sie in der zu ihr senkrechten Ebene ZOX gegeben durch

$$\operatorname{tang} i'' = \frac{\operatorname{tang} i}{\sin \alpha},$$

und aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich unmittelbar

$$\frac{1}{\operatorname{tang}^2 i} = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i'} + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i''}.$$

Man hat daher nur in zwei beliebigen, zu einander senkrechten Ebenen die soeben beschriebenen Beobachtungen durchzumachen, um die Inclinationsbestimmung von der Richtung der Verticalebene, in der die Nadel sich dreht, unabhängig zu machen.

Wie man durch eine genaue Untersuchung des Inclinatoriums für diese Beobachtungen eine noch grössere Genauigkeit erhalten kann, hat Gauss bei der Beobachtung der Inclination zu Göttingen im Jahre 1842 gezeigt [1]). Wir verweisen deshalb auf diese musterhafte Experimentaluntersuchung.

Die mannigfachen Schwierigkeiten der genauen Inclinationsbestimmungen und besonders der Umstand, dass das Inclinatorium dieselbe nicht für einen bestimmten Augenblick, sondern nur den Mittelwerth eines ziemlich grossen Zeitraums liefert, hat Lloyd veranlasst, ein anderes Mittel zur Beobachtung der Inclination zu wählen [2]), welches auf dem Satze beruht, dass das magnetische Moment, welches ein weicher Eisenstab unter dem Einflusse eines Magnetes erhält, dem Magnetismus des Magnetes selbst proportional ist. Ein vertical gehaltener weicher Eisenstab wird daher, die Richtigkeit jenes Satzes in aller Strenge vorausgesetzt, in jedem Augenblicke ein der augenblicklichen verticalen Componente der erdmagnetischen Kraft proportionales magnetisches Moment haben. Sei dieses gleich M, so wird, wenn I die totale erdmagnetische Kraft am Beobachtungsorte und i die Inclination ist,

$$M = a \,.\, I \,.\, \sin i$$

sein, worin a ein durchaus constanter Factor ist, nämlich das magnetische Moment des Stabes, welches die Einheit des freien Magnetismus in der Abstandseinheit erzeugt.

Wirkt nun der Stab aus dem Abstande R in irgend einer Lage auf eine in horizontaler Ebene drehbare Nadel, deren magnetisches Moment gleich m ist, so wird er die Nadel um einen Winkel v ablenken, welcher,

---

1) *Gauss*, Beobachtungen der Inclination zu Göttingen im Sommer 1842. Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. VI.

2) *Lloyd*, Account of the magnetical Observatory of Dublin etc. By the Rev. Humphrey Lloyd. Dublin 1842.

wenn wir die Glieder, welche höhere als die dritten Potenzen von R enthalten, vernachlässigen, nach §. 7 und 8 gegeben ist durch die Gleichung

$$m \,.\, I \,.\, \cos i \,.\, \sin v = \frac{m \,.\, a \,.\, I \,.\, \sin i}{R^3} \cdot C \cos v,$$

denn $I \,.\, \cos i$ ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus, und $m \,.\, I \cos i$ die Directionskraft der abgelenkten Nadel; daraus folgt

$$\operatorname{tang} i = \frac{R^3}{Ca} \cdot \operatorname{tang} v.$$

Die Constante C hängt ab von der Lage des Eisenstabes und der abgelenkten Nadel, d. h. von den Winkeln, welche die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte mit der Ebene des magnetischen Meridianes und in dieser mit der Horizontalen macht. Sie lässt sich bei Kenntniss dieser Winkel nach §. 7 berechnen. Kennt man daher a, so lässt sich aus der Beobachtung von v der Werth von i berechnen.

Lloyd wandte diese Methode nicht zur Bestimmung von i an, sondern nur zur Beobachtung der Veränderlichkeit von i mit der Zeit; dazu braucht man a nicht zu kennen. Denn lässt man denselben Eisenstab immer in derselben Weise auf die Magnetnadel wirken, so ändert sich i nur mit v und zwar in demselben Sinne; aus der beobachteten Aenderung von v kann man daher auf eine Veränderung von i zurückschliessen. Hat man einmal durch genaue Beobachtungen am Inclinatorium den Werth von i und durch gleichzeitige Beobachtungen mit dem Eisenstabe v bestimmt, so kann man aus

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} v} = \frac{R^3}{Ca} = B$$

den Factor von tang v erhalten und durch

$$\operatorname{tang} i = B \,.\, \operatorname{tang} v$$

die Aenderungen der Inclinationsrichtung ihrer Grösse nach berechnen.

In dieser Weise hat Lamont diesen Satz benutzt, um mit seinem magnetischen Reisetheodolithen die Inclinationen zu beobachten [1]). An demselben wird nach den Declinationsbeobachtungen ein Messingring befestigt, welcher in verticaler Stellung zwei Eisenstäbe trägt, einen in östlicher, den anderen in westlicher Richtung von dem Magnetgehäuse entfernt. Befindet sich an der Ostseite der Nordpol des Stabes mit der Nadel in gleicher Horizontalebene, so befindet sich an der Westseite der Südpol des Stabes dort, und umgekehrt. Der Messingring ist mit dem Magnetgehäuse drehbar und ist so gestellt, dass die Verbindungslinie der beiden Stabpole durch die Mitte der Nadel geht und senkrecht ist zur magnetischen Axe der Nadel. Durch Beobachtungen an der Münchener Sternwarte ist für das Instrument ein für allemal B bestimmt; an dem Orte, an welchem die

---

1) *Lamont,* Dove's Repertorium. Bd. VII. *Müller,* Kosmische Physik. Braunschweig 1854.

Inclination der Nadel gefunden werden soll, hat man daher nur v zu beobachten, um i zu erhalten.

Es ist dabei nur zu beachten, dass der temporäre Magnetismus des weichen Eisens mit der Temperatur sich ändert, dass also a eine Function der Temperatur ist. Auch diese, welche nach dem Früheren von der Form

$$a' = a\,(1 + mt + nt^2)$$

ist, muss bestimmt sein und bei jeder Beobachtung zur Correction benutzt werden.

Diese Beobachtungsmethode beruht vollständig auf dem Satze, dass der temporäre Magnetismus im Eisen dem inducirenden Magnetismus unter allen Umständen proportional sei; dass also das Eisen ganz ohne Coercitivkraft sei. Das ist bekanntlich nicht der Fall, sondern alles Eisen besitzt, einmal magnetisirt, einen wenn auch geringen permanenten Magnetismus. Diesen kann man nun zwar unschädlich machen, indem man nach den ersten Beobachtungen die Stäbe umkehrt, so dass der Nordpol dort entsteht, wo vorhin der Südpol war, und aus den in beiden Fällen erhaltenen Werthen von v das Mittel nimmt. Da in der einen Lage der Stäbe die Summe des temporären und permanenten Magnetismus, in der anderen Lage die Differenz beider wirkt, so gibt das Mittel die Ablenkung unter dem Einflusse des temporären Magnetismus allein.

Aber da das Vorhandensein des permanenten Magnetismus zeigt, dass das Eisen nicht frei ist von Coercitivkraft, so sind wir keineswegs sicher, dass der temporäre Magnetismus des Eisens der augenblicklichen erdmagnetischen Kraft proportional ist, da jedenfalls dann eine gewisse Zeit vergeht, ehe der magnetische Zustand des Eisens dem magnetischen Zustande der Erde folgt. Auf die Methode von Lamont hat dieser Umstand natürlich keinen störenden Einfluss, da dort die Eisenstäbe der Einwirkung des Erdmagnetismus hinlänglich lange ausgesetzt sind. Ob aber die Variationen der Inclination sich dennoch mit hinreichender Schärfe beobachten lassen, das ist noch nicht entschieden, nach einigen Versuchen von W. Weber[1]) aber einigermassen zweifelhaft.

§. 16.

Bestimmung der Intensität der erdmagnetischen Kraft. Unter der Intensität der erdmagnetischen Kraft versteht man das Drehungsmoment, welches dieselbe einer mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Magnetnadel ertheilt, wenn dieselbe zur Richtung der Kraft senkrecht steht. Die directe Beobachtung derselben ist, wie sich aus dem bei der Untersuchung der Inclination Gesagten ergibt, nicht leicht ausführbar, sie ist

1) *W. Weber*, Resultate etc. Bd. VI. p. 85 ff. Man sehe auch *Lamont* in Dove's Repertorium. Bd. VII.

auch nicht erforderlich, da wir die totale Intensität leicht aus ihrer horizontalen Componente berechnen können.

Ueber die Bestimmung der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft haben wir nach den Entwicklungen des §. 8 wohl kaum noch etwas hinzuzufügen, da wir dort ausführlich gezeigt haben, wie man zu der Constanten T gelangt, welche wir damals als die Directionskraft bezeichneten, welche eine in horizontaler Ebene drehbare, mit der Einheit des freien Magnetismus begabte Magnetnadel in den magnetischen Meridian zurückzuführen sucht, wenn sie senkrecht zum magnetischen Meridiane steht. Diese Constante T ist die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft am Beobachtungsorte.

Denn da wir wissen, dass die magnetischen Anziehungs- und Abstossungskräfte den Magnetismen selbst proportional sind, so folgt, dass die Directionskraft, welche einen Stab, dessen magnetisches Moment gleich M ist, in den magnetischen Meridian zurückführt,

$$D = M \,.\, T,$$

worin T die horizontale Componente des Erdmagnetismus bedeutet. Wie man aber sieht, wird $D = T$, wenn $M = 1$ ist.

Um T in absolutem Maasse auszudrücken, bedarf es zweier Messungen. Man muss einen Magnetstab frei horizontal schwingen lassen, seine Schwingungsdauer beobachten und sein Trägheitsmoment bestimmen. Man erhält dann

$$M \,.\, T = \frac{\pi^2 \,.\, K}{t^2} = b.$$

Man lenkt dann mit dem untersuchten Magnetstab einen andern ab und erhält aus den beobachteten Ablenkungswinkeln v und v_1 und den Entfernungen R und R_1, aus welchen der untersuchte Stab in der ersten Hauptlage diese Ablenkungen hervorbringt:

$$\frac{M}{T} = {}^1/_2 \, \frac{R_1^5 \operatorname{tang} v_1 - R^5 \operatorname{tang} v}{R_1^2 - R^2} = a.$$

Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite und zieht die Wurzel aus, so wird

$$T = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

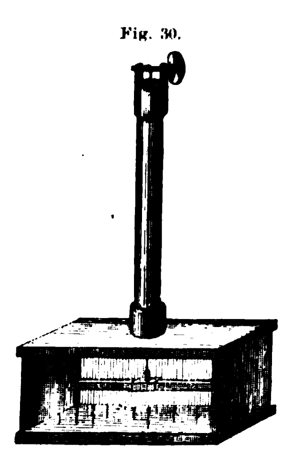
Wir erhalten in dieser Weise für T eine Zahl, deren Grösse von der gewählten Einheit abhängt. Behalten wir die in §. 8 eingeführte Einheit von Gauss bei, so bedeutet diese Zahl die Anzahl Krafteinheiten, welche an einem Hebelarme von der Länge 1^{mm} wirkend demselben das gleiche Drehungsmoment ertheilen, welches der Erdmagnetismus dem mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Magnete ertheilt. Die Einheit der Kraft ist dabei jene, welche der Masse von ein Milligramm die Beschleunigung von ein Millimeter ertheilt.

Da wir nun weiter einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegten, wenn das reducirte Drehungsmoment, welches er einem gleich stark magnetischen Stabe ertheilt, in jenen Einheiten der Kraft und der Länge gleich 1 war, so kann man jene Zahl auch dahin definiren, dass sie uns in absoluten Einheiten den Magnetismus gibt, welcher in der Abstandseinheit einem mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Stabe dasselbe Drehungsmoment ertheilt, wie der Erdmagnetismus.

Wie W. Weber gezeigt[1]) hat, bedarf es zu diesen Versuchen nicht nothwendig eines Magnetometers, schon ein kleiner von ihm zusammengestellter Apparat gestattet es, in der Bestimmung der horizontalen Intensität eine Genauigkeit bis zu 0,05 des wahren Werthes zu erhalten.

Der Apparat besteht aus einer gewöhnlichen Bussole, deren Nadel eine Länge von 60^{mm} hat, und deren Kreis nur in ganze Grade getheilt ist. Bei einiger Uebung gelangt man leicht dahin, die Stellung der Nadel bis auf $0{,}1^0$ abzulesen. Diese Bussole wird auf die Mitte eines Maassstabes gesetzt, dessen Länge 1^m ist und der in Millimeter getheilt ist. Ausserdem gehört zu dem Apparate ein kleiner Magnetstab, dessen Länge am besten genau 100^{mm}, und dessen Breite und Dicke den achten Theil der Länge, also $12{,}5^{mm}$ beträgt. Der Magnet ist am bequemsten genau parallelepipedisch gearbeitet; sein Gewicht muss genau bekannt sein. Um den Stab schwingen lassen zu können, ist es gut, wenn er in seiner Mitte ein kleines Loch zur Aufnahme einer Nähnadel hat, durch deren Oehr man dann einen Seidenfaden zieht, an welchem der Stab aufgehängt wird. Auch ist es gut, den Stab zum Schutze gegen Luftströmungen in einen kleinen Kasten von der Form Fig. 30 aufzuhängen, wenn man seine Schwingungsdauer beobachten will.

Fig. 30.



Um nun mit diesem Apparate die Ablenkungsversuche zu machen, stellt man die Bussole auf die Mitte des Maassstabes, so dass sie in der Ruhelage auf die Theilstriche 0 und 180 zeigt, und stellt den Maassstab senkrecht zum magnetischen Meridian; man legt dann den Magnetstab in zwei oder drei verschiedene Entfernungen, sowohl östlich als westlich, und erhält so, wenn wir die Bezeichnungen des §. 8 beibehalten, zwei oder drei Werthe von v, jeden aus vier beobachteten Ablenkungen der Nadel. Der geringste Abstand des Stabes von der Nadel muss der vierfachen Länge der Nadel gleich sein, so dass die Mitte des Magnets von der Mitte des Maassstabes

---

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines. Bd. I.

immer wenigstens 300^{mm} entfernt sein muss. Bei dem grössten Abstande des Stabes von der Nadel, bei welchem die Mitte des Stabes von der Nadel 450^{mm} entfernt ist, beträgt, wenn der Magnetstab gesättigt ist, die Ablenkung der Nadel in unseren Breiten mehr als 20^0, bei einem Versuche W. Weber's $23^0\ 9'$. Bei einer auf $0,1^0$ genauen Ablesung ist also die erreichte Genauigkeit wenigstens 0,05.

Den Werth $\frac{M}{T}$ berechnet man aus den gegebenen Versuchen in der angegebenen Weise, indem man bis zu dem zweiten Gliede der Reihe geht. Hat man drei Beobachtungen angestellt, so kann man dieselben benutzen, indem man je zwei combinirt und schliesslich das Mittel nimmt, oder in anderer Weise nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung den wahrscheinlichsten Werth berechnet.

Betreffs der Schwingungsbeobachtungen ist nichts zu bemerken. Um aus denselben MT zu erhalten, muss man das Trägheitsmoment des Magnetes in Bezug auf die Drehungsaxe kennen, und um dieses leicht zu erhalten, ist dem Stabe möglichst genau die parallelepipedische Form zu geben. Ist nämlich die Länge des Stabes a, seine Breite b, sein Gewicht P, so ist das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf die Umdrehungsaxe

$$K = \frac{a^2 + b^2}{12} \cdot \frac{P}{g}.$$

Damit erhält man dann $M \cdot T$ und durch Combination in der angegebenen Weise mit dem gefundenen $\frac{M}{T}$ den Werth von T in absolutem Maasse.

Im Jahrgang 1838 der Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins hat W. Weber auch ein transportables Magnetometer beschrieben, mit welchem natürlich eine grössere Genauigkeit erreicht werden kann, als mit dem soeben beschriebenen Apparate.

Um in ähnlicher Weise leicht an verschiedenen Orten Beobachtungen machen zu können, hat Lamont auch an seinem Reisetheodolithen eine Vorrichtung zu Ablenkungsversuchen angebracht.

Diese Methode zur Bestimmung der horizontalen Intensität hat den einen Mangel, dass sie dieselbe nur im Mittel einer längeren Zeit gibt, wenn man nicht etwa an einem zweiten Magnetometer vergleichende Schwingungsbeobachtungen macht, um die Schwingungen auf die Zeit der Ablenkungen zu reduciren. Das bedarf dann aber noch eines besonderen Versuches. Da es nun aber von ebenso grossem Interesse ist, zu untersuchen, ob und in welcher Weise Aenderungen der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft stattfinden, als es war den Declinationen zu folgen, hat Gauss auch für diese Untersuchung einen Apparat construirt[1].

---

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen. Bd. II.

das Bifilarmagnetometer, welches die Intensität ebenso genau zu verfolgen gestattet, als das Unifilarmagnetometer die Declination.

Das Princip dieses Apparates ist folgendes. Hängt man einen Körper an zwei Fäden auf, welche wir der Einfachheit wegen als gleich und so angeknüpft annehmen wollen, dass der Abstand der oberen Anknüpfungspunkte gleich ist dem der unteren, so wird der Körper im Gleichgewichtszustande sein, wenn die beiden Fäden ihrer ganzen Länge nach in einer Verticalebene sich befinden und eine durch den Schwerpunkt des Körpers gelegte Verticale ebenfalls in derselben Ebene sich befindet. Bringt man den Körper aus seiner Lage mittels einer Drehung um die Mittellinie der beiden Fäden, so wird das Gleichgewicht gestört, da die obigen Bedingungen desselben dann nicht mehr bestehen; die Fäden sind nicht mehr parallel, nicht mehr in einer Verticalebene und der Körper wird etwas gehoben. Es entsteht daher ein Drehungsmoment, welches den Körper wieder in seine frühere Lage zurückzuführen bestrebt ist, und welches dem Sinus des Drehungswinkels proportional ist. Die Grösse desselben, wenn die Drehung 90° beträgt, hängt ab von der Länge und dem Abstande der Fäden und dem Gewichte des Körpers und zwar so, dass es der Länge der Fäden umgekehrt, dem Quadrate ihres Abstandes und der Grösse des Gewichts aber direct proportional ist. Man kann dasselbe in jedem Falle leicht direct durch den Versuch bestimmen, indem man den Körper aus seiner Lage dreht und dann sich selbst überlässt; er wird dann, wenn die Drehung nur klein war, um seine Gleichgewichtslage isochrone Schwingungen machen, deren Dauer nach den gewöhnlichen Gesetzen von dem Trägheitsmomente des schwingenden Körpers und der Grösse seiner Directionskraft abhängt. Ist das Trägheitsmoment bestimmt und die Schwingungsdauer beobachtet, so kann man daraus die Directionskraft berechnen.

Ist nun mit dem aufgehängten Körper ein Magnet verbunden, so tritt zu der Directionskraft in Folge der Aufhängung noch eine andere, die magnetische Directionskraft. Je nach der Lage des Magnetes sind nun drei Fälle zu unterscheiden. Erstens, wenn der Körper in Folge der Aufhängung im Gleichgewichte ist, ist er es auch in Folge der magnetischen Directionskraft. Wie man sieht, ist das der Fall, wenn die Verticalebene, welche die Drähte in ihrer Gleichgewichtslage aufnimmt, senkrecht ist zum magnetischen Meridiane, und der Magnet sich dann in seiner natürlichen Lage, Nord gegen Nord, im Meridiane befindet. Die Kraft, mit welcher der Körper dann in seiner Gleichgewichtslage zurückgehalten wird, ist dann gleich der Summe der beiden Directionskräfte, der magnetischen und derjenigen in Folge der Aufhängung.

Der zweite Fall unterscheidet sich von dem ersten nur dadurch, dass der Magnet, wenn die Fäden in der Gleichgewichtslage sich befinden, anstatt in der natürlichen Lage sich in der verkehrten Lage, Süd gegen Nord, im magnetischen Meridiane befindet. Auch dann ist der Apparat

im stabilen Gleichgewicht, wenn die Directionskraft in Folge der Aufhängung grösser ist als die magnetische; die Kraft, mit welcher der Körper dann in dieser Lage erhalten wird, ist die Differenz beider Directionskräfte. Ist die magnetische Directionskraft die grössere, so wäre das Gleichgewicht ein labiles; der Körper würde, einmal aus demselben gebracht, sich umkehren, bis der Magnet sich in der natürlichen Lage im Meridiane befindet.

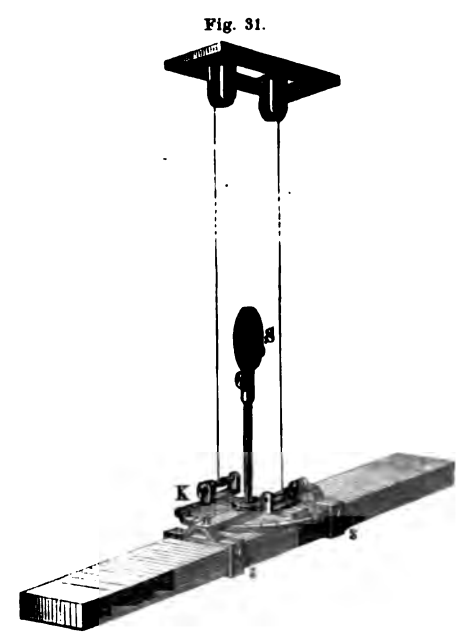
Der dritte Fall ist der, dass die magnetische Axe des Stabes irgend einen Winkel mit der immer als senkrecht zum magnetischen Meridiane vorausgesetzten Verticalebene der beiden Fäden bildet, welcher kleiner ist als ein rechter. Der Magnetstab wird dann eine Lage annehmen, welche abhängt von dem Verhältniss der beiden Directionskräfte und dem Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit jener Verticalebene macht. Aendert sich dann die magnetische Directionskraft, so ändert sich auch sofort die Stellung des Magnetes; wird sie grösser, so wird er dem Meridiane näher gebracht, bis die Vergrösserung der Richtkraft in Folge der stärkeren Drehung der Fäden der verstärkten magnetischen Kraft das Gleichgewicht hält. Verkleinert sich die magnetische Directionskraft, so wird der Magnet stärker abgelenkt. Kennt man nun den Winkel, den der Stab in der Ruhelage mit dem Meridiane bildet, und die Drehung der Fäden, so erhält man nach den Gesetzen der Statik das Verhältniss der beiden Directionskräfte, und kennt man diejenige in Folge der Aufhängung, so kann man die magnetische Directionskraft daraus berechnen.

Dieser letzte Fall ist also sehr geeignet die Aufgabe, welche Gauss sich gesetzt hatte, zu lösen, die Veränderungen der erdmagnetischen Kraft zu beobachten, denn wir erhalten den einem bestimmten Momente entsprechenden Werth von $M \,.\, T$, und somit auch wenn der Magnetismus des Stabes durch frühere Versuche ein für allemal nach absolutem Maasse gefunden ist, den Werth von T.

Diesen Fall benutzte daher auch Gauss bei Construction seines Bifilarmagnetometers. Der Magnetstab ist ähnlich wie bei dem einfachen Magnetometer in ein Schiffchen *ss* eingelegt, welches von einem getheilten Kreise *K* (Fig. 31) getragen wird. Der Kreis ist an zwei langen Drähten befestigt, oder besser an den Enden eines einzigen, der oben an der Decke über zwei etwa 4 Centim. entfernte Cylinder geführt ist; die Enden desselben sind unten an dem Kreise an Schrauben befestigt, so dass durch Drehung derselben der Apparat etwas gehoben oder gesenkt werden kann. Das Schiffchen ist um das Centrum des Kreises drehbar und mit zwei Nonien versehen, welche an einem der geometrischen Axe des Schiffes parallelen Radius *n* des Kreises befestigt sind, der sich mit dem Schiffchen dreht. Man kann somit an diesen die Stellung des Schiffchens ablesen. In der Axe des Kreises ist ferner ein drehbarer ebenfalls mit einer Alhidade und Nonien versehener Zapfen angebracht, welcher einen kleinen Spiegel *S*

trägt. Der Spiegel reflectirt wie bei dem einfachen Magnetometer in ein entferntes Fernrohr einen Theil der unter dem Fernrohr befestigten Scala. Auf diese Weise ist jede horizontale Drehung des Kreises von einer bestimmten Lage aus auf das genaueste zu messen; kleinere Drehungen an der Scala, indem man die Scalentheile beobachtet, welche an dem Fadenkreuze des Fernrohrs erscheinen, grössere, indem man den Spiegel in die Lage zurückdreht, bis wieder der frühere Scalentheil in das Fernrohr reflectirt wird, und die Grösse der Drehung auf dem getheilten Kreise mit Hülfe der mit dem Zapfen des Spiegels verbundenen Nonien abliest.

Fig. 31.



Zur Beobachtung der Intensitätsvariationen richtet man nun den Apparat folgendermassen ein. Man legt zunächst in das Schiffchen ein dem Magnete gleiches Gewicht; der Apparat wird dann seine Gleichgewichtslage annehmen, so dass die Drähte beide in einer Verticalebene sich befinden. Das Schiffchen wird dann dem magnetischen Meridiane möglichst genau parallel gestellt, was man daran erkennt, dass der Apparat bei Vertauschung des Gewichts mit dem Magnete seine Stellung durchaus nicht ändert. Der Spiegel wird dann so gestellt, dass das Bild der Scala in dem entfernten Fernrohre gesehen wird.

Durch Schwingungsbeobachtungen wird dann die Directionskraft S der Fäden bestimmt, welche etwas grösser sein muss als die magnetische Directionskraft des Magnets. Darauf wird der Magnetstab in das Schiffchen gelegt und zwar in verkehrter Lage, so dass sein Südpol gegen Norden zeigt, wobei, wie erwähnt, keine Aenderung in der Stellung des Apparates eintreten darf. Man beobachtet dann die Schwingungsdauer t. Da jetzt die Differenz der Directionskraft in Folge der Aufhängung und der magnetischen den Apparat zu drehen suchen, so ist, wenn K das Trägheitsmoment des Apparates in Bezug auf die Drehungsaxe, M die magnetische Directionskraft ist,

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{S - M}.$$

Man legt dann den Magnetstab in natürlicher Lage in das Schiffchen, Nord gegen Nord, und beobachtet die Schwingungsdauer τ. Da jetzt die

Summe der magnetischen Directionskraft und derjenigen in Folge der Aufhängung den Apparat richten, so ist

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{K}{S + M}.$$

Man erhält daraus das Verhältniss der beiden Kräfte S und M

$$S + M : S - M = t^2 : \tau^2$$
$$2\,S : S - M = t^2 + \tau^2 : \tau^2$$
$$2\,M : S - M = t^2 - \tau^2 : \tau^2,$$

und aus den beiden letzten Gleichungen

$$S : M = t^2 + \tau^2 : t^2 - \tau^2.$$

Weicht dieses Verhältniss sehr von der Gleichheit ab, so nähert man die Drähte einander, so dass etwa $S = 1{,}1\ M$ ist, was durch Versuche oder Rechnung leicht bestimmt werden kann.

Nachdem der Apparat so weit geordnet ist, sucht man dem Magnetstab eine solche Lage zu geben, dass er senkrecht zum magnetischen Meridiane zu stehen kommt, wenn der Apparat sich selbst überlassen wird, nachdem der Magnet gedreht ist.

Die untere Verbindungslinie der Aufhängepunkte der Drähte ist dann gegen die obere um einen gewissen Winkel z gedreht, und da die Directionskraft in Folge der Aufhängung dem Sinus dieses Winkels proportional ist, so ist die Kraft, mit welcher der Apparat in Folge dessen gedreht wird, gleich $S\,.\,\sin z$.

Da der Magnet dann senkrecht zum magnetischen Meridiane stehen soll, so wird derselbe durch das ganze Drehungsmoment M, welches der Erdmagnetismus ihm ertheilt, zurückgeführt. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$S\,.\,\sin z = M$$
$$\sin z = \frac{M}{S} = \frac{t^2 - \tau^2}{t^2 + \tau^2}.$$

Dreht man daher den Magnetstab aus seiner natürlichen Lage um einen Winkel $90^0 + z$, etwa so, dass sein Nordpol nach Osten liegt, so wird derselbe wieder in den magnetischen Meridian zurückzukehren suchen, und das ihn zurückführende Drehungsmoment wird zunächst zunehmen, bis der Magnet mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Dann ist es gleich M.

Der Magnet kann aber, da man nach der Drehung das Schiffchen wieder am Kreise festgeklemmt hat, nur zurückkehren, indem er den Kreis und mit diesem die untere Verbindungslinie der Fäden dreht. Ist der Stab senkrecht zum magnetischen Meridiane geworden, so haben sich die Fäden um den Winkel z gedreht, die Gleichgewichtsbedingung ist dann erreicht, da die magnetische Directionskraft M den Apparat nach der einen, die Directionskraft $S\,.\,\sin z$ ihn nach der andern Seite zu drehen sucht. Dreht

man jetzt den Spiegel um den Winkel z nach der Seite, nach welcher der Magnet gedreht war, so sieht man im Fernrohr wieder denselben Punkt der Scala reflectirt wie früher.

In dieser von Gauss die transversale genannten Lage bleibt dann der Apparat stehen, und die Aenderungen der Intensität beobachtet man dann an der Scala. Denn wird M jetzt grösser, so hält $S \,.\, \sin z$ nicht mehr der ganzen horizontalen Componente das Gleichgewicht, der Stab dreht sich gegen seine natürliche Lage, bis der vergrösserte Winkel z der dann noch bleibenden Componente von M das Gleichgewicht hält. Wird M kleiner, so wird der Magnetstab der verkehrten Lage zugedreht, so weit, bis die Verkleinerung von z der noch übrig bleibenden Componente das Gleichgewicht hält.

Man beobachtet die Gleichgewichtslage des Bifilarmagnetometers jedenfalls am besten aus den Schwingungen desselben, wie bei der Beobachtung der Declinationen. Die Schwingungsdauer des Apparates lässt sich leicht folgendermassen erhalten. Ist der Apparat um einen Winkel α nach der einen Seite gedreht, so ist die Kraft, welche ihn in die frühere Lage zurücktreibt,

$$S \,.\, \sin (z + a) - M \,.\, \cos \alpha,$$

oder wenn wir den Sinus der Summe $z + \alpha$ auflösen und beachten, dass $S \,.\, \sin z - M = 0$,

$$S \,.\, \cos z \,.\, \sin \alpha,$$

sodass $S \,.\, \cos z$ die Kraft ist, welche den aus der transversalen Lage um 90^0 gedrehten Apparat in seine Gleichgewichtslage zurücktreibt; daraus folgt für die Schwingungsdauer

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{K}{S \,.\, \cos z}.$$

Nun ist

$$\cos z = \sqrt{1 - \frac{M^2}{S^2}} = \sqrt{\frac{S^2 - M^2}{S}},$$

deshalb

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{K}{\sqrt{S^2 - M^2}},$$

oder

$$t_1^2 = t \,.\, \tau.$$

Die Schwingungsdauer des Apparates bei transversaler Lage des Magnetes ist gleich der mittleren Proportionalen zwischen den Schwingungsdauern des Apparates bei natürlicher und verkehrter Lage des Magnetes.

Wir erhalten die Aenderung der Intensität direct in Theilen der Scala; sucht man daraus den Ablenkungswinkel v aus der transversalen Lage zu bestimmen, so ist nach dem Vorigen, weil $S \,.\, \cos z$ die Directionskraft des Apparates in absolutem mechanischen Maasse ist,

$$S \,.\, \cos z \,.\, \sin v,$$

oder da wir bei so kleinen Ablenkungen den Sinus mit dem Bogen, denselben natürlich auch in Theilen des Halbmessers ausgedrückt, vertauschen können

$$S \, . \cos z \, . \, v$$

die Aenderung der magnetischen Directionskraft in absolutem Maasse. Da nun die magnetische Directionskraft selbst gleich $S \, . \sin z$ ist, so wird

$$v \, . \frac{S \, . \cos z}{S \, . \sin z} = v \, . \cos z = v \, . \frac{2t\tau}{t^2 - \tau^2}$$

die Aenderung der magnetischen Directionskraft in Bruchtheilen derselben und somit auch die Aenderung der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft in Bruchtheilen derselben [1]).

Aus der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft T und dem Inclinationswinkel i erhält man dann die totale Intensität des Erdmagnetismus I

$$I = \frac{T}{\cos i},$$

und ebenfalls dann aus dieser in

$$V = I \, . \sin i$$

die verticale Componente, so dass die drei Elemente, Declination, Inclination und Intensität die erdmagnetische Kraft am Orte der Beobachtung der Grösse und Richtung nach vollständig bestimmen.

§. 17.

Der magnetische Zustand der Erde. Nach den in den letzten drei Paragraphen beschriebenen Methoden sind nun an vielen Orten der Erde magnetische Beobachtungen angestellt worden. Für die verschiedensten Punkte der Erde sind die Declination und Inclination und in neuester Zeit auch die horizontale Intensität bestimmt worden. Wenn auch die Beobachtungen bei weitem noch nicht zahlreich genug sind, um den magnetischen Zustand der Erde mit denselben vollständig zu bestimmen, so reichen sie doch, wie Gauss gezeigt hat, hin, um gewisse Sätze über den magnetischen Zustand der Erde abzuleiten und denselben im allgemeinen zu charakterisiren.

Um einen Ueberblick über die Resultate der Beobachtungen zu erhalten, hat man schon früh ein graphisches Verfahren angewandt, indem man auf genauen Karten der Erde oder einzelner Theile derselben die beobachteten Declinationen und Inclinationen, und jetzt auch die Intensitäten eintrug. Auf diese Weise erhielt man die Orte, an welchen sich die Declinationen oder Inclinationen gleich zeigten, und man fand dann, jemehr Beobachtungen

---

1) Man sehe auch die Abhandlungen von *W. Weber* in den Resultaten Bd. II. p. 20, und von *Gauss* in den Resultaten Bd. IV, in welcher letzterer das Bifilarmagnetometer ganz allgemein behandelt ist.

angestellt wurden, dass die Orte, an welchen eines der drei Elemente gleichen Werth hatte, durch Linien mit einander verbunden werden konnten, welche im Grossen und Ganzen nicht zu vielfach gekrümmt waren. Unter der Voraussetzung, dass jedes der drei Elemente an der Erdoberfläche sich stetig, nicht sprungweise ändert, eine Voraussetzung, welche nach der im vorigen Kapitel dargelegten Lehre von dem magnetischen Verhalten der Körper nothwendig ist, wenn wir die Erde selbst als einen grossen Magnet ansehen, erhielten diese Linien eine grosse Bedeutung. Denn dann war man berechtigt anzunehmen, dass alle von diesen Linien getroffenen Orte auch für jenes Element denselben Werth hätten wie jene Orte, welche man zuerst wegen der Gleichheit dieses Elementes verband.

Auf diese Weise entstanden nun auf den Karten drei Liniensysteme, deren eines die Orte gleicher Declination mit einander verbindet, man nennt es das System der Isogonen; das zweite besteht aus jenen Linien, welche die Orte gleicher Inclination verbinden, es ist das System der Isoclinen, und das dritte verbindet die Orte gleicher Intensität und führt den Namen der Isodynamen.

Die Isogonen und Isoclinen reichen noch nicht allein hin, um die Richtung der Magnetnadel im Raume an einem Orte zu bestimmen, da sie von veränderlichen Richtungen aus gerechnet werden, die Isogonen von der Richtung des Meridianes, die Isoclinen von derjenigen der Horizontalen aus. Beide Richtungen sind aber für verschiedene Orte verschieden. Man muss daher zu den Isogonen noch die geographische Länge, zu den Isoclinen die Breite hinzufügen, um die Richtung der Nadel zu bestimmen.

Anstatt die Richtung der Magnetnadel durch die Declination und Breite auf den Karten zu verzeichnen, hat Duperrey eine andere Construction angewandt, die Zeichnung magnetischer Meridiane. Ein magnetischer Meridian ist die Verbindungslinie aller der Orte, an welchen die Richtung der horizontalen Magnetnadel im Raume dieselbe ist. Eine Magnetnadel, welche ihn durchläuft, muss demnach an allen Punkten desselben in derselben Verticalebene sich befinden. Die Declination der Magnetnadel ist eben deshalb an den verschiedenen Orten auf demselben magnetischen Meridiane verschieden, so wie die Richtung der Nadel an den Orten gleicher Declination verschieden ist; denn da die Richtung der verschiedenen astronomischen Meridiane eine verschiedene ist, so muss dieselbe Richtung mit den verschiedenen Meridianen verschiedene Winkel bilden.

Auf diese Weise sind nun mehrfach magnetische Karten construirt worden, zuerst von Halley für das Jahr 1700, später von Hansteen für das Jahr 1780 und für die Jahre 1600, 1700 und 1800. Letztere sind nur Declinationskarten. A. Ermann gab dann später eine Karte der Declinationen für 1827—1830 und Barlow eine für 1833. Daran schliesst sich dann die allgemeine Karte von Duperrey mit Meridianen und schliesslich der den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines bei-

gegebene Atlas, den Gauss bei der Durchführung seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus hatte ausführen lassen.

Aus den Declinationskarten ergibt sich nun im allgemeinen, dass die Declination an den verschiedenen Orten die verschiedensten Werthe hat, dass sie nahe auf der Hälfte der Erde westlich, auf der andern östlich ist. Beide Hälften sind getrennt durch die Orte ohne Declination, welche auf einer wahrscheinlich in sich geschlossenen Linie liegen, die jedoch vielfach gekrümmt ist. Man kennt von dieser Linie bis jetzt zwei getrennte Theile; der eine dieser Theile durchschneidet die Hudsonsbai, den östlichen Theil von Nordamerika, tritt ungefähr bei 73° W. L. von Greenwich und 38° N. Br. in den atlantischen Ocean, zieht sich östlich an den westindischen Inseln vorüber, durchsetzt die Ostspitze von Südamerika und tritt bei ungefähr 40° W. L. v. Greenwich und 20° S. Br. wieder ins Meer. Der andere Theil zieht sich zwischen dem 45 und 50 Grad O. L. durch das russische Asien, geht durch das kaspische Meer und wendet sich, nachdem er das östliche Arabien durchzogen, stark nach Osten dem australischen Continente zu.

Auf der einen Seite dieser Agone ist die Declination westlich, nämlich auf der europäischen, auf der anderen ist sie östlich; die Declination ist um so grösser, je weiter man sich von den Agonen entfernt. Die Isogonen haben sonst im allgemeinen einen ähnlich gekrümmten Lauf wie die Agone.

Da sich in den astronomischen Polen alle Meridiane schneiden, so müssen sich deshalb auch alle Isogonen dort schneiden, d. h. am Pol hat die Declination alle möglichen Werthe, obwohl die Nadel dort nur eine feste Richtung hat; die Declination ist verschieden, je nach dem Meridiane, welchen man aus den unendlich vielen im Pole sich schneidenden auswählt, um mit ihm die Richtung der Magnetnadel zu vergleichen.

Die Isogonen schneiden sich ausserdem noch in zwei anderen Punkten, in der Nähe der beiden Pole der Erde, in welchen die horizontale Magnetnadel durchaus keine bestimmte Richtung mehr hat, weil dort die Richtung der erdmagnetischen Kraft vertical ist. Man nennt diese Punkte die magnetischen Pole der Erde. Der eine derselben, der magnetische Nordpol, befindet sich nach den Beobachtungen des Capitain Ross bei 70° 5′ nördlicher Breite und bei 96° 46′ westlicher Länge von Greenwich. Der magnetische Südpol liegt nach Gauss in der Gegend von 66° südlicher Breite und 146° östlicher Länge von Greenwich. Die beiden Pole liegen also nicht an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers der Erde.

Die Inclination hat ebenfalls an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschiedene Werthe, sie ist auf einem Theile der Erde so, dass der Nordpol, auf dem andern so, dass der Südpol unter der Horizontalen steht. Auf beiden Theilen durchläuft sie alle Werthe von 0° bis 90°. Die beiden Theile sind getrennt durch Orte, an welchen die Magnetnadel horizontal,

also ohne Neigung ist. Die Curve, welche diese Orte verbindet, nennt man die Acline oder den magnetischen Aequator. Dieselbe liegt in der Nähe des astronomischen Aequators, welchen sie mehrfach schneidet, nämlich in der Nähe der Westküste von Afrika im atlantischen Ocean und im stillen Ocean. Von dem ersten Schnittpunkte nach Osten durchschneidet die Acline das mittlere Afrika, entfernt sich südlich von Arabien bei ungefähr 50° O. L. von Greenwich bis zum 18° N. Br. vom Aequator, senkt sich dann südlich an Asien vorbeilaufend wieder zum Aequator, schneidet ihn im stillen Ocean und entfernt sich dann nach Süden hin von ihm bis ungefähr 15° S. Br. in der Nähe der Küste von Brasilien.

Südlich vom magnetischen Aequator ist die Inclination eine südliche, nördlich von ihm ist sie nördlich, sie wächst, je weiter man sich von demselben entfernt und wird schliesslich in den magnetischen Polen gleich 90°. An der verticalen Stellung der Inclinationsnadel geben sich die magnetischen Pole zu erkennen. Die Linien gleicher Neigung umgeben die magnetischen Pole in ähnlicher Weise wie die Parallelkreise die astronomischen, ohne dass sie jedoch wie diese Kreise wären. Sie sind alle mehrfach gekrümmte Curven.

Die Linien gleicher Intensität laufen ungefähr wie die Isoclinen; sie zeigen, dass die Intensität in der Nähe des Aequators am kleinsten ist, und dass sie zunimmt, je weiter man sich von demselben entfernt. Die Punkte grösster Intensität fallen nicht mit den magnetischen Polen zusammen, ja es gibt deren mehrere. Auf der nördlichen Halbkugel sind deren zwei bestimmt, der eine in Nordamerika, der andere im nördlichen Asien; die Intensität ist dort ungefähr die doppelte von jener am Aequator[1]).

Es fragt sich nun, welcher ist der magnetische Zustand der Erde, aus dem die oben in groben Zügen dargelegten Erscheinungen hervorgehen, oder mit anderen Worten, wie muss die Erde magnetisirt sein, wo liegen die Pole dieses Magnetes, in welcher Richtung seine Axe, wo ist seine Mittellinie, schliesslich wie stark ist er magnetisirt, was ist sein magnetisches Moment. Alle diese Fragen kann nur eine mathematische Behandlung lösen, welche von den Grundgesetzen des Magnetismus ausgehend die Lage und Kraft des Magnetes zu berechnen sucht, welcher an der Oberfläche der Erde sich in der durch die Beobachtungen gegebenen Weise äussert.

Der Erste, welcher den Versuch machte diese Fragen zu lösen, war Tobias Mayer[2]). Er schlug dazu folgenden Weg ein. Er nahm an, es befinde sich in der Erde ein kleiner Magnet, dessen Mittelpunkt mit demjenigen der Erde zusammenfällt, und dessen Pole sich in geringer Ent-

---

1) Man sehe die verschiedenen Atlanten des Erdmagnetismus, besonders den von *Gauss*, welcher den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines beigegeben ist, und die Tabelle im Bd. III der Resultate p. 36 ff.

2) *Gehler's* Wörterbuch Bd. VI. 2. Erdmagnetismus, Theorie.

fernung von demselben befinden. Er berechnete dann nach den Gesetzen der magnetischen Anziehung und Abstossung den Einfluss, welchen dieser Magnet auf einen kleinen Magnet an irgend einem Punkte der Erdoberfläche haben würde. Die an diesem Punkte wirksame Kraft kann man dann in drei Componenten zerlegen, von denen zwei der Horizontalebene des betreffenden Ortes parallel, die dritte dagegen vertical ist. Von den beiden horizontalen Componenten ist die eine dem astronomischen Meridiane parallel, die andere zu ihm senkrecht. Das Verhältniss der beiden letzten Componenten gibt dann die Richtung des magnetischen Meridianes, die Wurzel aus der Summe ihrer Quadrate die horizontale Intensität, und das Verhältniss dieser zur verticalen Componente die Richtung der Inclination.

Ohne auf diese Theorie weiter einzugehen, die später auch Biot und Andere verfolgten, sind einige wesentliche Schlüsse derselben leicht zu übersehen. Es müssen nämlich nach derselben die beiden magnetischen Pole die Punkte sein, wo die verlängerte Axe des kleinen Magnetes die Erdoberfläche trifft. Der magnetische Aequator muss ein grösster Kreis sein, welcher senkrecht ist zu der Verbindungslinie der beiden Pole; die magnetischen Meridiane müssen ebenfalls grösste Kreise und senkrecht zum magnetischen Aequator sein. Die Richtung einer ganz frei schwebenden Magnetnadel muss auf allen Punkten eines mit dem magnetischen Aequator parallelen Kreises dieselbe sein; und schliesslich die Intensität muss am Aequator am kleinsten, an den Polen am grössten und auf den verschiedenen Punkten der magnetischen Parallelen dieselbe sein.

Ein Vergleich dieser Folgerungen mit den Resultaten der Beobachtung zeigt nun aber sofort, dass kaum eine einzige bestätigt wird, dass weder der magnetische Aequator, noch die Meridiane grösste Kreise, noch auch dass dieselben zu einander senkrecht sind. Ebenso ist es mit den anderen Folgerungen.

Der magnetische Zustand der Erde ist also nicht derartig, als wenn in dem Innern der Erde ein solcher kleiner Magnet vorhanden wäre.

Die Unzulänglichkeit dieser Theorie führte Hansteen[1]) zu der Annahme, der magnetische Zustand der Erde liesse sich darstellen durch zwei im Innern der Erde vorhandene kleine Magnete von ungleicher Lage und ungleicher Stärke. Um die Folgerungen aus dieser Annahme zu ziehen, hat man die Rechnungen ganz ähnlich zu führen, wie wir sie oben andeuteten. Hansteen hat dieselben durchgeführt, und um die Resultate der Theorie, die sich hier nicht so übersichtlich darstellen lassen, mit der Erfahrung zu vergleichen, für 48 Orte die drei Elemente der erdmagnetischen Kraft berechnet und mit den Beobachtungen zusammengestellt. In dieser Zusammen-

1) *Hansteen,* Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. *Gehler's* Wörterbuch Bd. VI. 2.

stellung[1]) zeigen sich aber zwischen Erfahrung und Theorie so bedeutende Unterschiede, dass man die Theorie nur als unzulänglich bezeichnen kann; die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werthen steigen bei der Declination auf fast 30° und bei der Inclination auf fast 13°.

Bei so bedeutenden Abweichungen wird man zu dem Schlusse geführt, dass die magnetische Beschaffenheit der Erde keine solche ist, für welche eine Concentrirung in einen oder in ein paar einzelne kleine Magnete gesetzt werden kann. Es würde nun wohl möglich sein, durch die Annahme einer grösseren Anzahl von Magneten und deren passende Vertheilung im Innern der Erde eine genügende Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung herzustellen, indess wird man die so angenommene Beschaffenheit des magnetischen Zustandes der Erde nicht als der Wirklichkeit entsprechend ansehen dürfen, ebenso wenig wie wir der Emissionshypothese eine reale Geltung zulegen können, welche durch Häufung von Hypothesen im Stande war, eine grosse Anzahl von Lichterscheinungen aus sich abzuleiten.

Deshalb schlug Gauss in seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus[2]) einen ganz anderen Weg ein; er legte keine Hypothese über die magnetische Vertheilung in der Erde zu Grunde, sondern ging von den durch die Beobachtungen gelieferten Aeusserungen der magnetischen Erdkraft aus. Es gelang ihm auf diese Weise nicht nur, die beobachteten Werthe der drei Elemente durch eine Formel wieder zu geben, sondern auch die Lage der magnetischen Axe in der Erde und das magnetische Moment der ganzen Erde zu bestimmen. Wir müssen uns hier damit begnügen, die Grundzüge dieser Theorie darzulegen, da eine vollständige Behandlung derselben sehr schwierige mathematische Entwicklungen voraussetzt.

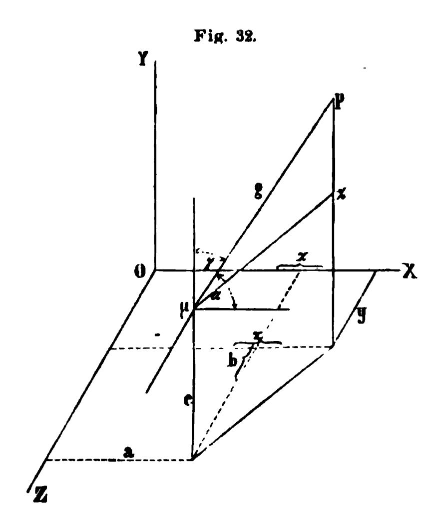
Die Grundlage der Gauss'schen Untersuchungen ist die Voraussetzung, dass die erdmagnetische Kraft die Gesammtwirkung der magnetischen Theile des Erdkörpers ist; das Magnetisirtsein stellt sich Gauss als Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten vor, so also, dass die magnetischen Theile der Erde aus Elementarmagneten bestehen. Als Maass der magnetischen Flüssigkeiten wendet er das absolute von ihm aufgestellte Maass an, nach welchem als positive Einheit jene Quantität nördlichen Fluidums gedacht wird, welche auf eine ebenso grosse Quantität desselben Fluidums in der zur Einheit angenommenen Entfernung eine bewegende Kraft ausübt, die der zur Einheit angenommenen gleich ist.

Die in einem Punkte concentrirt gedachte magnetische Flüssigkeit μ übt in der Entfernung ϱ auf die Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft $\frac{\mu}{\varrho^2}$ aus; Gauss nennt diese kurz die magnetische Kraft, welche

1) Die Zusammenstellung findet sich vollständig in *Gehler's* Wörterbuch Bd. VI. 2. p. 1072 ff.

2) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. III.

μ in der Entfernung ϱ ausübt. Diese Kraft ist abstossend oder anziehend in der Richtung von ϱ, je nachdem μ positiv oder negativ ist. Denken wir nun die Lage von μ und des Punktes, auf welchen μ wirkt, durch ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem X, Y, Z (Fig. 32) bestimmt, und sind a, b, c die Abstände des Punktes μ von den Axen des Systems, also die Coordinaten des Punktes μ, und sind x, y, z die Coordinaten des Punktes p, auf welchen die Kraft ausgeübt wird, so ist, wie man unmittelbar an der Figur sieht,



$$\varrho^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2$$

Bezeichnen wir den Winkel, welchen ϱ mit x bildet, durch α, den ϱ mit y bildet, durch β, den ϱ mit z bildet, durch γ, so sind die den drei Coordinataxen parallelen Componenten der Kraft

$$\frac{\mu}{\varrho^2} \cdot \cos\alpha; \ \frac{\mu}{\varrho^2} \cdot \cos\beta; \ \frac{\mu}{\varrho^2} \cdot \cos\gamma.$$

Legen wir nun durch den Punkt μ ein mit dem ersten paralleles Coordinatensystem, so sieht man ferner leicht, wenn man den durch x, y, z bestimmten Punkt auf die drei Axen dieses neuen Systemes projicirt, dass

$$\cos\alpha = \frac{x-a}{\varrho}; \ \cos\beta = \frac{y-b}{\varrho}; \ \cos\gamma = \frac{z-c}{\varrho}$$

und somit, dass die den Axen parallelen Componenten der Kraft werden

$$\xi = \frac{\mu \,.\, (x-a)}{\varrho^3}; \ \eta = \frac{\mu\,(y-b)}{\varrho^3}; \ \zeta = \frac{\mu\,(z-c)}{\varrho^3}.$$

Man kann nun diese drei Componenten aus einem einzigen Ausdrucke durch ein einfaches Verfahren ableiten, nämlich aus dem Ausdrucke

$$-\frac{\mu}{\varrho} = -\frac{\mu}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}}.$$

Lassen wir nämlich in diesem Ausdrucke x um die unendlich kleine Grösse ∂x wachsen, und bezeichnen die Grösse, um welche derselbe sich dann ändert, mit

$$-\partial\frac{\mu}{\varrho},$$

so ist der Quotient, den wir durch Division dieser Grösse mit ∂x erhalten, oder

$$\frac{-\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial x} = \frac{\mu\,(x-a)}{\varrho^3} = \xi.$$

Denn es ist dann

$$-\frac{\mu}{\varrho} - \partial\frac{\mu}{\varrho} = -\mu\left\{(x+\partial x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right\}^{-1/2}$$

$$= -\mu\left\{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2+2(x-a)\partial x+\partial x^2\right\}^{-1/2}.$$

Vernachlässigen wir hierin das gegen ∂x selbst unendlich kleine Glied ∂x^2, und entwickeln die Potenz $-\,^1/_2$ nach dem binomischen Lehrsatz, indem wir $2\,(x-a)\,\partial x$ als zweites Glied betrachten, so wird

$$-\frac{\mu}{\varrho}-\partial\frac{\mu}{\varrho} = -\mu\Big[\left\{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right\}^{-1/2}$$

$$-\left\{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right\}^{-3/2}.\,(x-a)\,\partial x+\ldots\Big]$$

$$= -\frac{\mu}{\varrho}+\frac{\mu\,(x-a)\,\partial x}{\varrho^3}-\ldots.$$

Die folgenden Glieder der Reihe dürfen wir vernachlässigen, da sie nur zweite und höhere Potenzen von ∂x enthalten, also gegen das zweite Glied selbst unendlich klein sind. Dann folgt aus obiger Gleichung

$$-\partial\frac{\mu}{\varrho} = \frac{\mu\,(x-a)}{\varrho^3}\,.\,\partial x,$$

und daraus

$$-\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial x} = \frac{\mu\,(x-a)}{\varrho^3} = \xi.$$

Die Componenten η und ζ erhalten wir in derselben Weise durch

$$-\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial y} = \frac{\mu\,(y-b)}{\varrho^3} = \eta;\quad -\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial z} = \frac{\mu\,(z-c)}{\varrho^3} = \zeta.$$

Wegen dieser Eigenschaft nennt man die Function $\frac{\mu}{\varrho}$ das Potential der magnetischen Masse μ auf den um ϱ von ihm entfernten Punkt, so dass also das Potential dieser Masse auf einen Punkt, in welchem wir, wie erwähnt, die Einheit des freien Magnetismus denken, der Quotient dieser Masse selbst und der Entfernung derselben von dem betreffende Punkte ist. Die Ableitung der Componenten aus demselben bezeichnet man als Differentiation und nennt die Quotienten

$$-\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial x},\ -\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial y},\ -\frac{\partial\frac{\mu}{\varrho}}{\partial z}$$

die partiellen Differentialquotienten der betreffenden Function nach x, y oder z.

Wenn nun auf den betrachteten Punkt des Raumes ausser μ noch andere magnetische Massen μ', μ'', μ''' .... wirken, welche von ihm um ϱ', ϱ'', ϱ''' ... entfernt sind, so kann man in ganz ähnlicher Weise die den Coordinataxen parallelen Componenten der gesammten auf den betreffenden Punkt ausgeübten Wirkung erhalten. Man bildet zunächst die Summe:

$$-\left(\frac{\mu}{\varrho} + \frac{\mu'}{\varrho'} + \frac{\mu''}{\varrho''} + \ldots\ldots\right)$$

und dann von dieser Summe die partiellen Differentialquotienten nach x, y und z, indem man in der angegebenen Weise dieselben für jedes einzelne Glied der Summe bildet, und dann dieselben addirt.

Hiernach ist es nun leicht, einen Ausdruck für die magnetische Kraft zu erhalten, welche die ganze Erde auf einen Punkt des Raumes ausübt. Man denke sich die ganze Erde, soweit sie freien Magnetismus enthält, in lauter Elemente zerlegt, bezeichne den in jedem Elemente enthaltenen freien Magnetismus mit μ, positiv wenn der Magnetismus nördlich, negativ wenn er südlich ist, ferner mit ϱ die Entfernung des Elementes μ von einem Punkte des Raumes, dessen Coordinaten x, y, z sein sollen, so ist die Summe aller μ dividirt durch die ihnen zukommende Entfernung ϱ mit negativem Vorzeichen genommen, oder

$$-\Sigma \frac{\mu}{\varrho} = V$$

das magnetische Potential der Erde auf den betreffenden Punkt des Raumes. Dasselbe hat in jedem Punkte des Raumes einen bestimmten Werth, welcher sich mit der Lage des Punktes, also mit x, y, z ändert. Die den Coordinataxen parallelen Componenten der auf den betreffenden Punkt des Raumes ausgeübten Kraft erhält man dann durch die partiellen Differentialquotienten

$$\xi = \frac{\partial V}{\partial x}, \; \eta = \frac{\partial V}{\partial y}, \; \zeta = \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Diese drei Componenten bilden die drei Kanten eines Parallelepipeds, dessen Diagonale dann die gesammte magnetische Kraft darstellt, welche demnach ist

$$\psi = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}.$$

Die Winkel α, β, γ, welche die Richtung der Kraft mit den drei Coordinataxen X, Y, Z macht, erhält man aus demselben Grunde durch

$$\cos\alpha = \frac{\xi}{\psi}; \; \cos\beta = \frac{\eta}{\psi}; \; \cos\gamma = \frac{\zeta}{\psi}.$$

Wie man sieht, bedarf es deshalb nur der Kenntniss des magnetischen Potentials an jedem Punkte der Erde, um daraus sofort die Elemente der magnetischen Kraft an dem betreffenden Orte zu erhalten.

Diese Kenntniss lässt sich nun aber, wie Gauss gezeigt hat, aus den Beobachtungen der erdmagnetischen Elemente erlangen.

Anstatt die Function V als abhängig von drei zu einander rechtwinkligen Coordinaten anzusehen, kann man dieselbe bei der Anwendung auf die Erde als von drei anderen veränderlichen Grössen abhängig betrachten, welche ebenso im Stande sind, jeden Punkt des Raumes fest zu bestimmen. Diese drei Grössen sollen sein der Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Erde r, der Winkel u, welchen die Richtung r mit

dem nördlichen Theile der Erdaxe bildet, und der Winkel λ, den eine durch r und die Erdaxe gelegte Ebene mit einer festen Meridianebene bildet.

Die Natur der Function V ist uns nun zwar durchaus unbekannt; welches sie aber auch sein mag, man kann statt derselben immer eine Reihe einsetzen, welche nach Potenzen von r fallend geordnet ist, und der man, wenn R den Radius der Erde, dieselbe als Kugel betrachtet, bedeutet, die Form geben kann

$$V = \frac{R^2 \cdot P^0}{r} + \frac{R^3 P'}{r^2} + \frac{R^4 P''}{r^3} + \frac{R^5 P'''}{r^4} + \ldots\ldots$$

Die Coefficienten P^0, P' ... in dieser Reihe hängen dann nur von den beiden Veränderlichen u und λ ab. Wenn die betrachteten Punkte nur auf der Erdoberfläche liegen sollen, dann ist $r = R$, und die Reihe für V wird

$$V = R\,(P^0 + P' + P'' + P''' + \ldots..),$$

so dass also V nur von den beiden Veränderlichen u und λ, dem Complement der Breite, wofür wir auch die Breite des Ortes selbst einsetzen können, und der Länge desselben von einem festen Meridiane aus abhängig ist.

Um demnach V für jeden Punkt der Erde zu erhalten, bedarf es der Kenntniss der Coefficienten P. Eine Untersuchung der einzelnen Coefficienten und ihres Zusammenhanges mit der angenommenen Vertheilung im Innern der Erde zeigte Gauss dann, dass $P^0 = 0$, die übrigen Glieder aber sich durch Reihen von nach steigenden Potenzen von sin u, cos u, sin λ, cos λ geordneten Gliedern darstellen lassen, deren Zahlencoefficienten sich aus der an bestimmten Orten beobachteten erdmagnetischen Kraft bestimmen lassen. Das erste Glied enthält 3 solcher Zahlencoefficienten, das zweite 5, das dritte 7, das vierte 9, das fünfte 11 u. s. w.

Die an 84 Orten beobachteten Werthe für die Richtung und Grösse der erdmagnetischen Kraft reichen nun hin, um die Berechnung der in den vier ersten Gliedern vorhandenen Coefficienten durchzuführen, also einen angenäherten Werth von V zu erhalten. Gauss berechnete dieselben und erhielt so eine Reihe für V, geordnet nach steigenden Potenzen der trigonometrischen Functionen von u und λ, mit bestimmten Zahlencoefficienten, welche für jeden Punkt der Erde den Werth von V zu berechnen und aus diesem dann die Declination, Inclination und Intensität abzuleiten gestattete. Um diese theoretisch abgeleitete Reihe für V zu prüfen, berechnete er dann für 91 Orte der Erde, von denen gute Beobachtungen vorlagen, die drei Elemente, Declination, Inclination und Intensität, und verglich sie mit den beobachteten Werthen. Es zeigten sich allerdings noch Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung, aber nur noch so geringe, dass man sicher erwarten kann, einen den magnetischen Zustand der Erdoberfläche mit grösster Genauigkeit darstellenden Ausdruck für V zu erhalten, wenn aus den hinreichenden ferneren Beobachtungen noch die 11 Coefficienten für ein fünftes Glied der Reihe berechnet werden.

Die erste Forderung, welche an eine Theorie des Erdmagnetismus gestellt werden muss, ist hierdurch erfüllt; die von Gauss gegebene setzt uns in den Stand, den magnetischen Zustand der Erdoberfläche durch Rechnung zu bestimmen, also die Vertheilung des freien Magnetismus an der Oberfläche der Erde darzustellen. Es fragt sich nun, wie weit ist sie im Stande die zweite Forderung zu erfüllen, uns zu sagen, wie nun die Erde magnetisirt ist, an deren Oberfläche die gefundene Vertheilung stattfindet. Auch das ist der Fall, so weit es überhaupt möglich ist. Es ist nämlich nicht möglich, aus der beobachteten Vertheilung an der Oberfläche diejenige im Innern der Erde vollständig abzuleiten.

Es lässt sich nämlich, wie Gauss zeigt, beweisen, dass man anstatt jeder beliebigen Vertheilung des Magnetismus im Innern eines körperlichen Raumes allemal eine Vertheilung auf der Oberfläche dieses Raumes substituiren kann, so dass die Wirkung in jedem Punkte des äusseren Raumes genau dieselbe bleibt. Daraus folgt dann unmittelbar, dass einerlei Wirkung im ganzen äusseren Raume aus unendlich vielen verschiedenen Vertheilungen der magnetischen Flüssigkeiten im Innern abzuleiten ist.

Dagegen aber lässt sich zeigen, dass der Sitz der constanten magnetischen Kräfte, deren Theorie in dem Vorigen angedeutet ist, nothwendig im Innern der Erde, nicht in der Atmosphäre oder im Raume, sich befinden muss. Die erdmagnetische Kraft lässt sich an jedem Orte in eine verticale und zwei horizontale zerlegen, deren letzteren eine parallel dem astronomischen Meridiane, deren andere zu demselben senkrecht ist. Entwickelt man nun unter Voraussetzung, dass der Sitz der erdmagnetischen Kraft ausserhalb der Erde ist, die drei Componenten aus dem dann für jeden Punkt der Erde stattfindenden Werthe des magnetischen Potentials, so erhält man für die horizontalen Componenten dieselben, für die verticalen aber andere Werthe als unter der Annahme, dass der Sitz der magnetischen Kräfte in der Erde ist. Daraus ergibt sich dann, dass auch die Richtung der Inclination und die totale Intensität in beiden Fällen eine verschiedene sein muss. Da nun aber die Uebereinstimmung zwischen der Beobachtung und der Rechnung mit der Annahme, dass der Sitz der Kräfte im Innern der Erde sei, eine sehr nahe ist, so folgt, dass diese Annahme der Wirklichkeit entspricht. Dabei ist es aber noch möglich, dass ein kleiner Theil dieser Kräfte seinen Sitz ausserhalb der Erde hat.

Ferner hat Gauss aus seiner Theorie die Richtung der magnetischen Axe der Erde und das magnetische Moment derselben abzuleiten vermocht.

Die magnetische Axe der Erde ist nicht jene Richtung, welche die beiden magnetischen Pole der Erde verbindet, da diese Richtung keineswegs jene Eigenschaften haben muss, welche die magnetische Axe hat. Dieselbe ist jene Richtung eines Magnetes, in Bezug auf welche das Drehungsmoment MT, welches den Magnet in den Meridian zurückführt, wenn er zu demselben senkrecht steht, seinen grössten Werth hat, wie sich daraus

ergibt, dass der Magnet in Ruhe ist, wenn diese Richtung dem Meridiane parallel ist. Jenes Drehungsmoment MT erhält aber seinen grössten Werth, wenn das magnetische Moment M seinen grössten Werth erhält. Daraus folgt, dass die magnetische Axe jene Richtung ist, in Bezug auf welche das magnetische Moment, das ist die Summe aus allen Producten der magnetischen Elemente und ihrer parallel dieser Richtung gemessenen Abstände von der Mitte des Magnets, seinen grössten Werth hat.

Diese Richtung ist für die Erde nach Gauss jener Erddurchmesser, welcher die Punkte 77° 50′ N. Br., 63° 31′ westlicher Länge von Greenwich und 77° 50′ S. Br., 116° 29′ östlicher Länge verbindet.

Das magnetische Moment der Erde ist dann nach absolutem Maasse gleich 853800 Quadrillionen. Nach demselben Maasse wurde das magnetische Moment eines einpfündigen Magnetstabes gleich 100877000 gefunden; es wären also 8464 Trillionen solcher Magnetstäbe mit parallelen Axen erforderlich, um dieselbe magnetische Wirkung im äusseren Raume hervorzubringen als die Erde. Nimmt man an, dass der Magnetismus in der Erde gleichförmig vertheilt ist, so würde jedes Kubikmeter der Erde in Bezug auf seine magnetische Wirkung durch acht solcher Stäbe mit parallelen Axen ersetzt.

§. 18.

Variationen des Erdmagnetismus. Die numerischen Werthe in der allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus geben uns die Elemente desselben, abgesehen von localen Störungen und für eine ganz bestimmte Zeit. Es gibt nämlich zunächst einzelne Orte auf der Erde, wo die Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft nicht mit der angenommenen Stetigkeit in der Veränderung dieser Kraft übereinstimmt, wo sie nicht als eine Function der Lage dieses Ortes auf der Erdoberfläche auftritt, sondern stärker oder schwächer oder anders gerichtet ist, als sie es den benachbarten Orten gemäss sein sollte. Es ist das z. B. an den Orten der Fall, an denen sich magnetische Gesteine in grosser Menge finden, welche also für sich und ausser ihrem Zusammenhange mit der ganzen Erde, einen magnetischen Einfluss haben. Diese Einflüsse können natürlich in der Theorie nicht berücksichtigt werden; sie sind Ausnahmefälle und müssen als solche behandelt werden.

Anders ist es dagegen mit den Veränderungen des Erdmagnetismus im Laufe der Zeit, welche, wie wir schon bei der Beobachtung der Elemente angaben, sich an allen Orten zeigen. Man kann diese Veränderungen in drei Gruppen theilen, erstens in die säcularen, zweitens in die täglichen, drittens in die unregelmässigen.

Die säcularen Aenderungen sind besonders für die Richtung der erdmagnetischen Kraft nachgewiesen, da nur für diese Beobachtungen aus früheren Jahrhunderten vorliegen. Aus diesen Beobachtungen ergibt sich,

dass in Europa die Declination bis gegen die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts östlich war, dann westlich wurde, bis zum Anfange dieses Jahrhunderts an dieser Seite zunahm und jetzt wieder kleiner wird. Das zeigen folgende Zahlen der zu Paris beobachteten Declinationen.

Jahr	Abweichung	Jahr	Abweichung
1580	11° 30′ östl.	1813	22° 25′ westl.
1618	8 00 „	1814	22 34
1663	0 00 „	1818	22 22
1678	1 30 westl.	1822	22 11
1700	8 10 „	1824	22 23
1767	19 16 „	1828	22 6
1780	19 25 „	1835	22 4
1785	22 00 „	1849	20 34
1805	22 5 „	1851	20 25.

Wie man sieht, sind diese Aenderungen durchaus nicht regelmässig, etwa der Zeit proportional, denn wollte man z. B. die jährliche Aenderung aus den Beobachtungen 1700 und 1767 berechnen, so erhielte man einen ganz anderen Werth, als aus den Beobachtungen 1767 und 1814. Das Maximum der westlichen Abweichung ist 1814 erreicht, auf diesem bleibt sie mit einigen Schwankungen bis 1825 stehen, und seitdem wendet sich der magnetische Meridian wieder dem astronomischen zu.

Aehnliche Aenderungen zeigt die Inclination, sie ist, seitdem sie beobachtet wurde, stets kleiner geworden, wie folgende zu Paris gefundene Werthe derselben zeigen.

Jahr	Inclination	Jahr	Inclination
1661	75° 00	1820	68° 20
1758	72 15	1829	68 41
1780	71 48	1835	67 24
1805	69 12	1851	68 35.
1810	68 50		

Aehnliches zeigt sich an den übrigen Orten Europas, von denen länger fortgesetzte Beobachtungen vorliegen.

Auch die Inclination ändert sich nicht regelmässig, sie ändert sich in verschiedenen Zeiten mit verschiedener Geschwindigkeit. Ob auch die Inclination wie die Declination eine periodische Aenderung zeigt, lässt sich noch nicht bestimmen; aus den Pariser Beobachtungen könnte man es vermuthen, da die Inclination seit dem Jahre 1829 um 68° schwankt. In Deutschland hat indess während dieser Zeit die Inclination sich noch fortwährend verkleinert, in München z. B. nach den Beobachtungen Lamonts zwischen 1841 und 1852 von 65° 22′ auf 64° 54′, im Durchschnitt jedes Jahr um 2, 3 Minuten.

In anderen Gegenden der Erde findet statt der Abnahme eine Zunahme der Inclination statt.

Die Intensität des Erdmagnetismus ist bis jetzt noch eine viel zu kurze Zeit beobachtet worden, als dass man über deren Aenderung etwas mit Sicherheit aussagen könnte; nach den wenigen vorliegenden Beobachtungen scheint sie zu wachsen. In Göttingen nahm die horizontale Intensität von 1834 bis 1853 allmählich zu von 1,774 auf 1,805; in München von 1841 bis 1852 von 1,9300 auf 1,9508.

Die täglichen Variationen des Erdmagnetismus sind mit Sicherheit seit der Einführung der Unifilar- und Bifilarmagnetometer nachgewiesen bei der Declination und horizontalen Intensität. Dadurch, dass Gauss und Weber veranlassten, dass an vier jährlichen Terminen gleichzeitig während 24 Stunden an den verschiedensten Orten der Erde beobachtet wird, hat sich ergeben, dass der Gang der Declinationsnadel während des Tages auf grossen Gebieten fast ganz übereinstimmend ist. Fast in ganz Europa ist die Declination des Morgens um 8 Uhr am kleinsten, sie nimmt ziemlich rasch zu bis kurz nach Mittag zwischen 1 Uhr und 2 Uhr, wo sie am grössten ist, und sinkt dann erst rasch, dann langsamer bis gegen 8 Uhr. Die Differenz beträgt ungefähr 9 Minuten; sie ist indess nach den Jahreszeiten verschieden; sie ist im December und Januar am kleinsten, im April, Mai und August am grössten.

Einen ähnlichen periodischen Gang zeigt die Intensität, sie nimmt von Morgens 10 Uhr bis Abends 10 Uhr zu und dann während der Nacht wieder bis Morgens 10 Uhr ab.

Auch die Inclination ändert sich periodisch im Laufe des Tages, sie schwankt ebenfalls zwischen einem Minimum und Maximum.

Eine vollständige Theorie des Erdmagnetismus müsste diese regelmässigen Schwankungen in sich aufnehmen, d. h. sie müsste sie rechnend darstellen und ihren Grund angeben können. Um das Erstere zu können, müssten die Zahlencoefficienten in der Reihe für das magnetische Potential als Functionen der Zeit, und zwar als doppelt periodische gegeben sein. Es ist das aber ebenso unmöglich, wie es ist, den Grund dieser Schwankungen anzugeben. Dazu ist das für eine solche Aufgabe noch sehr geringe Beobachtungsmaterial längst nicht hinreichend. Die Lösung derselben muss späteren Generationen überlassen bleiben.

Bei den Terminsbeobachtungen haben sich ebenfalls unregelmässige Aenderungen des Erdmagnetismus, magnetische Störungen gezeigt, die sich besonders an einer sprungweisen Aenderung des Standes der Declinationsnadel und des Bifilarmagnetometers erkennen lassen. Sie fehlen selten, zeigen sich aber bei einer Terminsbeobachtung stärker als bei anderen. Die Curven, welche Gauss und Weber anwandten, um die Terminsbeobachtungen graphisch darzustellen, lassen nun in der übersichtlichsten Weise erkennen, dass die magnetischen Störungen fast stets auf sehr weit auseinander liegenden Orten gleichzeitig auftreten, entweder in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne. Es ergibt sich daraus, dass die Ursachen der magnetischen

Störungen keine localen, sondern über einen grossen Theil oder die ganze Erde verbreitete sind.

Eine merkwürdige Beziehung zeigt sich in dieser Weise zwischen den Nordlichtern und dem magnetischen Zustande der Erde, indem Nordlichter stets von heftigen Störungen begleitet sind, so dass zu vermuthen steht, dass bei den Nordlichtern magnetische Kräfte im Spiele sind. Auch Erdbeben und vulkanischen Ausbrüchen sollen häufig Störungen entsprechen.

Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Reibungselektricität.

Erstes Kapitel.

Die Reibungselektricität im Zustande der Isolation.

§. 19.

Erkennung des elektrischen Zustandes. Wenn man gewisse Körper, wie Glas, Harz, Schwefel, mit Seide oder Wolle oder einem Pelze reibt, so bemerkt man an denselben bald eine eigenthümliche Eigenschaft, welche die Körper für gewöhnlich nicht haben; sie ziehen kleine leichte Körperchen, wie Papierschnitzel oder Federbärte, an und halten sie eine Zeit lang fest. Häufig, wenn man recht stark gerieben hat, sieht man auch, dass die erst angezogenen Körper nach der Berührung sofort wieder abgestossen werden. Das zeigt sich noch leichter, wenn man eine geriebene Glasröhre einer an einem Seidenfaden aufgehängten Kugel von Hollundermark nähert; dieselbe wird von der Glasröhre angezogen, nach der Berührung wird sie dann aber abgestossen, und versucht man dann die Glasröhre der Kugel zu nähern, so flieht dieselbe vor der Röhre.

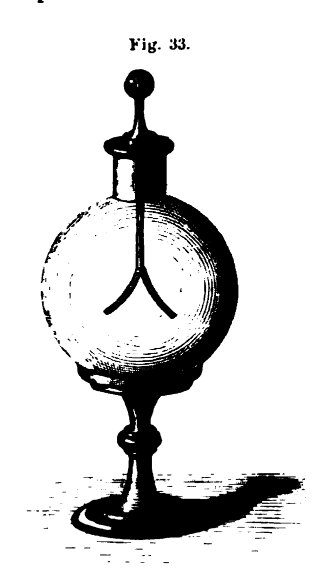
Nimmt man eine Röhre von bedeutender Länge und reibt sie mit einem Thierfelle, indem man dasselbe unter starkem Drucke rasch an der Röhre entlang führt, so hört man zugleich ein knisterndes Geräusch, und im Dunkeln sieht man zwischen der Röhre und den Haaren des Felles kleine leuchtende Funken überspringen.

Schon diese wenigen Andeutungen genügen, um zu zeigen, dass die erwähnten Körper durch das Reiben in einen eigenthümlichen, ihnen sonst fremden Zustand versetzt werden. Man nennt diesen Zustand den elektrischen und die Körper elektrisirt; den Grund dieses Zustandes bezeichnet man als Elektricität. Der Name rührt daher, dass diese Eigenschaft zuerst und zwar schon im Alterthume am Bernstein (griechisch ἤλεκτρον) beobachtet wurde. Der Name ist also wahrscheinlich ein ebenso zufälliger, wie der Name Magnetismus.

Die den elektrischen Zustand hauptsächlich charakterisirende und von allem, was wir bisher kennen gelernt haben, hauptsächlich unterscheidende Eigenschaft ist die, dass ein Körper wie die Kugel von Hollundermark von dem elektrisirten Körper nach der auf die Anziehung folgenden Berührung abgestossen wird. Wir werden das indess nicht so ansehen dürfen, dass der elektrische Körper die Hollundermarkkugel erst anziehe und dann ohne weiteres abstosse, sondern werden sofort vermuthen müssen, dass auch die Hollundermarkkugel durch die Berührung verändert, nämlich in den elektrischen Zustand übergeführt worden und dann erst abgestossen sei. Der Versuch bestätigt das; denn nähern wir der Hollundermarkkugel eine andere, ebenfalls an einem Seidenfaden hängende, so wird diese von der ersten angezogen und nach der Berührung wieder abgestossen, gerade wie die erste Hollundermarkkugel von der Glasröhre. Es ergibt sich somit als die charakteristische Eigenschaft der Elektricität, dass ein elektrisirter Körper einen anderen ebenfalls elektrisirten von sich abstösst. Ganz dasselbe zeigt sich, wenn man einen Körper, dessen einzelne Theile gegen einander beweglich sind, auf irgend eine Weise in den elektrischen Zustand versetzt.

Man wendet daher auch dieses Kennzeichen stets zur Erkennung des elektrischen Zustandes an; da nun nicht alle Körper so eingerichtet sind, dass an ihnen bewegliche Theile sich finden, so hat man zur Erkennung der Elektricität besondere Apparate construirt, welche den Namen Elektroskope führen. Dieselben beruhen auf der später näher zu untersuchenden Eigenschaft, dass Metalle unter gewissen Bedingungen den elektrischen Zustand sofort annehmen, wenn man sie mit einem elektrisirten Körper berührt. Das einfachste derselben besteht aus einem Messingdrahte, welcher an seinem einen Ende (Fig. 33) mit einer kleinen Kugel versehen, an seinem andern Ende platt geklopft ist. Das plattgeklopfte Ende ist entweder durchbohrt und in der Durchbohrung sind zwei dünne, leicht bewegliche Silberdrähte aufgehängt, welche für gewöhnlich parallel herabhängen, oder es sind, wie in dem abgebildeten Exemplar, zwei Streifen dünnen Goldblattes an dem platten Ende befestigt. Der Messingdraht ist in dem Halse einer Glaskugel mit Schellack so fest gekittet, dass die Goldblättchen ungefähr in der Mitte der Kugel hängen. Der Apparat steht schliesslich auf einem hölzernen Fusse. Berührt man nun den Knopf des Apparates mit einer geriebenen Glasstange, so stossen sich die Silberdrähte

Fig. 33.



[illegible]

[illegible]

Zwischen den [illegible] ... die Divergenz der Goldblättchen [illegible] wenn wir anstatt des [illegible] Schwefel anwenden. Die Divergenz [illegible] ...kopes nimmt zu, wenn wir einen [illegible] Körper, [illegible] gerieben haben, an den Knopf des Elektroskopes anlegen. [illegible] eine Glasröhre mit Wolle und legt sie an das [illegible] Elektroskop, so wird die Divergenz immer und unter allen Umständen kleiner, ja sie kann ganz und gar aufgehoben werden, so dass die Goldblättchen wie unelektrisch parallel neben einander herabhängen. Wenn man dann aber die Glasröhre neuerdings reibt und an das Elektroskop anlegt, so divergiren die Goldblättchen wieder und zwar um so stärker, je stärker die Röhre gerieben war. Denselben Effect wie die geriebene Glasröhre, bringt geriebener Diamant, Topas u. m. a. hervor. Wird dann aber an das in Folge der Berührung mit Glas divergirende Elektroskop geriebenes Harz angelegt, so wird wieder die Divergenz vermindert und kann ebenso auf Null gebracht werden wie vorhin.

Da nun das Verhalten der für sich am Elektroskop untersuchten Körper unzweifelhaft beweist, dass alle durch Reibung in den elektrischen Zustand

versetzt werden, so zeigt dieser Versuch, dass die elektrischen Zustände verschiedene sein können, dass die Körper der einen Gruppe in einen anderen elektrischen Zustand versetzt werden als die anderen. Wir müssen die Elektricitäten der verschiedenen Körper sogar als entgegengesetzte ansehen, welche, zugleich auf einen dritten Körper übertragen, einander aufheben. Denn der elektrische Zustand des durch Harz elektrisirten Elektroskopes verschwindet, wenn geriebenes Glas an dasselbe gelegt wird, und das Elektroskop zeigt erst wieder Elektricität an, wenn nach dem Verschwinden des ersteren Zustandes noch ferner das Elektroskop mit geriebenem Glase berührt wird. Man bezeichnet deshalb die beiden elektrischen Zustände als einander entgegengesetzte, oder nennt den einen positiv, den anderen negativ, da sie sich gerade so wie positive und negative Grössen in der Algebra aufheben.

Da die beiden Elektricitäten, jede für sich betrachtet, sich vollständig gleich verhalten und der Gegensatz nur in ihrem gegenseitigen Verhalten erkennbar ist, so ist es ganz gleichgültig, welche der beiden man als positiv oder als negativ bezeichnet. Man glaubte früher, dass ein bestimmter Körper überhaupt nur eine Elektricität annehmen könnte, und unterschied deshalb die beiden Elektricitäten als Harzelektricität und als Glaselektricität und nannte dann, durch theoretische Speculationen bestimmt, die wir später erwähnen werden, die Harzelektricität negativ, die Glaselektricität positiv. Später stellte sich indess heraus, dass man alle Körper in die beiden elektrischen Zustände versetzen könne, deshalb genügte es nicht mehr, um die Elektricitäten mit Sicherheit zu erkennen und zu unterscheiden, sie nach Art des geriebenen Körpers zu bestimmen, es bedurfte einer specielleren Angabe. Es hat sich nun gezeigt, dass Glas, gerieben mit einem Stücke Leder, welches mit einem Zink-Zinn-Amalgam, dem sogenannten Kienmaierschen, bestrichen ist, immer und unter allen Umständen dieselbe Elektricität annimmt. Diese dem Glase ertheilte Elektricität nennt man die positive Elektricität, und diejenigen Körper positiv elektrisirt, welche die Divergenz eines schwach mit dieser Elektricität geladenen Elektroskopes vergrössern, diejenigen negativ, welche die Divergenz vermindern.

Um das Leder mit dem Kienmaierschen Amalgame zu versehen, bestreicht man es auf der einen Seite mit etwas Talg, oder besser noch Knochenöl, und bestreut dann die eingeriebene Seite mit dem pulverförmigen Amalgam. Um es gleichförmig zu vertheilen, reibt man dann, indem man das Leder zusammenfaltet, die einzelnen Theile der bestrichenen Seite gegen einander.

Harz mit Wolle gerieben nimmt fast unter allen Umständen die dem mit Amalgam geriebenen Glase entgegengesetzte, also negative Elektricität, und ebenso Glas mit Wolle gerieben die positive Elektricität an. Wenn man deshalb nicht das Kienmaiersche Amalgam zur Hand hat, kann man mit einer Siegellackstange und einer Glasröhre ebenfalls leicht und mit

ziemlicher Sicherheit die Art dos elektrischen Zustandes bestimmen. Um die Art der Elektricität zu bestimmen, ladet man entweder das Elektroskop mit der Elektricität des zu untersuchenden Körpers und versucht dann, ob die geriebene Glasstange die Divergenz vermehrt, oder ob es die geriebene Siegellackstange thut; oder man ladet das Elektroskop mit einer der beiden Elektricitäten und versucht, ob die Elektricität des betrachteten Körpers die Divergenz vermehrt oder vermindert. Ist letzteres der Fall, so ist es rathsam das Elektroskop noch mit der anderen Elektricität zu laden und zu untersuchen, ob die Divergenz der Goldblättchen durch den anzulegenden Körper vermehrt wird.

Die entgegengesetzten Elektricitäten sind nicht allein dadurch charakterisirt, dass ein Körper, welcher erst mit der einen versehen war und dann die andere erhielt, keine Anzeigen von Elektricität mehr liefert, sondern auch darin, dass gleichartig elektrisirte Körper sich anders zu einander verhalten als ungleichartig elektrisirte Körper.

Wenn wir nämlich an einem Seidenfaden eine Hollundermarkkugel aufhängen, derselben einen positiv elektrischen Körper nähern, bis sie zur Berührung gebracht war, so wird die Kugel, wie wir bereits erwähnten, von dem positiv elektrischen Körper abgestossen. Machen wir ganz denselben Versuch mit einem negativ elektrischen Körper, so ist der Erfolg ganz derselbe, die Kugel wird zuerst angezogen bis zur Berührung, dann aber abgestossen, und die Abstossung dauert so lange, als auf den beiden Körpern sich noch Elektricität findet. Es ergibt sich daraus ganz allgemein, dass gleichartig elektrisirte Körper sich abstossen.

Wenn man nun aber die Kugel von Hollundermark zunächst durch Berührung mit einem positiv elektrischen Körper elektrisirt und dann derselben einen negativ elektrischen Körper nähert, so wird sie nicht nur nicht von demselben abgestossen, sondern angezogen, und zwar viel stärker als vorher. Der Erfolg ist derselbe, wenn man der zuvor negativ elektrisirten Kugel von Hollundermark einen positiv elektrischen Körper nähert; sie wird von demselben angezogen.

Es ergibt sich daraus, dass, während gleichartig elektrisirte Körper sich abstossen, ungleichartig elektrisirte Körper sich gegenseitig anziehen.

Diese Thatsache führt uns zu dem Satze, dass wenn wir den beiden Elektricitäten, d. h. dem, was den elektrischen Zustand bewirkt, eine wirkliche Existenz, eine gewisse Materialität beilegen, dass dann die an den Körpern vorhandenen Elektricitäten es sind, welche sich anziehen oder abstossen; man fasst dieselbe dann in dem Satze zusammen: Gleichnamige Elektricitäten stossen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Die Erfahrung, dass gleichnamig elektrisirte Körper sich abstossen, ungleichnamig elektrisirte sich anziehen, hat zur Construction eines Elektroskopes geführt, welches im Stande ist auch die schwächsten Elektricitäten

anzuzeigen; es ist das Elektroskop von Behrens [1]), welchem Riess [2]) eine sehr bequeme und zweckmässige Form gegeben hat.

Schichtet man in einer Glasröhre sogenanntes Gold- und Silberpapier in einzelnen Scheiben vom Durchmesser der Röhre derart auf einander, dass immer ein Goldpapier und ein Silberpapier abwechselt, und dass die Papiere ihre metallischen Seiten einander zukehren, presst man dieselben dann fest zusammen und bedeckt schliesslich die beiden Enden der Röhre mit Metallplatten, so dass diese die letzten Papierscheiben in ihrer ganzen Ausdehnung berühren, zo zeigen sich, aus im nächsten Abschnitt zu entwickelnden Gründen, die beiden Metallplatten bleibend elektrisch. Die eine der Metallplatten ist positiv, die andere negativ. Legt man nun zwei solcher Röhren gegen einander, so dass ihre Längsaxen eine gerade Linie bilden, und dass die positive Metallplatte der einen der negativ elektrischen der andern Röhre gegenüber liegt, so wird ein Goldblättchen, welches mitten zwischen beiden Platten frei herabhängt, sich weder nach der einen, noch nach der anderen Platte hin bewegen, wenigstens dann nicht, wenn die beiden Metallplatten gleich stark elektrisch sind. Das Goldblättchen wird dann von beiden gleich stark angezogen, es bleibt daher in Ruhe. Wenn aber nun das Goldblättchen auch nur die geringste Spur einer Elektricitätsart erhält, so wird es sich nach der Seite der Platte hin bewegen, welche die entgegengesetzte Elektricität besitzt, und zwar nicht nur weil diese Platte das Goldblättchen anzieht, sondern auch deshalb, weil die andere Metallplatte das Goldblättchen abstösst. Behrens hing deshalb bei Construction des nach ihm benannten Elektroskopes ein Goldblättchen zwischen zwei solchen Glasröhren auf. Riess wandte nach dem Vorgange Fechner's nur eine solche Röhre an und gab dem Apparate folgende Einrichtung. In einem hölzernen, an seiner vorderen Seite mit einer Thüre versehenen Kasten (Fig. 34) ist eine Glasröhre *ZK*, welche in der angegebenen Weise gefüllt und eingerichtet ist, auf den Boden, der längeren Seite des Kastens parallel, hingelegt und befestigt. An den Metallplatten, welche die Röhre verschliessen, sind Gelenke *g* angelöthet, in welchen doppelt gebogene Drähte *dd* drehbar befestigt sind. Der Deckel des Kastens hat in seiner Mitte eine der längeren Seite parallele Spalte *sp* von circa 8 Cent. Länge; dieselbe ist mit Glasstäben ausgekleidet, so dass ein freier Spalt von 8^{mm} Breite übrig bleibt. Durch diesen Spalt sind die doppelt gebogenen Drähte hindurchgeführt. An ihrem obern Ende tragen dieselben runde Platten von Messing, welche durch Drehung der Drähte in ihren Gelenken einander mehr oder weniger genähert werden können. Rings um die Spalte ist auf dem Deckel des Kastens eine kreisförmige Rinne von circa 12 Cent. Durchmesser eingeschnitten, welche die Glasglocke *G* auf-

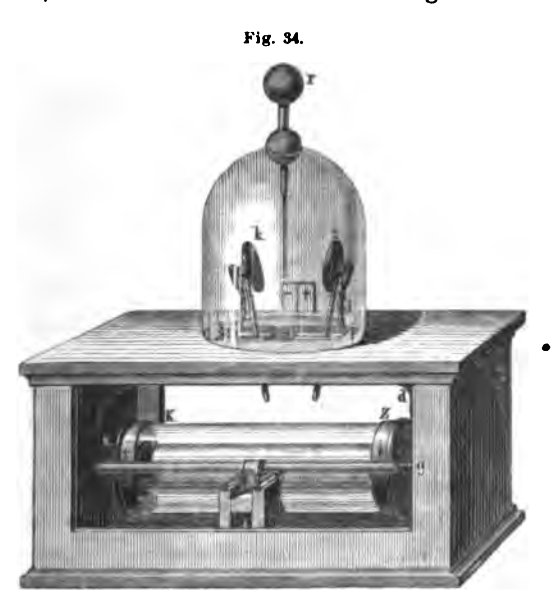
1) *Behrens*, Gilbert's Annalen. Bd. XXIII.

2) *Riess*, Die Lehre von der Reibungselektricität. Bd. I. p. 18. Berlin 1853.

nimmt und feststellt. Die Glasglocke ist oben durchbohrt, und in der Durchbohrung ist ein Messingdraht mit Schellack festgekittet, von welchem das Goldblättchen herabhängt. In dem oberen Ende des Messingdrahtes ist eine Schraube eingeschnitten, so dass auf den Draht entweder eine Messingkugel *r* oder eine Messingplatte aufgeschraubt werden kann.

Schliesslich hat Riess in dem Kasten noch, der Röhre *ZK* parallel, einen Messingstab *tt* angebracht, welcher etwas vor oder zurück geschoben werden kann, so dass er die beiden Endplatten der Röhre in metallische Verbindung setzen kann.

Fig. 34.



In diesem Apparate ist nun das Ende *K* der Röhre *ZK* stets positiv, das Ende *Z* stets negativ elektrisch. Da nun, wie bereits früher erwähnt wurde, die Metalle unter gewissen hier erfüllten Bedingungen durch Berührung mit elektrischen Körpern selbst elektrisch werden, so sind auch die an den Drähten *d* befestigten Platten elektrisch, und zwar die mit dem Ende *K* in Verbindung stehende Platte *k* positiv, die mit *Z* in Verbindung stehende Platte *z* negativ elektrisch. Die beiden Elektricitäten in *z* und *k* sind gleich stark, oder können doch dadurch immer gleich stark gemacht werden, dass man mit dem Stabe *tt* eine kurze Zeit die Polplatten *Z* und *K* berührt. Das zwischen den Platten von beiden gleich entfernt herabhängende Goldblättchen hängt daher, wenn es selbst nicht elektrisch ist, vertical herab. Wenn man dann aber demselben nur die geringste Spur Elektricität mittheilt, so wird es nach einer der Platten hin bewegt, nach *K*, wenn es negativ, nach *Z*, wenn es positiv elektrisch ist. Man kann somit durch diesen Apparat nicht nur den elektrischen Zustand überhaupt, sondern auch die Art desselben unzweideutig erkennen.

§. 20.

Mittheilung und Leitung der Elektricität. Wenn man einen elektrisirten Körper mit einem andern berührt, so wird stets der elektrische Zustand des berührten Körpers geschwächt, und in vielen Fällen wird der berührende Körper elektrisch, dann aber zeigt er immer der Art nach dieselbe Elektricität, welche der berührte Körper besass. Man kann sich

davon leicht durch einfache Versuche überzeugen; elektrisirt man z. B. ein einfaches Goldblattelektroskop und berührt man den Knopf desselben mit irgend einem Körper, so nimmt die Divergenz der Goldblättchen sofort ab; war dann der berührende Körper z. B. ein zweites Elektroskop, so beweist die Divergenz der Goldblättchen an diesem, dass es durch die Berührung elektrisch geworden ist. Prüft man dann das zweite Elektroskop an einem Behrens'schen Elektroskop, so beweist die Bewegung des Goldblättchens an letzterem, dass die Elektricität des berührenden Elektroskopes mit der des berührten gleichnamig ist. Es zeigt sich jedoch in der Mittheilung der Elektricität bei der Berührung bei den verschiedenen Körpern in so weit ein bedeutender Unterschied, dass einige nur an der Berührungsstelle selbst und in deren nächster Umgebung, andere jedoch sofort in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden. Berührt man das elektrisirte Elektroskop mit einer Siegellackstange, so wird die Divergenz des Elektroskopes nur wenig vermindert, und an einem andern geprüft, zeigt sich nur die Berührungsstelle elektrisch. Der Metallstift des zweiten Elektroskopes bei dem vorhin erwähnten Versuche zeigt sich sofort in seiner ganzen Ausdehnung elektrisch, da die an ihm befestigten Goldblättchen sofort nach der Berührung divergiren.

Aus dieser Erfahrung folgt, dass sich auch in dieser Beziehung die Körper in ihrem Verhalten zur Elektricität in zwei grosse Gruppen eintheilen lassen; einige pflanzen den elektrischen Zustand in sich rasch und mit grosser Leichtigkeit fort, andere dagegen gestatten diese Fortpflanzung nicht, oder doch nur in sehr geringem Maasse. Von der Ansicht ausgehend, dass die Elektricität gewissermassen eine Flüssigkeit sei, welche durch die Körper, welche leicht in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden, fortgeleitet werde und sich in ihnen verbreite, nennt man diese Körper die Elektricität leitende oder Leiter, während man die andere Gruppe Nichtleiter oder Isolatoren nennt. Die Leiter haben demnach die Fähigkeit, die Elektricität von einem Körper abzuleiten, die Isolatoren nicht.

Um zu untersuchen, ob ein fester Körper ein Leiter ist oder nicht, kann man einfach so verfahren, dass man denselben mit der Hand hält und an ein Elektroskop anlegt. Berührt man ein Elektroskop direct mit der Hand, so fallen die Goldblättchen sofort zusammen. Daraus folgt, dass unser Körper ein Leiter ist; dasselbe ergibt sich weiter daraus, dass wir dann an dem Körper durchaus keine Spur von Elektricität nachweisen können. Denn einen Leiter nannten wir den Körper, über dessen sämmtliche Theile sich sofort die Elektricität ausbreitet. Nun ist unser Körper stets mit der ganzen Erde in Verbindung, also in so weit ein Theil der Erde. Die Elektricität, die wir auf unsern Körper übertragen, theilt sich der ganzen Erde mit und ist deshalb nicht mehr erkennbar. Wenn wir nun einen Körper, den wir in der Hand halten, an das Elektroskop anlegen, so wird die Elektricität am Elektroskop verschwinden, wenn er ein Leiter ist, und zwar um so rascher, ein je besserer Leiter er ist.

Es zeigt sich nämlich, wenn wir diesen Versuch mit verschiedenen Körpern machen, ein Unterschied in der Zeit, welche es dauert, bis das Elektroskop seine Elektricität verliert. Einige, wie die Metalle, eine feuchte Schnur, lebende Vegetabilien, entladen das Elektroskop augenblicklich, andere, wie trocknes Holz, brauchen zur Entladung eine grössere, messbare Zeit. Man sagt daher, dass die ersteren Körper ein grösseres Leitungsvermögen haben als die letzteren, indem man das Leitungsvermögen der Entladungszeit umgekehrt proportional setzt.

Anstatt nach dem Leitungsvermögen gruppirt man die Körper auch wohl nach der entgegengesetzten Eigenschaft, nach dem Leitungswiderstand. Man nimmt dann an, dass alle Körper der Fortbewegung der Elektricität einen gewissen Widerstand entgegensetzen, je besser das Leitungsvermögen ist, um so geringer ist der Leitungswiderstand, und umgekehrt, je grösser der Leitungswiderstand ist, um so schlechter ist das Leitungsvermögen. Isolirende Körper setzen demnach der Fortleitung der Elektricität einen unübersteiglichen, oder vielmehr, da es keinen Körper gibt, welcher der Elektricität absolut nicht gestattet sich fortzupflanzen, einen sehr grossen Widerstand entgegen.

Isolirende und leitende Körper sind nämlich nicht qualitativ verschieden, sondern nur quantitativ, d. h. es gibt keinen Körper, welcher der Fortpflanzung der Elektricität absolut keinen Widerstand entgegensetzt, und keinen, der sie absolut nicht leitet. Die leitenden Körper setzen der Fortpflanzung der Elektricität nur einen sehr kleinen, die isolirenden einen sehr grossen Widerstand entgegen. Der Uebergang von Leitern zu Nichtleitern ist ein allmählicher, so dass sich keine feste Grenze zwischen denselben ziehen lässt. So ist auch folgende Tabelle zu verstehen, in welcher eine grosse Anzahl von festen und flüssigen Körpern nach ihrem Leitungsvermögen in drei Gruppen als Leiter, Halbleiter und Nichtleiter geordnet sind[1]). Als Leiter sind diejenigen bezeichnet, welche beim Anlegen an das Elektroskop dasselbe fast augenblicklich, als Halbleiter solche, welche es in einer messbaren, aber kleinen Zeit, einige Secunden, entladen; als Nichtleiter sind schliesslich diejenigen aufgeführt, welche in der Zeit von einer Minute noch keine Entladung des Elektroskopes bewirken.

Leiter.

Die Metalle	Seewasser	Lebende animalische Theile
Holzkohle	Quellwasser	Lösliche Salze
Graphit	Regenwasser	Leinen
Säuren	Schnee	Baumwolle.
Salzlösung	Lebende Vegetabilien	

1) Encyclopaedia metropolitana. London 1830. art. electricity. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. p. 28.

Halbleiter.

Alkohol	Schwefelblumen	Papier
Aether	Trocknes Holz	Stroh
Glaspulver	Marmor	Eis bei 0°.

Nichtleiter.

Trockne Metalloxyde	Aetherische Oele	Seide
Fette Oele	Porzellan	Edelsteine
Asche	Getrocknete Vegetabilien	Glimmer
Eis bei — 25° C.	Leder	Glas
Phosphor	Pergament	Gagat
Kalk	Trocknes Papier	Wachs
Kreide	Federn	Schwefel
Semen Lycopodii	Haare	Harze
Kautschuk	Wolle	Bernstein
Kampher	Gefärbte Seide	Schellack.

Die mitgetheilte Tabelle ist so geordnet, dass sie von den best- Leitern, den Metallen, allmählich zu den schlechtesten Leitern fortschreitet indess ist diese Anordnung aus mehrfachen Gründen nicht mit Sicherh. zu erreichen, hauptsächlich deshalb, weil das Leitungsvermögen eines desselben Körpers keineswegs immer dasselbe ist, sondern sich mit d. oberflächlichen Beschaffenheit bedeutend ändert. So gibt Riess an[1], d. ein frisch abgespaltetes Glimmerblättchen zu den Halbleitern gehört, währ. der Glimmer, wenn seine Oberfläche einige Zeit an der Luft gelegen h. einer der besten Isolatoren ist.

Dazu kommt noch, dass fast alle Körper mehr oder weniger hygroskop. sind, und dass niemals die Luft ganz ohne Wasserdampf ist. Deshalb b. decken sich alle Körper in der Luft mehr oder weniger mit einer Wass. schicht, welche dann, da das Wasser die Elektricität zu leiten im Stand ist, in Folge dessen die Elektricität leiten.

Da nun, wie wir wissen, die Menge des verdichteten Wasserdampfs auf der Oberfläche eines Körpers mit steigender Temperatur geringer wir. so wird man im allgemeinen sagen können, dass eine Erhöhung der Te peratur den Leitungswiderstand nichtleitender Körper erhöhen und sie m. geeignet machen wird, die Elektricität zu isoliren. Das wird auch du. die Erfahrung bestätigt, indem eine Erhöhung der Temperatur über d. jenige der Umgebung das Isolationsvermögen der Körper erhöht.

Bedeutende Erhitzung wirkt dagegen in vielen Fällen gerade um kehrt; glühendes Glas ist ein guter Leiter der Elektricität und eben flüssiges Harz. Man kann Ersteres leicht auf folgende Weise zeigen. Man umwickle einen dünnen Glasstab bis ungefähr 3 Cent. vom Ende m

1) *Riess,* Reibungselektricität. Bd. I. p. 32.
2) *Riess,* Reibungselektricität. Bd. I. p. 44.

einem Platindraht, und lege den Stab, während man den Platindraht mit der Hand berührt, an ein Elektroskop. Dasselbe wird nicht entladen, selbst dann nicht, wenn der Stab bis gegen 100° erwärmt wird; wenn dagegen der Glasstab bis ungefähr 320° erwärmt wird, so entladet er das Elektroskop in kurzer Zeit.

Ebenso wie eine gelinde Temperaturerhöhung wirkt Alles, was die Oberfläche der Isolatoren von dem verdichteten Wasser reinigt oder weniger hygroskopisch macht, auf die Verringerung des Leitungsvermögens. Abwischen mit trockner Seide ist deshalb ein gutes Mittel, um die Isolatoren weniger leitend zu machen. Glas wird deshalb ein besserer Isolator, wenn es mit einem Schellackfirniss bedeckt wird, da Schellack weniger hygroskopisch ist als Glas.

Gase gehören zu den unvollkommenen Leitern der Elektricität. Man kann sich den Vorgang der Leitung in einem mit Gas erfüllten Raume so denken, dass zunächst die nicht elektrischen Gastheile von dem elektrisirten Körper angezogen und durch Mittheilung elektrisirt werden; die elektrisirten Theilchen werden dann abgestossen und machen neuen nicht elektrisirten Gastheilchen Platz. Auf diese Weise wird allmählich den elektrischen Körpern von der sie umgebenden Luft die Elektricität entzogen. Ob man ausserdem noch eine Leitung der gasförmigen Körper anzunehmen hat, ähnlich derjenigen bei den festen Körpern, lässt sich noch nicht entscheiden. Man würde dazu zu untersuchen haben, ob der Elektricitätsverlust in verschiedenen Gasen unter sonst gleichen Umständen ein verschiedener ist.

Durch den leeren Raum kann sich die Elektricität nicht fortpflanzen, wie durch vielfache Versuche bewiesen ist. So stellte P. Erman[1]) ein gut ausgekochtes Barometer her, dessen leerer Raum eine Länge von circa 15 Cent. hatte, und in dessen Spitze ein Platindraht eingeschmolen war, welcher in den leeren Raum hineinreichte. Das Quecksilber des Barometers wurde dann mit einem Elektroskope in leitende Verbindung gebracht, während dem Platindrahte Elektricität mitgetheilt wurde. Hätte sich die Elektricität durch den leeren Raum ausbreiten können, so hätte das Elektroskop solche anzeigen müssen, da das Quecksilber die Elektricität zu leiten im Stande ist. Es war das jedoch nicht der Fall.

Durch einen ähnlichen Versuch wies Riess[2]) dasselbe nach, er stellte unter die Glocke einer Luftpumpe ein Elektroskop, dessen Goldblättchen eine Divergenz von 14^{mm} besassen, und fand, als er die Luft nicht ausgepumpt hatte, dass nach 55 Minuten die Divergenz auf 10^{mm} gesunken war. Darauf wurde das Elektroskop von neuem elektrisirt, so dass die Divergenz der Goldblättchen 14^{mm} betrug, und die Luft dann bis auf 10^{mm} Quecksilberdruck ausgepumpt. Nach 68 Minuten zeigten die Gold-

1) *P. Erman*, Gilbert's Annalen. Bd. XI.
2) *Riess*, Dove's Repertorium der Physik. Bd. II.

blättchen noch eine Divergenz von fast 13mm. Es folgt somit, dass der luftverdünnte Raum die Elektricität nicht besser leitet als der lufterfüllte, sondern schlechter. Auch daraus folgt, dass der luftleere Raum die Elektricität nicht leitet.

Wir werden später sehen, dass die Elektricität den luftverdünnten Raum in anderer Weise besser durchdringen kann als den lufterfüllten Raum; man findet deshalb den luftverdünnten Raum wohl fälschlich unter den Leitern angeführt.

§. 21.

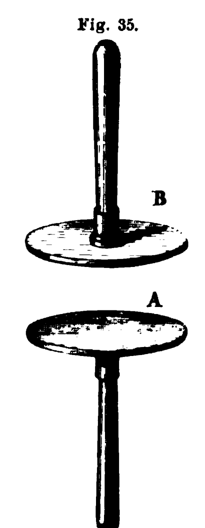
Erregung der Elektricität. Nach den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen über die Fortpflanzung der Elektricität können wir der Frage über die Erregung der Elektricität näher treten. Es ergibt sich nämlich daraus, dass, um zu erkennen ob durch irgend einen Process oder an irgend einem Körper Elektricität erregt ist, es nicht ausreicht, dass eine Erregung stattgefunden hat, sondern es ist dazu erforderlich, dass die erregte Elektricität auch an dem Orte der Erregung festgehalten werde. Wenn deshalb die Körper, an denen man Elektricität erregen will, selbst leitend und mit der Erde in leitender Verbindung sind, so wird man aus dem Nichtauftreten von Elektricität bei einem Processe durchaus nicht den Schluss zu ziehen berechtigt sein, dass eine Erregung überhaupt nicht stattgefunden hat.

Wie wir nun im §. 19 sahen, zeigen sich bei der Reibung nicht alle Körper elektrisch, sondern nur die sogenannten idioelektrischen; vergleichen wir aber die Angaben darüber, welche Körper idioelektrisch und welche anelektrisch sind, mit den Angaben, welche nicht leitend und welche leitend sind, so erkennen wir sofort, dass die idioelektrischen Körper die Elektricität nicht leiten, die anelektrischen dagegen sie leiten. Wir werden deshalb schliessen, dass diese Körper keine Elektricität erkennen lassen, weil die erregte sofort abgeleitet wird. Der Versuch bestätigt diesen Schluss; denn versehen wir die leitenden Körper bei der Reibung mit einer isolirenden Handhabe, so zeigen sie sich alle nach derselben elektrisch. Der elektrische Zustand ist also bei allen Körpern ohne Ausnahme durch Reibung zu erhalten und nachzuweisen, wenn wir dafür sorgen, dass die erregte Elektricität nicht sofort abgeleitet wird.

Da nun bei der Reibung sowohl der geriebene als der reibende Körper gerieben wird, so werden wir weiter schliessen, dass nicht nur an dem geriebenen, sondern auch an dem reibenden Körper Elektricität auftritt. Auch dieses wird durch den Versuch bestätigt, wenn man dafür sorgt, dass der reibende Korper mit der Erde nicht in leitender Verbindung ist. Wenn man z. B. an eine Metallscheibe A eine Handhabe von Glas anbringt (Fig. 35), dieselbe auf der einen Seite mit Leder überzieht, welches mit Kienmaier'schem Amalgam versehen ist, und mit dieser dann eine ähn-

liche Glasscheibe *B* reibt, so weist ein einfaches Goldblattelektroskop auf beiden Scheiben Elektricität nach, und zwar auf beiden Elektricität von ungefähr gleicher Stärke. Wendet man nun aber, um die Art der auf beiden Scheiben vorhandenen Elektricität zu untersuchen, ein vorher mit einer Elektricität geladenes oder ein Säulenelektroskop an, so beweist die Bewegung der Goldblättchen, dass die Art derselben auf beiden Scheiben verschieden ist; die Elektricität des Glases ist positiv, die des Amalgames ist negativ. Die durch Reibung dieser beiden Körper erregten Elektricitäten sind also einander entgegengesetzt. Das zeigt sich bei allen derartigen Versuchen. Vertauschen wir das amalgamirte Leder mit Wolle, so wird auch diese elektrisch und zwar negativ, während das Glas positiv wird; vertauschen wir das Glas mit einer Harzscheibe, so wird die Wolle positiv, das Harz negativ elektrisch; reiben wir direct die Metallscheibe *A* an einer Glasscheibe, so wird das Glas positiv, das Metall negativ elektrisch. Reiben wir die Metallscheibe an einer Harzscheibe, so wird das Metall positiv, das Harz negativ elektrisch.

Fig. 35.



Wir gelangen auf diese Weise zu dem wichtigen Satze, dass bei der Reibung zweier Körper an einander stets beide Körper elektrisch werden und zwar der eine positiv, der andere negativ.

Ob nun ein Körper durch Reibung positiv oder negativ elektrisch wird, das hängt, wie sich schon aus diesem Satze mit Nothwendigkeit ergibt, wesentlich davon ab, mit welchem Körper er gerieben wird. Schon die wenigen oben angeführten Beispiele beweisen das. Wolle mit Glas gerieben wird negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch; Metalle mit Glas gerieben werden negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch. Was von diesen Körpern gilt, gilt auch von den anderen; Glas z. B., welches bei der Reibung in den meisten Fällen positiv elektrisch wird, nimmt negative Elektricität an bei der Reibung mit dem Pelze von Raubthieren.

Eine Beziehung zwischen der Art der Elektricität, welche zwei Körper bei gegenseitiger Reibung annehmen, und anderen bekannten Eigenschaften der Körper, hat sich trotz vieler Versuche nicht erkennen lassen. Einige glaubten, dass die Art der Erregung von dem Leitungsvermögen abhänge, dass der besser leitende Körper negativ, der schlechter leitende positiv werde, indess hat sich das durchaus nicht bestätigt. Das Einzige, was in dieser Beziehung geleistet werden konnte, ist die Anordnung einer Anzahl von Körpern in eine sogenannte Spannungsreihe, in welcher die Körper derart geordnet sind, dass jeder vorhergehende Körper mit allen nachfolgenden gerieben positiv, jeder nachfolgende mit den vorhergehenden gerieben negativ elektrisch wird.

Im Folgenden sind zwei solche Spannungsreihen neben einander gestellt, die erste ist von Young aus Versuchen von Lichtenberg[1]), die zweite von Faraday[2]) zusammengestellt.

Reihe von Young.	Reihe von Faraday.
Glas, polirt	Katzen- und Bärenfell
Haare	Flanell
Wolle	Elfenbein
Federn	Federkiele
Papier	Bergkrystall
Holz	Flintglas
Wachs	Baumwolle
Siegellack	Leinwand
Glas, mattes	Weisse Seide
Metalle	Die Hand
Harz	Holz
Seide	Lack
Schwefel	Eisen, Kupfer, Messing, Zinn, Silber, Platin
	Schwefel.

Die beiden Reihen zeigen zwar im allgemeinen eine ziemliche Uebereinstimmung, im einzelnen jedoch auch manche Abweichung, so dass auch solche Reihen keineswegs mit Sicherheit die Art der bei der Reibung erregten Elektricität angeben. Der Grund dafür liegt darin, dass die Art derselben wesentlich abhängig ist von der Oberflächenbeschaffenheit der geriebenen Körper. Um dieses zu beweisen, erwähnen wir nur die verschiedenen Erscheinungen bei Reibung des Glases. Frische Glasflächen werden durch Reibung nur schwach elektrisch, erst durch längeren Gebrauch, wenn die Oberfläche alt geworden ist, nimmt die durch Reibung erregte Elektricität zu. Alte Glasflächen werden mit allen Körpern ausser mit dem Pelze von Raubthieren und einigen Krystallen gerieben positiv elektrisch. Wenn man dagegen Glas mit Schmirgel oder Sand matt schleift, so wird es nur positiv elektrisch mit Wachs, Schwefel, Metallen, Alkohol, Aether und Harzen, dagegen negativ ausser mit dem Pelze der Raubthiere, mit Wolle, Federn, Holz, Papier und mit der Hand[3]).

Unterschiede selbst, welche sonst durch nichts wahrzunehmen sind, lassen sich am Glase durch die Art der Elektrisirung erkennen. Heintz[4]) erwärmte die eine Hälfte eines Glasstabes, welcher durch Reibung mit Wolle, Leder etc. positiv elektrisch wurde, einige Minuten über einer Alkohol-

1) *Th. Young,* Lectures on natural philosophy. London 1807. Vol. II.

2) *Faraday,* Experimental researches in electricity art. 2141. Poggend. Ann. Bd. LX.

3) *Riess,* Reibungselektricität. Bd. II. p. 379.

4) *Heintz,* Poggend. Ann. Bd. LIX.

flamme. Bei gelindem Reiben mit Wolle oder Leder wurde diese Hälfte negativ, die andere positiv elektrisch. Anhaltendes starkes Reiben, Abwaschen mit Alkohol oder Kalihydrat stellte den früheren Zustand wieder her. Aehnlich wie das Erhitzen über der Alkoholflamme wirkte Eintauchen in concentrirte Salpetersäure oder Schwefelsäure.

Auch die Art des Reibens kann die erregte Elektricität verändern; nach Péclet[1]) wurde eine Glasstange mässig mit Kattun oder Leinwand gerieben positiv, heftig gerieben negativ elektrisch; Faraday[2]) fand eine Schreibfeder leicht gegen trocknes Segeltuch gestrichen stark negativ elektrisch, unter starkem Drucke durch eine Falte desselben gezogen ebenso stark positiv elektrisch. Wenn man Glas der Länge nach mit Haaren reibt, etwa damit peitscht, so wird es negativ elektrisch, reibt man es der Quere nach, indem man es durch eine Haarschlinge zieht, so wird es positiv elektrisch[3]).

Das Auftreten der Elektricität durch Reibung wird dadurch noch bedeutend verwickelter, dass auch zwei ganz gleichartige Körper an einander gerieben elektrisch werden, und zwar stets auch der eine positiv, der andere negativ[4]). Wenn man ein Stück einer nichtleitenden Substanz durchbricht, und dann die beiden Stücke an einander reibt, so werden beide elektrisch, das eine positiv, das andere negativ; welches von beiden aber positiv, welches negativ wird, das lässt sich gar nicht vorhersagen. Einige Beobachter gaben an, dass, wenn man das eine der Stücke als Reibzeug benutzt, also mit demselben so über das andere hinfährt, dass immer dieselbe Stelle des ersten nach und nach die verschiedenen Stellen des zweiten berührt, der reibende Körper immer dieselbe Elektricitätsart erhalte. Nach Riess[5]) ist das aber nicht der Fall, er fand den reibenden Theil bald positiv, bald negativ.

Die Reibung zweier Körper an einander ist die hauptsächlichste Quelle der Elektricität, deren Verhalten und Gesetze wir in diesem Abschnitte zu untersuchen haben; sie ist aber keineswegs die einzige, sondern alle Vorgänge, welche eine ähnliche Erschütterung der Moleküle der Körper zur Folge haben, erregen Elektricität.

Trennt man von einer isolirenden Substanz durch Feilen oder Schaben kleine Theile ab, so zeigen sich dieselben elektrisch. Um das nachzuweisen, hat man nur das Säulenelektroskop mit einer Platte zu versehen und auf diese eine Metallschale zu setzen; schabt man dann von einer Siegellackstange Späne und lässt sie in die Schale fallen, so erhält man deutliche

1) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. T. LVII.

2) *Faraday*, Experimental researches in elect. XVIII. Reihe art. 2141. Poggend. Ann. Bd. LX.

3) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. p. 386.

4) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. p. 363 ff.

5) *Riess* a. a. O.

Bewegungen des Goldblättchens; die abgeschabten Theile habe ich häufig positiv elektrisch gefunden, ein Beweis, dass nicht die Reibung des Siegellacks, welche stets mit dem Schaben verbunden ist, die Ursache der Elektricitätserregung ist. Volta gibt an[1]), dass durch die von Harz, Wachs, Talg, Chokolade, Holz, Knochen, Zucker und anderen Stoffen abgeschabten Theile ein isolirter Metallteller kräftig elektrisirt worden sei; auch Feilspäne von Kohle und geschabtes Eis von 0^0 gaben kräftige Elektricität.

In ähnlicher Weise wie das Schaben, wirkt das Zerschneiden, Zerbrechen oder Auseinanderreissen vieler Substanzen. Zerschneidet man einen Kork und lässt die abgeschnittenen Stücke in eine Metallschale fallen, welche auf einem Säulenelektroskope steht, so erhält man deutliche Spuren von Elektricität. Wenn man von Gyps oder Glimmer Blättchen abspaltet, so zeigen die Spaltungsflächen deutliche Spuren von Elektricität, und zwar sind die beiden getrennten Flächen entgegengesetzt elektrisch. Zerbricht man Siegellack, so sind die Bruchflächen ebenfalls und zwar entgegengesetzt elektrisch.

Eine etwas andere Art der Elektricitätserregung ist diejenige durch Druck; dieselbe wurde zuerst von Libes beobachtet, als er auf eine Holzscheibe mehrfach zusammengelegten Wachstaffet legte und diesen mit einer isolirten Metallplatte zusammenpresste. Bei raschem Abheben fand sich die Platte negativ elektrisch, während sie bei Reibung am Wachstaffet positiv elektrisch wurde. Es bedarf, wie eine Wiederholung des Versuches zeigt, nicht einmal eines Säulenelektroskopes, um die Elektricität in diesem Falle nachzuweisen. Becquerel gibt an, dass zwei Stücke eines Korkes, als ihre Schnittflächen gegen einander gedrückt wurden, entgegengesetzt elektrisch wurden, und weiter, dass mit der Stärke des Druckes auch diejenige der Elektricität zunahm[2]).

In sehr ausgezeichneter Weise besitzen einige Mineralien das Vermögen, durch Druck elektrisch zu werden. Drückt man isländischen Doppelspath, Arragonit, Flussspath, Bergkrystall zwischen den Fingern, so werden sie elektrisch, am stärksten der isländische Doppelspath, welcher noch dazu die eigenthümliche Eigenschaft besitzt, die einmal durch Druck in ihm erregte Elektricität mehrere Monate zu behalten. Hauy hat diese Eigenschaft des Doppelspathes zur Construction eines sehr einfachen und doch empfindlichen Elektroskopes benutzt. An dem einen Ende eines kleinen, in seiner Mitte aufgehängten und um eine verticale Axe leicht drehbaren Balkens, aus Schellack gezogen, wird ein Stückchen Doppelspath befestigt und an dem anderen Ende ein Gegengewicht angebracht. Der Kalkspath wird dann durch Druck elektrisirt, er wird dabei positiv elektrisch[3]).

---

1) Collezione dell' opere I. 2. p. 259.

2) *Becquerel,* Traité de l'électricité. Paris 1834. T. II. §. XIII ff.

3) *Hauy,* Annales de chimie par Guyton de Morveau etc. T. V. *Riess,* Reibungselektricität. Bd. II. p. 403.

Ausser mechanischen Einwirkungen ist auch die Erwärmung der Körper fähig, Elektricität hervorzurufen; eine Art dieser Erregung haben wir bereits erwähnt, die Erwärmung einer Löthstelle zweier verschiedener Metalle; wir werden diese unter dem Namen Thermoelektricität bekannte Erregungsart erst in dem folgenden Abschnitte näher betrachten. Wir erwähnen hier nur, dass die Erwärmung der paaren oder unpaaren Löthstellen wenn man eine grosse Anzahl Stäbchen zweier Metalle in der im dritten Theil §. 18 angegebenen Weise zusammensetzt, Elektricität hervorbringt, welche man an einem Elektroskope nachweisen kann[1]).

Aber noch in einer andern Weise kann man durch Erwärmung Elektricität erhalten, nämlich durch Erwärmung einer Anzahl von Krystallen. Man begreift die elektrischen Erscheinungen an den Krystallen unter dem Namen der Pyroelektricität. Dieselbe wurde zuerst, und zwar schon im Alterthume, am Turmalin beobachtet, aber erst Bergmann und Wilcke haben die häufig sehr verwickelten Erscheinungen aus einem schon von Canton entdeckten Satze abzuleiten vermocht[2]). Wir wollen die sich darbietenden Erscheinungen kurz am Turmalin beschreiben.

Ein Turmalinkrystall ist in einer Umgebung, welche mit ihm die gleiche Temperatur besitzt, nicht elektrisch. Bringt man ihn aber in eine Umgebung anderer Temperatur, die entweder wärmer oder kälter ist, so dass sich der Krystall erwärmt oder abkühlt, so treten an demselben zwei elektrische Pole auf, deren einer positiv ist, während der andere negativ ist. Die Pole sind einander entgegengesetzt, wenn der Krystall erwärmt wird, als wenn er abgekühlt wird, d. h. der Pol, welcher beim Erwärmen positiv elektrisch wurde, ist beim Erkalten negativ, der beim Erwärmen negative Pol ist beim Erkalten positiv. Nach G. Rose nennt man den Pol, welcher bei der Temperaturerhöhung positiv, bei Temperaturerniedrigung negativ ist, den analogen Pol; den anderen, bei welchem das Vorzeichen der Elektricität jenem der Temperaturänderung entgegengesetzt ist, den antilogen Pol. Man kann die Elektricität leicht an einem Elektroskope nachweisen. Sobald der Turmalin eine stationäre Temperatur angenommen hat, ist wieder jede Spur von Elektricität verschwunden.

Man kann aus diesem Satze die elektrischen Erscheinungen des Turmalins bei Temperaturänderungen sämmtlich ableiten. Man habe einen solchen Krystall, dessen Pol P beim Erwärmen positiv, dessen Ende N dann negativ wird. Hält man z. B. das Ende N eine kurze Zeit in eine Flamme, so wird beim Herausnehmen das Ende N positiv, aber auch P positiv, nach einiger Zeit aber P negativ, während N positiv bleibt. Der Grund liegt darin, dass das Ende N sich sofort nach Fortnahme der Flamme abkühlt, das Ende P aber noch wegen der schlechten Wärmeleitung des

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

2) Man sehe *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. p. 464 ff.

Turmalin sich erwärmt; nach einiger Zeit aber hat auch *P* seine höchste Temperatur angenommen, es kühlt sich ab und mit der Abkühlung wird es negativ elektrisch. Erhitzt man *P* in der Flamme, so werden aus demselben Grunde *P* und *N* anfangs negativ, dann aber wird *N* positiv elektrisch.

Dieses elektrische Verhalten zeigt der Turmalin sowohl als Ganzes, als auch in seinen Stücken. Bricht man einen Turmalin in mehrere Theile, so verhalten sich diese gerade so, und zwar findet man den analogen Pol der Stücke an den Stellen, welche dem analogen Pole des ganzen Krystalles am nächsten lagen. Ja selbst gepulverter Turmalin zeigt noch dieses Verhalten; erhitzt man Turmalinpulver auf einem Bleche und rührt es dann mit einem Glasstabe, so ballt es sich zusammen. Dass dieses Zusammenballen Folge der Anziehung der entgegengesetzt elektrischen Pole ist, ergibt sich daraus, dass diese scheinbare Zähigkeit des Pulvers vollständig wieder verloren ist, wenn es wieder auf die Temperatur der Umgebung erkaltet ist.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen sich beim Borazit, Kieselgalmei, Topas, Schwerspath, Bergkrystall und mehreren anderen Krystallen, welche von Köhler, Hankel, G. Rose und Riess[1]) ausführlich untersucht sind. Wir erwähnen aus diesen Untersuchungen nur das eine von Rose und Riess aufgestellte Gesetz, welches die krystallographische Beschaffenheit der Mineralien angibt, an welchen überhaupt nur Pyroelektricität beobachtet ist.

Nur solche Krystalle können pyroelektrisch werden, welche aus der Combination einer einfachen Form mit einer nicht parallelflächigen Hemiedrie bestehen. So z. B. kann die Combination des Würfels mit einem Tetraeder, welches vier Ecken des Würfels abstumpft, pyroelektrisch werden. Die Pole fallen beim Borazit, der in solchen Krystallen vorkommt, mit den Tetraederflächen und den ihnen gegenüberliegenden nicht abgestumpften Würfelecken zusammen, so dass es beim Borazit vier Paare von Polen gibt. Die Tetraederflächen sind die antilogen, die Würfelecken die analogen Pole.

Wenn diese Krystallform Bedingung der Pyroelektricität ist, so sind doch nicht alle so zusammengesetzten Krystalle pyroelektrisch.

Schliesslich müssen wir noch zwei Quellen der Elektricität nennen, mit welchen wir uns sehr ausführlich im nächsten Abschnitte beschäftigen werden, die Elektricitätserregung durch chemische Processe und diejenige durch Berührung heterogener Substanzen. Es wird deshalb überflüssig sein, an dieser Stelle bei diesen Arten der Elektricitätserregung zu verweilen, besonders da wir sie ebenso wenig wie die zuletzt beschriebenen Erregungsarten benutzen werden, um Electricität zu unseren Untersuchungen

---

1) *Köhler,* Poggend. Ann. Bd. XVII. *G. Rose*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1836. *Hankel,* Poggend. Ann. Bd. XLIX. L. LVI. Verhandlungen der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. VI. 1857. *Rose* u. *Riess,* Abhandl. der Berl. Akad. 1843. *Riess,* Reibungselektricität. Bd. II. p. 460 ff.

zu erhalten. Dazu werden wir nur die Reibung verschiedener Körper an einander anwenden.

Nur eines chemischen Processes sei hier gedacht, welcher unzweideutig Elektricität liefert, der Verbrennungsprocess. Sowohl die Flamme des Wasserstoffgases ist nach Versuchen von Pouillet und Hankel elektrisch gefunden worden, als auch Flammen von Alkohol, Wachs, Aether, Oel und Fett[1]). Pouillet fand, dass eine Wasserstoffflamme eine Platinspirale, welche von dem äusseren Mantel der Flamme berührt wurde, positiv elektrisch machte, dass dagegen ein in das Innere der Flamme geführter Draht negativ elektrisch wurde. Hankel fand dagegen, dass eine Wasserstoffflamme an der Spitze positiv, unten negativ elektrisch war.

Sehr leicht lässt sich die Elektricität an glimmenden Körpern nachweisen; man stelle auf den Teller eines Säulenelektroskopes ein Kohlenkerzchen, so bewegt sich gleich nach dem Anzünden des Räucherkerzchens das Goldblättchen nach der positiven Polplatte. Das Kerzchen wird also negativ, der Dampf positiv elektrisch.

§. 22.

Maass des elektrischen Zustandes. Wir haben in dem Vorigen schon häufig von grösserer oder geringerer Stärke des elektrischen Zustandes gesprochen, welcher an den Körpern beobachtet wird, und auf dieselbe geschlossen durch die grössere oder geringere Divergenz der Goldblättchen im Elektroskope. Diese Divergenz kann uns indess nur in einzelnen Fällen Schlüsse auf die grössere oder geringere Stärke, niemals aber eine numerische Vergleichung derselben gestatten. Man wird diese Behauptung schon durch folgenden Versuch begründet sehen. Man nehme zwei Elektroskope, an deren einem der Messingstift doppelt so lang und die Kugel am oberen Ende doppelt so gross ist als am anderen, und berühre dieselben nach einander mit derselben Glasröhre, nachdem letztere beide Male mit demselben Reibzeuge und gleich stark gerieben ist. Wir werden annehmen dürfen, dass die Röhre in beiden Fällen gleich stark elektrisch ist, oder dieselbe Elektricitätsmenge besitzt; sollte deshalb das Elektroskop gestatten, allgemein auf die Stärke des elektrischen Zustandes der an dasselbe angelegten Körper zurückzuschliessen, so müsste die Divergenz der Goldblättchen in beiden Elektroskopen dieselbe sein. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; die Divergenz in dem grösseren Elektroskope ist bedeutend kleiner als in dem kleineren. Daraus ergibt sich, dass die Elektroskope nicht einmal geeignet sind, Elektricitätsmengen mit einander zu vergleichen, geschweige denn ein Maass für dieselben zu liefern.

Um Elektricitätsmengen mit einander zu vergleichen, kann man ver-

---

1) *Pouillet*, Annales de chim. et de phys. T. XXXV. Poggend. Ann. Bd. XI. *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.

schiedene Wege einschlagen. Durch die Reibung einer gewissen Strecke eines Glases, unter einem gewissen Drucke, wird die ganze Strecke in einen elektrischen Zustand von gewisser Stärke versetzt. Denken wir uns die elektrischen Erscheinungen durch ein Agens von realer Existenz hervorgebracht, das wir, ohne über seine Natur irgend etwas anzunehmen, als elektrisches Fluidum oder kurzweg als Elektricität bezeichnen wollen, so wird dieser elektrische Zustand des Glases dadurch hervorgebracht, dass auf demselben eine gewisse Menge Elektricität entwickelt ist. Führen wir nun über das geriebene Glas ein Metallblech, welches das Glas in allen Punkten berührt und mit einer isolirten Metallkugel in Verbindung ist, so wird der elektrische Zustand des Glases auf die Kugel übertragen, und das Glas bleibt unelektrisch zurück. Dadurch ist also in der Kugel eine gewisse Elektricitätsmenge angesammelt worden. Wenn wir nun noch einmal dieselbe Glasfläche ganz ebenso reiben, so wird dieselbe wieder in denselben elektrischen Zustand versetzt als vorher; übertragen wir denselben wieder auf die isolirte Metallkugel, so wird wieder dieselbe Elektricitätsmenge dieser zugeführt, sie enthält also doppelt so viel Elektricität als vorher. Ganz dieselbe Elektricitätsmenge würde die Kugel erhalten haben, wenn wir gleich das erste Mal eine doppelt so grosse Glasfläche in gleicher Weise gerieben und von dieser die Elektricität auf die Kugel übertragen hätten.

Wir gelangen also hier zur Vergleichung von Elektricitätsmengen unter der Voraussetzung, dass durch eine gewisse Reibung eine bestimmte Menge Elektricität erzeugt werde, indem wir die Anzahl solcher Erregungen vergleichen, welche zu der Entwickelung der verglichenen Elektricitätsmengen gedient haben. Die Einheit ist natürlich bei dieser Vergleichung ganz willkührlich.

Noch in einer andern Weise können wir die Elektricitätsmengen vergleichen. Man elektrisire zwei Metallkugeln, welche mit einander in Berührung sind, so wird man bei der Leichtigkeit, mit welcher sich die Elektricität durch Metalle ausbreitet, sicher sein können, dass die auf beide Kugeln übertragene Elektricität sich zwischen beiden in ganz gleicher Weise vertheilt hat, so dass also jede Kugel die Hälfte der erregten Elektricität besitzt. Berühren wir nun eine der Kugeln mit einer anderen ganz gleichen, so wird auch zwischen diesen die Elektricität sich in ganz gleicher Weise vertheilen, und jede dieser beiden Kugeln wird die Hälfte derjenigen Elektricität besitzen, welche die dritte Kugel für sich hat. Durch weitere Berührungen mit immer gleichen Kugeln können wir auf diese Weise Elektricitätsmengen erhalten, welche von derjenigen der unberührten Kugel $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$ u. s. f. enthalten[1]).

Wir gelangen auf diese Weise, wie eben erwähnt wurde, nur zu einem relativen Maasse, nicht zu einem absoluten, dessen Einheit keine willkührliche

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. p. 49 ff.

mehr ist. Um zu diesem zu gelangen, müssen wir uns an die Wirkungen der Elektricität wenden, da die Natur der Elektricität selbst uns durchaus unbekannt ist. Die einfachste und zugleich charakteristische Aeusserung der Elektricität ist nun diejenige, dass zwei gleichnamig elektrisirte Körper sich abstossen, zwei ungleichnamig elektrisirte sich anziehen. Diese anziehenden und abstossenden Kräfte werden sich jedenfalls nach einem bestimmten Gesetze mit der Menge der Elektricität und den Entfernungen, aus welchen sie auf einander wirken, ändern. Ist nun das Gesetz bekannt, nach welchem mit der Menge und dem Abstande der Elektricitäten die anziehenden und abstossenden Kräfte sich ändern, so wird man aus der beobachteten Abstossung oder Anziehung in zwei Fällen das Mengenverhältniss der thätigen Elektricitäten ableiten, zugleich aber die Mengen nach einer absoluten Einheit ausdrücken können. Wir haben dann nur jene Elektricitätsmenge als die Einheit zu setzen, welche auf eine ihr an Grösse und der Art nach gleiche, in der Entfernungseinheit die der Einheit gleiche abstossende Kraft ausübt.

Diese Einheit lässt sich noch näher präcisiren. Wir haben in der Mechanik erwähnt[1]), dass eine homogene Kugel oder Kugelschale bei dem zwischen materiellen Körpern gültigen Anziehungsgesetze nach aussen hin gerade so anziehend wirkt, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre. Wir werden nun annehmen dürfen, und es später noch nachweisen, dass die einer Kugel mitgetheilte Elektricität sich auf derselben ganz gleichmässig vertheilt, wir werden ferner sehen, dass die Abstossungen oder Anziehungen zweier Elektricitätsmengen dem Producte dieser Mengen direct, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt propotional sind. Sei es nun, dass die Kugel ihrer ganzen Masse nach, oder nur auf ihrer Oberfläche elektrisch wird, sie wird nach dem erwähnten Satze nach aussen hin gerade so abstossend oder anziehend wirken, als wenn die gesammte Elektricität in dem Mittelpunkte der Kugel concentrirt wäre.

Dieses gesetzt ist die Einheit der Elektricität jene, welche auf einer kleinen Klugel vertheilt eine andere ebensolche und mit derselben Elektricitätsmenge gleicher Art versehene Kugel, deren Mittelpunkt von dem Mittelpunkte der ersten 1^{mm} entfernt ist, mit einer Kraft abstösst, welche der Masse von 1^{mgr} in der Zeitsecunde die Geschwindigkeit von 1^{mm} ertheilt[2]).

Denken wir uns die zweite Kugel an dem Endpunkte eines Hebelarmes von der Länge eines Millimeter befestigt, so erhält derselbe durch diese Kraft ein Drehungsmoment, welches jenem gleich ist, welches zwei mit der

---

1) Man sehe Theil I. Abschnitt I. §. 42 u. flgde.

2) *R. Kohlrausch* und *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen. Art. 4. In den Abhandlungen der Kgl. Sächs. Ges. der Wissenschaften Bd. V. p. 228.

Einheit des freien Magnetismus versehene Magnete in der zweiten Hauptlage in der Abstandseinheit auf einander ausüben.

Um nun Elektricitätsmengen durch diese mechanische Wirkung mit einander vergleichen zu können, bedarf es zunächst der Untersuchung der Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstossung.

§. 23.

Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstossung. Die Gesetze, nach welchen die elektrischen Anziehungen und Abstossungen mit der Grösse und der Entfernung der elektrischen Massen sich ändern, sind zuerst von Coulomb [1]) mit Hülfe der Drehwage untersucht worden. Die Einrichtung der Torsionswage haben wir im vorigen Abschnitte §. 5 ausführlich beschrieben, wir haben hier nur hinzuzufügen, welche Vorrichtungen an derselben angebracht wurden, um sie zu den elektrischen Versuchen zu benutzen. Da die elektrischen Kräfte, welche bei diesen Versuchen benutzt werden, überhaupt nur sehr klein sind, so muss zunächst, um die Torsionskraft möglichst klein zu machen, der Aufhängedraht *d* (Fig. 36) möglichst fein genommen werden. Coulomb wandte einen solchen an, von dem die Länge eines pariser Fusses nur das Gewicht von $^1/_{16}$ Grain hatte. Eine Bestimmung des Torsionscoefficienten des Drahtes ergab, dass der Torsion um 1^0 ein am Ende des horizontalen Wagebalkens angebrachter Druck von $\frac{1}{122400}$ Grain das Gleichgewicht hielt.

Fig. 36.



Als Wagebalken *B* dient entweder ein dünner aus Schellack gezogener Faden oder Glasfäden, welche mit Schellack überzogen sind. Riess hat den Balken in seiner Torsionswage aus zwei Glasfäden zusammengesetzt, jeden 8 Cent. lang, welche vorsichtig mit Schellack überzogen waren. Dieselben wurden durch einen 2,5 Cent. langen, dünnen Schellakcylinder verbunden, so dass der ganze Wagebalken eine Länge von 19 Cent. besass.

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

An dem einen Ende des Wagebalkens wird dann eine vergoldete Kugel von Hollundermark befestigt, welche an der andern Seite durch ein dünnes kreisförmiges Glimmerblättchen, dessen Ebene vertical steht, equilibrirt wird. Das Glimmerblättchen dient zugleich dazu, die Stellung des Wagebalkens an der unteren Theilung zu bestimmen, indem der Stand desselben beobachtet wird.

Der Balken wird in seiner Mitte an dem Drahte befestigt, so dass er vollkommen horizontal hängt.

Der Deckel der Drehwage hat ausser seiner mittleren Durchbohrung noch zwei andere, welche dem Rande nahe sind. Die eine D dient dazu, eine der am Wagebalken befestigten genau gleiche vergoldete Hollundermarkkugel, welche an einem Schellackcylinder befestigt ist, in die Wage hinabzulassen und festzustellen, die sogenannte Standkugel. Vor dem Beginne der Versuche wird dann der Wagebalken so gestellt, dass die an ihm befestigte Kugel, wenn der Faden ganz ohne Torsion ist, die Standkugel gerade berührt. Die zweite Oeffnung E dient dazu, die beiden Kugeln der Wage zu elektrisiren, wenn sie in Berührung sind. Man senkt zu dem Ende durch diese eine isolirte elektrisirte Metallkugel in die Wage hinab und berührt die Standkugel einen Augenblick. Nach dem im vorigen Paragraphen Mitgetheilten werden dann beide Kugeln durch Mittheilung und zwar gleich stark elektrisirt.

Die Kugel des Wagebalkens wird dann von der Standkugel abgestossen und kommt nach einiger Zeit in einer gewissen abgelenkten Stellung zur Ruhe. Man bestimmt den Winkel, welchen der Wagebalken jetzt mit seiner Ruhelage bildet, an der um den Cylinder der Drehwage gelegten Theilung. Zur genauern Bestimmung des Ablenkungswinkels verlässt man sich nicht auf die Theilung allein, sondern hat vorher verglichen, an welchen Punkten der Theilung das Glimmerblättchen beobachtet wird, wenn man den Wagebalken durch Drehung des oberen Torsionskreises um eine beliebige Anzahl Grade gedreht hat. Sei der beobachtete Ablenkungswinkel α.

Nach der Beobachtung der ersten Ablenkung dreht man dann den oberen Torsionskreis um eine beliebige Anzahl Grade so, dass die Kugel des Wagebalkens der Standkugel genähert wird. Habe man den Torsionskreis um den Winkel ϑ zurückgedreht, und bilde der Balken mit seiner Ruhelage den Winkel α'; der elektrischen Abstossung, welcher im ersten Falle die Torsion des Drahtes um den Winkel α das Gleichgewicht hielt, hält jetzt die Torsion $\vartheta + \alpha'$ das Gleichgewicht.

Man macht dann noch eine dritte Beobachtung, indem man den Faden um den Winkel ϑ' tordirt, so dass der Wagebalken den Winkel α'' mit seiner Ruhelage bildet. Der elektrischen Abstossung hält jetzt die Torsion des Fadens $\vartheta' + \alpha''$ das Gleichgewicht.

Diese drei Beobachtungen reichen hin, um aus denselben die Aenderung der Abstossung mit der Entfernung abzuleiten; eine grössere Anzahl

Beobachtungen lässt sich nicht anstellen, da die Elektricität von den Kugeln sich allmählich in die Luft der Wage verbreitet, selbst wenn man durch Einsetzen von Chlorcalcium in die Wage dafür sorgt, dass dieselbe möglichst trocken ist.

Coulomb erhielt durch derartige Beobachtungen in einem Falle folgende Torsionen ϑ und Ablenkungen α

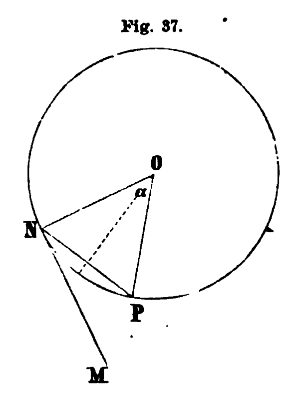
$\vartheta + \alpha$	α
36^0	36^0
144^0	18^0
$575,5^0$	$8,5^0$.

Die Entfernungen der beiden Kugeln sind den Ablenkungen des Wagebalkens nahezu proportional, während die abstossenden Kräfte den Torsionen des Drahtes proportional sind. Wie man sieht, verhalten sich in diesen Versuchen die Entfernungen der Kugeln nahezu wie 4 : 2 : 1. Andererseits stehen aber die Torsionswinkel nahezu im Verhältnisse von 1 : 4 : 16, denn es ist

$$\frac{575,5}{16} = 35,9 \quad \frac{144}{4} = 36 \quad \frac{36}{1} = 36.$$

Es ergibt sich also aus diesem Versuche, dass die elektrischen Abstossungen dem Quadrate der Abstände der elektrischen Massen umgekehrt proportional sind. Mit noch grösserer Sicherheit ergibt sich dieser Satz, wenn wir die Versuche genau berechnen. Sei zu dem Ende Fig. 37 ein Horizontalschnitt der Wage in der Ebene des Wagebalkens, OP sei die Lage des Wagebalkens in der Ruhelage, P also der Ort der Standkugel. ON sei die Lage des Wagebalkens nach der Abstossung, also der Winkel $NOP = \alpha$; der Faden sei um den Winkel $\vartheta + \alpha$ tordirt.

Fig. 37.



Bezeichnen wir nun die Kraft, mit welcher die elektrisirten Kugeln in der Einheit des Abstandes sich abstossen, mit F, so ist die Kraft, mit welcher sie sich im Abstande PN abstossen, nach dem eben näherungsweise geschlossenen Gesetze gleich

$$\frac{F}{(PN)^2}.$$

Von dieser Kraft trägt zur Drehung der Kugel nur die der Tangente MN parallele Componente, also $\frac{F.}{(PN)^2} \cdot \cos PNM$, bei; diese hält der Torsion des Drahtes das Gleichgewicht. Nun ist bekanntlich $PN = 2R \,.\, \sin\frac{\alpha}{2}$, wenn R den Radius des Kreises, also die halbe Länge des Wagebalkens bedeutet;

nach einem geometrischen Satze ist ferner $PNM = \frac{\alpha}{2}$. Die MN parallele Componente der elektrischen Abstossungen ist somit

$$\frac{F}{4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

und das dem Wagebalken ertheilte Drehungsmoment, da diese Kraft am Radius R wirkt,

$$\frac{F}{4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot R = \frac{F}{4R \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot$$

Dieser Kraft hält die Torsion des Fadens das Gleichgewicht, bezeichnen wir also den Torsionscoefficienten dieses Drahtes in der gewöhnlichen Bedeutung des Wortes, d. h. jene Kraft, welche an einem der Längeneinheit gleichen Hebelarme angreifend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn der Endpunkt des Hebelarmes einen der Längeneinheit gleichen Bogen beschrieben hat, mit T, so muss

$$\frac{F}{4R \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = T \cdot (\vartheta + \alpha).$$

Der Torsionswinkel $\vartheta + \alpha$ muss hier in Theilen des Halbmessers ausgedrückt sein; ist das nicht der Fall, so haben wir diesen Winkel durch jenen Winkel φ zu dividiren, dessen Bogen an Länge dem Halbmesser gleich ist, nämlich $57^0\ 17'\ 45''$. Setzen wir ϑ und α nach der directen Beobachtung als in Graden gegeben voraus, so können wir obigen Ausdruck schreiben

$$\varphi \cdot \frac{F}{4RT} = (\vartheta + \alpha) \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}.$$

Die linke Seite der Gleichung ist eine constante Grösse, ist daher das angenommene Gesetz richtig, so muss auch die rechte Seite constant sein. Die Berechnung der Coulomb'schen Versuche gibt folgende Werthe

α	$\vartheta + \alpha$	$(\vartheta + \alpha) \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$	α berechnet
36^0	36^0	3,614	36^0
18^0	144^0	3,568	$18^0\ 6'$
$8,5^0$	$575,5^0$	3,169	$9^0\ 4'$.

Wie man sieht, ist die rechte Seite der Gleichung nicht ganz constant, und die vierte Columne der kleinen Tabelle zeigt, dass die beobachteten Winkel α kleiner sind als die aus der ersten Beobachtung $\vartheta = 0$, $\alpha = 36$ berechneten Werthe. Abgesehen von den unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Beobachtung, hat dieses seinen Grund in dem schon erwähnten Umstande, dass die Elektricität auf den Kugeln allmählich durch Zerstreuung in die Luft abnimmt. Die Grösse F wird daher allmählich kleiner, so dass die Abweichung der Zahlen der dritten Columne von der Gleichheit durchaus nicht gegen das Gesetz spricht.

Noch auf eine andere Weise ist von Egen[1]) später das Gesetz der elektrischen Abstossungen abgeleitet worden. An dem einen Arme eines in seiner Mitte aufgehängten Stäbchens von Schellack wurde eine vergoldete Kugel von Hollundermark und an dem andern Ende theils als Gegengewicht, theils zum Anhängen von Drähten ein Haken von Messing befestigt. Ueber der Hollundermarkkugel wurde eine andere ebensolche Kugel in bestimmter Entfernung aufgestellt. Die beiden Kugeln wurden dann elektrisirt, die bewegliche Kugel abgestossen und der Wagebalken verliess die horizontale Lage. Durch an der andereh Seite angehängte Gewichte wurde dann der Wagebalken wieder horizontal gestellt; war dann das Gleichgewicht erreicht, so maass das aufgehängte Gewicht die elektrische Abstossung der Kugeln in dem ihnen gegebenen Abstande. Bei einem zweiten Versuche wurde dann der Abstand der Kugeln geändert und dann wurden die Gewichte und die Abstände in beiden Versuchen verglichen. Es zeigte sich auch hier, dass die zur Herstellung des Gleichgewichts erforderlichen Gewichte sich umgekehrt verhielten wie die Quadrate der Abstände der Kugelmittelpunkte.

Auf diese Weise lässt sich indess nicht die Genauigkeit wie mit der Drehwage erreichen, da die Herstellung des jedesmaligen Gleichgewichts bedeutend mehr Zeit in Anspruch nimmt, der Elektricitätsverlust durch Zerstreuung also grösser ist, und da die Wage zur Messung kleiner Abstossungen durchaus nicht die Empfindlichkeit der Drehwage besitzen kann.

Aus dem für die elektrischen Abstossungen bewiesenen Gesetze wird man nun schon sofort den Schluss ziehen, dass auch dasselbe Gesetz für die Abhängigkeit der elektrischen Anziehungen von dem Abstande der elektrischen Massen gelte. Dass das in der That der Fall ist, hat Coulomb[2] nach zwei verschiedenen Methoden bewiesen.

Zunächst wandte er die Drehwage an; die bewegliche Kugel wurde elektrisirt und dann durch Drehung des Torsionskreises dem Wagebalken eine solche Lage gegeben, dass er mit seiner Ruhelage einen Winkel c bildete. Darauf wurde dann der Standkugel entgegengesetzte Elektricität mitgetheilt und dieselbe an ihren Platz gestellt. Die Kugeln ziehen sich an, und der Wagebalken wird in einer Lage zur Ruhe kommen, in welcher er mit seiner früheren Ruhelage nur mehr den Winkel a bildet, so dass der Faden um den Winkel $c - a$ tordirt ist.

Man dreht dann den Torsionskreis um einen anderen Winkel c', und der Wagebalken kommt in einer anderen abgelenkten Lage a' zur Ruhe, in welcher der Faden um $c' - a'$ tordirt ist.

Setzen wir voraus, dass die Abstände der Kugeln den Bögen a proportional sind, und das die ganze anziehende Kraft den Wagebalken in die

1) *Egen,* Poggend. Ann. Bd. V.
2) *Coulomb,* Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

frühere Ruhelage zurückzudrehen sucht, so ist diese Kraft, wenn F wie früher die Anziehung in der Entfernungseinheit bedeutet, $\frac{F}{a^2}$. Dieser Kraft hält die Torsion des Fadens um $c - a$ das Gleichgewicht, da diese den Stab in die abgelenkte Lage c zu drehen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$\frac{F}{a^2} = T (c - a)$$

$$\frac{F}{T} = a^2 (c - a).$$

Da die linke Seite der Gleichung constant ist, so muss es auch die rechte sein, oder welche Ablenkung c man auch dem Wagebalken anfänglich gibt, er muss immer um einen solchen Winkel $c - a$ genähert werden, dass das Product $a^2 (c - a)$ eine constante Grösse ist. Coulomb gibt die beobachteten c und a nicht, sondern führt nur an, dass bei seinen Versuchen diese Beziehung in der That sich gezeigt habe, somit aus denselben folge, dass die elektrischen Anziehungen sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten.

Es muss hier auf eine Schwierigkeit dieser Versuche aufmerksam gemacht werden, welche dieselben leicht misslingen lässt. Bei einer gegebenen Elektrisirung der Kugeln wird die anziehende Kraft um so grösser sein, je geringer die ursprüngliche Ablenkung c des Wagebalkens war; um so mehr muss sich dann die Kugel der Standkugel nähern und um so grösser dann wieder die Torsion $c - a$ sein, damit dieselbe der stärkeren Anziehung der Kugeln das Gleichgewicht halten kann. Daraus folgt dann weiter, dass wenn c kleiner ist als eine gewisse Grösse, die Torsion des Fadens nicht so gross werden kann, um den Wagebalken in einer abgelenkten Lage zu halten, dass also dann die Kugel des Wagebalkens an die Standkugel herangezogen wird.

Es lässt sich aus der Natur der Function $a^2 (c - a)$ mathematisch nachweisen, dass der Werth, den c haben muss, wenigstens so gross sein muss, dass $a = 0{,}66\, c$ ist; wird nach dem Einsetzen der Standkugel der Wagebalken in Folge der Anziehung um mehr als $^1/_3\, c$ zurückgedreht, so war c zu klein gewählt, es kann der Wagebalken in keiner Lage zwischen c und 0 im Gleichgewicht sein. Coulomb gibt deshalb an, man solle zwischen Standkugel und Wagebalken einen Seidenfaden vertical aufspannen, damit die Kugeln sich nicht berühren können; man kann dann, wenn man sieht, dass die Anziehung $^1/_3\, c$ überschreiten will, den Werth von c durch Drehung des Torsionskreises vergrössern. Indess ist es dann schwierig, dass keine Störung eintritt, da durch Drehung des Torsionskreises der Wagebalken in Schwingung geräth, und dann gegen den Seidenfaden stösst; dabei kann man nie sicher sein, dass die Kugel nicht Elektricität an den Seidenfaden abgibt.

Die zweite Methode, welche Coulomb zum Nachweise des Gesetzes

anwandte, ist ganz analog der Methode der Oscillationen, durch welche er das Gesetz der magnetischen Anziehungen nachwies.

Einer grossen gut isolirten, mit Elektricität versehenen Metallkugel gegenüber wurde an einem langen Coconfaden ein Schellackstäbchen aufgehängt, an dessen einem Ende eine kleine vergoldete Kugel von Hollundermark befestigt war. Das Stäbchen war in der horizontalen Ebene drehbar, es konnte demnach als horizontales Pendel schwingen. Die keine Hollundermarkkugel wurde dann mit der Elektricität versehen, welche der in der grossen Kugel vorhandenen entgegengesetzt war. Die grosse Kugel zieht dann die kleine an, und die kleine ist im Gleichgewicht, wenn die Nadel parallel ist der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Kugeln. Wird dann die Nadel aus dieser Lage gebracht, so geräth sie in Schwingungen, welche den gewöhnlichen Pendelgesetzen folgen, wenn man nur den Abstand der Kugeln so gross wählt, dass man die Richtung der von Mittelpunkt zu Mittelpunkt wirkenden elektrischen Anziehungen in allen Lagen der Nadel als parallel annehmen kann. Bezeichnet nun f die anziehende zwischen den beiden Kugeln thätige Kraft, wenn die Entfernung der Kugelmittelpunkte d ist, so ist unter Voraussetzung, dass wir die Torsionskraft des Fadens vernachlässigen dürfen, die Schwingungsdauer t gegeben durch

$$t = \pi \sqrt{\frac{C}{f}},$$

worin die Grösse C eine in bekannter Weise von dem Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf die Drehungsaxe und der halben Länge derselben abhängige Constante ist.

In einem anderen Abstande d' sei die anziehende Kraft f', so ist die Schwingungsdauer t'

$$t' = \pi \sqrt{\frac{C}{f'}},$$

somit erhalten wir

$$t^2 : t'^2 = f' : f.$$

Gilt nun das aus den Versuchen mit der Drehwage geschlossene Anziehungsgesetz, so ist

$$f' : f = d^2 : d'^2.$$

Daraus folgt dann in Verbindung mit der letzten Proportion

$$t^2 : t'^2 = d^2 : d'^2 \text{ oder } t : t' = d : d'.$$

Die Schwingungszeiten der Nadel in den verschiedenen Abständen müssen sich direct verhalten wie die Abstände der Kugelmittelpunkte.

Die aus der Dauer von 15 Schwingungen berechnete Oscillationsdauer t der Nadel in den folgenden Abständen fand Coulomb

d	t	
	beobachtet	berechnet
3	1,333″	1,333
6	2,733	2,666
8	4,000	3,647.

Die als berechnet angegebenen Werthe von t sind aus den erst beobachteten, unter Voraussetzung, dass die Abnahme der anziehenden Kraft obigem Gesetze folge, abgeleitet. Wie man sieht, übersteigen die beobachteten Werthe die berechneten; daraus folgt, dass die Anziehung rascher abnimmt, als sie sollte. Der Grund der rascheren Abnahme liegt auch hier wieder in der Zerstreuung der Elektricität in der Luft. Dadurch, dass Coulomb nach dem letzten Versuche die Nadel wieder in die Entfernung 3 brachte, ergab sich, dass die anziehende Kraft nicht mehr ganz 0,9 derjenigen im Anfang des Versuches betrug. Um daher den letzten Versuch mit dem ersten vergleichen zu können, muss man den zuletzt beobachteten Werth von t mit $\sqrt{0,9}$ multipliciren. Er wird dann 3,800; mit dieser Correction ist die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung fast vollkommen zu nennen.

Es ergibt sich somit, dass die Kraft, mit welcher zwei elektrische in einem Punkte concentrirte Massen sich abstossen oder anziehen, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist.

Die elektrischen Anziehungen und Abstossungen hängen, wie wir bereits erwähnten, nicht allein von dem Abstande der auf einander einwirkenden elektrisirten Körper, sondern auch von der Menge der auf ihnen angesammelten Elektricität ab. Es ist leicht, die Abhängigkeit mit der Torsionswage zu untersuchen. Man elektrisire die bewegliche und die feste Kugel wie vorhin, wenn sie in Berührung sind, und tordire durch Drehung des Torsionskreises den Aufhängedraht so, dass der Wagebalken einen bestimmten Winkel α, etwa 30°, mit seiner früheren Ruhelage bilde. Die dazu nöthige Torsion $\vartheta + \alpha$ sei 150°. Man berühre dann die Standkugel mit einer anderen ebenfalls isolirten, ihr ganz gleichen Kugel; nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen wird die Standkugel dann gerade die Hälfte der Elektricitätsmenge behalten. Man vermindere dann die Torsion so weit, dass α wieder gleich 30° wird, so wird man finden, dass $\vartheta + \alpha$ fast 75° beträgt, also die Hälfte von vorher ist. Darauf berühre man die Standkugel mit einem nicht isolirten Körper; sie wird dann unelektrisch und die bewegliche Kugel sich bis zur Berührung der Standkugel nähern. Nach der Berührung sind wieder beide Kugeln elektrisch, und zwar enthält jede Kugel die Hälfte Elektricität von vorher. Die Kugeln stossen sich wieder ab, und versucht man die Ablenkung α wieder auf 30° zu bringen, so wird man ϑ vielleicht 6°, also $\vartheta + \alpha = 36$ finden. Die der elektrischen Abstossung das Gleichgewicht haltende Torsion des Drahtes muss also bei

Halbirung der auf der einen Kugel vorhandenen Elektricität ebenfalls halbirt, bei Halbirung der auf beiden Kugeln vorhandenen auf ein Viertel reducirt werden. Es folgt somit, dass die elektrischen Abstossungen den Producten aus den auf einander einwirkenden Elektricitätsmengen proportional sind.

Wir können hiernach das Gesetz der elektrischen Anziehungen und Abstossungen folgendermassen zusammenfassen:

Wenn zwei materielle Punkte elektrisirt sind, so ziehen sie sich an oder stossen sich ab, proportional dem Producte der auf beiden vorhandenen Elektricitätsmengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihres Abstandes.

Ist so das Grundgesetz der elektrischen Abstossungen und Anziehungen gegeben, so kann man auf mathematischem Wege die Wirkung zweier beliebiger elektrisirter Körper ableiten. Dieselbe hängt dann nur ab von der Gestalt des Körpers und der Vertheilung der Elektricität in ihm. Ist beides gegeben, so lässt sich nach den Gesetzen der Mechanik die resultirende Kraft sowohl der Grösse als der Richtung nach bestimmen.

§. 24.

Messung der Elektricitätsmenge mit der Torsionswage. Mit Hülfe der Gesetze der elektrischen Anziehungen und Abstossungen sind wir nun im Stande Elektricitätsmengen, welche wir der Standkugel oder der Kugel des Wagebalkens in verschiedenen Fällen mitgetheilt haben, mit einander zu vergleichen oder auch in absolutem Maasse auszudrücken. Um zunächst Elektricitätsmengen e und e' zu vergleichen, welche wir in zwei Fällen der Standkugel mittheilen, beginnt man damit, die Kugel des Wagebalkens durch Berührung mit einem elektrisirten Körper zu elektrisiren und zwar gleichnamig mit den zu untersuchenden Elektricitäten. Man gibt dann dem Wagebalken zunächst, um jede Berührung der beweglichen mit der einzusetzenden Kugel zu vermeiden, eine gering abgelenkte Stellung, und bringt die mit der Elektricitätsmenge e geladene Standkugel an ihren Platz. Die bewegliche Kugel wird abgestossen; durch Torsion des Fadens um den Bogen ϑ gibt man dann dem Wagebalken eine bestimmt abgelenkte Stellung, sei dieselbe α. Nach dem vorigen Paragraphen haben wir dann für die elektrische Abstossung der Kugel in der Entfernungseinheit, wenn E die der Kugel des Wagebalkens ertheilte Elektricität bedeutet,

$$F = E \cdot e = 4R \cdot T \left(\frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}\right) \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Man ladet dann die Standkugel anstatt mit der Elektricität e mit der Elektricität e'. Beobachtet man dann bei einer andern Torsion ϑ' eine andere Gleichgewichtslage, bei welcher der Wagebalken um α' abgelenkt ist, so hat man

$$F' = E \cdot e' = 4R \cdot T \cdot \left(\frac{\vartheta' + \alpha'}{\varphi}\right) \cdot \sin\frac{\alpha'}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha'}{2}.$$

Durch Division der beiden Gleichungen erhält man dann

$$\frac{e'}{e} = \frac{(\vartheta' + \alpha') \cdot \sin\frac{\alpha'}{2} \cdot \tang\frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha) \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \tang\frac{\alpha}{2}}$$

für das Verhältniss der beiden Elektricitätsmengen.

Dies ist der allgemeinste Fall der Beobachtung; man kann dieselbe indess sehr vereinfachen, wenn man dem Drahte bei Bestimmung der Abstossung F' eine solche Torsion ϑ' ertheilt, dass $\alpha = \alpha'$ wird. Dann wird obiger Ausdruck einfach

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta' + \alpha}{\vartheta + \alpha}.$$

Gibt man weiter dem Wagebalken schon vor Einsetzung der Standkugel durch Drehung des Torsionskreises die abgelenkte Stellung α, und sorgt dann nur nach Einsetzung der Standkugel durch Torsion des Drahtes, dass auch dann dieselbe abgelenkte Lage beibehalten wird, so wird

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta'}{\vartheta}.$$

Dieses letztere Verfahren ist das einfachste und zugleich das genaueste. Man ist nämlich dann von der unteren Theilung, an welcher α bestimmt wird, ganz unabhängig und benutzt dieselbe nur in so weit, dass man einen Theilstrich derselben als Merkzeichen anwendet, auf welchen man den beweglichen Wagebalken immer einstellt.

Bei der angeführten Methode wird vorausgesetzt, dass bei den vergleichenden Messungen die Elektricitätsmenge E des Wagebalkens dieselbe sei; das ist, wie wir bereits sahen, nicht der Fall, da ein allmählicher Verlust an Elektricität eintritt. Wir werden die deshalb erforderlichen Correctionen demnächst anführen.

Die Elektricität des Wagebalkens zu bestimmen ist im allgemeinen überflüssig; nur dann ist es erforderlich, wenn Messungen bei verschiedener Ladung der beweglichen Kugel verglichen werden sollen. Um es dann zu können, elektrisirt man die Kugel des Wagebalkens bei den zu vergleichenden Versuchen mit einer und derselben elektrisirten Kugel. Wir dürfen annehmen, dass die Kugel des Wagebalkens dann immer denselben Bruchtheil der auf der Berührungskugel vorhandenen Elektricität annimmt. Man beobachtet dann die Abstossung, indem man die elektrisirende Kugel als Standkugel braucht. Ist dann bei einem Versuche die Elektricität des Wagebalkens E, so können wir die Elektricität der berührenden Kugel gleich cE setzen, und wir erhalten aus der beobachteten Abstossung

$$c \cdot E \cdot E = 4\, R \cdot T \cdot \frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \tang\frac{\alpha}{2}.$$

Nennen wir bei dem hiermit zu vergleichenden Versuche die Elektricität des Wagebalkens E', so ist wieder

$$c \cdot E' \cdot E' = 4\, R \cdot T \cdot \frac{(\vartheta' + \alpha')}{\varphi} \cdot \sin\frac{\alpha'}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha'}{2},$$

und daraus

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{(\vartheta' + \alpha') \sin\frac{\alpha'}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha) \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}} = B.$$

Man sieht leicht, wie man nun die Elektricitäten e und e' vergleichen kann, nachdem man das Verhältniss $E' : E$ bestimmt hat. Nehmen wir an, wir hätten in beiden Fällen dem Wagebalken schon vor der Abstossung die abgelenkte Lage α gegeben, so haben wir zur Bestimmung von e

$$e \cdot E = 4\, R \cdot T \cdot \frac{\vartheta}{\varphi} \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2},$$

und für e'

$$e' \cdot E' = e' \cdot B E = 4\, R \cdot T \cdot \frac{\vartheta'}{\varphi} \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2},$$

also

$$\frac{e' \,.\, B}{e} = \frac{\vartheta'}{\vartheta};\ \frac{e'}{e} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\vartheta'}{\vartheta}$$

für das Verhältniss der beiden Elektricitätsmengen e und e'.

In dem Ausdrucke

$$E \cdot e = 4 R \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \cdot T \frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}$$

haben wir zugleich das Mittel, die Elektricitäten in dem von uns angegebenen absoluten Maasse auszudrücken. Es sei z. B. die der Standkugel mitgetheilte Elektricitätsmenge $2e$ in absolutem Maasse zu bestimmen. Wir berühren dann mit derselben die Kugel des Wagebalkens, die wir als der Standkugel vollkommen gleich annehmen wollen, und beobachten die Torsion ϑ, welche eine ganz bestimmte Ablenkung α hervorbringt. Da die Elektricität sich dann ganz gleichmässig über die beiden Kugeln verbreitet, so hat jede der beiden Kugeln die Elektricitätsmenge e; dadurch wird unser Ausdruck

$$e^2 = 4\, R \,.\, \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \cdot T \frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}.$$

Um nun die Elektricitätsmenge e in der gewählten Einheit, welcher das Milligramm, Millimeter und die Zeitsecunde als Einheiten zu Grunde liegen, auszudrücken, haben wir nur R in Millimetern und den Torsionscoefficienten T in Millimetern und Milligrammen auszudrücken.

Um letztern zu erhalten, verfährt man nach der im ersten Theile §. 54 angegebenen Methode von Coulomb. Man hängt an das untere Ende des Drahtes einen Körper von geometrisch bestimmter Gestalt und bekanntem Gewichte, etwa eine möglichst regelmässig gearbeitete kreisförmige Metallscheibe, und beobachtet die Dauer der Oscillationen, welche dieselbe unter dem Einfluss der Torsion des Drahtes macht. Sei dieselbe gleich t. Man

berechnet dann das Trägheitsmoment der Scheibe, indem man das Milligramm als Einheit der Masse und das Millimeter als Einheit der Länge setzt. Ist dasselbe gleich K, so wird

$$T = \pi^2 \frac{K}{t^2}$$

der Torsionscoefficient des Drahtes, d. h. jene Kraft, ausgedrückt in Einheiten, deren jede der Masse ein Milligramm in einer Secunde die Geschwindigkeit ein Millimeter ertheilt, welche an dem Hebelarm von der Länge eines Millimeter wirkend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn das Ende des Hebelarmes einen Bogen von 1^{mm} Länge beschrieben hat, der Torsionswinkel also gleich $\varphi = 57^0\, 17'\, 45''$ ist.

Setzen wir diesen Werth von T in obige Gleichung ein, so erhalten wir e aus der Gleichung

$$e = \sqrt{4R \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \cdot T \cdot \frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}}$$

in Einheiten ausgedrückt, deren jede gleich der Elektricitätsmenge ist, welche in einen Punkt concentrirt auf eine andere ihr gleiche in einen Punkt, welcher 1^{mm} von dem ersten entfernt ist, concentrirte eine abstossende Kraft ausübt, die eine Secunde lang auf die Masse eines Milligrammes wirkend, derselben die Geschwindigkeit 1^{mm} ertheilen würde.

Hat man einmal für eine bestimmte Torsionswage den Werth von T in den gewählten Einheiten ausgedrückt, so kann man die Messung der Elektricität nach absolutem Maasse sehr vereinfachen, indem man die Kugel des Wagebalkens stets nur durch Berührung mit derselben Standkugel elektrisirt und die Abstossung der beiden Kugeln immer bei demselben Elongationswinkel α beobachtet. Seien in zwei Fällen die der Standkugel mitgetheilten Elektricitäten $2e$ und $2e'$, und nehmen wir an, dass dem Wagebalken durch Stellung des Torsionskreises schon vor der Abstossung die abgelenkte Lage α gegeben sei, so ist

$$\frac{e^2}{e'^2} = \frac{\vartheta}{\vartheta'},$$

wenn ϑ und ϑ' die in beiden Fällen nöthigen Torsionen sind, welche den Wagebalken in der Lage α erhalten.

Bestimmt man nun ein für allemal, wie gross der Werth $\vartheta' = \Theta$ ist, wenn $e' = 1$ ist, so wird

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{\Theta}} = m \cdot \sqrt{\vartheta}$$

die Elektricitätsmenge e in absolutem Maasse wiedergeben.

Dieser Werth von Θ lässt sich nun sehr leicht berechnen. Kennt man nämlich die Elektricitätsmenge $2E$, welche man der Standkugel mittheilen muss, damit sie dem Wagebalken in der abgelenkten Lage die Einheit des Drehungsmomentes ertheilt, d. h. denselben ebenso stark zu drehen sucht, als wenn in dem Abstande 1^{mm} von der Drehungsaxe die gewählte

Krafteinheit wirkte, und kennt man weiter den Torsionswinkel τ, welcher diesem Drehungsmomente das Gleichgewicht hält, so erhält man den gesuchten Torsionswinkel Θ aus der Proportion

$$E^2 : 1 = \tau : \Theta$$

$$\Theta = \frac{\tau}{E^2};$$

denn die elektrische Abstossung ist unter diesen Verhältnissen dem Quadrate der auf einer der beiden Kugeln vorhandenen Elektricitäten, und das durch die Torsion hervorgebrachte Drehungsmoment dem Torsionwinkel proportional.

Da nun nach dem Vorigen

$$\frac{E^2}{4\,R \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

das Drehungsmoment ist, welches die Standkugel dem Wagebalken ertheilt, wenn derselbe die Lage α hat, und jede Kugel die Elektricitätsmenge E besitzt, so erhalten wir die Elektricitätsmenge E, welche die Einheit des Drehungsmomentes ertheilt, wenn wir jenen Werth gleich 1 setzen, also aus der Gleichung

$$E^2 = 4\,R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}.$$

Die der Einheit des Drehungsmomentes das Gleichgewicht haltende Torsion τ gibt folgende Ueberlegung. Ist der Torsionswinkel gleich φ, so ist das Drehungsmoment in Folge der Torsion gleich T; da nun die Torsionskraft dem Torsionswinkel proportional ist, so ist das Drehungsmoment bei der Torsion τ gleich 1, wenn

$$T \cdot \frac{\tau}{\varphi} = 1$$

$$\tau = \frac{1}{T} \cdot \varphi$$

ist. Aus diesem Werthe von τ und dem eben gefundenen Werthe von E erhalten wir dann Θ, und daraus in der angegebenen Weise e in absolutem Maasse.

Messungen von Elektricitätsmengen nach absolutem Maasse sind nur in den allerseltensten Fällen zu machen, da man fast immer nur elektrische Wirkungen mit einander vergleicht; sie sind bisher nur einmal zu einem besonderen Zwecke von Kohlrausch und Weber[1]) gemacht worden. An einer anderen Stelle werden wir auf diese Arbeit zurückkommen.

Die Torsionswage in der angegebenen Form ist im allgemeinen das bequemste und sicherste Instrument zur Vergleichung von Elektricitätsmengen; in einzelnen Fällen jedoch ist sie nicht anwendbar, nämlich dann, wenn

---

1) *R. Kohlrausch* und *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen. Abhandl. der Kgl. Sächsischen Akademie. Bd. V.

man sehr geringe Mengen vergleichen oder messen muss. Der Grund dafür ist der, dass die beiden mit Elektricität geladenen und sich abstossenden Kugeln immer nur von geringer Grösse sind, und so gewissermassen nur ein Punkt des Wagebalkens von der Standkugel abgestossen wird. Da man nun aber den Wagebalken nicht zu lang und den Draht nicht zu fein wählen darf, weil dann derselbe zu leicht durch Luftströmungen bewegt wird, so hat die Empfindlichkeit der Torsionswage eine bestimmte Grenze. Bei geringen Elektricitätsmengen werden daher die zu messenden Grössen so klein, dass eine grosse Genauigkeit nicht zu erreichen ist. Durch eine kleine zuerst von Dellmann[1]) an der Torsionswage angegebene Aenderung kann man derselben eine weit grössere Empfindlichkeit geben und sie doch, wie Kohlrausch gezeigt hat[2]), zu Messungen benutzen.

Die Aenderung von Dellmann besteht darin, dass er anstatt des an einem Metalldrahte aufgehängten Wagebalkens von Schellack an einem Glasfaden einen Wagebalken von dünnem Metalldraht aufhängt und anstatt der Standkugel in dem Gefässe der Torsionswage einen horizontalen metallischen Bügel anwendet. Letzterer ist so aufgestellt, dass die durch ihn gelegte Verticalebene den Glasfaden in sich aufnimmt; der Wagebalken ist dann so geformt, dass seine eine Hälfte an der einen, die andere Hälfte an der anderen Seite des metallischen Bügels, welcher die Standkugel vertritt, sich befindet. Werden dann der feststehende Bügel und der Wagebalken gleichnamig elektrisirt, so stossen sich Bügel und Wagebalken der ganzen Länge nach ab.

Die Form, welche Kohlrausch dem Apparate gab, ist folgende. Der die Standkugel vertretende Bügel *aa* (Fig. 38) von Silber ist mit zwei Schellackfüsschen *bb* auf das Glasrohr *c* gekittet, welches durch die Mitte der Bodenplatte des Gefässes *gg* von kreisförmigem Querschnitte hindurchgesteckt ist. Die Glasröhre *c* kann mit sanfter Reibung mittels der Hebelvorrichtung *dd* in einer zweiten Glasröhre, welche in der von der Bodenplatte aufsteigenden Messinghülse festgekittet ist, etwas gehoben und gesenkt werden. Eine Drehung kann der Glasröhre *c* nicht ertheilt werden. In dem Glasrohre *c* kann ein zweites Rohr *h* ebenfalls etwas gehoben und gesenkt werden; es greift dazu eine der Hebelvorrichtung *dd* ähnliche Vorrichtung in zwei an *h* befestigte Drähte. In der Axe des Rohres *h* befindet sich ein Draht *mm*, welcher oben in eine Spirale ausläuft; derselbe dient als Zuleitungsdraht für die Elektricität, indem bei Hebung des Rohres *h* der Draht *m* den Bügel *a* berührt.

1) *Dellmann,* Poggend. Ann. Bd. LV und LXXXVI. Ferner Programm des Gymnasium zu Kreuznach 1842.

2) *Kohlrausch,* Poggend. Ann. Bd. LXXII u. LXXIV. Das Kohlrausch'sche Elektrometer ist in vortrefflicher Ausführung von Herrn Mechaniker Schubart in Gent, früher in Marburg, zu beziehen.

Etwas unterhalb von *aa* befindet sich die Scheibe *kk*, auf der eine Kreistheilung angebracht ist, deren Mittelpunkt in der Axe des Instrumentes, also in der Verlängerung des Aufhängefadens *i* liegt.

Das Gefäss, in welchem diese ganze Vorrichtung sich befindet, ist von Messing und mit einer Spiegelglasplatte *ll* bedeckt, welche die Röhre mit dem Torsionskreise trägt, von dessen Mittelpunkt der Glasfaden *i* herabhängt. Der Wagebalken besteht aus einem dünnen Silberdraht; er senkt sich mit seiner Mitte in den Ausschnitt des Streifchens *aa*, dessen Hälften, wie es die Figur zeigt, so gebogen sind, dass der Wagebalken der Länge nach an dem Streifchen liegt, wenn der Torsionskreis auf 0 steht, der Glasfaden also ohne Torsion ist. Wird die Röhre *c* gehoben, so ruht der Wagebalken mit seiner Mitte auf dem Streifchen, wird sie gesenkt, so ist der Boden des Ausschnittes vom Wagebalken etwa $0{,}5^{mm}$ entfernt.

Fig. 38.



Um mit dem Apparate Messungen auszuführen, stellt man zunächst durch Drehung des Torsionskreises den Wagebalken senkrecht zum Streifchen *aa*, hebt das Streifchen und den Zuleitungsdraht, und bringt den letzteren mit der betreffenden Elektricitätsquelle in Berührung. Da der Wagebalken und das Streifchen *aa* jetzt mit einander und dem Zuleitungsdrahte in Berührung sind, so verbreitet sich die Elektricität über alle diese Körper. Man hebt dann die Berührung des Streifchens mit dem Zuleitungsdrahte durch Senken des letzteren, und darauf diejenige des Wagebalkens mit dem Streifchen auf, indem man das Streifchen senkt. Man stellt dann den Torsionskreis auf 0 und beobachtet den Winkel, welchen der Wagebalken mit dem Streifchen *aa* bildet, indem man von oben in den Apparat sieht und so den Wagebalken wie das Streifchen *aa* auf die Kreistheilung der Platte *kk* projicirt sieht. Der bei der Drehung

des Fadens um den beobachteten Ausschlagswinkel stattfindenden Torsion hält dann die elektrische Abstossung des Wagebalkens und Streifchens das Gleichgewicht, vorausgesetzt, dass die Stellung des Wagebalkens nicht durch Luftströmungen beeinflusst wird. Ob Letzteres der Fall ist, davon überzeugt man sich durch einen nachträglichen Versuch, indem man den Apparat entladet, und nun den Torsionskreis um den vorhin beobachteten Ausschlagswinkel dreht. Sind keine Luftströmungen vorhanden, so nimmt der Wagebalken seine vorige Stellung wieder ein. Thut er das nicht, so bedarf es an dem beobachteten Ausschlagswinkel einer Correction, um ihn von dem Einflusse der Luftströmung zu befreien.

Die Bestimmung der Elektricitätsmenge aus der beobachteten Torsion ist bei diesem Apparate, wenn die Beobachtung in der angegebenen Weise durchgeführt wird, d. h. wenn man einfach beobachtet, welchen Ausschlagswinkel der Balken in Folge der elektrischen Abstossung annimmt, wenn der Zeiger des Torsionskreises auf 0 erhalten wird, nicht so einfach wie bei der gewöhnlichen Torsionswage, da hier die Elektricitäten nicht auf zwei sich abstossenden Kugeln angesammelt sind. Bei den Kugeln kann man immer ohne merklichen Fehler annehmen, dass die Elektricitäten im Mittelpunkte concentrirt seien, so leicht die Entfernung bestimmen, aus welcher die Kugeln auf einander einwirken, und aus dieser dann die Kraft berechnen, mit welcher die Kugeln in der Entfernungseinheit einander abstossen. Letzterer ist aber das Product der auf den Kugeln vorhandenen Elektricitäten proportional. Bei dem Apparate von Kohlrausch dagegen wissen wir nicht, wie sich die Elektricitäten auf dem Wagebalken und dem Streifchen vertheilen, in welchem Punkte man sich also die Elektricitäten concentrirt denken darf; ja man wird selbst annehmen müssen, dass diese Punkte, in welchen wir uns die gesammten Elektricitäten angesammelt denken können, verschieden liegen, wenn der Wagebalken und das Streifchen verschiedene Winkel mit einander bilden. Deshalb lässt sich von dem beobachteten Ausschlagswinkel nicht direct auf die Elektricitätsmengen schliessen, welche dem Apparate mitgetheilt sind.

Würde man dagegen bei constantem Ausschlagswinkel beobachten, also durch Torsion des Glasfadens immer dafür sorgen, dass der Wagebalken etwa einen Winkel von 10^0 mit dem Streifchen bildet, so würde man annehmen dürfen, dass die Vertheilung der Elektricität auf dem Wagebalken und dem Streifchen immer dieselbe sei, man würde sich also die vorhandenen Elektricitäten immer in denselben Punkten concentrirt denken dürfen. Hat man dann anfänglich dem Streifchen und Wagebalken, als sie zu einander senkrecht standen und sich berührten, die Elektricitätsmenge e mitgetheilt, so wird ein gewisser Bruchtheil $a \cdot e$ auf den Wagebalken übergegangen und die Menge $(1 - a)\, e$ auf dem Streifchen geblieben sein. Hat man dann später durch eine Torsion ϑ bewirkt, dass Wagebalken und Streifchen einen Winkel von 10^0 mit einander bilden, so wird die durch

die Torsion ϑ gemessene elektrische Abstossung, welches auch die Elektricitätsmenge e sein mag, dem Producte der auf dem Streifchen und der auf dem Wagebalken vorhandenen Elektricitätsmenge proportional sein, da dann die Elektricitäten immer aus der gleichen Entfernung auf einander einwirken. Daraus ergibt sich dann, dass in dem Falle die Elektricitätsmenge e, welche wir messen wollen, der Quadratwurzel aus der Torsion ϑ proportional sein würde.

Da indess diese Beobachtungsmethode sehr viel umständlicher ist als die zuerst angegebene, so würde der Apparat an leichter Brauchbarkeit bedeutend einbüssen, wenn sie zur Messung nothwendig wäre. Das ist nun, wie Kohlrausch gezeigt hat, nicht nothwendig. Es lässt sich nämlich durch eine Reihe von Beobachtungen für jedes Instrument leicht finden, wie gross die Torsion ϑ sein muss, damit der Ausschlagswinkel gleich 10^0 wird, wenn in Folge der elektrischen Abstossung allein der Ausschlagswinkel ein anderer wird. Man hat zu dem Ende nur ein für allemal die Torsionen zu bestimmen, welche erforderlich sind, um dem Wagebalken irgend eine beliebige Stellung zu geben, wenn dem Apparat irgend eine Elektricitätsmenge mitgetheilt ist. Kennt man diese, so kann man dann für jeden nach dem einfachen Verfahren beobachteten Ausschlagswinkel die Torsion ϑ berechnen, welche den Wagebalken auf 10^0 zurückführen würde. Nennt man dann jene Elektricitätsmenge eins, welche einen Ausschlagswinkel von 10^0 hervorbringen würde, so würde die Elektricitätsmenge e, welche die Torsion ϑ bedarf, um den Wagebalken auf 10^0 zurückzubringen, sein

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{10}}.$$

Kohlrausch hat für seinen Apparat Tabellen angegeben, welche diese Berechnungen zu machen gestatten, und dieselben in einer weiteren Tabelle für seinen Apparat angegeben, so dass man dort für jeden Ausschlagswinkel die betreffende Elektricitätsmenge angegeben findet. Mit Hülfe dieser kann man leicht für jeden anderen Apparat ähnliche Tabellen aufstellen.

§. 25.

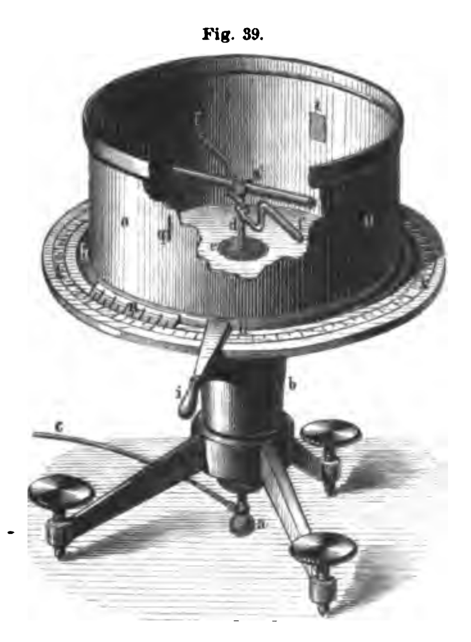
Das Sinus-Elektrometer von Kohlrausch. Kohlrausch hat noch ein anderes Elektrometer construirt, in welchem er die elektrischen Abstossungen durch die Directionskraft eines kleinen Magnetes misst, und welches bei manchen Messungen, besonders wenn man sehr rasch nach einander den elektrischen Zustand eines Körpers oder Aenderungen desselben im Verlaufe der Zeit beobachten will, bequemer in der Anwendung ist als die vorhin beschriebenen Torsionswagen [1]). Die Einrichtung des Apparates ist folgende.

---

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII. Die Fig. 39 abgebildete Form ist diejenige, welche Herr Schubart jetzt dem Apparate gibt.

In die Messinghülse *b*, welche von einem Dreifuss getragen wird (Fig. 39), ist mit Schellack eine Messingsäule *a* eingekittet. Auf der Säule *a* steckt mittels eines Conus, also in der Säule leicht drehbar, der Messingstift *d*, welcher die mit dem doppelten Stahlspiegel *ss'* versehene Magnetnadel trägt. Ausserdem ist mit diesem Stift der gebogene Messingstreif *ff* fest verbunden, in welchem die Magnetnadel gerade so hängt, wie der Wagebalken in dem Messingstreifchen bei Kohlrausch's Elektrometer. Der Apparat wird so gestellt, dass die Nadel frei im magnetischen Meridiane steht und der Messingarm dann mit der magnetischen Axe der Nadel einen kleinen Winkel α bildet.

Fig. 39.



Wird nun durch den Zuleitungsdraht *c* der Messingsäule *a* Elektricität mitgetheilt, so verbreitet sich dieselbe über den Arm *ff* und die Nadel, und die letztere wird von dem Arme abgestossen, so weit, bis die elektrische Abstossungskraft dem der Nadel durch ihre magnetische Directionskraft ertheilten Drehungsmomente das Gleichgewicht hält. Bildet die Nadel dann mit dem Meridiane den Winkel φ, so ist das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment gleich

$$MT \,.\, \sin\varphi,$$

wenn M das magnetische Moment der Nadel und T die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet.

Theilt man dann dem Drahte *c* und somit dem Arme *ff* und der Nadel eine andere Elektricitätsmenge mit, so wird die Nadel bis zu einem andern Winkel φ' abgestossen werden, und auch jetzt wird die elektrische Abstossungskraft gleich

$$MT \,.\, \sin\varphi'$$

sein. Wenn so aber auch die elektrischen Abstossungskräfte dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional sind, so kann man doch nicht, und zwar aus denselben Gründen wie bei der zuletzt beschriebenen Torsionswage aus den Ablenkungen auf die Elektricitätsmengen schliessen. Um das zu können, ist nothwendig, dass bei allen Beobachtungen der Arm *ff* und die Nadel gleiche Winkel mit einander bilden.

Zur Herstellung dieser Bedingung ist der Stift *d* mit Schellack in der horizontalen Bodenplatte *e* von Messing festgekittet. Diese hat einen

niedrigen emporstehenden Rand hh, trägt einen Griff i und einen Nonius n, welcher auf den durch Streben an der Säule befestigten getheilten Kreis kk zeigt, in welchem die Bodenplatte conisch so eingeschliffen ist, dass sie mit sanfter Reibung gedreht werden kann. Dreht man nun die Bodenplatte und mit ihr den Arm ff der Nadel nach, so wird die Nadel weiter ausweichen, doch wird der Winkel zwischen Nadel und Arm immer kleiner werden, da das durch die magnetische Directionskraft der Nadel ertheilte Drehungsmoment mit dem Sinus des Ablenkungswinkels wächst. Man wird daher immer den Arm so weit drehen können, dass er mit der Nadel den Winkel α bildet wie in der Ruhelage, oder einen anderen Winkel β, vorausgesetzt, dass die bei dem Winkel α oder β stattfindende elektrische Abstossungskraft nicht grösser ist als die Directionskraft $T . M$.

Um den Arm ff so einzustellen, dass die Magnetnadel mit ihm immer den Winkel α oder β bildet, ist in den Rand der Bodenplatte ein Cylindermantel oo von Messing gesetzt, welcher oben mit einer Glasplatte geschlossen ist, und welcher an einer Stelle einen kleinen Planspiegel t und dem gerade gegenüber einen mit einem Planglase geschlossenen Schlitz q trägt. Ueber dem Schlitze ist auf weissem Papier ein verticaler schwarzer Strich als Marke angebracht. Der Cylindermantel ist genau in den Rand h eingeschliffen, kann jedoch beim Festhalten des Griffes i in ihm gedreht werden.

Durch den Schlitz blickend sieht man nun im Spiegel t die Marke oberhalb q und den Stahlspiegel s'; wenn ausserdem die Ebene des Spiegels s' genau senkrecht zur Visirlinie qt ist, sieht man im Spiegelbilde des Spiegels s' ebenfalls dieselbe Marke, und zwar gerade das Spiegelbild deckend, welches im Spiegel t erscheint; denn das Licht, welches von der Marke auf t fällt, wird nach s' reflectirt, von diesem wieder, da s' ganz wenig gegen die Verticale geneigt ist, nach t und von t wieder nach dem Schlitze q. Man kann daher durch Drehung des Cylindermantels immer die Visirlinie qt genau senkrecht zur Spiegelebene s' stellen.

Hat man nun bei der Ruhelage der Nadel den Arm ff so gestellt, dass er mit der magnetischen Axe der Nadel irgend einen Winkel α bildet, so dreht man zunächst den Cylindermantel ohne Bodenplatte so, dass die Visirlinie qt senkrecht ist zur Spiegelebene s'. Wird dann der Apparat mit einer gewissen Elektricitätsmenge e versehen, so dreht man an dem Griffe i die Bodenplatte, mit ihr den Arm ff und den Cylindermantel so weit, dass wieder die Visirlinie qt zur Ebene des Spiegels s' senkrecht steht. Dann bildet der Arm ff wieder genau den Winkel α mit der magnetischen Axe der Nadel, und der Winkel φ, um welchen die Bodenplatte gedreht wurde, ist zugleich jener, welchen die magnetische Axe der Nadel mit dem magnetischen Meridiane bildet. Die elektrische, zwischen Arm und Nadel thätige Abstossung ist auch jetzt wieder gleich $MT . \sin\varphi$.

Erhält bei einer zweiten Ladung der Apparat die Elektricitäts-

menge e' und beobachtet man dann in derselben Weise den Winkel φ', so ist die elektrische zwischen Nadel und Arm thätige Abstossung gleich $MT \,.\, \sin\varphi'$.

Da nun in beiden Fällen Nadel und Arm gegen einander in derselben Lage sind, so wird nach den Entwicklungen des vorigen Paragraphen beide Male die elektrische Abstossung dem Quadrate der dem Apparate mitgetheilten Elektricitätsmenge proportional sein. Daraus folgt dann, dass das Quadrat dieser Elektricitätsmengen dem Sinus des Ablenkungswinkels der Nadel proportional ist, oder dass

$$e : e' = \sqrt{\sin\varphi} : \sqrt{\sin\varphi'}.$$

Die dem Apparate mitgetheilten Elektricitätsmengen sind also den Quadratwurzeln aus den Sinus der in der angegebenen Weise gemessenen Ablenkungswinkel der Nadel proportional.

In der angegebenen Weise ist der Gebrauch des Sinus-Elektrometers ein ziemlich beschränkter, d. h. die mit einander zu vergleichenden Elektricitätsmengen sind zwischen ziemlich engen Grenzen eingeschlossen, die grösste kann nur ungefähr sechsmal so gross sein als die kleinste, wenn letztere noch mit hinlänglicher Genauigkeit gemessen werden soll. Es ergibt sich das daraus, dass der Winkel φ niemals absolut genau bestimmt werden kann; und dass diese Ungenauigkeit auf das schliessliche Resultat von um so grösserem Einflusse ist, je kleiner der Winkel φ ist.

Man kann indess den Gebrauch des Apparates bedeutend erweitern, wenn man nicht nur bei demselben Winkel α zwischen Arm und Nadel, sondern auch bei andern Winkeln β und γ beobachtet. Je grösser nämlich der Winkel β oder γ ist, um so kleiner wird bei gleicher Elektricitätsmenge der Winkel φ. Um daher nur kleine Elektricitätsmengen zu vergleichen, wählt man einen kleinen Winkel α, um grössere Mengen zu vergleichen, dagegen einen grösseren Winkel β. Man kann aber auch die Beobachtungen bei dem Winkel α mit denen bei dem Winkel β vergleichen.

Bedingt nämlich bei dem Winkel α eine Elektricitätsmenge die Ablenkung φ, bei dem Winkel β die Ablenkung ψ, so ist der Quotient

$$\sqrt{\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}}$$

constant, welches auch die Elektricitätsmenge e sein mag. Denn bewirkt eine andere Elektricitätsmenge bei dem Winkel α die Ablenkung φ', bei dem Winkel β aber ψ', so ist nach dem Vorigen

$$e : e' = \sqrt{\sin\varphi} : \sqrt{\sin\varphi'}$$
$$e : e' = \sqrt{\sin\psi} : \sqrt{\sin\psi'},$$

also

$$\sqrt{\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}} = \sqrt{\frac{\sin\varphi'}{\sin\psi'}} = v.$$

Dieser Quotient v lässt sich nun für eine Reihe von Winkeln durch Versuche finden, indem man die Ablenkungen φ, ψ, χ beobachtet, welche ein und dieselbe Elektricitätsmenge hervorbringt, wenn Arm und Nadel die Winkel α, β, γ mit einander bilden.

Hat man diesen Quotienten nun z. B. für zwei Winkel α und β bestimmt, und beobachtet bei einem Winkel α durch eine Elektricitätsmenge e die Ablenkung φ, durch eine andere Elektricitätsmenge E bei dem Winkel β die Ablenkung ψ, so weiss man zunächst, dass die Elektricitätsmenge e bei dem Winkel β die Ablenkung ψ' hervorgebracht hätte, so dass

$$\sqrt{\sin \psi'} = \frac{\sqrt{\sin \varphi}}{v},$$

und daraus ergibt sich dann

$$e : E = \frac{\sqrt{\sin \varphi}}{v} : \sqrt{\sin \psi}$$

$$E = e \cdot v \cdot \sqrt{\frac{\sin \psi}{\sin \varphi}}.$$

Setzt man nun jene Elektricitätsmenge als Einheit, welche bei dem Winkel α zwischen Arm und Nadel $\varphi = 90^0$ macht, so ist immer

$$e = \sqrt{\sin \varphi}$$

und

$$E = v \,.\, \sqrt{\sin \psi}.$$

Es wird also die bei dem Winkel β zwischen Arm und Nadel gemessene Elektricitätsmenge durch die angenommene Einheit ausgedrückt, wenn man die Quadratwurzel aus dem Sinus des beobachteten Ablenkungswinkels mit dem für den Winkel β gefundenen Quotienten v multiplicirt.

Eine fernere Erweiterung im Gebrauche des Sinus-Elektrometers wird man dadurch erreichen, dass man Nadeln von verschieden starkem magnetischen Momente gebraucht. Die Angaben derselben werden dadurch sehr leicht vergleichbar, dass man sie bei Anwendung derselben Elektricitätsquelle mit einander vergleicht. Indem man so Nadeln mit sehr grossem und solche mit sehr kleinem Momente verwendet, kann man Elektricitäten von sehr verschiedener Stärke mit einander vergleichen.

§. 26.

Schwächung des elektrischen Zustandes mit der Zeit. Wenn man einen Körper mit Elektricität ladet und ihn dann sich selbst überlässt, so nimmt der elektrische Zustand allmählich ab, selbst wenn man noch so sorgfältig dafür gesorgt hat, dass der elektrisirte Körper von keinem Leiter berührt wird. Man kann sich davon sofort überzeugen, wenn man die Kugeln der Torsionswage ladet und durch Torsion derselben in eine gewisse Entfernung bringt. Man muss dann schon Zeit die Torsion des Aufhängefadens mindern, wenn der Ab

stand der Kugeln constant sein soll. Die Ursache dieses allmählichen Elektricitätsverlustes kann nach dem Früheren nicht zweifelhaft sein; er hat seinen Grund zunächst darin, dass die elektrisirten Körper rings von Luft umgeben sind, welche nach §. 20 wie alle Gase zu den unvollkommnen Leitern der Elektricität gehört. Wie wir damals erwähnten, werden von einem elektrisirten Körper die umgebenden Gastheilchen angezogen und dann, wenn sie durch Berührung elektrisirt sind, wieder abgestossen, um andern Gastheilchen Platz zu machen, welche dann ebenfalls, wenn sie von dem elektrisirten Körper Elektricität angenommen haben, abgestossen werden. Auf diese Weise entzieht die umgebende Luft allmählich Elektricität. Noch ein anderer Umstand wirkt auf den elektrischen Zustand schwächend ein, nämlich der, dass die sogenannten Isolatoren keineswegs die Elektricität absolut nicht leiten, sondern dass sie dieselbe nur sehr schlecht leiten. Wenn man einen elektrisirten Körper mit einem sogenannten Isolator berührt, etwa mit einem Glasstäbchen oder einem Stäbchen von Schwefel, Siegellack oder Schellack, so kann man nach einiger Zeit auf diesen Stäbchen in mehr oder weniger grossen Entfernungen von der Berührungsstelle deutliche Spuren von Elektricität erkennen, ein Beweis, dass in der That die Elektricität auch auf den sogenannten Isolatoren sich ausbreitet. Wenn demnach ein Körper auf isolirenden Stützen aufgestellt ist, so wird auch über diese die Elektricität sich verbreiten und somit der elektrische Zustand des Körpers geschwächt werden.

Um diese beiden Einflüsse gesondert und zwar zunächst die Zerstreuung der Elektricität in die Luft zu untersuchen, befestigte Coulomb[1]) die Standkugel einer Torsionswage, deren Wagebalken aus einem mit Siegellack überzogenen Seidenfaden bestand, an einem dünnen aus Siegellack und Schellack verfertigten Stiel. Die Kugel des Wagebalkens sowohl als die Standkugel hatten einen Durchmesser von circa 1 Cent. Der Stiel der Standkugel isolirte so vollständig, dass sein Einfluss vernachlässigt werden konnte, wie Coulomb durch folgenden Versuch bewies. Nachdem die beiden Kugeln in Berührung elektrisirt waren, und der Wagebalken in einer gewissen abgelenkten Lage zur Ruhe gekommen war, wurde von Minute zu Minute die Verminderung der Abstossung gemessen. Darauf wurde die Kugel aus der Wage herausgenommen und anstatt an einem Stiele, an vier ganz gleich beschaffenen Stielen befestigt. Die Kugel wurde dann wieder an ihre Stelle in der Wage gebracht, und wie vorher mit der Kugel des Wagebalkens in Berührung elektrisirt. Es wurde dann wieder von Minute zu Minute die Abnahme der abstossenden Kraft beobachtet. Dieselbe fand sich der früheren Abnahme an Grösse genau gleich. Der Verlust der Elektricität ist also derselbe wie vorher, als die Standkugel nur an einem Stiele befestigt war. Hätte durch den Stiel bei dem ersten Ver-

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

suche ein merklicher Verlust an Elektricität stattgefunden, so hätte diese jetzt vervierfacht, der Verlust überhaupt in derselben Zeit also ein bedeutend grösserer werden müssen. Es folgt somit, dass der Elektricitätsverlust von der Standkugel gerade so war, als wäre sie rings von Luft umgeben.

Nachdem dieses festgestellt war, wurde dann die mit einem Stiele versehene Standkugel wieder in den Apparat eingesetzt und in Berührung mit der ihr vollkommen gleichen Kugel des Wagebalkens elektrisirt. Durch passende Torsion des Aufhängefadens wurde dann dem Wagebalken eine bestimmte Elongation ertheilt und die Zeit beobachtet, wann der Wagebalken zur Ruhe kam. Dann wurde sofort die dem Faden ertheilte Torsion um eine bestimmte Anzahl Grade vermindert. Die Elongation des Wagebalkens wurde dadurch zunächst grösser; in Folge des Elektricitätsverlustes wurde sie aber wieder kleiner und nach einiger Zeit war sie wieder die frühere geworden. Der Zeitpunkt wurde bemerkt, die Torsion wieder um gleich viel verkleinert und die Zeit beobachtet, während welcher die Elongation wieder auf die frühere zurückging.

Aus derartigen Beobachtungen ergab sich, dass die durch die Abnahme der Torsion gemessene Abnahme der elektrischen Abstossung in einer gegebenen Zeit der abstossenden Kraft selbst proportional ist, oder dass der Elektricitätsverlust der Elektricitätsmenge selbst proportional ist. Ehe wir die Versuche angeben, aus welchen sich dieser Satz ergibt, wollen wir aus demselben ableiten, in welcher Weise die Versuche, wenn er richtig ist, verlaufen müssen, welche also danach die Elektricitätsmenge sein muss, welche die Kugel nach einer gewissen Zeit t noch besitzt.

Sei Q_0 die Elektricitätsmenge, welche der Standkugel mitgetheilt ist, so folgt aus jenem Satze, dass in der unendlich kleinen Zeit Δt die Abnahme der Elektricität ΔQ gleich ist

$$\Delta Q = pQ_0\, \Delta t,$$

worin dann p jene Elektricitätsmenge ist, welche die Standkugel in der Zeiteinheit abgeben würde, wenn die Elektricitätsmenge, welche der Kugel mitgetheilt ist, der Einheit gleich wäre und innerhalb der Zeit constant erhalten würde. Nach der Zeit Δt besitzt die Kugel dann die Elektricitätsmenge

$$Q = Q_0 - \Delta Q_0 = Q_0\,(1 - p\Delta t).$$

In der folgenden Zeit Δt verliert die Kugel dann

$$\Delta Q = p\,.\,Q\Delta t = pQ_0\,(1 - p\Delta t)\,\Delta t,$$

und nach der Zeit $2\Delta t$ besitzt sie die Elektricitätsmenge

$$Q = Q_0\,(1 - p\Delta t) - pQ_0\,(1 - p\Delta t)\,\Delta t$$
$$= Q_0\,(1 - p\Delta t)^2.$$

Nach der Zeit $n\Delta t$ besitzt die Kugel dann, wie sich auf dieselbe Weise ergibt, die Elektricitätsmenge

$$Q_0\,(1 - p\Delta t)^n.$$

Wird nun n unendlich gross, so wird

$$n \,.\, \Delta t = t$$

und die Elektricitätsmenge Q, welche die Kugel nach dieser Zeit noch besitzt,

$$Q = Q_0 \, (1 - p\Delta t)^n$$

oder

$$\log \frac{Q}{Q_0} = n \,.\, \log \, (1 - p\Delta t).$$

Entwickeln wir nun den Logarithmus auf der rechten Seite in eine Reihe, so ergibt sich, wie wir schon §. 26 des dritten Theiles sahen, da $n\Delta t = t$ ist,

$$\log \frac{Q}{Q_0} = - pt$$

oder

$$Q = Q_0 \, e^{-pt}.$$

Es müssen demnach die Elektricitätsmengen in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeiten in arithmetischer Reihe wachsen.

Die elektrischen Abstossungen in der Torsionswage sind nun, wenn die Kugel des Wagebalkens und die Standkugel einander vollkommen gleich, und wenn beide Kugeln in Berührung elektrisirt sind, dem Quadrate der auf der Standkugel angesammelten Elektricitätsmenge proportional, vorausgesetzt, dass der Abstand beider Kugeln immer derselbe ist. Die elektrische Abstossung, welche beim Beginne des Versuches proportional ist Q_0^2, ist nach der Zeit t proportional

$$Q^2 = Q_0^2 \,.\, e^{-2pt}$$

oder

$$\frac{Q^2}{Q_0^2} = e^{-2pt}.$$

Auch die elektrische Abstossung muss also in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeit in arithmetischer Reihe wächst; oder der Quotient aus den in gleichen Zeitintervallen beobachteten Abstossungen muss constant sein. Coulomb beobachtete nun nicht die gleichen Zeiten entsprechenden Abnahmen der abstossenden Kraft, sondern die gleichen Abnahmen der abstossenden Kraft entsprechenden Zeiten. Um an diesen Beobachtungen das erwähnte Gesetz zu prüfen, berechnet man am bequemsten nach obiger Gleichung die Grösse $2p$

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{t \,.\, \log e},$$

oder da in Briggischen Logarithmen $\log e = 0{,}4343$,

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{0{,}4343 \; t}.$$

Diese Grösse muss also aus den zusammengehörigen Beobachtungen der Zeit und der elektrischen Abstossung constant gefunden werden. Dass

das in der That der Fall ist, zeigt folgende von Coulomb am 28. Mai 1785 ausgeführte Beobachtungsreihe. Die letzte Columne enthält die aus je zwei auf einander folgenden Beobachtungen berechneten Werthe von $2p$.

Beobachtungszeit	Elongation des Wagebalkens	Torsion des Fadens, welche sie erhielt	$2p$
$6^h\ 32'\ 30''$	30^0	120	0,02499
6 38 15		100	0,0253
6 44 30		80	0,0238
6 53 0		60	0,0250
7 3 0		40	0,0238.
7 17 0		20	

Die Grösse $2p$, welche den Bruchtheil angibt, um welchen die abstossende Kraft in der Minute abnimmt, nennt man den Zerstreuungscoefficienten; die Hälfte desselben p gibt an, um welchen Bruchtheil die auf der Standkugel vorhandene Elektricität in einer Minute kleiner wird.

Es ergibt sich aus dem Vorigen, dass man, um die Abnahme der Elektricität auf der Kugel zu bestimmen, nur den Zerstreuungscoefficienten $2p$ kennen muss, dass man, wenn man denselben hat, sofort aus der zu irgend einer Zeit gegebenen Elektricitätsmenge die zu einer anderen Zeit vorhandene berechnen kann. Um aber die obigen Rechnungen in den verschiedenen Fällen anwenden zu können, fragt es sich, ob der Zerstreuungscoefficient unter allen Umständen derselbe ist, oder ob er sich mit der Natur des geladenen Körpers oder mit der Art der angesammelten Elektricität, oder mit der Beschaffenheit des den Körper umgebenden Gases ändert.

Zur Beantwortung dieser Fragen versah Coulomb die Kugeln der Torsionswage zunächst in der vorhin angegebenen Weise mit Elektricität und bestimmte den Zerstreuungscoeficienten. Darauf wurde die Kugel des Wagebalkens wieder mit der Elektricitätsmenge Q_0 versehen, und nun die vorhin angewandte Standkugel mit anderen elektrisirten Körpern vertauscht und der Zerstreuungscoefficient aufs neue bestimmt. Derselbe ergibt sich auf folgende Weise. Für die Kugel des Wagebalkens ergibt sich die Elektricitätsmenge Q nach der Zeit t aus der Gleichung

$$\log Q = \log Q_0 - 0{,}4343 \,.\, p \,.\, t.$$

Gilt für die statt der Standkugel angewandten Körper derselbe Zerstreuungscoefficient, so ist die auf ihnen nach der Zeit t noch vorhandene Elektricität q, wenn sie anfänglich q_0 war

$$\log q = \log q_0 - 0{,}4343 \,.\, p \,.\, t.$$

Die anfängliche Abstossung ist proportional $Q_0\, q_0$, die Abstossung nach

der Zeit t aber Qq. Aus der nach der Zeit t beobachteten Abstossung ergibt sich also der Zerstreuungscoefficient nach der Gleichung

$$\log Qq = \log Q_0 q_0 - 0{,}4343 \cdot 2p \cdot t.$$

Ist nun der Zerstreuungscoefficient für alle Körper derselbe, so muss der hieraus berechnete Werth von $2p$ immer derselbe sein, welcher Körper auch anstatt der Standkugel angewandt wird.

Das zeigte sich nun wirklich bei den verschiedensten von Coulomb angewandten Körpern; er nahm leitende und nichtleitende Kugeln von verschiedenen Dimensionen und verschieden starker elektrischer Ladung; er nahm Cylinder von Messing und Scheiben von Metall oder Papier, immer fand sich derselbe Werth von $2p$.

Dass ebenso der Zerstreuungscoefficient von der Art der elektrischen Ladung unabhängig ist, hat Biot durch Versuche gezeigt, welche denen von Coulomb ganz ähnlich waren [1]). Er lud zuerst die Kugeln einer Torsionswage mit negativer und nach einigen Stunden mit positiver Elektricität, und fand aus beiden Versuchsreihen fast genau denselben Zerstreuungscoefficienten.

Dagegen ergibt sich aus den Versuchen Coulomb's, dass der Zerstreuungscoefficient sich wesentlich ändert mit dem Zustande der die elektrisirten Körper umgebenden Luft, indem derselbe an verschiedenen Tagen ein sehr verschiedener war. Vorzugsweise ändert sich der Zerstreuungscoefficient mit dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft, und zwar so, dass er um so grösser wird, je feuchter die Luft ist. So fand Coulomb an vier verschiedenen Tagen, an welchen der Barometerstand nicht viel verschieden und die Temperatur fast dieselbe, der Feuchtigkeitsgehalt aber verschieden war, aus Versuchen, welche den früheren analog sind, folgende Werthe für $2p$.

Tag	Barometer	Thermometer	Feuchtigkeit	$2p$
28. Mai	766,14^{mm}	19,4° C.	75	0,0249
29. Mai	768,30	19,4	69	0,0177
22. Juni	757,10	19,7	87	0,0833
2. Juli	763,88	19,7	80	0,0359.

Der Feuchtigkeitsgehalt der Luft ist hier nach einer willkührlichen Scala angegeben, nämlich nach dem Saussure'schen Haarhygrometer, welches darauf beruht, dass entfettete Haare bei constanter Temperatur länger werden, wenn sie feuchter werden. Bei derselben Temperatur werden die Haare um so mehr Feuchtigkeit anziehen, je näher die Luft dem Sättigungszustande kommt, es ergibt sich demnach aus obigen Versuchen, dass der Zerstreuungscoefficient um so grösser wird, je näher die Luft dem Zustande der Sättigung ist.

Wie sich indess der Zerstreuungscoefficient mit dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft ändert, ob und wie er sich mit der Temperatur der Luft

1) *Biot*, Traité de physique. T. II.

und mit dem Drucke derselben ändert, ob ferner der Zerstreuungscoefficient in den verschiedenen Gasen ein anderer ist, darüber fehlt es noch an sicheren Versuchen; eine ausgedehnte Versuchsreihe Matteuccis[1]) ist nicht im Stande darüber Aufschluss zu geben, da dessen Versuche an wesentlichen Fehlern leiden[2]).

Der zweite Umstand, welcher bewirkt, dass ein Körper die ihm mitgetheilte Elektricität nicht bewahrt, ist der, dass die ihn tragenden Stützen keine vollkommenen Isolatoren sind, sondern die Elektricität ebenfalls, wenn auch sehr schlecht, fortleiten. Man erkennt das wie gesagt daraus, dass ein sogenannter Isolator nach einiger Zeit auch an Punkten elektrisch ist, welche von der Stelle entfernt sind, mit welcher der Isolator den elektrischen Körper berührt. Da nun die Stützen, welche den elektrisirten Körper tragen, immer in einer gewissen Entfernung von dem elektrischen Körper mit solchen Gegenständen in Berührung sind, welche die Elektricität leiten, so folgt, dass an dieser Stelle ein Abfluss der Elektricität stattfinden muss, wenn und so lange auf dem Isolator die Elektricität sich bis zu jenen Punkten verbreitet, welche mit den Leitern in Berührung sind. Die Frage nach dem Elektricitätsverlust durch isolirende Stützen fällt daher zusammen mit derjenigen, wie weit sich die Elektricität auf den isolirenden Stützen ausbreitet, ob sie sich unter allen Umständen über die ganzen Stützen verbreitet.

Das ist nach den Versuchen von Coulomb[3]) nicht der Fall, sondern welches auch die Stützen sind, immer gibt es eine von der Natur der Stützen abhängige Elektricitätsmenge, welche von den Stützen vollständig isolirt wird. Wird ein Körper mit einer grösseren als jener Elektricitätsmenge versehen, so nimmt dieselbe zunächst in Folge der Zerstreuung in die Luft, und in Folge des Verlustes durch die isolirenden Stützen ab. Ist aber in Folge dieser Abnahme die auf dem isolirten Körper vorhandene Elektricitätsmenge unter die erwähnte Menge herabgesunken, so findet nur mehr ein Verlust in Folge der Zerstreuung in die Luft statt. Coulomb wies dieses durch folgende Versuche nach. An die Stelle der an dem Schellackstiele befestigten Standkugel wurde in die Torsionswage eine genau ebensolche Kugel hineingehängt, welche an einem 40,5 Cent. langen Seidenfaden befestigt war. Dieselbe wurde, während die Kugel des Wagebalkens sie berührte, elektrisirt, und dann durch Torsion des Aufhängefadens des Wagebalkens dafür gesorgt, dass letzterer eine Elongation von 30^0 annahm.

1) *Matteucci,* Annales de chim et de phys. III. Sér. T. XXXVIII.

2) *Matteucci* gibt an, der Zerstreuungscoefficient hänge ab von der Elektricitätsmenge, woraus folgt, dass er die demnächst zu besprechende Wirkung der Influenz der stärker geladenen Kugeln auf die Wände der Torsionswage ganz unbeachtet gelassen hat. Man sehe *Riess,* Reibungselektricität. Bd. I. p. 138—146.

3) *Coulomb,* Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

Dann wurde ganz in derselben Weise wie bei den früher beschriebenen Versuchen verfahren, um die mit der Zeit stattfindende Abnahme der abstossenden Kraft zu messen. Aus den auf einander folgenden Beobachtungen berechnete er dann nach den vorhin gegebenen Gleichungen den Werth von $2p$, also den in einer Minute stattfindenden Verlust der abstossenden Kraft. Der Werth von $2p$ war anfangs bedeutend grösser als der unmittelbar vorher mit der Standkugel gefundene Werth des Zerstreuungscoefficienten; er nahm aber ab mit der Elektricität der an dem Seidenfaden befestigten Kugel und wurde schliesslich dem früher gefundenen Werthe von $2p$ gleich. Die folgenden Versuche, welche den Beweis dafür enthalten, wurden am 28. und 29. Mai 1785 nach den vorhin beschriebenen angestellt.

Zeit				Elongation	Torsion $\vartheta + \alpha$	$2p$
28. Mai	10^h	0′	0″	30°	180	
	10	2	30		150	0,0714
	10	8	0		110	0,0555
	10	13	0		90	0,0400
	10	29	30		50	0,0345
	10	50	30		30	0,0238
	11	7	0		20	0,0244
29. Mai	7	34	0	30	180	
	7	36	40		160	0,0435
	7	41	30		140	0,0294
	7	48	20		120	0,0238
	7	55	45		100	0,0244
	8	7	30		80	0,0190
	8	25	0		60	0,0164
	8	42	30		45	0,0164

Wie man sieht, war am 28. Mai 10^h 50′ 30″ der Werth des Zerstreuungscoefficienten dem früher gefundenen gleich geworden, und am 29. Mai zwischen 8^h 7′ 30″ und 8^h 25′. Von der Zeit an trat also durch den Abfluss über die Stützen kein Verlust an Elektricität mehr ein. Die Elektricitätsmengen, welche die an dem Seidenfaden befestigte Kugel zu den Zeiten enthielt, wurden also von dem Seidenfaden vollständig isolirt.

Diese Mengen lassen sich leicht auf folgende Weise berechnen. Bezeichnen wir die ursprünglich jeder Kugel gegebene Elektricitätsmenge mit Q_0, die zuerst beobachtete Torsion mit $\vartheta_0 + \alpha$, bezeichnen wir ferner die nach der Zeit t auf der Kugel des Wagebalkens vorhandene Elektricität

mit Q_t, die auf der am Seidenfaden hängenden Kugel mit q_t und die zu dieser Zeit beobachtete Torsion mit $\vartheta + \alpha$, so ist nach §. 24

$$\frac{Q_t \cdot q_t}{Q_0^2} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha}.$$

Da die Kugel des Wagebalkens nur in Folge der Zerstreuung in die Luft Elektricität verlor, und der Zerstreuungscoefficient bekannt ist, so ist

$$\frac{Q_t}{Q_0} = e^{-pt},$$

somit

$$\frac{q_t}{Q_0} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha} \cdot e^{pt}.$$

Führt man diese Rechnungen durch, so findet man, dass während die Kugeln an beiden Tagen anfänglich gleich geladen waren, am ersten Tage der Verlust durch den Seidenfaden erst aufhörte, als die Elektricität um mehr als die Hälfte vermindert war, am zweiten Tage schon, als sie auf 0,73 der anfänglichen gesunken war. Da am 28. Mai die Luft bedeutend feuchter war und da die Seide sehr hygroskopisch ist, so ist dieser Unterschied leicht erklärlich.

Es folgt somit aus diesen Versuchen, dass die Strecke, bis zu welcher sich auf einem schlechtleitenden Körper die Elektricität ausbreitet, abhängt von der Elektricitätsmenge, welche der mit dem schlechten Leiter in Verbindung stehende elektrische Körper erhält. Nach einem Versuche Coulomb's scheint diese Strecke dem Quadrate jener Elektricitätsmenge proportional zu sein; denn als er den Seidenfaden von 40,5 Cent. Länge mit einem andern von 162 Cent. Länge vertauschte und wieder die Elektricitätsmenge bestimmte, welche die Kugel enthielt, als der Zerstreuungscoefficient dem früher gefundenen gleich war, somit kein Verlust durch Abfluss stattfand, zeigte sich dieselbe doppelt so gross. Ein viermal so langer Faden isolirte somit die doppelte Elektricitätsmenge; da nun die Isolirung von dem Augenblicke an eintritt, von welchem an die Elektricität auf dem Isolator nicht mehr bis zu der Stelle reicht, wo der Isolator mit den Leitern in Berührung ist, so folgt, dass die doppelte Elektricitätsmenge auf dem Seidenfaden bis zu der vierfachen Entfernung sich verbreitete. Ist demnach x die Entfernung, bis zu welcher die Elektricität sich verbreitet, wenn die Kugel die Menge q enthält, so ist

$$x = a \cdot q^2,$$

worin a eine von der Natur des Isolators abhängige Constante ist, welche ein Maass für die Leitungsfähigkeit desselben abgibt.

Durch Vergleichung der grössten Elektricitätsmengen q, welche verschiedene Stützen gleicher Länge isoliren können, hat sich nun ergeben, dass reiner Schellack dunkler Farbe der beste Isolator ist, dass aber im übrigen die Leitungsfähigkeit der Isolatoren wesentlich von deren Ober-

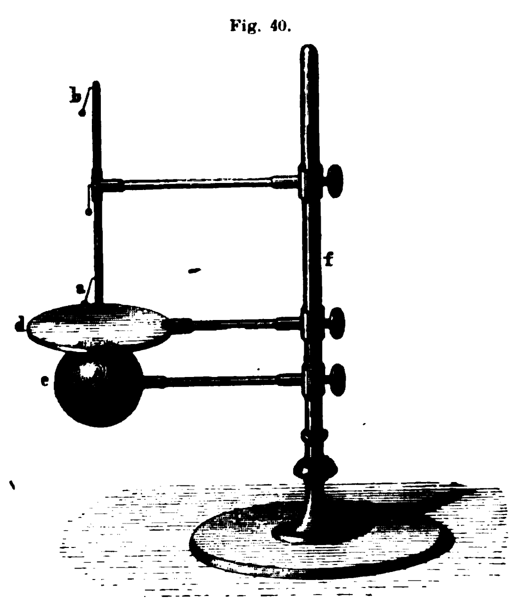
flächenbeschaffenheit abhängt, so zwar, dass eine oft gar nicht erkennbare Veränderung der Oberfläche die Leitungsfähigkeit wesentlich ändert. Für die Praxis ist es rathsam, alle Stützen elektrisirter Körper mit einem Ueberzuge von Schellack zu versehen [1]).

§. 27.

Die elektrische Vertheilung. Wir haben in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes gezeigt, dass ein elektrisirter Körper seine Elektricität sofort dadurch zu erkennen gibt, dass er nicht elektrische Körper anzieht. Der Einfluss elektrisirter Körper auf in der Nähe befindliche nicht elektrische beschränkt sich jedoch nicht auf diese Anziehung, sondern er zeigt sich weiter auch darin, dass die nicht elektrischen Körper allein dadurch, dass ein elektrischer Körper sich in ihrer Nähe befindet, elektrisch werden; ja diese Elektrisirung ist die Ursache der erwähnten Anziehung.

Der Erste, welcher den Nachweis lieferte, dass Leiter in der Nähe elektrischer Körper selbst elektrisch werden, war Canton [2]). Er zeigte, dass zwei Kugeln von Hollundermark, welche an feinen Silberdrähten neben einander aufgehängt waren, sich abstiessen, wenn unter sie eine geriebene Siegellackstange gehalten wurde. Die Kugeln zeigten sich dabei positiv elektrisch. Wenn dagegen unter dieselben eine Glasstange gehalten wurde, so zeigten sich die Kugeln negativ elektrisch.

Fig. 40.



Diese Erregung der Elektricität lässt sich am besten auf isolirten Leitern nachweisen, in deren Nähe man einen elektrisirten Körper aufstellt; folgende Anordnung des Versuches von Riess [3]) ist sehr geeignet, sowohl die Erregung überhaupt, als auch die Art der erregten Elektricität zu zeigen. Ein cylindrischer Messingstab *ab* (Fig. 40) oder ein hohler Messingcylinder mit halbkugelförmigen Enden wird vertical von einem Glasarme

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. p. 125.

2) *Canton*, Franklin experiments and observ. fifth ed. p. 151. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 160.

3) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Reibungselektricität. Bd. I.

gehalten, welcher an dem verticalen Arme *f* eines Stativs in beliebiger Höhe festgeklemmt werden kann. Unter demselben ist in ebensolcher Weise die horizontale Glasscheibe *d* und unter dieser die hohle Metallkugel *e* befestigt. An dem Messingcylinder befinden sich drei Hollundermarkkugeln an feinen etwa 3 Cent. langen Drähten befestigt, eine oben bei *b*, eine unten bei *a*, die dritte in der Mitte an einem Ringe, so dass sie an dem Cylinder höher oder tiefer gehängt werden kann. Die Axe des Cylinders ist gegen den Mittelpunkt der Kugel gerichtet und die Kugel so weit von dem Cylinder entfernt, dass die Glasscheibe weder den Cylinder, noch die Kugel berührt.

Wenn man nun der Kugel positive Elektricität mittheilt, so zeigt sich sofort auch der Cylinder elektrisch, indem die Hollundermarkkugeln von demselben abgestossen und in der abgestossenen Lage erhalten werden. Da wegen Zwischensetzung der isolirenden Glasscheibe zwischen Kugel und Cylinder durchaus keine Elektricität direct von der Kugel auf den Cylinder übergehen konnte, so folgt, dass nur durch die Nähe der elektrisirten Kugel der Cylinder elektrisch geworden ist. Man nennt diese Art der Elektricitätserregung solche durch Vertheilung oder Influenz und die auf dem Cylinder erregte Elektricität Vertheilungs- oder Influenz-Elektricität.

Die stärksten Ablenkungen von der verticalen Lage zeigen das unterste und das oberste Pendel, dort ist also die Dichtigkeit der Elektricität am grössten. Untersucht man mit einer geriebenen Siegellackstange oder Glasstange die Art der erregten Elektricität, so zeigt sich, dass sie an den beiden Enden des Cylinders verschieden ist. Eine geriebene Siegellackstange stösst das Pendel *a* ab und zieht *b* an; eine geriebene Glasstange zieht *a* an und stösst *b* ab. Daraus folgt, dass das untere Ende des Cylinders negativ, das obere positiv elektrisch ist.

Ladet man die Kugel *e* anstatt mit positiver mit negativer Elektricität, so ist der Effect in so weit derselbe, dass der Cylinder elektrisch wird und wieder am stärksten an den Enden; die Art der erregten Elektricität ist aber die entgegengesetzte, das untere, der Kugel nächste Ende wird positiv, das obere entferntere Ende wird negativ elektrisch.

Aus der Thatsache schon, dass an den beiden Enden des Messingcylinders sich entgegengesetzte Elektricitäten finden, wird man schliessen, dass nicht die ganze Oberfläche des Cylinders gleich stark elektrisch ist. Das lässt sich leicht mit Hülfe des mittleren verschiebbaren Pendels nachweisen. Befindet es sich in der Nähe des oberen Pendels, so wird es bei positiver Ladung der Kugel mit positiver Elektricität abgestossen; schiebt man es herab, so wird die Abstossung immer kleiner, bis an einer Stelle, welche der Kugel *e* etwas näher ist als die Mitte des Cylinders, das Pendel durchaus nicht mehr abgestossen wird. An dieser Stelle ist also der Cylinder nicht elektrisch; man nennt diese Stelle die Mittellinie oder Indifferenzzone. Schiebt man das Pendel über dieselbe hinaus dem Ende *a* näher,

so wird es mit negativer Elektricität abgestossen und zwar um so stärker, je näher es sich bei *a* befindet. Die Lage der Indifferenzzone ändert sich etwas mit der Entfernung der Kugel *e* von dem Cylinder; sie rückt nämlich in die Höhe, der Mitte näher, wenn die Kugel weiter von dem Cylinder entfernt wird.

Die Elektricitätserregung durch Vertheilung zeigt sich immer, wenn wir einem isolirten Leiter, welches auch seine Form sei, einen elektrisirten Körper nähern; man findet immer an der dem elektrisirten Körper nächsten Stelle den influenzirten Körper mit der Elektricität versehen, welche der genäherten entgegengesetzt ist, und an einer anderen, von dem genäherten Körper entfernteren Stelle die der genäherten gleichnamige Elektricität.

Wenn man den elektrisirten Körper von dem influenzirten entfernt, oder ihm die Elektricität nimmt, so verschwinden auch sofort die Elektricitäten auf dem influenzirten Körper; derselbe bleibt, vorausgesetzt, dass er gut isolirt war, unelektrisch zurück. Daraus ergibt sich nach dem, was wir in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes über die Natur der verschiedenen Elektricitäten gesagt haben, dass die beiden Influenzelektricitäten von genau gleicher Menge sind. Denn so lange der elektrisirte Körper sich in der Nähe befindet, werden die beiden Influenzelektricitäten getrennt erhalten, da der genäherte Körper die mit der auf ihm befindlichen gleichartige Elektricität abstösst, die ungleichnamige aber anzieht. Sobald nun aber der Körper entfernt ist, ist keine Kraft mehr vorhanden, welche der Anziehung der beiden getrennten Elektricitäten entgegenwirkt; dieselben werden sich daher mit einander vereinigen. Da nun, um die Wirkung der einen Elektricitätsart aufzuheben, eine ebenso grosse Menge der entgegengesetzten ihr hinzugefügt werden muss, so folgt daraus, dass der influenzirte Körper nach Fortnahme der influenzirenden Elektricität wieder unelektrisch erscheint, dass die beiden Influenzelektricitäten von genau gleicher Menge sind.

Damit dieser Versuch gelinge, ist es nothwendig, dass man den influenzirten Leiter möglichst gut isolire, und dass man mit Fortnahme des elektrisirten Körpers nicht zu lange warte. Denn da die mit der influenzirenden Elektricität gleichnamige von derselben abgestossen wird, so zerstreut sie sich leichter als die ungleichnamige, und so kann es vorkommen, dass der influenzirte Leiter nach Fortnahme des elektrisirten Körpers noch elektrisch erscheint.

Der influenzirte Leiter ist demnach nur so lange elektrisch, als durch die Nähe des elektrischen Körpers die beiden Elektricitäten getrennt erhalten werden. Man kann ihn indess auch bleibend laden, wenn man die beiden Elektricitäten verhindert, nach Fortnahme des elektrisirten Körpers sich wieder zu vereinigen. Man kann das, indem man den influenzirten Leiter aus zwei Theilen zusammensetzt, welche man vor Fortnahme des elektrisirten Körpers trennt. Setzt man so an den Cylinder *ab* einen

anderen Cylinder bei *b* an, so tritt die positive, vorher bei *b* vorhandene Elektricität in das Ansatzstück hinein und die Indifferenzzone rückt dem Ende *b* näher. Der erste Erfolg dieses Ansatzes ist der, dass das Pendel bei *a* stärker abgestossen wird, die Elektricität bei *a* also dichter wird, weil die beiden entgegengesetzten Elektricitäten dann weiter von einander entfernt sind, sich also weniger anziehen. Trennt man dann das obere Stück ab, bevor die Elektricität von *e* fortgenommen wird, so bleibt auch nach Fortnahme derselben der Cylinder *ab* elektrisch, und zwar negativ. Setzt man ein solches Ansatzstück an den Cylinder bei *a*, so wird die negative Elektricität in dieses Ansatzstück hineingezogen, und der Cylinder *ab* bleibt positiv elektrisch zurück.

Noch auf eine andere Weise kann man den Cylinder *ab* bleibend laden, dann aber nur mit der Elektricitätsart, welche der auf der Kugel vorhandenen entgegengesetzt ist. Man hat nur den Cylinder *ab*, während die Kugel *e* elektrisch ist, mit der Erde in leitende Verbindung zu setzen und diese Verbindung zu unterbrechen, ehe die Elektricität von der Kugel *e* fortgenommen ist. Es ist dabei ganz einerlei, an welcher Stelle des Cylinders *ab* man diese Leitung anbringt, ob an *a* oder in der Mitte, oder auch an dem Ende *b*; immer bleibt auf *ab* die Elektricität zurück, welche derjenigen auf der Kugel *e* entgegengesetzt ist. Diese Methode, den Körper *ab* zu elektrisiren, fällt indess bei näherer Ueberlegung mit der vorigen zusammen. Denn setzen wir *ab* mit der Erde in leitende Verbindung, so bildet der Cylinder mit dieser gewissermassen einen Leiter; dieser ganze Leiter wird dann von der Elektricität der Kugel *e* influenzirt, die negative Elektricität wird in den Theilen dieses zusammengesetzten Leiters erscheinen, welche der positiv geladenen Kugel am nächsten sind, die positive Elektricität dagegen an entfernteren Stellen sich finden; und da diese aus der ganzen Erde bestehen, so wird die positive Elektricität sich über die ganze Erde verbreiten, also unbemerkbar sein. Unterbricht man dann die Verbindung mit der Erde, so hat das denselben Erfolg, als wenn man bei dem vorigen Versuche die Theile des zusammengesetzten Leiters trennt; der Leiter *ab* muss also in allen Fällen mit der Elektricität geladen zurückbleiben, welche der auf der Kugel *e* vorhandenen entgegengesetzt ist.

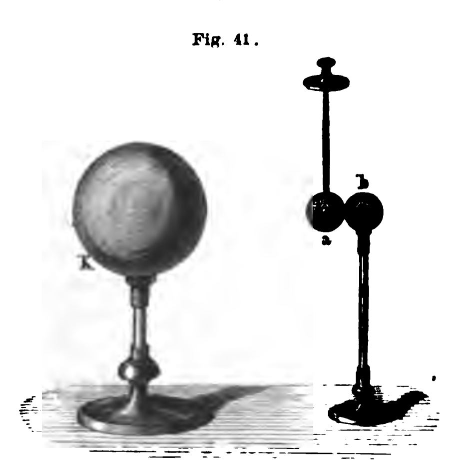
Wir sehen hier also einen Fall, wo ein mit der Erde leitend verbundener Leiter, entgegen unsern bisherigen Erfahrungen, seine Elektricität nicht verliert; nämlich immer dann, wenn in seiner Nähe sich ein mit entgegengesetzter Elektricität versehener Körper befindet. Man hat daher früher geglaubt, dass diese durch Influenz erregte Elektricität andere Eigenschaften habe als die auf andere Weise erregte Elektricität, dass sie nicht die Fähigkeit besitze, sich auszubreiten oder überhaupt nach aussen zu wirken. Indem man dann diese Elektricitat mit der gebundenen Wärme verglich, nannte man sie gebundene Elektricität. Aus dem Vorigen ergibt sich indess schon, dass diese Anschauungsweise unrichtig ist; die durch

Vertheilung auf einem nicht isolirten Leiter erregte Elektricität verbreitet sich allerdings nicht über den ganzen Leiter, aber nur deshalb nicht, weil sie durch die Nähe entgegengesetzter Elektricität festgehalten wird; im übrigen hat sie ganz dieselben Eigenschaften wie jede andere Elektricität, sie wirkt, wie die Abstossung des Pendels an dem Ende *a* zeigt, ebenso abstossend und anziehend auf andere elektrische Körper. Ja wir werden sehen, dass sie auch ebenso vertheilend auf andere Körper wirkt wie ein einfach mit Elektricität geladener Körper. Riess hat daher vorgeschlagen[1]), den Namen gebundene Elektricität, welcher leicht zu Missverständnissen Anlass gibt, ganz fallen zu lassen und die durch Vertheilung erregten Elektricitäten mit dem Namen Influenzelektricitäten zu bezeichnen, und zwar jene, welche mit der auf dem vertheilenden Körper vorhandenen ungleichnamig ist, als Influenzelektricität der ersten Art, die andere als Influenzelektricität der zweiten Art. Wir werden die Bezeichnungsweise annehmen und in der Folge immer anwenden.

Die Menge der erregten Influenzelektricitäten hängt ab von der Menge der erregenden Elektricität, so wie von der Entfernung des influenzirten Leiters von dem influenzirenden. Es sind darüber nur wenige Versuche, insbesondere von Coulomb[2]) angestellt worden, aus denen sich der Satz ergibt, dass unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektricität der Menge der erregenden Elektricität proportional ist.

Die Versuche, welche diesen Satz ergaben, wurden folgendermassen angestellt. In der Nähe einer grossen Kugel *K* (Fig. 41) wurden zwei kleine isolirte Metallkugeln *a* und *b* aufgestellt, deren eine *a* mit einem Stiele versehen war, um sie als Standkugel in die Torsionswage einsetzen zu können.

Fig. 41.



Wurde die Kugel *K* mit Elektricität versehen, so erhielt die der Kugel *K* nächststehende kleine Kugel sämmtliche Influenzelektricität der ersten Art, die fernere Kugel sämmtliche der zweiten Art, wie sich aus folgendem Versuche ergab. War *K* positiv geladen und die mit dem Stiele versehene Kugel *a* die nächste bei *K*, so stiess sie die Kugel des Wagebalkens nach der Berührung mit negativer Elektricität ab; wurde dagegen *b* an die Stelle von *a* und *a* an die Stelle

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 166.
2) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1788.

von b gebracht, so stiess a die Kugel des Wagebalkens genau ebenso stark mit positiver Elektricität ab.

Nachdem dieses gezeigt war, wurde die Kugel K mit einer gewissen Menge Elektricität versehen, und die auf a influenzirte Elektricität in der Torsionswage gemessen. Dann wurde a wieder an seine Stelle gebracht und der Kugel K die Hälfte der Elektricität durch Berührung mit einer anderen Kugel von genau gleicher Grösse genommen. Mit Berücksichtigung der während der Zeit durch Zerstreuung verlorenen Elektricität fand sich dann auf a halb so viel Elektricität als vorher. Wurde die auf K vorhandene Elektricität nochmals halbirt, so war auch die auf a influenzirte Elektricitätsmenge nur halb so gross.

Ist demnach auf dem influenzirenden Leiter die Elektricitätsmenge E vorhanden, so wird auf dem genäherten Leiter die Elektricitätsmenge

$$e = \pm m E$$

influenzirt, worin m eine Constante ist, welche von der Form des influenzirten Leiters, von seiner Lage gegen den influenzirenden Leiter und von dem Abstande beider abhängig ist. In welcher Weise die Constante m von den erwähnten Umständen abhängig ist, darüber gibt es keine allgemeinen Sätze. Dieselben lassen sich auch nur sehr schwierig aufstellen, da man in den seltensten Fällen die unter verschiedenen Umständen auf einem isolirten Leiter erregten Elektricitäten mit einander vergleichen kann. Die auf einem Körper angesammelten Elektricitäten kann man sonst dadurch vergleichen, dass man die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte bei verschiedenen Ladungen vergleicht. Man kann das, indem man den betreffenden Punkt mit einer kleinen isolirten Scheibe berührt, welche sich möglichst der Gestalt des Körpers an dieser Stelle anschliesst. Diese Scheibe wird immer eine der an dem Punkte vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge annehmen. Da nun die Aenderungen der elektrischen Dichtigkeit eines Punktes des geladenen Körpers jedenfalls den Aenderungen der dem Körper überhaupt mitgetheilten Elektricität proportional sind, so liefert uns die Vergleichung der dem Berührungsscheibchen mitgetheilten Elektricitäten in der Torsionswage auch das Verhältniss der auf dem geladenen Körper vorhandenen Elektricitäten. Dass diese Messungsmethode bei influenzirten Leitern nicht anwendbar ist, ergibt sich schon allein aus den vorhin mitgetheilten Erfahrungen über die Lage der Indifferenzzone. Die Lage derselben hängt, wie wir sahen, ab von der Entfernung des influenzirenden Leiters von dem influenzirten, und auch von der Lage beider Körper gegen einander. Wenn daher in einem bestimmten Falle bei zwei Versuchen, in welchen die beiden Leiter sich in verschiedenen Entfernungen von einander oder in verschiedener Lage gegen einander befinden, die elektrische Dichtigkeit eines bestimmten Punktes eine verschiedene ist, so kann dieses möglicherweise allein seinen Grund darin haben, dass die Indifferenzzone verschoben ist. Man kann deshalb aus solchen Beobachtungen nicht

auf eine Aenderung der Menge der erregten Influenzelektricitäten schliessen. Das ist nur dann möglich, wenn man den influenzirten Leiter in zwei Stücke aus einander nehmen und so die vertheilten Elektricitäten an ihrer Wiedervereinigung hindern kann.

In dem Bisherigen haben wir immer vorausgesetzt, dass der influenzirende Leiter auf einen die Elektricität leitenden neutralen Körper wirke, und gesehen, dass in letzterem immer beide Elektricitäten durch Influenz erregt werden. Es lässt sich nun auch leicht zeigen, dass ebenso in nicht leitenden Körpern durch Influenz Elektricität erregt werden kann; nur muss sich in dem Verhalten leitender und nicht leitender Körper ein Unterschied zeigen, der eben in dem verschiedenen Leitungsvermögen seinen Grund hat. Während bei dem Leiter die Influenz sofort in ganzer Stärke auftritt, wenn der elektrisirte Körper genähert wird, und die influenzirten Elektricitäten sich vereinigen, wenn der elektrisirte Körper entfernt wird, dauert es bei den nicht leitenden Körpern eine Zeit lang, ehe die Wirkung der Influenz bemerkbar wird, und bleibt nach Fortnahme des elektrisirten Körpers der influenzirte Nichtleiter elektrisch zurück. Letzteres ist deshalb der Fall, weil die einmal getrennten Elektricitäten auf dem nicht oder schlecht leitenden Körper nicht sofort sich vereinigen können, und weil die Influenzelektricität der zweiten Art sich, da sie von derjenigen des genäherten Körpers abgestossen wird, leichter in die Luft zerstreut.

Nähert man einen isolirten Schellackcylinder einem elektrisirten Körper und hält ihn einige Zeit in der Lage, so zeigt sich deshalb die dem elektrisirten Körper nächste Stelle elektrisch, und zwar versehen mit Influenzelektricität erster Art.

Beide Influenzelektricitäten auf Nichtleitern hat schon Aepinus nachgewiesen[1]). Er fand, dass wenn man das Ende einer neutralen Glasröhre mit einer elektrisirten einigemal rieb, dann dasselbe von der reibenden Röhre Elektricität annahm, dass aber neben dieser durch Mittheilung elektrisirten Strecke eine andere war, welche entgegengesetzte Elektricität zeigte, und dass hinter dieser wieder eine Strecke Elektricität besass, welche mit der des elektrisirten Körpers gleichnamig war. Es zeigten sich somit die beiden Influenzelektricitäten ebenso wie auf leitenden Körpern gruppirt; der vertheilenden Elektricität zunächst zeigte sich die Influenzelektricität der ersten Art und weiter davon entfernt diejenige der zweiten Art.

Durch einen anderen Versuch hat Faraday die Influenzelektricität auf Nichtleitern nachgewiesen, der auch deshalb interessant ist, weil er zeigt, dass die Influenzelektricität selbst wieder influenzirend auf andere Körper einwirkt[2]).

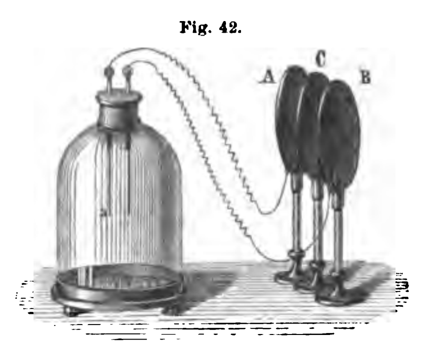
---

1) *Aepinus*: Riess, Reibungselektricität. Bd. I. §. 179.

2) *Faraday*, Experimental researches in electricity art. 1307 u. 1308. Poggend. Ann. Bd. XLVI. Ebenso *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XCII.

Drei Messingscheiben, jede von 13 Cent. Durchmesser, *A*, *B*, *C* (Fig. 42), wurden auf gut isolirenden Glasfüssen parallel neben und gleichweit von einander aufgestellt. Die beiden äusseren *A* und *B* trugen dünne Metalldrähte, welche durch den Deckel einer Glasglocke hindurchgeführt waren und an ihrem freien Ende Goldblättchen trugen, so dass dieselben in einem Abstande von 1 — 2 Cent. parallel neben einander hinabhingen. Wurde dann die mittlere Scheibe *C* positiv elektrisirt, so stiessen sich die Goldblättchen mit Influenzelektricität der zweiten Art ab. Berührt man nun die Scheiben *A* und *B* und leitet so die Influenzelektricitäten der zweiten Art ab, so hängen die Goldblättchen wieder einander parallel, da die Influenzelektricitäten der ersten Art an den der Scheibe *C* zugewandten Flächen von *A* und *B* festgehalten werden. Wenn man dann zwischen die Scheiben *A* und *C* eine Schellackscheibe von 1—2 Cent. Dicke bringt, so ziehen sich die Goldblättchen an, indem das mit *A* verbundene Goldblättchen *a* positiv elektrisch geworden ist. Man erkennt darin die Wirkung der auf der Schellackscheibe influenzirten Elektricität. Auf derselben influenzirt die Elektricität in *C* beide Elektricitäten, die negative wird angezogen auf die *C* zugewandte Seite der Scheibe, die positive wird auf die *A* zugewandte Seite abgestossen. Beide Elektricitäten wirken vertheilend auf die Scheibe *A*, die auf der *A* zugewandten Seite vorhandene als die nähere aber stärker als die auf der abgewandten Seite vorhandene. Es tritt daher in *A* eine neue Vertheilung der Elektricität ein, welche bewirkt, dass das mit *A* verbundene Goldblättchen *a* positive Influenzelektricität der zweiten Art erhält.

Fig. 42.



Es ergibt sich somit, dass die Influenz sich allgemein auf alle Körper erstreckt, dass in allen durch die Annäherung eines elektrisirten Körpers beide Elektricitätsarten in einer der genäherten proportionalen Menge auftreten.

§. 28.

Theorie und Folgen der Influenz. Aus der in dem vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrung, nach welcher alle Körper durch Vertheilung elektrisch werden, wenn sich ein elektrisirter Körper in ihrer Nähe befindet, und die Menge der Influenzelektricitäten derjenigen des vertheilenden Körpers proportional ist, ergibt sich eine Anschauung des elektrischen Zustandes der neutralen oder natürlichen Körper, welche uns das Wesen der Influenz sofort deutlich macht und die meisten der bisher mitgetheilten Erfahrungen

mit Hülfe des Satzes über die elektrischen Anziehungen und Abstossungen erklärt.

Die Thatsache nämlich, dass ein Körper ohne Elektricität zu erhalten, allein durch Annäherung eines elektrisirten Körpers elektrisch wird, weist uns darauf hin, dass die Körper im natürlichen Zustande Elektricität enthalten, und zwar, da sie nach aussen keine elektrischen Wirkungen zeigen, beide Elektricitäten in gleicher Menge. Diese beiden Elektricitäten müssen zugleich in dem ganzen Körper gleichmässig vertheilt sein, so dass jedes Theilchen desselben die gleiche Menge positiver und negativer Elektricität vereinigt enthält. Denn welches Stück eines Körpers wir auch der Wirkung eines elektrisirten Körpers aussetzen, immer und unter allen Umständen erhält derselbe beide Influenzelektricitäten.

Wir nehmen daher an, dass im natürlichen Zustande die Körper beide Elektricitäten in gleicher Menge enthalten; über die Natur der Elektricität selbst machen wir dabei keine Voraussetzung, wir lassen es unentschieden, ob der Elektricität als solcher eine reale Existenz zukommt, ob sie, wie man früher es von der Wärme annahm, ein feiner Stoff, ein sogenanntes Fluidum ist, oder ob sie ein Zustand der Materie, etwa eine gewisse Bewegung der ponderabeln Materie oder des Aethers ist. Ist die Elektricität ein Fluidum, so nehmen wir zwei solcher Fluida an, eines, welches den positiv, eines, welches den negativ elektrischen Zustand bedingt[1]). Im neutralen Zustande enthalten die Körper dann beide Fluida in gleicher Menge; wird ein Körper positiv elektrisch, so enthält er mehr positive Elektricität als negative, entweder in Folge davon, dass ihm positive Elektricität gegeben, oder dass ihm negative Elektricität entzogen ist. Ist der Körper negativ elektrisch, so enthält er einen Ueberschuss an negativer Elektricität.

Die Elektricitäten sind es dann, welche sich anziehen und abstossen, und ihre Träger, die elektrischen Körper, folgen den Anziehungen und Abstossungen, weil die Elektricitäten sie nicht ohne Weiteres verlassen können.

Eine etwas andere Ansicht von dem Zustande der elektrisirten Körper hat Franklin aufgestellt[2]). Er betrachtet die Elektricität als ein Fluidum, nimmt dann aber nicht ein positives und ein negatives Fluidum, sondern nur ein elektrisches Fluidum an. Im neutralen Zustande enthalten die Körper eine gewisse sehr grosse Menge desselben. Theilt man dem Körper noch mehr dieses Fluidums mit, so wird er positiv, entzieht man ihm von demselben, so wird er negativ elektrisch. Diese Hypothese scheint auf den

---

1) Die Hypothese ist zuerst von *R. Symmer* aufgestellt. Philosophical Transactions, abridged etc. vol. XI.

2) *Franklin*, Experiments and observations. *Gehler's* Wörterbuch Art. Elektricität.

ersten Blick einfacher zu sein als die von uns angenommene, ist aber in der That viel verwickelter und deshalb weniger naturgemäss. Denn schon die einfachen Sätze der elektrischen Anziehung und Abstossung verlangen zwei neue Hypothesen. Die von uns angenommene Anschauung sieht diese Anziehungen und Abstossungen einfach als Eigenschaften der beiden Elektricitäten an, Franklin muss aber ausser der Annahme, dass das elektrische Fluidum sich selbst abstösst, noch die machen, dass die der Elektricität beraubte Materie sich abstösst, und dass diese Materie die Elektricität anzieht. Denn nur so ist es möglich, dass ein negativ elektrischer, also der Elektricität zum Theil beraubter Körper einen anderen negativ elektrischen Körper abstösst, dagegen einen positiv elektrischen Körper anzieht.

Da nun aber jedenfalls jene Hypothese vorzuziehen ist, welche die einfachere ist und ohne Hülfshypothesen die Erscheinungen zu erklären im Stande ist, so ist die Hypothese zweier Elektricitäten beizubehalten.

Die Erscheinung der Influenz ist dann eine nothwendige Folge des natürlichen Zustandes der Körper und der Grundeigenschaft der Elektricitäten, dass die ungleichnamigen sich anziehen, die gleichnamigen sich abstossen. Denn befindet sich dann ein elektrisirter Körper in der Nähe eines natürlichen, so muss die überwiegende Elektricität des ersteren auf die gleichnamige Elektricität des natürlichen Körpers abstossend, auf die ungleichnamige anziehend wirken. Diese Elektricitäten müssen, den Abstossungen und Anziehungen folgend, sich trennen und die gleichnamige muss die von dem elektrisirten Körper ferneren, die ungleichnamige die demselben nächsten Stellen des influenzirten Körpers einnehmen.

Auch das Verhalten der Influenzelektricitäten ergibt sich dann als einfache Folge der Eigenschaft der Elektricitäten. Wird der elektrisirte Körper von einem isolirten Körper wieder entfernt, so wird die Kraft fortgenommen, welche die beiden Elektricitäten aus einander treibt; sie werden daher der gegenseitigen Anziehung folgen und sich wieder vereinigen müssen; der Körper wird wieder unelektrisch, wenn keine der beiden Elektricitäten einen Verlust erlitten hat.

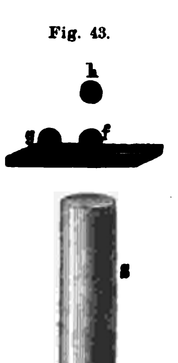
Wenn der influenzirte Leiter vergrössert, an ihn ein Stück angesetzt oder er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird, so muss immer die eine der beiden Elektricitäten, der abstossenden Kraft folgend, in das Ansatzstück oder in die Erde übertreten, die mit der des genäherten Leiters ungleichnamige muss aber aus allen den Theilen des influenzirten Leiters, auf welche die mit dem Quadrate der Entfernung abnehmende, anziehende Kraft der genäherten Elektricität mit hinreichender Stärke wirkt, an das dieser Elektricität nächste Ende des influenzirten Leiters gezogen werden.

Hiernach ist die Influenz nur ein besonderer Fall der elektrischen Anziehungen und Abstossungen; wenn also die influenzirte Elektricität nach aussen hin abstossend wirken kann, so folgt schon daraus, dass sie selbst

auch wieder influenzirend wirken kann. Dass die Influenzelektricität zweiter Art vertheilend wirkt, dafür haben wir bereits einen Versuch Faraday's angeführt; dass die Influenzelektricität erster Art ebenfalls vertheilend wirkt, folgt aus Versuchen Faraday's und Fechner's ebenfalls.

Faraday [1]) befestigte einen etwa 20 Cent. langen, 2 Cent. dicken Schellackcylinder *S* (Fig. 43) auf einem Holzfuss und elektrisirte dessen oberes Ende durch Reiben mit einem Flanelllappen negativ. Es wurden dann auf die obere Endfläche Metallscheiben oder Kugeln von grösserem Durchmesser als dem des Cylinders gelegt oder in einiger Entfernung darüber gehalten und mit einer guten Ableitung nach der Erde versehen. Diese Leiter, auch die auf dem Schellackcylinder liegenden, wurden durch Influenz elektrisch, da die letzteren den nicht leitenden Schellack nur an wenigen Punkten berührten; da sie mit der Erde in leitender Verbindung waren, so befand sich auf ihnen nur Influenzelektricität der ersten Art.

Fig. 43.



Als nun über *S* eine Scheibe von circa 4 Cent. Durchmesser gehalten, und eine kleine leitende, an einem Schellackstiele befestigte Kugel *f* auf die Mitte derselben gelegt und einen Augenblick ableitend berührt wurde, zeigte sich dieselbe durchaus nicht elektrisch, während sie nahe am Rande bei *g* oder in einiger Entfernung über der Scheibe bei *h* sich positiv elektrisch zeigte. Auf die Kugel wirkte vertheilend die Elektricität des Schellackcylinders und die Influenzelektricität erster Art der Scheibe. Als dieselbe nun gerade in der Mitte der Scheibe lag, wo die Dichtigkeit der Influenzelektricität auf der unteren Seite am grössten ist, hielten sich die beiden vertheilenden Kräfte das Gleichgewicht. Da nun die anziehenden und abstossenden Kräfte sowohl von der Elektricitätsmenge, als auch dem Abstande der auf einander wirkenden Elektricitäten abhängig sind, so muss bei gleichem Abstande der Kugel von dem Schellackcylinder an Stellen aber, wo die Influenzelektricität der Scheibe weniger dicht ist, die influenzirende Wirkung der auf dem Schellack erregten Elektricität überwiegen, es muss also, wie auch der Versuch zeigte, an dem Rande der Scheibe die Kugel durch Influenz positiv elektrisch werden. Entfernt man die Kugel von der Scheibe, so muss sie ebenfalls positiv elektrisch werden. Denn wenn bei *f*, wo die Influenzelektricität erster Art um die Dicke der Scheibe von der kleinen Kugel entfernt ist, diese und die Elektricität des Schellacks sich das Gleichgewicht halten, so können sie das nicht mehr, wenn die Kugel nach *h* gebracht ist, wo die Entfernung vom Schellack vielleicht verdoppelt, diejenige von der Influenzelektricität vielleicht vervierfacht ist.

---

1) *Faraday,* Experimental researches. XI. Reihe. art. 1221. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Man wird hiernach voraussagen können, was sich zeigen wird, wenn man die kleine Kugel allmählich von f nach h bringt und weiter über h hinaus hebt. Bei Hebung der Kugel von f an muss anfangs die Elektricität der Kugel wachsen bis zu einem Maximum, und bei weiterer Hebung dann wieder abnehmen. Denn anfänglich wird die Abnahme der von der Scheibe ausgehenden vertheilenden Wirkung viel bedeutender sein als die Abnahme der von S ausgehenden, die Elektrisirung der Kugel muss demnach wachsen. Wenn aber wegen grosser Entfernung von der Scheibe überhaupt der Einfluss derselben zurückgetreten ist, dann muss die Elektrisirung abnehmen, da mit jeder weiteren Entfernung auch die influenzirende Wirkung des Schellackcylinders kleiner wird.

Diesen Verlauf der Elektrisirung der kleinen Kugel haben sowohl Faraday[1]) als Fechner[2]) beobachtet.

Eine ganz andere Anschauung von dem Wesen der Influenz hat Faraday[3]) gebildet, und durch die eben angeführten Versuche zu begründen geglaubt; er sieht nämlich die Influenz nicht als einen besonderen Fall der elektrischen Anziehung und Abstossung an, also nicht als eine Wirkung in die Ferne, welche einfach den früher angeführten Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstossung folgt, sondern er ertheilt der zwischen dem elektrisirten und dem influenzirten Leiter befindlichen Substanz eine wesentliche Rolle. Er nimmt an, dass die gewöhnliche Vertheilung allemal eine Wirkung angrenzender Theilchen sei, und dass eine elektrische Wirkung in die Ferne niemals anders als durch vermittelnden Einfluss einer dazwischen liegenden Substanz zu Stande komme. Soll eine Vertheilung eintreten, so muss diese zwischenliegende Substanz ein Isolator sein, denn ist sie ein Leiter, so geht der elektrische Zustand in demselben einfach von Theilchen zu Theilchen über, es tritt die Mittheilung ein. In dem Isolator dagegen werden durch einen angrenzenden elektrischen Körper die einzelnen Molekülschichten elektrisch polarisirt, in der Art, dass die Polarisation sich von Schicht zu Schicht fortpflanzt von der einen Grenze zur anderen. Die Moleküle selbst sieht Faraday als vollkommene Leiter an; in den nicht leitenden Substanzen sind diese Moleküle getrennt durch nicht leitende Schichten, so dass der elektrische Zustand nicht von einem zum anderen übergehen kann. Deshalb tritt an die Stelle der Leitung die Vertheilung, welche zugleich eben deshalb nur durch isolirende Substanzen, die Faraday „dielektrische" nennt, stattfinden kann. Die letzte Schicht des Isolators wirkt dann auf den angrenzenden, nach unserer Bezeichnungsweise influenzirten Leiter polarisirend oder vertheilend ein.

1) *Faraday* a. a. O. Art. 1219—1226. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. LI.

3) Diese Theorie ist in der 11. Reihe der Experimental-Untersuchungen über Elektricität aufgestellt und in dieser wie in der 12. und 13. Reihe durchgeführt. Poggend. Ann. Bd. XLVI, XLVII, XLVIII.

Es ist hier nicht der Ort, ausführlich auf die Theorie von Faraday einzugehen und sie zu würdigen; wir verweisen deshalb auf die Arbeiten von Faraday selbst und die Arbeiten von Riess[1]), in welchen die Unhaltbarkeit dieser Ansichten auf das überzeugendste dargethan ist. Nur auf den Grundirrthum müssen wir aufmerksam machen, auf welchen Faraday hauptsächlich seine Erklärung der Thatsachen stützt; es ist die Annahme, dass die Influenzelektricität der ersten Art, die sogenannte gebundene Elektricität, nach aussen nicht wirksam ist, eine Annahme, welche er zwar nicht ausdrücklich ausspricht, ohne welche aber seine Versuche die Beweiskraft für seine Theorie ganz und gar verlieren.

Eine der wichtigsten Stützen seiner Theorie ist nämlich der Satz, dass die elektrische Vertheilung auch in krummen Linien erfolge, und zum Erweise dieses Satzes sind die eben erwähnten Versuche angestellt. Da die Kugel in der Lage *f* (Fig. 43) nicht durch Vertheilung elektrisch wird, so sieht es Faraday als erwiesen an, dass die vertheilende Wirkung des Schellackcylinders nicht durch die mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzte Metallscheibe hindurchgehen könne. Da nun aber in *g* oder *h* die Kugel durch Vertheilung elektrisch wird, und da ferner die geraden Linien, welche die Kugel mit dem elektrischen Schellackcylinder verbinden, sämmtlich durch die über dem Schellack gehaltene Scheibe gehen, so hält es Faraday ferner für erwiesen, dass die Vertheilung auch in krummen Linien, welche die Kugel durch die dielektrische Luft mit dem Schellack verbinden, wirksam sei.

Wie man aber sieht, beruht diese ganze Beweisführung auf der Annahme, dass die Influenzelektricität erster Art in der Scheibe vollständig unwirksam sei, denn ist sie das nicht, so ergibt sich als einziger Grund für die Nichtladung der Kugel *f* nur das Zusammenwirken der auf dem Schellack erregten und der in der Scheibe influenzirten Elektricität. Daraus folgt dann aber weiter auch, dass die vertheilende Wirkung durch die Metallscheibe hindurchgeht. Dafür aber, dass die Influenzelektricität der ersten Art nach aussen hin abstossend wirkt, haben wir in dem Fundamentalversuch der Influenz einen Beweis geliefert.

In Bezug auf die Faraday'sche Theorie mag noch Folgendes bemerkt werden; die einfache, von uns acceptirte Theorie macht lediglich die neue Hypothese, dass die neutralen Körper beide Elektricitäten enthalten; dann ergibt sich die Influenz als eine nothwendige Folge der elektrischen Anziehung und Abstossung, deren Wirkung in die Ferne wir früher nachgewiesen haben. Faraday dagegen bedarf zu seiner Theorie ausser jener über den elektrischen Zustand der neutralen Körper noch einer Anzahl hypothetischer Sätze über den Zustand der nicht leitenden Körper; dieselbe

---

1) *Riess* in Dove's Repertorium. Bd. VI, ferner Poggend. Ann. Bd. XCII, Poggend. Ann. Bd. XCVII. Briefwechsel zwischen Riess und Faraday.

ist daher um vieles complicirter als die andere, sie würde allein deshalb gegenüber dieser zu verwerfen sein, da sie in keiner Beziehung mehr leistet als diese.

Nach der von uns acceptirten Theorie der Influenz muss immer und unter allen Umständen ein elektrisirter Körper auf einen neutralen influenzirend einwirken; wir haben dafür in dem Bisherigen auch bereits eine Anzahl Beweise kennen gelernt, in Erscheinungen, welche mit Hülfe der Influenztheorie jetzt ihre vollständige Erklärung finden.

Als eine der ersten Aeusserungen der elektrischen Kraft erkannten wir die Anziehung neutraler von elektrisirten Körpern; dieselbe ist eine einfache Folge der Influenz. Durch die Nähe des elektrischen Körpers werden in dem neutralen die Elektricitäten getrennt, die gleichnamige wird abgestossen, die ungleichnamige angezogen in die dem elektrisirten Körper nächsten Stellen. Ist nun der Abstand beider so klein, dass wegen grösserer Nähe die Anziehung der ungleichnamigen über die Abstossung der gleichnamigen Elektricität überwiegt, und ist der angezogene Körper hinlänglich leicht, so folgt er der Anziehung und bewegt sich gegen den neutralen Körper hin.

Dass in der That die Anziehung in dieser Weise erfolgt, dafür lassen sich noch manche Beweise anführen. So kann man sich leicht überzeugen, dass z. B. Strohhalme oder Papierschnitzel von einer geriebenen Siegellackstange weit leichter angezogen werden, wenn sie auf einer leitenden, als wenn sie auf einer nichtleitenden Unterlage liegen. Der Grund kann nur der sein, dass im ersten Falle die Influenzelektricität der zweiten Art fortgenommen wird, im zweiten aber nicht.

Wenn ferner die neutralen Körper nach einer Richtung ausgedehnter sind als nach einer anderen, so stellen sie sich, vorausgesetzt, dass sie nach allen Richtungen gleich gut leiten, so, dass ihre Längsrichtung gegen den elektrisirten Körper gerichtet ist. Der Grund dafür ist, dass nach dieser Richtung die beiden Influenzelektricitäten am weitesten aus einander treten und deshalb am stärksten sind. Ist ein Körper nach einer Richtung besser leitend als nach den übrigen, so treten nach dieser die Influenzelektricitäten vollständiger und weiter aus einander als nach den übrigen; deshalb stellt sich ein solcher Körper so, dass die Richtung der besseren Leitung in die Verbindungslinie desselben mit dem elektrisirten Körper fällt. Eine kreisförmige, horizontal gehängte Glasscheibe hängt sich z. B., auch wenn ein elektrisirter Körper in ihrer Nähe ist, so, dass der Aufhängefaden ohne Torsion ist. Wenn man aber durch Aufkleben eines Stanniolstreifens einen Durchmesser der Scheibe leitend gemacht hat, so stellt sie sich so, dass der leitende Durchmesser gegen den elektrischen Körper gerichtet ist.

Dass wirklich neutrale Körper nicht von elektrischen angezogen werden, hat Aepinus durch einen sehr einfachen Versuch gezeigt. Zwei Glasscheiben wurden stark auf einander gerieben, die Fläche der einen wurde dadurch

stark positiv, die andere stark negativ elektrisch; die Flächen wurden dann auf einander gedrückt. Da dieselben nichtleitend sind und sich nur in wenigen Punkten berühren, so bleiben sie auch dann beide und zwar gleich stark elektrisch. Nun wurde in die Nähe der Scheiben, und zwar mit den elektrischen Flächen in gleicher Höhe, ein Hollundermarkkügelchen gehängt. Dasselbe wurde nicht angezogen. Wurde dagegen eine der Flächen fortgenommen, einerlei welche, so wurde das Kügelchen kräftig angezogen. Jede einzelne Fläche zog also das Kügelchen kräftig an, beide vereint aber nicht. Daraus folgt, dass die Anziehung eine Wirkung der Influenz ist, denn die vereinten Flächen konnten deshalb nicht anziehend wirken, weil sie die Kugel entgegengesetzt influenzirten und deshalb dieselbe durchaus unelektrisch blieb.

Ebenso wie die Anziehung neutraler Körper, ist die Mittheilung der Elektricität an einen nicht elektrischen Körper eine Influenzerscheinung. Nähert man einem elektrisirten Körper einen neutralen Leiter, so wird derselbe durch Influenz elektrisch, und zwar findet sich immer die Influenzelektricität der ersten Art an den dem elektrisirten Körper nächsten Stellen. Kommen dann der neutrale und elektrisirte Körper zur Berührung, so gleichen sich die Influenzelektricität erster Art des neutralen, und die ihr gleiche Menge Elektricität auf dem elektrisirten Körper aus. Auf dem genäherten Körper bleibt dann die Influenzelektricität der zweiten Art übrig, und auf dem ursprünglich elektrisirten Körper ist eine derselben genau gleiche Menge Elektricität neutralisirt. In Wirklichkeit tritt also nicht, wie wir uns früher ausdrückten, ein Abfliessen von Elektricität von dem geladenen Leiter auf den nicht geladenen ein, sondern eine Neutralisirung der Influenzelektricität erster Art auf dem genäherten Leiter. Der Effect ist aber derselbe, weil durch diese Influenzelektricität der ersten Art auf dem ursprünglich elektrisirten Körper eine genau gleich grosse Menge Elektricität verschwindet.

Ist der einem elektrisirten Körper genäherte Leiter selbst schon elektrisch, so hängt es von der Dichtigkeit der Elektricität an den Berührungspunkten ab, ob eine Mittheilung eintritt oder nicht. In dem Falle wirken nämlich beide Körper influenzirend auf einander ein; wenn die Dichtigkeit auf beiden dieselbe ist, so werden die Berührungsstellen ganz unelektrisch sein, es kann daher keine Mittheilung stattfinden; ist aber die Elektricität auf dem einen dichter als auf dem andern, so wird auch, da die Menge der Influenzelektricität derjenigen der influenzirenden proportional ist, die Menge der Influenzelektricität erster Art auf dem weniger elektrischen Körper grösser sein als auf dem andern, und es tritt wieder Mittheilung ein.

Diese Erklärung der Mittheilung der Elektricität gibt uns nun auch sofort Aufschluss, warum man im allgemeinen die Influenzelektricität erster Art nicht von einem influenzirten Leiter fortnehmen kann. Nähert man einen isolirten neutralen Leiter dem abgewandten Ende *b* (Fig. 44) des

influenzirten Leiters, so wird durch die dort vorhandene Elektricität stets in dem genäherten Körper durch Vertheilung die entgegengesetzte Elektricität vorhanden sein, die Influenzelektricität der zweiten Art wird also auf *ab* gerade so neutralisirt werden, als wäre *ab* ein einzeln stehender Leiter.

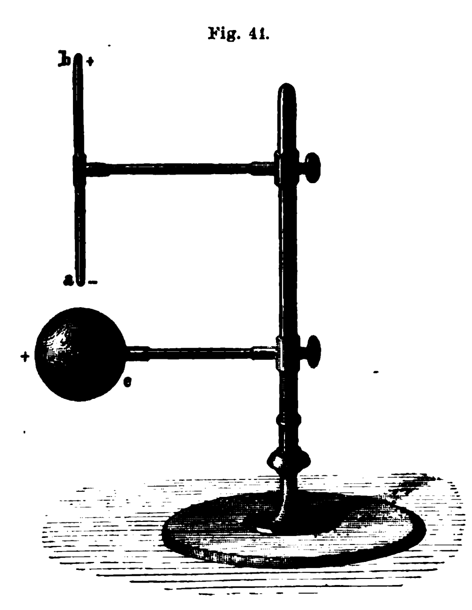


Fig. 41.

Nähert man nun aber dem Ende *a* einen isolirten Leiter, so wirkt auf denselben sowohl die Elektricität der Kugel *e*, als auch die Influenzelektricität bei *a*, und es hängt von beiden Wirkungen ab, ob ein Austausch der Elektricitäten stattfinden wird oder nicht. Ist der genäherte Leiter in Form und Grösse dem Leiter *ab* ähnlich, so wird er bei Annäherung an *a* durch die Elektricität der Kugel *e* ebenso stark elektrisirt wie *ab*; bei der Berührung kommen deshalb zwei Stellen zusammen, welche gleich stark elektrisch sind; oder vielmehr die beiden Leiter werden so auf einander influenzirend einwirken, dass die Berührungspunkte neutral sind, so dass kein Austausch der Elektricitäten stattfinden kann.

Ist der genäherte Leiter bedeutend kleiner als *ab*, ist er vielleicht ein kleines Scheibchen, so wird allerdings auch in diesem durch die Kugel *e* Elektricität influenzirt, zugleich aber wirkt auch die Influenzelektricität bei *a* vertheilend ein. Wenn nun das Scheibchen dem Ende *a* bis zur Berührung genähert wird, dann muss der letztere Einfluss wegen der grösseren Nähe stets überwiegen, die dem Ende *a* zugewandte Seite des Scheibchens wird positiv, die abgewandte Seite wird negativ. Nach der Berührung bleibt das Scheibchen negativ, gerade als hätte es von dem Ende *a* einen Theil der Influenzelektricität erster Art fortgenommen.

Ist aber der genäherte Leiter bedeutend grösser als *ab*, so wird durch die Influenz von der Kugel *e* die Influenzelektricität der ersten Art in ihm stärker sein, weil die beiden Elektricitäten in ihm viel weiter auseinander treten können. Es muss daher, wenn die Leiter bis zur Berührung genähert werden, in *ab* eine neue Vertheilung stattfinden, und zwar so, dass die Berührungsstelle von *a* positiv elektrisch wird. Diese positive Elektricität wird dann durch einen Theil der Elektricität des genäherten Leiters neutralisirt, so dass die negative Elektricität von *ab* nach Fortnahme des Leiters stärker wird, gerade als wäre von demselben ein Theil der negativen Elektricität dem Leiter *ab* mitgetheilt worden.

Ist schliesslich der genäherte Leiter unendlich gross, d. h. mit der Erde in leitender Verbindung, so ergibt sich aus dem eben Gesagten, dass der Erfolg qualitativ derselbe sein muss, nur wird auf *ab* die Influenzelektricität der zweiten Art ganz verschwinden, und *ab* so stark negativ elektrisch werden, als ein mit der Erde in Verbindung stehender der Wirkung des elektrischen Körpers ausgesetzter Leiter. Es ergibt sich zugleich daraus, dass es in diesem Falle ganz einerlei ist, an welchem Punkte von *ab* der Leiter angelegt wird.

Man erkennt nun auch sofort, weshalb ein Nichtleiter von einem elektrisirten Körper keine oder nur sehr wenig Elektricität fortnehmen kann; es liegt daran, dass auf diesem die Influenzelektricitäten nicht aus einander treten, also nur sehr schwach sein können. Nur durch andauernde Berührung, wobei immer neue Influenzirung eintritt, kann dann einem elektrischen Körper eine merkliche Elektricitätsmenge entzogen werden.

§. 29.

Einführung des elektrischen Potentials. In dem Bisherigen haben wir das Verhalten elektrisirter Körper untersucht, ohne die Frage zu berühren, wo in den Körpern, wenn sie mit Elektricität geladen sind, sich eigentlich die Elektricität befindet, und wie sie in den Körpern vertheilt ist. Wenn wir nun auch auf lediglich experimentellem Wege diese Frage in ihren Hauptpunkten erledigen könnten, so führt uns eine gleichzeitig theoretische und experimentelle Behandlung doch zu einem tiefern Verständniss und zu allgemeinen Sätzen, welche uns für spätere Untersuchungen nutzbar sind. Wir wollen daher zunächst einige Sätze der allgemeinen Mechanik besprechen, welche nach den bisherigen experimentellen Resultaten direct auf die elektrischen Erscheinungen anwendbar sind, und welche die theoretischen Untersuchungen wesentlich vereinfachen; es sind das einige Sätze über das Potential.

Den Begriff des Potentials haben wir bereits bei Gelegenheit der Besprechung des magnetischen Zustandes der Erde kennen gelernt; das Potential war darnach eine Function, aus der sich die Anziehung oder Abstossung berechnen lässt, welche eine Masse auf einen in irgend einer endlichen Entfernung von ihr befindlichen Punkt ausübt, in welchem wir uns die Einheit des wirksamen Agens concentrirt denken. Wenn die Anziehungen und Abstossungen der Grösse der wirksamen Massen direct und dem Quadrate ihrer Entfernungen umgekehrt proportional sind, so sahen wir, dass das Potential der in einem Punkte concentrirten Masse m auf die im Abstande r befindliche Masseneinheit gegeben ist durch den Ausdruck

$$\frac{m}{r}.$$

Da nun die Elektricitäten nach demselben Gesetze auf einander einwirken, so gilt für diese auch dieselbe Function, um die Anziehung oder

Abstossung der in einem Punkte vorhandenen Elektricitätsmenge auf die im Abstande r vorhandene Einheit der Elektricitätsmenge abzuleiten. Denn bezeichnen wir auch hier wieder die von gleichnamigen Elektricitäten auf einander ausgeübten Abstossungen als positiv, so können wir die in die Richtung r fallende Anziehung oder Abstossung der in einem Punkte concentrirten Elektricitätsmenge q auf die Einheit der positiven in einem Abstande r von der erstern befindlichen Elektricitätsmenge schreiben

$$\frac{q}{r^2},$$

indem der Ausdruck positiv oder negativ wird, je nachdem q positiv oder negativ ist. Als Einheit der Elektricitätsmengen ist darin jene angenommen, welche in der Einheit der Entfernung einer ihr gleichen Menge die Einheit der abstossenden Kraft ertheilt. Ist uns nun die Lage der beiden Mengen durch die Coordinaten eines dreiaxigen rechtwinkligen Coordinatensystems gegeben, so dass die Coordinaten der Menge q sind a, b, c, während jene des Punktes p, in welchem wir uns die Einheit der positiven Elektricitätsmenge denken, x, y, z sind, so sind, wie §. 17 gezeigt wurde, die drei in die Richtung der Coordinaten fallenden Componenten

$$\xi = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{x-a}{r} \qquad \eta = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{y-b}{r} \qquad \zeta = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{z-c}{r},$$

worin

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2.$$

Wie wir nun schon an derselben Stelle weiter ableiteten, ist dann

$$\xi = -\frac{\partial \frac{q}{r}}{\partial x} \qquad \eta = -\frac{\partial \frac{q}{r}}{\partial y} \qquad \zeta = -\frac{\partial \frac{q}{r}}{\partial z},$$

so dass also $\frac{q}{r}$ jene Function ist, deren mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehene partielle Differentialquotienten nach den verschiedenen Coordinataxen uns die in dieselben fallenden Kraftcomponenten geben. Bezeichnen wir die Function

$$\frac{q}{r} = v,$$

so wird

$$\xi = -\frac{\partial v}{\partial x} \qquad \eta = -\frac{\partial v}{\partial y} \qquad \zeta = -\frac{\partial v}{\partial z}.$$

Aus der Ableitung dieser Quotienten (§. 17) lässt sich denselben sofort eine Deutung geben, welche uns für das Potential eine etwas fasslichere Definition darbietet. Die Function v ist von den drei veränderlichen Grössen x, y, z abhängig, deren Werthe eben von der Lage des Punktes p bedingt sind. Das Zeichen ∂v in jedem dieser drei Quotienten bedeutet nun die Veränderung, welche v erfährt, wenn nur die in dem Nenner des betreffenden Quotienten vorkommende Veränderliche sich um unendlich wenig ändert, das heisst also, wenn sich der Punkt p nur in der

Richtung x um ∂x oder in y um ∂y oder in z um ∂z entfernt. Der Quotient $\frac{\partial v}{\partial x}$ bedeutet deshalb die Veränderung, welche v erfahren würde, wenn der betrachtete Punkt p in der Richtung der x um die Entfernungseinheit entfernt wird, vorausgesetzt, dass sich auf dieser ganzen Strecke das Potential für jede Veränderung ∂x um dieselbe Grösse ändert. Gleiches gilt für die andern Quotienten. Darnach können wir das Potential als jene Function definiren, deren mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehene Aenderung, wenn sich eine der drei variabeln um die Einheit der Länge ändert, uns die Grösse der Kraftcomponente gibt, welche in die Richtung dieser Variabeln fällt, dabei vorausgesetzt, dass die Veränderung des Potentials bei der Veränderung der Variabeln um gleiche Grössen auch die gleiche ist. Bezeichnen wir die Veränderung ∂v, wenn sich nur x um ∂x, oder y um ∂y, oder z um ∂z ändert, als die Veränderung des Potentials nach der Richtung x oder y oder z, so können wir das Potential auch als jene Function bezeichnen, deren Aenderung nach einer der Richtungen dividirt durch die Zunahme der betreffenden Variabeln mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehen uns die Grösse der in diese Richtung fallenden Kraftcomponente gibt.

Wenn wir anstatt einer Elektricitätsmenge q eine Anzahl getrennter Mengen $q_1, q_2, \ldots q_n$ haben, deren Abstände von dem betrachteten Punkte p gleich $r_1, r_2, \ldots r_n$ sind, so können wir für jede einzelne Menge das Potential bilden, und die Summe aller dieser einzelnen Potentiale

$$\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \ldots . \frac{q_n}{r_n} = \Sigma \frac{q}{r}$$

ist dann das Potential der sämmtlichen Mengen q auf den betrachteten Punkt. Die den Coordinataxen parallelen Componenten der Kraft, mit welcher diese Mengen den betrachteten Punkt abstossen oder anziehen, erhalten wir, indem wir für jedes dieser Einzelpotentiale die Componenten bilden, und dann die der gleichen Richtung angehörigen Componenten einfach summiren, also z. B. für x

$$X = \Sigma \xi = - \left\{ \frac{\partial \frac{q_1}{r_1}}{\partial x} + \frac{\partial \frac{q_2}{r_2}}{\partial x} + \ldots . \frac{\partial \frac{q_n}{r_n}}{\partial x} \right\} = - \Sigma \frac{\partial \frac{q}{r}}{\partial x}.$$

Die Summe der einzelnen Veränderungen ist aber einfach gleich der Veränderung der ganzen Summe nach der Richtung der x, wir können daher einfach schreiben

$$X = - \frac{\partial \Sigma \frac{q}{r}}{\partial x}$$

oder wenn wir das Potential der sämmtlichen vorhandenen Massen mit V bezeichnen

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x} \qquad Y = - \frac{\partial V}{\partial y} \qquad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Wenn wir anstatt einer Anzahl getrennter Elektricitätsmengen irgend einen mit Elektricität stetig gefüllten Raum haben, so können wir durch dieselbe Ueberlegung das Potential der so gegebenen Elektricitätsmenge auf einen ausserhalb derselben befindlichen Punkt erhalten. Ist die in einem Volumelement des Raumes vorhandene Elektricitätsmenge gleich dq und der Abstand dieses Volumelementes von dem betrachteten Punkte p gleich r, so ist das Potential dieser Menge gleich

$$\frac{dq}{r}.$$

Das Potential der ganzen Menge ist dann die Summe aller der unendlich vielen Mengen dq, welche in dem Raume vorhanden sind, jede dividirt durch die Entfernung derselben von dem betrachteten Punkte, also

$$V = \int \frac{dq}{r}.$$

Die Berechnung dieser Summe, oder dieses Integrals, ist nur möglich, wenn man weiss, wie die Menge im Raume vertheilt ist; einzelne Fälle der Berechnung werden wir demnächst kennen lernen.

Bei dem Uebergange von getrennten Elektricitätsmengen zu einem mit Elektricität stetig erfüllten Raume haben wir vorausgesetzt, dass der betrachtete Punkt von den Elementen dq eine gewisse Entfernung r habe. Es kann nun auch der Fall eintreten, dass man die Kraft bestimmen will, mit welcher ein Element dieser Menge selbst, respective die dort gedachte Einheit der Elektricität von der übrigen Elektricität angezogen oder abgestossen wird; es fragt sich, können wir dann das Potential in derselben Weise bestimmen und aus demselben dann durch dieselben partiellen Differentialquotienten die Componenten der Kraft darstellen. Auf den ersten Blick scheint das nicht der Fall zu sein, indem dann, wenn der betrachtete Punkt ein Punkt der wirksamen Menge selbst ist, für ihn selbst und die unmittelbar anliegenden Punkte r gleich 0 wird, somit in der Summe Glieder vorkommen, deren Werth durchaus unbestimmt ist. Durch eine einfache Betrachtung lässt sich aber, wenigstens dann, wenn die Dichtigkeit der Elektricität überall im Innern des betrachteten Raumes dieselbe ist, zeigen, sowohl dass das Potential in der bisher dargelegten Weise berechnet einen ganz bestimmten endlichen Werth besitzt, als auch dass die Kraftcomponenten in derselben Weise daraus abgeleitet werden können.

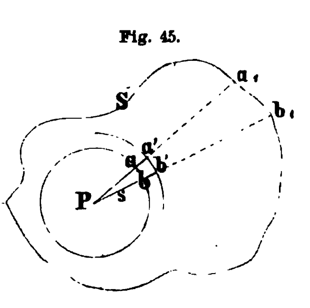
Dass zunächst auch in dem Falle das Potential

$$V = \int \frac{dq}{r}$$

einen bestimmten endlichen Werth hat, ergibt sich auf folgende Weise. Sei Fig. 45 S ein Durchschnitt durch den betrachteten mit Elektricität erfüllten Raum und P der Punkt, für welchen das Potential bestimmt werden soll. Um P denken wir uns eine Kugel mit dem Radius ϱ gelegt,

dem wir zunächst eine messbare Grösse beilegen wollen. Sei bei a auf dieser Kugel ab ein Bogenelement eines grössten Kreises, dessen Länge, wenn $d\sigma$ die Grösse desselben im Bogenmaasse ist, gleich $\varrho d\sigma$ ist. Durch denselben Punkt a der Kugel sei ein zu ab senkrechter grösster Kreis gelegt, und sei ein Element desselben im Bogenmaass gleich $d\tau$, im Längenmaass somit $\varrho d\tau$. Das Product $\varrho^2 d\sigma d\tau$ gibt uns dann ein Element der Kugelfläche. Um die erste Kugel legen wir eine zweite mit dem Radius $\varrho + d\varrho$, also der ersten unendlich nahe; von dem Punkte P denken wir uns dann die Radien an alle Punkte der Begrenzung des Flächenelements $\varrho^2 d\sigma d\tau$ gezogen und diese Radien verlängert. Von der zweiten Kugelfläche schneiden diese Radien dann ein Flächenelement $a' b'$ heraus, welches im Bogenmaass gleich $d\sigma d\tau$ und im Flächenmass nur um ein gegen das Element selbst unendlich Kleines von $\varrho^2 d\sigma d\tau$ verschieden ist. Der zwischen diesen Flächenelementen der beiden Kugelflächen und den Radien eingeschlossene Raum ist dann

Fig. 45.



$$\varrho^2 \, . \, d\sigma \, d\tau \, . \, d\varrho.$$

Bezeichnen wir nun die in der Volumeinheit des Raumes vorhandene Elektricitätsmenge mit $\varkappa$, so ist die in jenem Raumelemente vorhandene Menge

$$dq = \varkappa \, . \, \varrho^2 \, . \, d\sigma \, d\tau \, . \, d\varrho.$$

Das Potential dieser Menge auf den Punkt P ist dann

$$\frac{dq}{\varrho} = \varkappa \, . \, \varrho \, . \, d\sigma \, d\tau \, . \, d\varrho,$$

da der Abstand des Elementes dq von P gleich ϱ ist. Indem wir nun in diesem Ausdrucke ϱ nach und nach alle Werthe annehmen lassen von $\varrho = \varrho$ bis $\varrho = Pa_1 = R$, erhalten wir zunächst das Potential der in dem Raume $a_1 abb_1$ vorhandenen Elektricitätsmenge auf P

$$\int_{\varrho}^{R} \varkappa \, . \, \varrho \, d\sigma \, d\tau \, . \, d\varrho.$$

Wie wir wissen, ist der Werth dieser Summe, da $\varrho \, d\varrho = {}^1/_2 \left\{(\varrho + d\varrho)^2 - \varrho^2\right\}$, gleich

$$^1/_2 \, \varkappa \, (R^2 - \varrho^2) \, d\sigma \, d\tau.$$

Denken wir uns jetzt ϱ immer kleiner und schliesslich gleich 0 werden, so erhalten wir das Potential der ganzen in dem Winkel $a_1 P b_1$ befindlichen Menge, auch jener, deren Abstand von P unendlich klein ist. Der letzte Ausdruck zeigt aber, dass der Werth desselben wird

$$^1/_2 \, \varkappa \, R^2 \, d\sigma \, d\tau;$$

das Potential der ganzen Masse erhalten wir nun, indem wir die Summe

der Potentiale aller Winkelräume $a_1 P b_1$ rings um den Punkt P bilden, indem wir also nach σ und τ von 0 bis 2π summiren. Alle einzelnen Glieder dieser Summe haben aber, da R niemals unendlich werden kann, weil wir eine endlich begrenzte Masse voraussetzen, einen bestimmten Werth, und deshalb hat auch die Summe selbst oder

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \varkappa \, R^2 \, d\sigma \, d\tau,$$

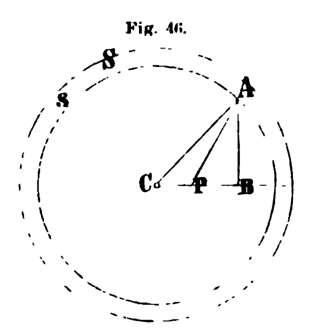
also das Potential der ganzen Masse auf einen ihrer eigenen Punkte einen bestimmten endlichen Werth. Welcher dieser Werth ist, das hängt wesentlich ab, wie sich R mit der Lage der Radien Pa_1 ändert, wie also R von den Winkeln σ und τ, dieselben von dem Ausgangspunkte a_1 gerechnet, abhängig ist.

Um den Nachweis zu liefern, dass auch die Differentialquotienten einen bestimmten endlichen Werth haben und uns die Componenten der in dem betrachteten Punkte wirksamen Kraft geben, denken wir uns den Punkt P im Innern einer kleinen Kugel mit dem Radius ϱ liegen. Das Potential der ganzen Masse V können wir uns dann in zwei Theile zerlegt denken, nämlich das Potential V_1 der ausserhalb der Kugel befindlichen Menge und das Potential V_2 der Kugel auf den Punkt P, so dass

$$V = V_1 + V_2.$$

Von dem ersten Theile geben nun die Differentialquotienten die Componenten der Kraft, und haben bestimmte endliche Werthe; für den zweiten Theil, für die homogene Kugel lässt sich das leicht nachweisen, indem wir nur das Potential einer homogenen Kugel auf einen in ihrem Innern liegenden Punkt berechnen.

Fig. 46.



Sei zu dem Ende Fig. 46 S ein Durchschnitt der Kugel mit dem Radius ϱ, und P in ihr der betrachtete Punkt in dem Abstande $CP = a$ von dem Mittelpunkte. Wir bestimmen zunächst das Potential einer beliebigen Kugelschale s von der Dicke dr, deren Radius r grösser oder kleiner sein kann als der Abstand a des Punktes P von dem Mittelpunkte, auf den Punkt P. Sei A ein Punkt der innern Fläche dieser Kugelschale, so dass der Radius CA mit der Verbindungslinie CP den Winkel φ bilde. Sei $d\varphi$ ein Bogenelement des Durchschnitts s der innern Schalenfläche, dessen Länge somit gleich $r d\varphi$ ist, so ist

$$2\pi \, AB \, . \, r d\varphi = 2\pi \, r^2 \sin \varphi \, d\varphi$$

die Fläche der Kugelzone, deren Breite gleich ist der Länge des Elementes $d\varphi$; multipliciren wir diesen Werth mit dr, der Dicke der Kugelschale, so erhalten wir das Volumen des Ringes der Schale, welcher dieser Zone ent-

spricht, und multipliciren wir schliesslich mit $\varkappa$, mit der Dichtigkeit der Elektricität, das ist der in der Volumeinheit enthaltenen Menge, so ist

$$2\pi\,\varkappa\,r^2 \sin\varphi\,d\varphi\,dr$$

die in diesem Ringe vorhandene Elektricitätsmenge. Da alle Punkte dieses Ringes sich in demselben Abstande $PA = e$ von dem Punkte P befinden, so ist

$$\frac{2\pi\,\varkappa\,r^2 \sin\varphi\,d\varphi\,.\,dr}{e}$$

das Potential dieses Ringes auf den Punkt P. Die Summe der Potentiale aller Ringe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \pi$ gibt uns dann das Potential der Kugelschale; um diese Summe bequem bilden zu können, formen wir obigen Ausdruck um, indem wir φ durch e ausdrücken. Es ist

$$e^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\varphi.$$

Wächst in diesem Ausdrucke φ um $d\varphi$, so wächst e um de, und damit wird

$$2\,e\,de = 2ar\sin\varphi\,d\varphi,$$

$$\frac{de}{ar} = \frac{\sin\varphi\,d\varphi}{e}.$$

Damit wird das Potential des Ringes

$$\frac{2\pi\,\varkappa\,r\,dr}{a}\cdot de$$

und das Potential der ganzen Kugelschale auf den Punkt P gleich der Summe der Potentiale aller Ringe, die wir erhalten, wenn wir e nach und nach alle Werthe annehmen lassen vom kleinsten bis zum grössten. Je nachdem nun der Punkt innerhalb oder ausserhalb der Kugelschale liegt, sind diese Grenzen von e verschieden.

Liegt der Punkt innerhalb, so ist der kleinste Werth $r - a$, der grösste $r + a$, und das Potential der Kugelschale wird

$$v = \int_{r-a}^{r+a} \frac{2\pi\,\varkappa\,r\,dr}{a}\cdot de = \frac{2\pi\,\varkappa\,r\,dr}{a}\int_{r-a}^{r+a} de$$

$$v = 4\pi\,\varkappa\,r\,dr \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Liegt der Punkt ausserhalb der Kugelschale, so ist der kleinste Werth von e gleich $a - r$, der grösste $a + r$ und das Potential ist

$$v = \frac{2\pi\,\varkappa\,r\,dr}{a}\int_{a-r}^{a+r} d$$

$$v = \frac{4\pi\,\varkappa\,r^2\,dr}{a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Der Zähler in diesem letzten Ausdruck gibt uns einfach die in der Kugelschale vorhandene Elektricitätsmenge, bezeichnen wir diese mit q, so wird für einen ausserhalb liegenden Punkt

$$v = \frac{q}{a},$$

das Potential ist gleich dem Quotienten aus der in der Schale vorhandenen Menge dividirt durch den Abstand des Punktes P von dem Mittelpunkt der Kugelschale. Für alle auf einer Kugelfläche liegenden Punkte, deren Mittelpunkt jener der Kugelschale ist, hat somit das Potential denselben Werth, eine Aenderung des Potentials findet nur statt, wenn der Werth von a sich ändert. Daraus folgt, dass die Anziehung und Abstossung des Punktes P gegen den Mittelpunkt der Kugelschale gerichtet sein muss, und die Grösse der Kraft erhalten wir, wenn wir die Aenderung des Potentials nach der Richtuug des Radius bestimmen und durch da dividiren in

$$F = -\frac{dv}{da} = -\frac{\frac{q}{a+da} - \frac{q}{a}}{da} = \frac{q}{a^2}$$

oder die von der Kugelschale auf den Punkt P ausgeübte Anziehung ist gerade so, wie wenn die gesammte in der Schale enthaltene Menge in dem Mittelpunkt der Schale concentrirt wäre, ein Satz, den wir bereits im §. 42 des ersten Bandes bewiesen haben. Wir hätten, wenn auch nicht ganz so einfach, zu demselben Satze gelangen können, wenn wir die Componenten der Kraft nach den drei Axen bestimmt und aus denselben die Resultirende berechnet hätten.

Auch für den Fall, dass der Punkt im Innern der Schale liegt, können wir das Potential auf eine Form bringen, welche im Zähler die in der Schale enthaltene Menge besitzt; multipliciren und dividiren wir mit r, so wird für den Fall

$$v = \frac{q}{r}.$$

Das Potential hängt also in diesem Falle nicht von dem Abstande des Punktes vom Mittelpunkte, also nicht von der Lage des Punktes im Innern der Schale ab, es ist vielmehr für den ganzen innern Raum der Kugelschale constant. Daraus folgt, dass eine Verrückung des Punktes P im Innern der Hohlkugel keine Veränderung des Potentials bewirkt, somit dass die Punkte im Innern durch die in der Hohlkugel vorhandene Menge keinerlei Einwirkung erfahren, ein Satz, welchen wir für die allgemeine Massenanziehung bereits im §. 46 des ersten Bandes fanden.

Mit Hülfe der beiden Ausdrücke für das Potential einer Kugelschale auf einen im Innern oder ausserhalb derselben liegenden Punkt können wir nun sofort das Potential der homogenen Kugel vom Radius ϱ auf den im Abstande a vom Mittelpunkt liegenden Punkt ableiten. Wir denken uns die Kugel aus lauter Schalen von der Dicke dr zusammengesetzt; die Summe der Potentiale aller dieser Kugelschalen ist dann das Potential der ganzen Kugel. Für alle Schalen, deren Radius grösser als a ist, ist der Punkt ein innerer, für diese haben wir also die Summe aller Werthe

v aus der Gleichung (1) zu setzen, indem wir r nach und nach von a bis ϱ wachsen lassen; wir erhalten

$$4\pi\varkappa\int_a^\varrho r\,dr = 2\pi\varkappa(\varrho^2 - a^2).$$

Für die Kugelschalen, deren Radius kleiner als a ist, haben wir die Summe aller Werthe von v aus der Gleichung (2) zu bilden, indem für r nach und nach alle Werthe von $r = 0$ bis $r = a$ eingesetzt werden. Darnach wird, da $r^2\,dr = {}^1/_3\left\{(r + dr)^3 - r^3\right\}$ ist,

$$\frac{4\pi\varkappa}{a}\int_0^a r^2\,dr = \frac{4}{3}\frac{\pi\varkappa}{a}(a^3 - o) = \frac{4}{3}\pi\varkappa a^2.$$

Die Summe dieser beiden Ausdrücke gibt uns das gesuchte Potential der homogenen Kugel auf den Punkt P

$$V_2 = 2\pi\varkappa\left(\varrho^2 - \frac{a^2}{3}\right).$$

Um nun hieraus die einzelnen Differentialquotienten nach x, y, z zu bilden, denken wir uns durch den Mittelpunkt ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem gelegt, und bestimmen die Lage des Punktes P im Innern der Kugel durch seine Coordinaten x, y, z, dann ist immer

$$a^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

und da ϱ unserer Voraussetzung nach constant ist

$$\frac{dV_2}{dx} = \left\{2\pi\varkappa\left(\varrho^2 - \frac{(x + dx)^2 + y^2 + z^2}{3}\right) - 2\pi\varkappa\left(\varrho^2 - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)\right\}\frac{1}{dx}$$

$$\frac{dV_2}{dx} = -\frac{4}{3}\pi\varkappa x$$

und ganz in derselben Weise

$$\frac{dV_2}{dx} = -\frac{4}{3}\pi\varkappa y \qquad \frac{dV_2}{dx} = -\frac{4}{3}\pi\varkappa z.$$

Dass diese Differentialquotienten mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen in der That die Componenten der von der Kugel auf den Punkt P wirkenden Anziehungen oder Abstossungen geben, erkennt man sofort, wenn man aus denselben die Resultirende berechnet. Dieselbe wird

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{4}{3}\pi\varkappa\cdot\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{4}{3}\pi\varkappa a$$

oder

$$R = \frac{\frac{4}{3}\pi\varkappa a^3}{a^2} = \frac{Q}{a^2},$$

wenn wir den Zähler, der die in der Kugel vom Radius a vorhandene Elektricitätsmenge bedeutet, mit Q bezeichnen, die Anziehung oder Abstossung ist also dieselbe, wie wenn die ganze Menge der Kugel, auf deren Oberfläche der betrachtete Punkt liegt, im Mittelpunkte vereinigt wäre, ein

Satz, den wir schon im ersten Bande für Anziehungen oder Abstossungen, die den auf einander wirkenden Mengen direct, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional sind, bewiesen haben.

Damit ist nun gleichzeitig der Beweis geliefert, dass die mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehenen Differentialquotienten des für einen Punkt im Innern der wirkenden Masse berechneten Potentials die Componenten der auf ihn ausgeübten Wirkung geben. Denn wir sahen, das Gesammtpotential V dieser Menge ist

$$V = V_1 + V_2,$$

somit

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial V_2}{\partial y}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial V_1}{\partial z} + \frac{\partial V_2}{\partial z}.$$

Von den Quotienten $-\frac{\partial V_1}{\partial x} \cdot \cdot$ folgte nun schon aus dem Frühern, dass sie die Componenten der Wirkung der ausserhalb der Kugel vorhandenen Menge auf den Punkt liefern, von den Quotienten $\frac{\partial V_2}{\partial x}, \cdot \cdot$ welche sich auf die Kugel beziehen, haben wir es soeben nachgewiesen, die Summe der je zwei Quotienten gibt somit die Componenten der Wirkung der gesammten Masse, und da die Summe der je zwei Quotienten gleich den betreffenden Differentialquotienten ist, so folgt, dass dieselben die Componenten der Wirkung der ganzen Masse geben.

Wir haben bei diesem Nachweise angenommen, dass die Dichtigkeit im Innern des Raumes überall dieselbe sei, man kann indess ebenso nachweisen, dass der Satz gilt, wenn die Dichtigkeit der Elektricität in den verschiedenen Punkten des Raumes eine verschiedene ist[1]); indess wegen dieses Nachweises, der uns zu weit führen würde, verweisen wir auf die verschiedenen Arbeiten über das Potential. Der Satz gilt ganz allgemein, wie auch die Elektricitäten vertheilt sind, und wo auch die Punkte liegen, auf welche sie wirken, immer geben uns die nach den Coordinaten gebildeten Differentialquotienten die Componenten der Wirkungen.

Ebenso wie uns die nach den Coordinaten genommenen Differentialquotienten des Potentials die in die Richtung der Coordinatenaxen fallenden Componenten der auf den betrachteten Punkt wirkenden Kraft liefern, so können wir auch direct aus dem Potential die in eine beliebige Richtung fallende Componente der Kraft erhalten. Denken wir uns den betrachteten Punkt nach irgend einer Richtung s um die Grösse ds verschoben, und ist dV die Veränderung des Potentials nach dieser Richtung, so ist

$$S = -\frac{dV}{ds}$$

die Grösse der in die Richtung s fallenden Componente der Kraft.

1) Man sehe *Clausius:* Die Potentialfunction und das Potential. 2. Aufl. Leipzig 1865.

Es bedarf das keines besondern Beweises mehr, denn da die nach den Coordinataxen gebildeten Quotienten die den Coordinaten parallelen Componenten geben, über die Richtung der Axen aber gar keine specielle Voraussetzung gemacht ist, dieselbe vielmehr jede beliebige sein kann, so folgt, dass die Veränderung des Potentials nach einer beliebigen Richtung dividirt durch die unendlich kleine Verschiebung ds des Punktes P nach dieser Richtung die in diese Richtung fallende Componente der Wirkung ist.

Da wir aus dem Potential in jedem Falle die drei zu einander senkrechten Componenten der Kraft ableiten können, so liefert uns dasselbe auch der Grösse und Richtung nach in jedem Falle die resultirende Kraft, welche von einer gegebenen Elektricitätsmenge auf einen mit der Einheit der positiven Elektricität versehenen Punkt ausgeübt wird.

Ist diese Resultirende R, so ist

$$R^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$$

und die Quotienten

$$-\frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{X}{R};\ -\frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{Y}{R};\ -\frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{Z}{R}$$

geben die Cosinus der Winkel, welche die Richtung der Resultirenden mit den Axen bildet.

Die Richtung und Grösse der Resultirenden lässt sich aus dem Potential noch in einer andern und übersichtlichern Weise darstellen. Die Gleichung

$$V = A$$

liefert uns nicht nur das Potential für den einzigen Punkt, für welchen es berechnet ist, sondern gleichzeitig für alle Punkte einer Fläche, für welche das Potential eben denselben Werth hat. Es folgt das aus bekannten Sätzen der analytischen Geometrie, wonach jede Gleichung von der Form

$$f(x, y, z) = \text{constans}$$

eine bestimmte Fläche darstellt. In einem speciellen Falle, bei dem Potential der Kugel, haben wir das vorhin schon gefunden. Für einen ausserhalb der Kugel liegenden Punkt, dessen Abstand von dem Mittelpunkte gleich a ist, fanden wir

$$V = \frac{Q}{a},$$

für alle Punkte somit, für welche a denselben Werth hat, ist auch das Potential dasselbe; diese Punkte liegen aber auf einer mit dem Radius a beschriebenen Kugel, so dass also alle um den Mittelpunkt einer kugelförmigen Elektricitätsmenge mit einem beliebigen Radius beschriebenen Kugelflächen Flächen sind, auf deren jeder für alle Punkte das Potential denselben Werth hat. In anderen Fällen ist die Gestalt dieser Flächen eine andere.

Eine Verschiebung des Punktes auf einer solchen durch ihn gelegten Fläche kann deshalb keine Aenderung des Potentials bewirken, deshalb kann auch keine Componente der auf den Punkt ausgeübten Wirkung in diese Fläche fallen, oder die gesammte auf den Punkt vorhandene Wirkung muss in die Richtung der an der betreffenden Stelle zu dieser Fläche gezogenen Senkrechten, in die Normale der Fläche fallen. Diese Flächen verhalten sich somit gerade so wie die freien Oberflächen von Flüssigkeiten, welche auch an jedem Punkte senkrecht zu der wirksamen Kraft sein müssen. Man bezeichnet deshalb diese Flächen als Niveauflächen. Damit können wir die Richtung der Resultirenden der auf einen Punkt wirkenden Kraft kurz dahin definiren: sie muss in die Richtung der Normale der durch den betreffenden Punkt gehenden Niveaufläche fallen.

Um dann die Grösse der Kraft, welche auf den betreffenden Punkt wirkt, zu erhalten, haben wir nur den Punkt in der Richtung der Normale um die unendlich kleine Grösse dn verschoben zu denken, ist dV die dieser Verschiebung entsprechende Veränderung des Potentials, so ist

$$R = -\frac{dV}{dn}$$

die Grösse der resultirenden Kraft, da dieser Quotient uns nach dem Vorigen die in die Richtung n fallende Componente der Kraft gibt, wie wir aber soeben sahen diese Richtung die der Resultirenden ist. Im Falle der Kugel haben wir vorhin schon diesen Satz angewandt, um die auf einen Punkt wirkende Kraft zu erhalten; in dem Falle ist

$$\frac{dV}{dn} = \frac{1}{da}\left(\frac{Q}{a + da} - \frac{Q}{a}\right) = -\frac{Q}{a^2},$$

somit

$$R = \frac{Q}{a^2},$$

wie wir es auch schon früher fanden[1]).

1) Die Bedeutung des Potentials wurde zuerst erkannt von Green, und die Arbeiten *Green's:* An Essay on the Application of mathematical analysis to the theories of Electricity and Magnetism. Nottingham 1828, wieder abgedruckt in Crelle's Journal Bd. XLIV und XLVII. sowie von *Gauss:* „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte" in den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1839, haben die Haupteigenschaften des Potentials entwickelt. Eine sehr übersichtliche Behandlung der Lehre vom Potential gibt das schon oben erwähnte Schriftchen von *Clausius:* „Die Potentialfunction und das Potential." 2. Aufl. Leipzig bei Barth. 1865. Betreffs der Anwendung des Potentials in der Elektrostatik sehe man: *Beer,* Einleitung in die Elektrostatik etc. Braunschweig 1865. *Grinwis,* Wiskundige Theorie der wrijwings Electriciteit. Utrecht 1869. *Briot,* Mechanische Wärmetheorie, deutsch herausgegeben von Dr. H. Weber. Leipzig 1871.

§. 30.

Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf eine andere und auf sich selbst. Die Untersuchungen des vorigen Paragraphen haben den Nachweis geliefert, dass man in allen Fällen aus dem Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf einen Punkt, welches wir kurz als das Potential der gegebenen Elektricitätsmenge bezeichnen wollen, die Anziehungen und Abstossungen, welche sie auf irgend einen Punkt ausübt, in welchem wir uns die Einheit der Elektricität concentrirt denken, ableiten kann. Ebenso kann man aber auch mit Hülfe des Potentials die Anziehungen und Abstossungen ableiten, welche eine Elektricitätsmenge auf eine andere Elektricitätsmenge ausübt.

Bezeichnen wir wie vorher das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf einen Punkt P mit V, so sind die den Coordinatenaxen parallelen Componenten der Kraft, wie wir sahen:

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Befindet sich nun in dem Punkte P anstatt der Elektricitätsmenge 1 die Menge q, so werden die Componenten, da die Wirkung der Elektricität der Menge derselben proportional ist,

$$X = -q\frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -q\frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -q\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Setzen wir nun

$$qV = w,$$

so wird

$$\frac{\partial w}{\partial x} = q\frac{\partial V}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = q\frac{\partial V}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = q\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Da somit aus der Function w sich die Anziehungen und Abstossungen einer gegebenen Menge auf die in einem Punkte concentrirte Menge q gerade so ableiten lassen, wie die Anziehungen und Abstossungen auf eine mit der Einheit versehene Elektricitätsmenge aus dem Potential, so nennen wir w das Potential der gegebenen Menge auf die Menge q.

Wirkt die gegebene Menge auf eine Anzahl verschiedener Mengen q_1, q_2, $q_3 \ldots q_n$, und sind die Werthe des Potentials derselben an den Stellen, wo sich diese Mengen befinden, gleich V_1, V_2, $V_3 \ldots V_n$, so ergibt sich in derselben Weise, dass das Potential der gegebenen Menge auf alle diese Mengen zusammen ist

$$W = q_1 \cdot V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3 + \cdots q_n V_n = \Sigma q V \cdots (1)$$

gleich der Summe aller einzelnen Potentialwerthe der gegebenen Elektricitätsmenge auf die einzelnen vertheilt liegenden Mengen.

Wirkt die gegebene Elektricitätsmenge auf eine andere, ebenfalls einen

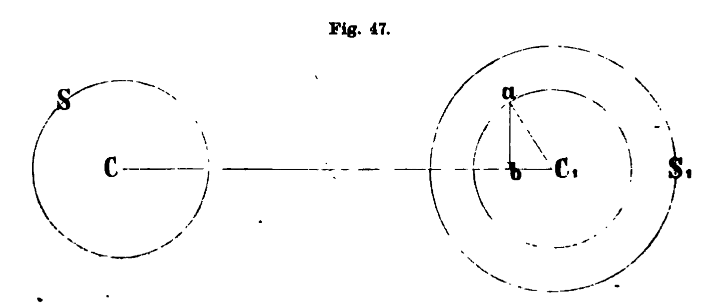
gewissen Raum ausfüllende, so sei dq' die in irgend einem Raumelemente vorhandene Menge. Das Potential der gegebenen auf die Menge dq' sei dann Vdq', dann ist das Potential der erstern Elektricitätsmenge auf die zweite

$$W = \int Vdq' \cdot \cdot \cdot \cdot (2)$$

worin die Integration sich über den ganzen Raum zu verbreiten hat, in welchem sich die zweite Elektricitätsmenge befindet, und für jedes Element des Raumes der ihm entsprechende Werth von V eingesetzt werden muss.

Um zu zeigen, in welcher Weise diese Rechnungen zu führen sind, wollen wir das Potential einer homogenen Kugel auf eine andere homogene Kugel bestimmen. Der Abstand der Mittelpunkte beider Kugeln sei gleich R. Sei Fig. 47 S ein Durchschnitt durch die erste, S_1 ein solcher durch die zweite

Fig. 47.



Kugel, deren Radius gleich r sei. In der zweiten Kugel denken wir uns zunächst eine Kugelschale, deren Radius gleich ϱ, deren Dicke gleich $d\varrho$ sei, wir bestimmen zunächst das Potential der Kugel S auf diese Schale. Sei bei a, dessen Lage durch den Winkel $CC_1\,a = \varphi$ gegeben ist, ein Bogenelement $d\varphi$, dessen Länge also $\varrho\, d\varphi$ ist; dann ist, wie wir schon im vorigen Paragraphen ableiteten,

$$2\varkappa\pi\varrho^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\varrho$$

die in dem Ringe der Schale, dessen Durchschnitt das Element $d\varphi$ bei a ist, enthaltene Elektricitätsmenge, wenn wir wie früher mit $\varkappa$ die Dichtigkeit derselben bezeichnen.

Das Potential der Kugel S ist nun für jeden Punkt des Ringes gleich

$$V = \frac{Q}{Ca} = \frac{Q}{e},$$

wenn wir mit Q die in der Kugel S vorhandene Elektricitätsmenge bezeichnen, da alle Punkte des Ringes von dem Mittelpunkt der Kugel gleich weit entfernt sind. Für das Potential der Kugel auf den Ring erhalten wir daher

$$\frac{Q}{e} \cdot 2\varkappa\pi\varrho^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\varrho.$$

Es folgt das einfach aus Gleichung (2), da wenn V für alle in Be

tracht kommenden Elemente dq denselben Werth hat, nach dem Begriffe der Summe

$$\int V dq = V \int dq$$

ist.

Um nun das Potential der Kugel S auf die Kugelschale ϱ zu erhalten, schreiben wir wieder, wie vorhin,

$$e^2 = R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho \,.\, \cos\varphi,$$

woraus ebenso folgt

$$2ede = 2R\varrho \,.\, \sin\varphi\, d\varphi$$

$$\frac{de}{R\varrho} = \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{e}$$

und für das Potential der Kugel auf die Schale

$$\frac{Q \,.\, 2\pi\, \varkappa\, \varrho\, d\varrho}{R} \,.\, \int_{R-\varrho}^{R+\varrho} de = \frac{Q \,.\, 4\pi\, \varkappa\, \varrho^2 d\varrho}{R}$$

da $R - \varrho$ der kleinste und $R + \varrho$ der grösste Werth von e ist.

Das Potential der Kugel S auf die zweite Kugel erhalten wir nun aus der Summe aller Potentiale auf die einzelnen Kugelschalen, deren Radien zwischen $\varrho = 0$ und $\varrho = r$ enthalten sind, diese Summe ist

$$W = \frac{Q \,.\, 4\pi\, \varkappa}{R} \int_0^r \varrho^2\, d\varrho = \frac{Q \,.\, \frac{4}{3}\, r^3 \pi\, \varkappa}{R}.$$

Das Product

$$\frac{4}{3}\, r^3 \pi\, \varkappa = Q'$$

ist nun die in der zweiten Kugel vorhandene Elektricitätsmenge, Q', so dass wir schliesslich setzen können

$$W = \frac{QQ'}{R}.$$

Das Potential ist gleich dem Producte der in beiden Kugeln vorhandenen Elektricitätsmengen dividirt durch den Abstand ihrer Mittelpunkte. Für die Wirkung der beiden Kugeln auf einander erhalten wir daraus

$$A = -\frac{dW}{dR} = \frac{QQ'}{R^2}$$

den schon früher abgeleiteten Satz, dass zwei Kugeln bei dem auch hier gültigen Gesetze der Anziehung oder Abstossung sich gerade so anziehen, als wenn die wirksamen Mengen sämmtlich im Mittelpunkte vereinigt wären.

Ebenso wie wir in Gleichung (1) und (2) das Potential einer gegebenen Masse auf eine zweite durch

$$W = \int V dq',$$

also durch das Potential der ersten auf die verschiedenen Elemente der zweiten dargestellt haben, können wir dasselbe auch durch

$$W = \int V' \, dq \cdot \cdot \cdot \cdot (3)$$

durch das Potential der zweiten Masse auf die erste darstellen. Dass der durch die Gleichung (3) gegebene Ausdruck derselbe ist, wie der aus Gleichung (2), folgt aus dem Begriffe des Potentials. Das Potential einer Menge auf eine andere ist die Summe aller Producte aus je einem Massenelement der ersten und jedem Massenelement der zweiten Masse, jedes Product dividirt durch die Entfernung der zwei in einem Producte vereinigten Elemente. Ganz dieselbe Summe erhalten wir aber, wenn wir die Summe aller Producte aus je einem Massenelement der zweiten Masse mit jedem Massenelement der ersten Masse, jedes Product dividirt durch die Entfernung der zu dem Producte vereinigten Elemente, bilden. Die letzten Summe ist aber durch die Form der Gleichung (3) gegeben, da der unter dem Summenzeichen stehende Ausdruck das Product eines einzelnen Elementes der ersten Masse mit allen Elementen der zweiten Masse liefert, jedes der einzelnen dabei zu bildenden Producte dividirt durch die Entfernung des Elementes dq von dem betreffenden Elemente der zweiten Menge.

In seiner allgemeinen Form ist das Potential zweier Mengen auf einander gegeben durch die Doppelsumme

$$W = \int\int \frac{dq \cdot dq'}{r}.$$

Das Element dieser Summe ist das Product eines Elementes der ersten und eines Elementes der zweiten Menge dividirt durch die Entfernung der beiden Elemente, und die Doppelsumme bedeutet eben, dass wir die Summe für jedes Element der ersten und für jedes Element der zweiten Menge bilden müssen.

Wir haben im vorigen Paragraphen gezeigt, dass das Potential einer gegebenen Menge auf einen ihrer eigenen Punkte einen bestimmten endlichen Werth hat, und dass die Differentialquotienten uns die Kraft geben, welche von der Menge auf diesen Punkt ausgeübt wird unter Voraussetzung, dass in ihm die Einheit der positiven Elektricität concentrirt ist. Sind die einzelnen Elemente der Menge gegen einander beweglich, so werden dieselben so lange verschoben werden, bis das Potential überall im Innern denselben Werth hat. Befindet sich in dem betrachteten Punkte nicht die Einheit der Elektricität, sondern das Element dq, so wird das Potential der ganzen Menge auf dieses ihr eignes Element gleich $V dq$ und die Kraft, mit welcher dieses Element nach irgend einer Richtung s getrieben wird, ist

$$S = - dq \frac{dV}{ds}.$$

Sowie für dieses Element können wir für alle Elemente der gegebenen

Elektricitätsmenge das Potential bilden, und alle diese einzelnen Potentiale summiren; diese Summe

$$W' = {}^1/_2 \int V dq$$

bezeichnet man als das Potential der Masse auf sich selbst. Dass der Factor $^1/_2$ vor dem Summenzeichen stehen muss, erkennt man, wenn man das Potential in der Form schreibt

$$W' = {}^1/_2 \int\int \frac{dq\, dq_1}{r}$$

als die Doppelsumme der Producte von jedem Elemente mit allen übrigen, jedes Product dividirt durch die betreffende Entfernung der Elemente. Werden nun nach und nach unter dem Summenzeichen für dq alle verschiedenen Elemente eingesetzt und ebenso für dq_1, so kommt jedes Product $dq \,.\, dq_1$ doppelt vor. Denn bilden wir zunächst einmal die Summe für ein bestimmtes dq_1, so enthält dieses einmal das Product $dq\, dq_1$, setzen wir dann, um die ganze Summe zu bilden, nach und nach für dq_1 alle übrigen Elemente ein, so kommt auch dann einmal dq an die Reihe, und bilden wir für dieses alle Producte, so findet sich unter den Elementen auch einmal dq_1, so dass dann das Product $dq\, dq_1$ zum zweiten Male auftritt. Da nun aber in dem Potentiale jedes Product nur einmal vorkommen darf, müssen wir somit die Gesammtsumme mit dem Factor $^1/_2$ versehen.

Das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf eine andere und dasjenige der Menge auf sich selbst sind aber noch von einer viel weiter gehenden Bedeutung, sie gestatten uns sofort die Arbeit zu bestimmen, welche mit der Bewegung zweier elektrischer Massen verbunden ist, und die wir zur Herstellung eines elektrischen Zustandes aufwenden müssen[1]).

Denn betrachten wir zunächst zwei verschiedene Elektricitätsmengen, eine feste Q und eine bewegliche Q_1; ein Element der erstern sei dq, der letztern dq_1, ihr Abstand sei r. Die Kraft, mit welcher sich diese Elemente abstossen, ist dann

$$\frac{dq \,.\, dq_1}{r^2}.$$

Wenn nun in Folge dieser Abstossung das Element dq_1 um dr entfernt wird, so üben die beiden Elemente durch die Wegstrecke dr den Druck $\frac{dq\, dq_1}{r^2}$ aus, die von dieser Kraft geleistete Arbeit ist somit

$$\frac{dq \,.\, dq_1}{r^2}\, dr = -\left(\frac{dq \,.\, dq_1}{r + dr} - \frac{dq \,.\, dq_1}{r}\right) = -\, d\, \frac{dq\, dq_1}{r},$$

wenn wir durch das letztere Zeichen die Aenderung des Productes bezeichnen, wenn in demselben die einzige Veränderliche r um dr zunimmt.

---

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI. Abhandl. zur mechan. Wärmetheorie. Abhandl. X. II. Abth. p. 98. *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847 p. 37 ff.

Bestimmen wir so die Arbeit für alle Elemente der beiden Massen, so ist die bei der Verschiebung der zweiten Masse gegen die erste geleistete Arbeit gleich der Summe aller dieser Arbeiten oder

$$-\int\int d \cdot \frac{dq \cdot dq_1}{r}.$$

Diese Summe bedeutet die Summe aller der Differenzen, welche wir erhalten, wenn in dem Ausdrucke $\frac{dq\, dq_1}{r}$ einmal r und einmal $r + dr$ eingesetzt, und die beiden so erhaltenen Ausdrücke von einander abgezogen werden, und das nach und nach für alle Elemente geschieht. Die Summe dieser Differenzen ist aber einfach gleich der Differenz der Summen, wenn wir einmal die Summe bilden mit dem Werthe von r, dann mit dem Werthe $r + dr$, und diese beiden Summen von einander abziehen, oder

$$\int\int d \cdot \frac{dq \cdot dq_1}{r} = \int\int \frac{dq \cdot dq_1}{r + dr} - \int\int \frac{dq\, dq_1}{r} = d \int\int \frac{dq\, dq_1}{r}.$$

Dieser letztere Ausdruck ist aber nichts anderes als der Zuwachs des Potentials der beiden Massen auf einander, welcher der Verschiebung der Massen gegen einander entspricht, oder es ist

$$dW = d \int\int \frac{dq\, dq_1}{r}.$$

Bezeichnen wir nun die Arbeit, welche der Verschiebung der zweiten Masse gegen die erste durch die Aenderung von r um dr entspricht, mit dL, so ist

$$dL = -dW,$$

oder die Arbeit, welche einer unendlich kleinen Verschiebung der zweiten Elektricitätsmenge gegen die erste entspricht, ist gleich der mit dem negativen Vorzeichen versehenen unendlich kleinen Aenderung in dem Werthe des Potentials, welche durch diese Verschiebung bedingt wird. Wenn durch diese Verschiebung der Werth des Potentials kleiner wird, so ist dW negativ und damit dL positiv, es ist durch dieselbe Arbeit geleistet worden; ist durch die Verschiebung der Werth des Potentials grösser geworden, so ist dW positiv, dL negativ, es muss zur Hervorbringung dieser Verschiebung Arbeit aufgewandt werden.

Wenn eine endliche Verschiebung der zweiten Elektricitätsmenge gegen die erste eintritt, so wird dadurch eine endliche Arbeit bedingt; diese endliche Arbeit L ist gleich der Summe aller der unendlich vielen unendlich kleinen Arbeiten, welche bei den unendlich kleinen Verschiebungen geleistet werden, deren Summe gleich der endlichen Verschiebung ist. Jede dieser elementaren Arbeiten ist aber gleich dem negativen Zuwachs des Potentials, welcher der unendlich kleinen Verschiebung entspricht, die gesammte Arbeit ist somit gleich der mit dem negativen Vorzeichen versehenen Summe aller dieser Zuwächse, und diese ist, wie wir schon öfter gesehen haben, gleich der

Differenz der beiden Werthe des Potentials im Anfange und am Ende der Verschiebung. Bezeichnen wir den Werth des Potentials am Anfange der Verschiebung mit W_1, am Ende mit W_2, so ist deshalb

$$L = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2.$$

Wir gelangen somit zu dem Satze, dass die Arbeit, welche bei der Aenderung der Lage zweier Elektricitätsmengen gegen einander gewonnen oder aufgewandt werden muss, gleich ist der Differenz ihrer Potentiale auf einander in der ersten und zweiten Lage.

Betrachten wir jetzt eine gegebene Elektricitätsmenge für sich, und setzen voraus, dass die einzelnen Elemente gegen einander beweglich seien, so werden sie, wenn der Gleichgewichtszustand noch nicht erreicht ist, in Folge der zwischen ihnen thätigen Kräfte sich bewegen, und da bei dieser Bewegung auf eine gewisse Weglänge ein Druck ausgeübt wird, so entspricht derselben eine gewisse Arbeitsmenge. Ganz dieselbe Betrachtungsweise, welche wir eben für zwei verschiedene Mengen angestellt haben, ergibt dann auch hier, dass einer Verschiebung sämmtlicher Elemente um dr eine Arbeit entspricht, welche dem negativen Zuwachs des Potentials der Elektricitätsmenge auf sich selbst gleich ist, oder dass auch hier

$$dL = -dW',$$

wenn wir mit W' das Potential der Elektricitätsmenge auf sich selbst bezeichnen. Die einer endlichen Aenderung in der Vertheilung der elektrischen Mengen entsprechende Arbeit ist demnach gerade so

$$L = W_1' - W_2',$$

wenn W_1' das Potential in dem Anfangszustande, W_2' in dem Endzustande bezeichnet.

Denken wir uns nun eine Elektricitätsmenge in solche Verhältnisse gebracht, dass sie verschwindet, also einen elektrisirten Körper etwa mit der Erde verbunden, so ist der Endzustand der unelektrische; in dem Falle ist somit $W_2' = 0$, da wenn keine Elektricität mehr vorhanden ist, ihr Potential natürlich gleich 0 ist. In dem Falle ist also

$$L = W_1';$$

wir gelangen somit zu dem Satze, dass das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst gleich ist der Arbeitsmenge, welche dieselbe bei ihrem Verschwinden leisten kann. Ein im elektrischen Zustande befindlicher Körper hat also in Folge desselben einen gewissen Arbeitsvorrath, wie ein warmer Körper in Folge des Wärmeinhalts. Wir können demnach diesen Arbeitsvorrath als die elektrische Energie des Körpers bezeichnen, und gelangen dann zu dem Satze, dass die elektrische Energie eines Körpers gleich ist dem Potentiale der in ihm enthaltenen Elektricitätsmenge auf sich selbst.

Wenn bei der vorhin betrachteten Bewegung der zweiten Elektricitätsmenge unter dem Einflusse der ersten gleichzeitig eine Aenderung in der

Vertheilung der zweiten eintritt, wodurch der Werth des Potentials dieser Masse auf sich selbst geändert wird, so tritt der Arbeitswerth dieser Aenderung zu der vorher bestimmten hinzu, die gesammte Arbeit ist dann

$$L = W_1 - W_2 + W_1' - W_2'.$$

Wird gleichzeitig auch die Vertheilung der ersten Elektricitätsmenge eine andere, so dass auch deren Potential auf sich selbst sich ändert, so tritt auch diese Aenderung als Arbeit hinzu; sind die Anfangs- und Endwerthe desselben W_1'' und W_2'', so wird die gesammte Arbeit

$$L = W_1 - W_2 + W_1' - W_2' + W_1'' - W_2''$$

oder

$$L = (W_1 + W_1' + W_1'') - (W_2 + W_2' + W_2'').$$

Die in den Klammern enthaltenen Ausdrücke sind jedesmal die Summe der Potentiale der beiden Elektricitätsmengen auf sich selbst und auf einander; sehen wir die beiden Mengen als ein System an, so können wir diese Summe als das Potential des Systems auf sich selbst bezeichnen, und können dann für das ganze System den Satz aufstellen, den wir vorhin für die einzelne Menge erhielten, dass die Aenderung des Potentialwerthes eines elektrischen Systemes auf sich selbst die bei dem Uebergange aus dem einen Zustand in den andern Zustand geleistete Arbeit ist.

Anwendungen dieses Satzes werden wir im zweiten Kapitel, in welchem von den elektrischen Entladungen die Rede sein wird, kennen lernen; wir haben ihn hier nur vorgreifend besprochen, weil er sich unmittelbar an den Begriff des Potentials anschliesst, und zeigt, dass dem Potential auch eine physikalische Deutung zukommt.

§. 31.

Bedeutung der zweiten Differentialquotienten des Potentials. Mit Hülfe des Potentials einer gegebenen Elektricitätsmenge können wir nach den beiden letzten Paragraphen sowohl die Anziehungen und Abstossungen, welche dieselbe auf eine andere Elektricitätsmenge ausübt, als auch die Arbeit berechnen, welche bei der Bewegung elektrischer Massen durch jene Kräfte geleistet werden. Die Bedeutung des Potentials geht aber noch weiter, wir sind im Stande aus demselben sofort auch die Vertheilung der wirksamen Elektricitätsmenge im Raume zu bestimmen, wenn wir ihr Potential kennen.

Wir denken uns wieder eine Elektricitätsmenge Q; ist ein Element derselben dq, so ist das Potential auf einen im Abstande r von dem Element liegenden Punkt

$$\frac{dq}{r}$$

und das Potential der ganzen Masse

$$V = \int \frac{dq}{r}.$$

Die Lage der einzelnen Elemente und Punkte sei durch die Coordinaten eines dreiaxigen rechtwinkligen Coordinatensystemes gegeben und seien die Coordinaten des Elementes x', y', z', die des betrachteten Punktes x, y, z. Dann ist

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2.$$

Für die den Coordinataxen parallelen Componenten der Kraft erhalten wir dann

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\int dq \cdot \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x}$$

und ähnlich für Y und Z, da, weil die Aenderung sich nur auf r bezieht, bei Berechnung derselben dq als ein constanter Factor angesehen werden kann.

Führen wir diese Differentiation nach x, y und z aus, so erhalten wir, wie wir früher sahen,

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\int dq \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{x - x'}{r}; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = -\int dq \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{y - y'}{r};$$
$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\int dq \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{z - z'}{r}.$$

Lassen wir nun in dem ersten dieser Ausdrücke x um dx, in dem zweiten y um dy, in dem dritten z um dz wachsen, und bilden die diesen Zunahmen entsprechenden Quotienten

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)}{\partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)}{\partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2},$$

die sogenannten zweiten Differentialquotienten, so erhalten wir

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \int dq \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\,\frac{(x - x')^2}{r^5}\right\}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \int dq \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\,\frac{(y - y')^2}{r^5}\right\}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dq \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\,\frac{(z - z')^2}{r^5}\right\},$$

wie man unmittelbar erhält, wenn man sowohl im Zähler als im Nenner r^3, für x einsetzt $x + dx$, und ebenso für y und z, $y + dy$ und $z + dz$ und dann in der schon oft durchgeführten Weise den Quotienten berechnet.

Setzen wir nun zunächst voraus, dass der angezogene Punkt ausserhalb der Elektricitätsmenge Q liegt, so hat r immer einen endlichen Werth, und damit haben auch die unter den Summenzeichen in der Klammer stehenden Ausdrücke jeder einen bestimmten von der Lage des Punktes abhängigen Werth. In dem Falle können wir diese drei Summen einfach addiren, und erhalten

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dq \left\{-\frac{3}{r^3} + 3\,\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{r^5}\right\}.$$

Der Zähler des letzten Ausdrucks in der Klammer ist gleich r^2, und damit wird die Summe

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dq \left\{ - \frac{3}{r^3} + \frac{3}{r^3} \right\}.$$

Damit erkennt man, dass der in der Klammer stehende Ausdruck gleich 0 ist; da nun jedes Element der Summe mit Null multiplicirt ist, so folgt, dass die ganze Summe gleich 0 ist, oder

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

oder die Summe der drei zweiten Differentialquotienten des Potentials auf einen ausserhalb der wirksamen Elektricitätsmenge liegenden Punkt ist immer gleich 0. Man bezeichnet diese Summe gewöhnlich mit dem Zeichen ΔV, so dass die Gleichung dann die Form hat

$$\Delta V = 0.$$

Liegt der Punkt im Innern der wirksamen Elektricitätsmenge selbst, so ist die obige Schlussfolge nicht mehr zulässig. Für eine Anzahl Elemente dq wird dann der Werth von r und damit auch von $(x - x')$, $(y - y')$, $(z - z')$ unendlich klein; wir können deshalb für diese Quotienten dann keine bestimmten Werthe angeben, da von den in der Klammer stehenden Ausdrücken der erste einen unendlich kleinen Nenner, der zweite einen unendlich kleinen Zähler und unendlich kleinen Nenner hat. Für den Fall bedarf es deshalb einer speciellen Untersuchung, welchen Werth der Ausdruck ΔV annimmt.

Um diese Untersuchung führen zu können, theilen wir die gegebene Elektricitätsmenge in zwei Theile, von denen der eine eine Kugel von endlichem Radius sein soll, innerhalb welcher irgendwo nur in endlicher Entfernung von der Oberfläche der betrachtete Punkt liegen soll. Das Potential V der ganzen Masse ist dann die Summe der beiden Potentiale, jenes der Kugel auf den in ihr liegenden Punkt und jenes der übrigen Elektricitätsmenge; sei das erstere V_1, das letztere V_2, so ist also

$$V = V_1 + V_2$$

und damit auch

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2.$$

Da nun der betrachtete Punkt in endlicher Entfernung von allen Elementen der Menge sich befindet, deren Potential auf ihn gleich V_2 ist, so folgt nach dem Vorhergehenden, dass $\Delta V_2 = 0$ ist, und somit dass

$$\Delta V = \Delta V_1.$$

Setzen wir nun voraus, dass die Dichtigkeit der Elektricität an allen Punkten des von der Kugel umschlossenen Raumes dieselbe und gleich $\varkappa$ ist, so können wir nach §. 29 das Potential der Kugel auf den betrachteten Punkt sofort angeben. Nennen wir den Radius der gedachten Kugel a, und

den Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte dieser Kugel ϱ, so ist das Potential der Kugel

$$V_1 = 2\pi\varkappa\left(a^2 - \frac{\varrho^2}{3}\right).$$

Sind nun die Coordinaten des Mittelpunktes der Kugel x_1, y_1, z_1, so ist

$$\varrho^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2.$$

Setzen wir diesen Werth für ϱ ein, so wird

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa x;\quad \frac{\partial V_1}{\partial y_1} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa y;\quad \frac{\partial V_1}{\partial z} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa z$$

und daraus

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa;\quad \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa;\quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa.$$

Die Addition dieser 3 Werthe liefert

$$\Delta V_1 = \frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} = -\,4\pi\varkappa$$

und damit schliesslich

$$\Delta V = -\,4\pi\varkappa;\ -\frac{\Delta V}{4\pi} = \varkappa$$

oder für einen der Elektricitätsmenge selbst angehörigen Punkt ist die mit dem negativen Vorzeichen versehene Summe der drei zweiten Differentialquotienten dividirt durch 4π gleich der Dichtigkeit der Elektricität an der Stelle, wo der betrachtete Punkt sich befindet[1]).

Die vorstehende Ableitung dieses Satzes hat vorausgesetzt, dass die Dichtigkeit der Elektricität an allen Stellen des mit ihr erfüllten Raumes die gleiche, oder vielmehr, da wir diese Voraussetzung nur bei Berechnung des Potentials der Kugel gemacht haben, dass sie in einer endlichen Entfernung von dem betrachteten Punkte constant sei. Clausius[2]) hat indess gezeigt, dass der Satz auch dann noch gilt, wenn die Dichtigkeit der Elektricität nicht überall die gleiche ist, wenn sie eine ganz beliebig veränderliche ist.

Der Quotient

$$-\frac{\Delta V}{4\pi} = \varkappa_p$$

gibt, wenn V das Potential der gegebenen Elektricitätsmenge auf einen im Innern liegenden Punkt p ist, immer die Dichtigkeit der Elektricität an der Stelle, wo sich dieser Punkt befindet.

Die grosse Bedeutung dieses Satzes leuchtet ein, da wir mit Hülfe

1) Die Ableitung des Satzes in dieser Form ist nach Briot. M. s. dessen mechanische Wärmetheorie, deutsch von Weber. Leipzig 1871.

2) *Clausius*, Die Potentialfunction etc.

desselben aus dem Potentialwerthe einer gegebenen Elektricitätsmenge ableiten können, wie die Elektricität im Innern eines rings geschlossenen Raumes vertheilt ist.

§. 32.

Sitz des elektrischen Zustandes. Mit Hülfe der in den drei letzten Paragraphen abgeleiteten Sätze über das Potential sind wir nun im Stande an die Frage heranzutreten, wo denn eigentlich der Sitz der Elektricität in einem elektrisirten Körper ist, ob sich die freie ihm mitgetheilte Elektricität durch seine ganze Masse verbreitet, oder ob sich dieselbe nur an einzelnen Stellen findet.

Betrachten wir zunächst einen Körper, welcher wie die Metalle die Elektricität vollkommen leitet, der also der Bewegung derselben gar kein Hinderniss bietet, so kann in demselben die Elektricität nur dann im Gleichgewicht sein, wenn die Anziehungen und Abstossungen der vorhandenen Elektricität auf alle Punkte im Innern der Elektricitätsmenge sich aufheben, also gleich Null sind. Denn denken wir uns den Körper mit positiver Elektricität versehen, und setzen voraus, dass auf irgend einen Punkt im Innern desselben eine Abstossung gleichnamiger Elektricität als Wirkung der vorhandenen nach irgend einer Richtung resultire, so würde die dort vorhandene positive Elektricität sich nach dieser, etwa vorhandene negative Elektricität sich nach der entgegengesetzten Richtung bewegen müssen, bis die Anziehungen und Abstossungen gleich Null würden. Wie wir nun aber aus den Erscheinungen der Influenz schliessen mussten, sind im Innern jedes Körpers an jedem Punkte gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität vorhanden, die sich gegenseitig neutralisiren. Würde nun von der dem Körper mitgetheilten Ladung auf einen Punkt nach irgend einer Richtung eine resultirende Wirkung übrig bleiben, so würde eine Scheidung dieser beiden Elektricitäten, und damit eine andere Vertheilung eintreten, so lange bis diese Wirkung gleich Null geworden ist.

Damit nun aber die Wirkung der ertheilten Ladung auf jeden Punkt im Innern des Körpers gleich Null sei, ist nothwendige und ausreichende Bedingung, dass das Potential der gegebenen Ladung auf jeden Punkt im Innern des geladenen Körpers denselben Werth hat, oder dass das Potential im Innern des Körpers einen constanten Werth hat. Denn wenn das der Fall ist, so wird für eine kleine Verschiebung eines betrachteten Punktes der Quotient

$$\frac{dV}{dn} = 0 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (1)$$

nach welcher Richtung auch die Verschiebung stattfindet. Da nun jener Quotient die in die betreffende Richtung fallende Componente der Kraft liefert, so folgt, dass in dem Falle die Wirkung der Ladung auf jeden Punkt im Innern gleich Null ist.

Daraus folgt dann aber weiter, dass die Dichtigkeit der Ladung im Innern des Körpers überall gleich Null sein muss, oder dass die dem Körper mitgetheilte Elektricität überhaupt nicht in das Innere des Körpers eindringt. Denn denken wir uns die Punkte im Innern des Körpers durch ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem gegeben, so folgt aus der Gleichung (1) auch

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

und daraus ebenfalls

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

oder auch

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \Delta V = 0.$$

Da nun nach dem vorigen Paragraphen diese Beziehung nur für solche Punkte gilt, welche nicht innerhalb der Elektricitätsmenge sich befinden, deren Potential V ist, so folgt, dass die dem Körper mitgetheilte Elektricität nicht in das Innere der Körper eindringt, dass dieselbe sich nur auf der Oberfläche ansammelt.

Zum experimentellen Nachweis dieses fundamentalen Satzes kann man nach Coulomb[1]) zunächst so verfahren, dass man als Standkugel in die Torsionswage eine Kugel von massivem Kupfer hängt, sie elektrisirt, während die Kugel des Wagebalkens sie berührt, und die Abstossung der beiden Kugeln misst. Berührt man dann die Standkugel mit einer ihr ganz gleichen, so wird die Abstossung, mit Berücksichtigung der während dieser Zeit stattfindenden Zerstreuung, gerade die Hälfte von vorhin. Dasselbe findet aber auch statt, wenn man die Standkugel mit einer anderen Kugel berührt, deren Substanz oder Oberfläche die Elektricität leitet, vorausgesetzt, dass die Grösse der Kugeln dieselbe ist. Man mag eine hohle Kugel irgend eines Metalles oder eine vergoldete Kugel von Hollundermark oder von Holz anwenden; haben die Kugeln gleiche Grösse, so nehmen sie von der Standkugel immer dieselbe Elektricitätsmenge fort. Aus diesen Versuchen folgt, dass von der Standkugel immer dieselbe Elektricitätsmenge auf die berührenden Körper abfliesst, welches auch die Substanz sei, aus denen sie bestehen, ob sie massiv oder hohl seien, wenn nur die Oberfläche der Körper dieselbe ist. Daraus wird man schliessen dürfen, dass der elektrische Zustand eines Körpers von der Masse desselben ganz unabhängig, dass er nur auf die Oberfläche der Körper beschränkt ist, dass die Elektricität bei einem elektrischen Körper nicht in das Innere eindringt.

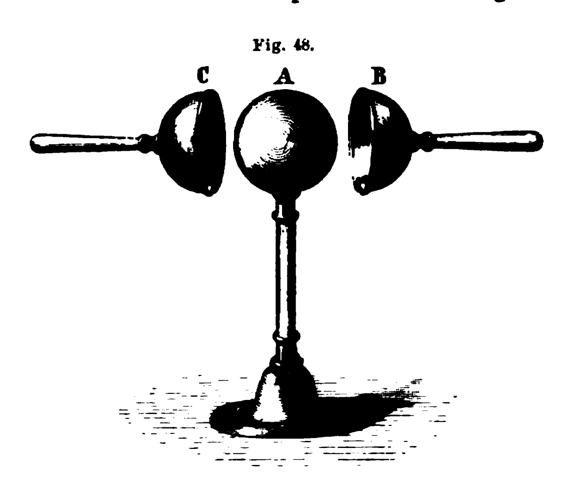
Man kann diese Folgerung leicht durch directe Versuche bestätigen.

---

1) *Coulomb,* Mémoires de l'Acad. de Paris. 1786, 1787, 1788.

Coulomb stellte eine Metallkugel A (Fig. 48) auf eine isolirende Stütze und liess zwei auf dieselbe passende und sie genau umschliessende Halbkugeln B und C herstellen, welche an isolirenden Handhaben befestigt waren. Wurde nun A mit diesen Hüllen bedeckt und dann das ganze System kräftig elektrisirt, so zeigten sich die Halbkugeln, wenn sie abgehoben wurden, elektrisch, dagegen die Kugel A zeigte keine Spur von Elektricität. Wurde die Kugel A elektrisirt und dann mit den beiden Halbkugeln bedeckt, so blieb dieselbe nach Fortnahme der beiden Halbkugeln vollkommen unelektrisch zurück, alle Elektricität war auf die beiden Halbkugeln übergegangen.

Fig. 48.



Bei einem anderen Versuche liess Coulomb eine leitende Hohlkugel herstellen, welche mehrere Löcher von 1 Cent. Durchmesser besass, und befestigte dieselbe auf einer isolirenden Stütze. Die Kugel wurde dann kräftig elektrisirt. Wurde dann die äussere Seite der Kugel mit einem Scheibchen von Goldpapier von circa 4^{mm} Durchmesser, das an einem isolirenden Stiel befestigt war, berührt, so wurde das Scheibchen stark elektrisch. Berührte man dagegen mit dem Scheibchen die innere Seite der Kugel, so liess sich auf demselben keine Spur von Elektricität erkennen.

Schon früher hatte Franklin durch einen ganz ähnlichen Versuch und Priestley dadurch denselben Nachweis geliefert, dass er zwei an Seidenfäden befestigte und sich berührende Hollundermarkkugeln in einen stark elektrisirten zinnernen Becher herabliess. Wäre der innere Raum des Bechers mit elektrisirt worden, so hätten die beiden Pendel sich abstossen müssen, sie blieben aber ruhig neben einander hängen.

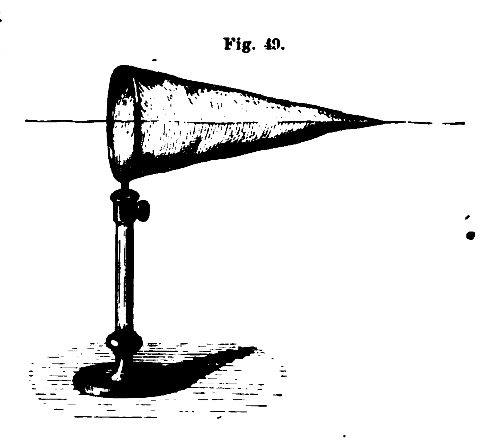
Den letzteren Versuch hat Faraday [1]) in grossartigem Maassstabe wiederholt. Er liess aus leichten Holzrahmen das Gerüst eines Würfels von mehr als drei Meter Seitenlänge verfertigen und zwischen den Rahmen Kupferdrähte kreuzweise spannen, so dass er einen Würfel erhielt, dessen Seitenflächen aus Drahtnetzwerk bestanden. Er liess die Seiten dann noch mit Papier und dieses dicht mit Stanniol bekleben. Diese Kammer, deren Wände also aus guten Leitern der Elektricität bestanden, wurde dann in einem grossen

1) *Faraday*, Experimental researches in electricity art. 1170—1175. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Saale isolirt aufgestellt. Darauf begab sich Faraday in dieselbe hinein, versehen mit den feinsten Elektroskopen, und liess die Kammer so stark wie möglich elektrisiren. Trotzdem aber liess sich in dem Inneren derselben keine Spur von Elektricität erkennen.

Noch in einer anderen Weise zeigte Faraday, dass die Elektricität nur auf der Oberfläche der Körper vorhanden ist. An einem Metallring (Fig. 49), welcher auf einem isolirenden Glasfusse befestigt war, wurde ein Drahtnetz in Form eines Insektennetzes befestigt. An dem Boden desselben war ein Seidenfaden befestigt, so dass man mit demselben das Drahtnetz hin und her umstülpen konnte. Das Netz wurde elektrisirt und durch Berührung der Oberfläche mit einem Scheibchen von Goldpapier, das an einem isolirenden Stiele befestigt war, der Nachweis geliefert, dass die Oberfläche elektrisch war.

Fig. 49.



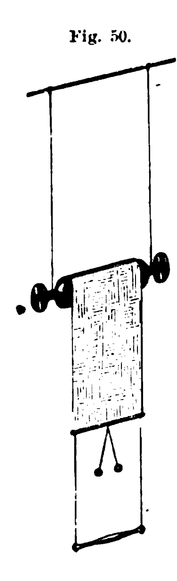
Die Berührung der inneren Seite wies dieselbe als unelektrisch nach. Darauf wurde durch einen Zug an dem Seidenfaden das Netz umgestülpt, so dass die vorher innere Seite zur äusseren wurde. Sofort zeigte sich die jetzt äussere, vorhin als nicht elektrisch erkannte Seite elektrisch, dagegen die vorher äussere und elektrische Seite als nicht elektrisch. Die Elektricität hat also die Fläche, der sie mitgetheilt war, sofort verlassen, als diese zu einer inneren wurde, und ist auf die äussere Fläche übergegangen.

Dasselbe ergibt sich aus einem Versuche von Franklin; eine silberne Theekanne, in welche eine Kette mit einem Seidenfaden eingesenkt war, wurde elektrisirt, so dass die Pendel eines mit der Kanne verbundenen Elektroskopes stark divergirten. Darauf wurde die Kette mit dem Seidenfaden allmählich herausgehoben; es zeigte sich dann, dass in dem Maasse, als die Kette herausgehoben wurde, die Divergenz des Elektroskopes sich verminderte. Wurde die Kette wieder hinabgelassen, so stieg die Divergenz wieder, und war die Kette wieder ganz versenkt, so war die Divergenz fast die frühere. Die Elektricität ging also von der Kanne zum Theil auf die Kette über, als diese ausserhalb der Kanne und mit ihr in leitender Berührung war, sie ging wieder vollständig auf die Kanne über, als die Kette in deren Inneres versenkt war.

Für diesen Versuch hat Magnus später einen kleinen, sehr instructiven Apparat construirt. Ein kleiner Messingcylinder ist mit zwei cylindrischen Fortsätzen an einer Seidenschnur aufgehängt (Fig. 50). Um den Cylinder ist ein Metallblatt gewickelt. Das eine Ende des Metallblattes ist der

ganzen Breite nach an dem Cylinder befestigt, das andere Ende ist mit einem Holzstäbchen versehen, an dessen Enden ebenfalls eine Seidenschnur befestigt ist. An diesem Ende sind an dem Metallblatte zwei neben einander hängende elektrische Pendel befestigt. Der Apparat wird elektrisirt, so dass die Pendel stark divergiren. Zieht man dann an der Seidenschnur das Metallblatt ab, so wird in dem Maasse als die Oberfläche des Apparates sich vergrössert, die Divergenz der Pendel kleiner. Lässt man die Seidenschnur los, so rollt sich der Apparat wieder auf, da bei dem Abziehen der Messingcylinder an der Seidenschnur, an der er hängt, sich in die Höhe rollte. In dem Maasse aber, wie das Metallblatt sich wieder aufrollt, wird die Divergenz der Pendel wieder grösser.

Fig. 50.



Die Versuche bestätigen somit die aus der Theorie gezogene Folgerung, sie zeigen, dass sich die Elektricität bei leitenden Körpern nur auf der Oberfläche befindet, oder dass sie dort nur eine unendlich dünne Schicht bildet. Wir müssen deshalb die Dichtigkeit der Elektricität in etwas anderer Weise als bisher definiren, da die einem Körper mitgetheilte Elektricität keinen messbaren Raum ausfüllt. Ist $d\sigma$ ein Element der Oberfläche und an dieser Stelle ε die Dicke der elektrischen Schicht, und ist $\varkappa$ die Dichtigkeit der Elektricität in der bisherigen Bedeutung, so ist die auf dem Element vorhandene Elektricität gleich $\varkappa \,.\, \varepsilon \,.\, d\sigma$. Setzen wir nun

$$\varkappa\, \varepsilon = h,$$

so wird die Menge der Elektricität $h \,.\, d\sigma$. Der Coefficient h bedeutet darnach die auf der Einheit der Oberfläche vorhandene Elektricität, vorausgesetzt, dass $\varkappa$ und ε auf der Flächeneinheit überall denselben Werth haben. Diesen Coefficienten h bezeichnet man deshalb als die Dichtigkeit der Elektricität. Die auf einem Körper vorhandene Elektricität ist dann gleich der über die ganze Oberfläche des Körpers ausgedehnten Summe

$$Q = \int h\, d\sigma.$$

Hiernach scheint auf den ersten Blick das Potential elektrischer Mengen nicht mehr geeignet zu sein, um aus demselben die Dichtigkeit der Elektricität in der frühern Weise zu bestimmen, da sich aus demselben die Dicke der elektrischen Schicht nicht berechnen lässt. Man kann indess mit Hülfe eines aus den Eigenschaften des Potentials folgenden Satzes auch die Dichtigkeit der Elektricität in dem ihr zuletzt gegebenen Sinne, also die Grösse h bestimmen.

Zunächst erhält man nämlich die auf einem Körper vorhandene Elektricitätsmenge aus dem Satze, dass die Summe der auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche eines Körpers senkrecht zur Oberfläche wirkenden Componenten der Kräfte, dieselben berechnet unter der Voraussetzung, dass

sich in den Punkten, wo die Elemente liegen, die Einheit der freien Elektricität befinde, dividirt durch 4π gleich ist der von dieser Oberfläche umschlossenen respective der auf ihr befindlichen Elektricitätsmenge. Den allgemeinen Beweis dieses für alle beliebig gestalteten Oberflächen, welche nur rings geschlossen sind, gültigen Satz, der sich unmittelbar aus dem sogenannten Green'schen Satze[1]) ergibt, können wir hier nicht führen. Wir beschränken uns darauf, ihn für den Fall einer homogenen Kugelschale abzuleiten.

Ist Q die auf einer Kugelschale vom Radius R vorhandene Elektricitätsmenge, so ist das Potential derselben auf einen Punkt der Kugelfläche

$$V = \frac{Q}{R}.$$

Die zur Oberfläche senkrechte Wirkung an einer Stelle, wo das Element $d\sigma$ liegt, erhalten wir, da die Radien an allen Punkten senkrecht zur Oberfläche sind, aus

$$-\frac{dV}{dR} = \frac{Q}{R^2}.$$

Multipliciren wir diesen Quotienten mit $d\sigma$, so gibt uns die Summe

$$\int \frac{Q}{R^2} \cdot d\sigma$$

ausgedehnt über die ganze Fläche der Kugel die Summe der zur Oberfläche in allen Punkten senkrechten Componenten der Wirkung der in der Kugelschale vorhandenen Elektricität. Diese Summe ist aber einfach, da der Coefficient von $d\sigma$ an allen Stellen der Oberfläche derselbe ist,

$$\frac{Q}{R^2} \int d\sigma = \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi\, R^2,$$

da die Summe aller $d\sigma$ einfach die Oberfläche der Kugel ist. Für die Kugel ergibt sich also direct

$$-\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{ds} \cdot d\sigma = Q,$$

wenn wir mit $\frac{dV}{ds}$ den Differentialquotienten des Potentials senkrecht zur Oberfläche bezeichnen. Wie erwähnt, kann man diesen Satz ganz allgemein anwenden, welches auch die Gestalt der Fläche ist, auf welcher sich die Elektricität befindet, er gilt auch dann, wenn die Elektricität sich nicht nur auf der Oberfläche, sondern in dem ganzen von dieser Fläche umschlossenen Raume befinden würde, wie sich das für die Kugel auch unmittelbar aus der für die Schale gemachten Ableitung ergibt.

Mit Hülfe dieses Satzes können wir nun leicht zeigen, dass die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte der Oberfläche eines Körpers gleich ist der resultirenden Kraft, welche auf diesen Punkt wirkt, vorausgesetzt,

1) *Green*, Crelle's Journal. Bd. XXXIX, Bd. XLIV, Bd. XLVII. Man sehe auch *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc. *Briot*, Mechanische Wärmetheorie.

er enthalte die Einheit der freien Elektricität, dividirt durch die constante Zahl 4π. Wir gelangen zu dem Beweise dieses Satzes auf folgende Weise[1].

Wenn die Elektricität auf einem Leiter im Gleichgewichtszustande ist, so muss das Potential derselben auf jeden Punkt der Oberfläche einen constanten Werth haben, oder die Oberfläche muss für die vorhandene Elektricität eine Niveaufläche sein, welche, wie wir §. 29 sahen, die Eigenschaft hat, dass die resultirende Kraft in allen Punkten senkrecht zur Oberfläche wirken muss. Bei einer auf einem Körper vorhandenen elektrischen Schicht fällt somit die Richtung der resultirenden Kraft mit der zur Oberfläche senkrechten Componente zusammen, oder die zur Oberfläche senkrechte Kraft ist jene Resultirende. Wie wir nun soeben zeigten, gilt für die zur Oberfläche senkrechten Componenten allgemein der Satz

$$-\int \frac{dV}{ds} \cdot d\sigma = 4\pi\, Q.$$

Ist nun wieder h die Dichtigkeit der freien Elektricität, so können wir wie vorher schreiben

$$Q = \int h\, d\sigma,$$

somit

$$-\int \frac{dV}{ds}\, d\sigma = 4\pi \int h\, d\sigma,$$

oder auch

$$4\pi \int h\, d\sigma + \int \frac{dV}{ds}\, d\sigma = 0.$$

Diese beiden Summen können wir in eine zusammenziehen, indem wir anstatt jede einzelne Summe erst zu bilden und dann dieselben zu addiren, auch zunächst die einzelnen auf dasselbe Element $d\sigma$ sich beziehenden Glieder der Summe addiren, und dann alle die so für jedes Element erhaltenen Theilsummen addiren. Dann wird

$$\int \left(4\pi\, h\, d\sigma + \frac{dV}{ds}\, d\sigma\right) = 0.$$

Da die beiden unter dem Summenzeichen stehenden Glieder sich auf dasselbe Element $d\sigma$ beziehen, so können wir auch schreiben

$$\int \left(4\pi\, h + \frac{dV}{ds}\right) d\sigma = 0$$

und diese Summe kann, da h und $\frac{dV}{ds}$ auf der ganzen Oberfläche dasselbe Vorzeichen haben, nur Null werden, wenn

$$4\pi\, h = -\frac{dV}{ds}$$

$$h = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dV}{ds}.$$

---

1) Andere Beweise dieses Satzes sehe man an den angeführten Orten bei *Green, Clausius, Beer* und *Briot*.

Die von einer elektrischen Schicht auf einen ihrer Punkte ausgeübte Wirkung sucht die dort befindliche Elektricität nach aussen hin von der Oberfläche zu entfernen, da nur eine Verschiebung des Punktes nach aussen hin eine Aenderung des Potentials bewirkt. Die Grösse dieser Kraft würde, wenn in dem Elemente $d\sigma$ die Einheit der freien Elektricität wäre, sein

$$-\frac{dV}{ds}\,d\sigma;$$

ist die Dichtigkeit der Elektricität h, so wird sie

$$-h\,\frac{dV}{ds}\cdot d\sigma = 4\pi\, h^2\, d\sigma.$$

Der Factor $4\pi\, h^2$ gibt die Kraft, welche auf die Flächeneinheit wirkt, vorausgesetzt, dass dort die Dichtigkeit überall gleich h wäre. Man nennt denselben die Spannung der freien Elektricität, und gelangt so zu dem Satze, dass diese Spannung dem Quadrate der Dichtigkeit proportional ist.

Unsere bisherigen Betrachtungen gelten nur für vollkommene Leiter; bei Halbleitern oder Isolatoren, welche der Bewegung der Elektricität einen mehr oder weniger erheblichen Widerstand entgegensetzen, stellt sich der unsern Entwicklungen zu Grunde gelegte Gleichgewichtszustand nicht sofort her; deshalb kann im Innern solcher Körper sich ebenfalls freie Elektricität vorfinden. Solche Körper entziehen sich aber in Folge dessen jeder Berechnung.

§. 33.

Vertheilung der Elektricität auf Leitern. Im vorigen Paragraphen haben wir aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstossung und aus der durch die Influenzerscheinungen gemachten Erfahrung, dass in jedem Punkte eines Körpers im neutralen Zustande gleich grosse Mengen positiver und negativer Elektricität vorhanden sind, den Schluss gezogen und experimentell bestätigt, dass eine elektrische Ladung nicht in das Innere eines Körpers eindringt, sondern sich nur auf der Oberfläche ausbreitet. Ganz dieselben Gesetze geben uns nun aber sofort auch weiter an, wie die Elektricität auf der Oberfläche der Körper vertheilt sein muss, oder welches die Dichtigkeit h an den verschiedenen Punkten einer gegebenen Oberfläche sein muss, wenn sie an einer Stelle derselben bekannt ist.

Damit nämlich die Elektricität auf einer Fläche im Gleichgewicht sei, ist nothwendige und ausreichende Bedingung, dass an jedem Punkte der Oberfläche die resultirende Wirkung der ganzen vorhandenen Elektricitätsmenge normal gegen die Oberfläche sei, was nach §. 29 dann der Fall ist, wenn das Potential der gesammten vorhandenen Elektricitätsmenge an jedem Punkte der Oberfläche denselben Werth hat, oder wenn die Oberfläche des Körpers eine Niveaufläche für die vorhandene Elektricitätsmenge ist. Es ist leicht ersichtlich, dass durch diese Bedingung eine ganz bestimmte Vertheilung der Elektricität gegeben ist, und dass es nur

eine einzige Vertheilung gibt, welche dieser Bedingung Genüge leistet. Denn da das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge von der Vertheilung derselben im Raume bedingt ist, so dass einer andern Vertheilung auch ein anderer Werth des Potentials entspricht, so folgt auch, dass die Form der Niveaufläche, die durch einen bestimmten Werth des Potentials gegeben ist, durch die Vertheilung der Elektricität bestimmt ist; für eine gegebene Form der Niveaufläche, wie sie die Oberfläche eines Körpers ist, muss deshalb die Vertheilung der Elektricität eine ganz bestimmte sein. Durch eine Vermehrung oder Verminderung der einem Körper gegebenen Ladung muss sich demnach an allen Stellen der Oberfläche die Dichtigkeit ganz in demselben Verhältnisse ändern.

So einfach nun auch die Formulirung dieser Grundbestimmung zur Berechnung der elektrischen Dichtigkeit ist, so schwierig ist in den meisten Fällen die Durchführung der Rechnung, indem, sobald die Oberflächen, um deren Untersuchung es sich handelt, nicht von der einfachsten geometrischen Form sind, die mathematischen Hülfsmittel zur Behandlung der Fragen nicht ausreichen. Wir können schon deshalb auf eine ausführliche Besprechung dieser Probleme, welche zudem rein mathematischer Natur sind, nicht eingehen[1]); wir beschränken uns auf die theoretische Behandlung einzelner weniger der einfachsten Fälle, und gehen etwas ausführlicher auf das experimentelle Verfahren zur Untersuchung der Vertheilung der Elektricität ein.

Der einfachste Fall ist derjenige einer Kugel. Wie wir schon mehrfach sahen, ist das Potential einer homogenen Kugelschale vom Radius R, welche die Elektricitätsmenge Q hat, an allen Punkten der Oberfläche

$$V = \frac{Q}{R}$$

oder die Niveauflächen einer solchen homogenen Schale sind Kugelflächen. Daraus folgt, dass auf einer Kugel die Dichtigkeit der Elektricität an allen Stellen dieselbe sein muss, denn nur in dem Falle hat das Potential der von ihr ausgefüllten Schale an allen Punkten im Innern und an der Oberfläche denselben eben angegebenen Werth. Die Dichtigkeit h erhalten wir darnach, wenn wir die Menge Q durch die Oberfläche dividiren,

$$h = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

ein Ausdruck für die Dichtigkeit, den wir ganz ebenso durch Anwendung des im vorigen Paragraphen abgeleiteten Satzes erhalten hätten.

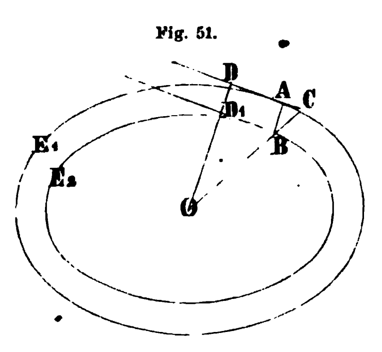
Beim Ellipsoid erhalten die verschiedenen Punkte schon eine verschiedene Dichtigkeit; berechnet man das Potential einer homogenen ellipsoidischen Schale, das heisst einer Schale, welche von zwei concentrischen

1) Derartige Rechnungen sind zuerst von *Poisson,* Mémoires de l'Acad. Paris 1811. T. XII, später von *Green,* Crelle's Journal. Bd. XLIV und Bd. XLVII u. a durchgeführt. Man sehe *Beer's* Einleitung in die Elektrostatik etc.

Ellipsoiden begrenzt ist, deren homologe Axen in demselben Verhältnisse zu einander stehen, so findet man, dass dasselbe im Innern überall denselben Werth hat, und dass somit die Oberfläche desselben eine Niveaufläche ist. Wenden wir diesen Satz zur Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit an, so folgt, dass die Dichtigkeiten an den verschiedenen Stellen sich verhalten müssen, wie die Dicken einer solchen Schale an eben diesen Stellen. Denn bezeichnen wir mit ε die wenn auch unmessbar kleine Dicke der elektrischen Schicht, mit $\varkappa$, wie früher, die räumliche Dichtigkeit, so war nach unserer Definition die elektrische Dichtigkeit

$$h = \varkappa . \varepsilon.$$

Da nun für eine homogene ellipsoidische von zwei concentrischen ähnlichen Ellipsoiden begrenzte Schale die Oberfläche eine Niveaufläche ist, so folgt, dass sich die Elektricität in einer solchen Schale auf einem Ellipsoid ausbreiten muss. Sind nun ε_1 und ε_2 die Dicken einer solchen Schale an zwei verschiedenen Stellen, h_1 und h_2 die entsprechenden Dichtigkeiten, so folgt,



$$h_1 : h_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2.$$

Um das Verhältniss dieser Dicken zu bestimmen, seien Fig. 51 E_1 und E_2 die Durchschnitte durch das äussere und innere Begrenzungsellipsoid, und AB die Dicke der Schicht im Punkte A. Da AB senkrecht zu den Elementen der Ellipsoide in A und B ist, so ist es der senkrechte Abstand der beiden an diese Punkte der Ellipsoide gelegten Tangentialebenen. Ist nun OD die von dem Mittelpunkte O der Schale auf die an A gelegte Tangentialebene gezogene Senkrechte, OC der durch B gelegte Halbmesser, so ist

$$AB : OD = BC : OC$$
$$AB : OD_1 = BC : OB.$$

Setzen wir nun das Verhältniss der homologen Axen, welches dasselbe ist, wie jenes der homologen Halbmesser,

$$\frac{OC}{OB} = 1 + \alpha,$$

so ist

$$\frac{BC}{OB} = \frac{OC - OB}{OB} = \alpha,$$

somit auch

$$AB = \alpha . OD_1.$$

Setzen wir nun den Abstand der an B gelegten Tangentialebene vom Mittelpunkte o oder OD_1 gleich p, so wird

$$AB = \varepsilon = \alpha . p$$

und

$$h_1 : h_2 = p_1 : p_2.$$

Die Dichtigkeiten der Elektricität an den verschiedenen Punkten eines Ellipsoides verhalten sich wie die Abstände der an diese Punkte gelegten Tangentialebenen von dem Mittelpunkte des Ellipsoides.

Um die Dichtigkeit an den verschiedenen Punkten zu berechnen, seien a, b, c die Axen des innern Ellipsoides, dann ist dessen Volumen

$$\frac{4}{3}\pi a b c.$$

Das Volumen des äussern ist, da dessen Axen sind $a(1+\alpha)$, $b(1+\alpha)$, $c(1+\alpha)$,

$$\frac{4}{3}\pi a b c (1+\alpha)^3 = \frac{4}{3}\pi a b c (1+3\alpha).$$

Das Volumen der Schale somit

$$4\pi a b c . \alpha.$$

Ist nun $\varkappa$ die Dichtigkeit der Elektricität in der Schale, so ist die gesammte Elektricitätsmenge

$$Q = 4\pi a b c \alpha \varkappa.$$

Für die Stelle, an welcher die Schale die Dicke $\varepsilon = \alpha . p$ hat, ergibt sich daraus für die Dichtigkeit h der Elektricität auf der Oberfläche des Ellipsoides

$$h = \varkappa \alpha p = \frac{Q}{4\pi a b c} \cdot p.$$

Ist nun die Lage des Punktes B auf dem Ellipsoide durch seine Coordinaten x, y, z gegeben, deren Richtung parallel den drei Axen a, b, c ist, und deren Anfangspunkt der Mittelpunkt O ist, so liefert die analytische Geometrie für p den Ausdruck

$$p = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}$$

und damit wird h

$$h = \frac{Q}{4\pi a b c} \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}.$$

An den Enden der drei Axen verhalten sich darnach die Dichtigkeiten wie die Längen der Axen selbst, da die Axen senkrecht sind zu den an ihre Endpunkte gelegten Tangentialebenen.

Bei einem Rotationsellipsoid ist die Dichtigkeit an allen Punkten des Aequatorialschnitts dieselbe, von da ab nimmt sie stetig zu oder ab bis zum Endpunkte der Umdrehungsaxe.

Aus dem Ausdrucke für die Vertheilung der Elektricität auf einem Ellipsoide kann man unmittelbar die Vertheilung auf einer elliptischen Platte ableiten, indem man eine solche Platte als ein Ellipsoid betrachtet,

dessen eine Axe, ètwa c, verschwindend klein ist. Aus der Gleichung des Ellipsoides

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

erhalten wir zunächst

$$\frac{z^2}{c^4} = \frac{1}{c^2}\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)$$

und indem wir diesen Ausdruck in die Gleichung für h einführen

$$h = \frac{Q}{4\pi\ a\ b} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - c^2}{a^4} x^2 - \frac{b^2 - c^2}{b^4} y^2}}.$$

Setzen wir nun hierin $c = 0$, wodurch das Ellipsoid in eine elliptische Fläche übergeht, so wird

$$h = \frac{Q}{4\pi\ a\ b} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}.$$

Setzen wir in diesem Ausdrucke schliesslich $a = b$, so geht die elliptische Platte in eine kreisförmige über, und die Dichtigkeit auf derselben wird

$$h = \frac{Q}{4\pi\ a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}}}.$$

Für alle Punkte eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises vom Radius r wird

$$x^2 + y^2 = r^2$$

und damit

$$h = \frac{Q}{4\pi a \sqrt{a^2 - r^2}}.$$

In allen Punkten eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises ist somit die Dichtigkeit dieselbe, die Dichtigkeit wächst vom Mittelpunkt bis zum Rande, und am Rande, wo $a = r$, würde die Dichtigkeit unendlich gross. Dabei ist indess vorausgesetzt, dass die Platte unendlich dünn wäre, bei wirklich ausführbaren Platten, die eine endliche Dicke haben, ist am Rande die Dichtigkeit auch eine endliche.

Die Resultate der Theorie sind bestätigt und in Fällen, wo die Theorie wegen zu grosser Verwicklung der Rechnungen nicht durchzudringen vermochte, erweitert durch Versuche von Coulomb, Riess u. A.

Um die Dichtigkeit der Elektricität an den verschiedenen Punkten eines elektrisirten Körpers zu untersuchen, wandte Coulomb[1]) eine indirecte Messung an, diejenige mit einem Prüfungskörper. Berührt man irgend einen Punkt des elektrisirten Körpers mit einem isolirten und so kleinen

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. Paris 1787.

Körperchen, z. B. einer kleinen Kugel oder Scheibe von Goldpapier, dass durch Anlegung derselben die Oberfläche des Körpers nur ganz unmerklich geändert wird, so wird der angelegte Körper eine der am berührten Punkte vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge annehmen. Coulomb überzeugte sich davon durch folgenden Versuch. Eine Kugel wurde elektrisirt, dann an einem Punkte mit einer kleinen Kugel berührt und die Elektricität der kleinen Kugel in der Torsionswage gemessen. Dann wurde die elektrisirte Kugel mit einer anderen genau gleich grossen berührt, und so die auf ihr vorhandene Elektricitätsmenge halbirt. Sie wurde darauf nochmals mit der kleinen Kugel berührt und deren Elektricität gemessen; es fand sich mit Berücksichtigung der Zerstreuung, dass auch die kleine Kugel dann die Hälfte der früheren Elektricität besass. Es folgt somit, dass die kleine Kugel jedesmal eine der an der Berührungsstelle vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge aufnimmt.

Berührt man nun mit einem solchen Prüfungskörper, wozu man am besten eine Kugel nimmt, wenn man ebene, eine Scheibe, wenn man gekrümmte Oberflächen untersucht, einen Punkt des zu untersuchenden Körpers und misst die Elektricität desselben, indem man ihn als Standkugel in die Torsionswage bringt, so ist, wenn h die Dichtigkeit der Elektricität des berührten Punktes und a ein constanter Coefficient ist,

$$e = a \,.\, h.$$

Berührt man darauf mit demselben Prüfungskörper eine andere Stelle des elektrisirten, an welcher die Dichtigkeit der Elektricität h' ist, und hat der Prüfungskörper die Elektricität e' erhalten, so ist

$$e' = a \,.\, h'$$

und somit

$$\frac{e}{e'} = \frac{h}{h'}$$

oder das Verhältniss der auf dem Prüfungskörper gefundenen Elektricitäten ist gleich dem der elektrischen Dichtigkeiten an den berührten Stellen.

Soll indess diese Messung uns das Verhältniss der gleichzeitigen Dichtigkeiten an den berührten Stellen liefern, dann bedürfen die Messungen einer Correction wegen der Zerstreuung. Denn während der Zeit der ersten Messung ist auf dem ganzen Körper die elektrische Dichtigkeit in Folge der Zerstreuung kleiner geworden, also auch an dem zuerst berührten Punkte; das durch den Versuch gefundene Verhältniss gibt also die Dichtigkeit des ersten Punktes im Verhältniss zu dem zweiten zu gross. Man muss daher die zweite Messung mit Hülfe des Zerstreuungscoefficienten auf den Zeitpunkt des ersten reduciren.

Um dieses zu thun, wandte Coulomb alternirende Messungen an, d. h. er berührte zuerst den einen Punkt a des Leiters, dann nach Vollendung der Messung den zweiten b, dann wieder nach vollendeter Messung, welche ebenso lange dauerte als die erste, etwa 3 Minuten, wieder die Stelle a,

dann meistens noch einmal wieder *b* und schliesslich noch einmal *a*. Wenn nun der Zerstreuungscoefficient während der Dauer der Versuche constant und nur klein war, so darf man annehmen, dass das arithmetische Mittel der für *a* bei den beiden ersten Messungen gefundenen Dichtigkeiten h und h_1 die Dichtigkeit ist, welche zur Zeit der ersten Messung der in *b* vorhandenen Dichtigkeit h' in *a* vorhanden war. Das gesuchte Verhältniss der gleichzeitig in *a* und *b* vorhandenen Elektricitäten ist somit

$$\frac{h + h_1}{2h'}.$$

Sind nun die bei dem vierten und fünften Versuche in *a* und *b* gefundenen Elektricitätsmengen h_2 und h'_1, so ist ebenso auch das gesuchte Verhältniss

$$\frac{2h_1}{h' + h'_1} \text{ und } \frac{h_1 + h_2}{2h'_1}.$$

Man erhält also auf diese Weise drei Werthe für das gesuchte Verhältniss, deren arithmethisches Mittel, da alle drei gleiches Gewicht haben, der Wahrheit am nächsten kommt.

Die Methode von Coulomb kann nur beschränkte Anwendung finden, nur dann, wenn der Zerstreuungscoefficient klein und die elektrische Dichtigkeit auf dem untersuchten Körper so gross ist, dass sie die häufige Berührung verträgt. Immer aber setzt sie voraus, dass die verglichenen Dichtigkeiten auf demselben Körper sind, da sonst, wenn sie auf verschiedenen Körpern sich befinden, wegen Ungleichheit der isolirenden Stützen der Elektricitätsverlust verschieden ist.

Riess[1]) hat daher diese Methode durch eine andere ersetzt, welche unter allen Umständen genaue Resultate zu geben geeignet ist, durch die Methode mit gepaarten Prüfungskörpern. Er stellt zwei Prüfungskörper von genau gleicher Beschaffenheit her, so dass jeder bei Berührung derselben Stelle auch genau die gleiche Elektricitätsmenge annimmt. Diese herzustellen ist allerdings schwierig, aber Riess beschreibt ein Verfahren, mit welchem es gelingt; wir verweisen deswegen auf die Arbeit von Riess. Die beiden, auf ihre elektrischen Dichtigkeiten zu vergleichenden Stellen werden dann gleichzeitig oder möglichst rasch nach einander jede mit einem dieser Prüfungskörper berührt. Der eine derselben wird sofort als Standkugel in die Torsionswage gebracht, der andere unter einer der Torsionswage an Grösse gleichen Glasglocke isolirt befestigt. Man misst dann die Elektricitätsmenge des in der Wage befindlichen Prüfungskörpers und notirt den Zeitpunkt, wann die Messung beendigt ist. Darauf bringt man den anderen Prüfungskörper in die Wage, misst wie vorhin und bemerkt den Zeitpunkt der vollendeten Messung, so dass man die zwischen der ersten und zweiten Messung verstrichene Zeit erhält. Darauf dreht man den

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1844. Reibungselektricität. Bd. I.

Torsionskreis in der Wage um eine bestimmte Anzahl Grade zurück und beobachtet die Zeit, wann die Elongation des Wagebalkens wieder die frühere geworden ist. Letzterer Versuch liefert uns dann nach §. 26 den Zerstreuungscoefficienten für den Prüfungskörper, mit Hülfe dessen wir dann die durch die erste Messung mit dem zweiten Prüfungskörper gefundene Elektricitätsmenge auf den Zeitpunkt der Messung des ersten Prüfungskörpers zurückführen. Die so berechnete Elektricitätsmenge, verglichen mit der am ersten Prüfungskörper beobachteten, liefert uns das Verhältniss der elektrischen Dichtigkeiten an den berührten Stellen.

Ein ganz ebensolches Verfahren dient zur Untersuchung, ob die Prüfungskörper vollkommen gleich sind; man berührt mit denselben einfach unmittelbar nach einander denselben Punkt eines elektrisirten Körpers, und verfährt ganz in der eben beschriebenen Weise. Die schliessliche Rechnung muss dann für das Verhältniss der mit den Prüfungskörpern gemessenen Elektricitäten ein von der Einheit nur wenig verschiedenes Resultat geben.

Coulomb's Versuche, welche vor den Poisson'schen Rechnungen angestellt waren, lieferten für Kugel und Ellipsoid mit der Theorie übereinstimmende Resultate. Ausserdem hat Coulomb noch einige andere Leiter untersucht. So fand Coulomb [1]) für die Dichtigkeiten an den verschiedenen Punkten eines circa 5 Cent. dicken und 0,8 Meter langen Cylinders, dessen Enden durch Halbkugeln geschlossen waren, diejenige in der Mitte gleich 1 gesetzt,

5 Cent. vom Ende	gleich	1,25
2,5 „ „ „	„	1,80
am Ende	„	2,30.

Die elektrische Dichtigkeit, welche natürlich auf einem zur Cylinderaxe senkrechten Kreise überall dieselbe ist, nimmt also von der Mitte nach den Enden hin stetig, anfangs langsamer, später rascher zu.

Bei einer kreisförmigen Kupferscheibe von circa 27 Cent. Durchmesser fand Coulomb, dass vom Centrum bis ungefähr zur Hälfte des Radius die Dichtigkeit sich nur wenig änderte, dann aber rasch zunahm und am Rande am grössten war. Die Zahlen sind

Entfernung vom Rande	Dichtigkeiten beobachtet	Dichtigkeiten berechnet
13,5 Cent. (Mitte)	1,000	1,000
10,8 „	1,001	1,020
8,1 „	1,005	1,090
5,4 „	1,170	1,250
2,7 „	1,520	1,670
1,35 „	2,070	2,290
am Rande	2,900.	∞

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. Paris 1788. *Biot*, Traité de physique. T. II *Riess*, Reibungsel. Bd. I.

Der Gang der beobachteten und berechneten Zahlen ist im grossen und ganzen derselbe, indess ist, der vorhin bei der kreisförmigen Platte gemachten Bemerkung entsprechend, die Zunahme der Dichtigkeit nach dem Rande zu eine etwas geringere als bei einer unendlich dünnen Platte, für welche die Rechnung aufgestellt wurde.

Aehnliches zeigte sich bei Untersuchung einer rectangulären Platte von circa 30 Cent. Länge, 2,7 Cent. Breite und 2,25 Millim. Dicke. Bis ungefähr 2,7 vom Ende, von der Mitte aus gerechnet, war die Dichtigkeit constant, von da an nahm sie rasch zu und betrug am Ende das Doppelte von derjenigen in der Mitte. Als die Prüfungsscheibe an der Endkante als Verlängerung des Streifens angelegt wurde, fand sich die Dichtigkeit gleich 4. Auf der Endkante ist also die Dichtigkeit viermal so gross als auf der Mitte der Platte.

Riess[1]) hat die Vertheilung auf einem Würfel untersucht. Setzte er die Dichtigkeit in dem Mittelpunkte einer Würfelfläche gleich 1, so nahm sie von dem Mittelpunkte auf der Diagonale bis zur Ecke zu von 1 bis 2,91, auf einer zur Kante senkrechten Linie von 1 bis 2,03. Auf die Kante aufgesetzt gab die Prüfungsscheibe 2,42, und auf die Ecke aufgesetzt 4,22. Also auch hier wieder nimmt die elektrische Dichtigkeit gegen die Kanten und Ecken hin bedeutend zu.

Aus diesen Erfahrungen ergibt sich für Körper, auf welchen man längere Zeit bedeutende Elektricitätsmengen halten will, die Regel, dass man sie ohne scharfe Kanten und Ecken herstellen soll, da an diesen wegen der grossen Dichtigkeit ein bedeutender Verlust an Elektricität durch Zerstreuung stattfindet.

Derselbe Satz, welcher der Berechnung der Vertheilung auf einem einzelnen Leiter zu Grunde liegt, setzt uns auch in den Stand, die Vertheilung einer gegebenen Elektricitätsmenge auf zwei Leitern zu berechnen, welche durch einen leitenden Draht mit einander in Verbindung stehen. Da durch die leitende Verbindung die beiden Leiter zu einem einzigen verbunden sind, so ist die Gleichgewichtsbedingung dieselbe, wie für den einzelnen Leiter, das Potential der ganzen elektrischen Masse muss an jedem Punkte im Innern und an der Oberfläche der verbundenen Leiter einen und denselben Werth haben, oder mit andern Worten, es muss die Oberfläche der verbundenen Leiter für die vorhandene Elektricität eine Niveaufläche sein.

Daraus ergibt sich sofort ein allgemeiner Satz darüber, welche Ladung man einem gegebenen Leiter durch kurz dauernde Verbindung mit einem geladenen Conductor ertheilen kann. Während der Verbindung geht auf den Leiter eine solche Menge von Elektricität über, dass das Potential der gesammten Elektricität auf der Oberfläche des Conductors und des damit verbundenen Leiters denselben Werth hat, oder dass, wie man es wohl kurz

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1844.

bezeichnet, das Potentialniveau dasselbe wird. Die dem Leiter so mitgetheilte Elektricität bleibt ihm auch, wenn wir die Verbindung unterbrechen. Die Anordnung der Elektricität kann aber nach Unterbrechung der leitenden Verbindung eine andere werden.

In einem bestimmten Falle kann man für die Mengen, welche nach Herstellung der Verbindung sich auf jedem der verbundenen Leiter befinden, leicht den mathematischen Ausdruck finden, nämlich dann, wenn wir annehmen, die Dimensionen des verbindenden Drahtes seien verschwindend klein gegenüber den Dimensionen der verbundenen Leiter, der Abstand der beiden Leiter von einander sei aber so gross, dass das Potential jedes der Leiter bei der ihm zu ertheilenden Ladung in den dem andern Leiter angehörigen Punkten gleich Null gesetzt werden könne. Die erste Bedingung gestattet uns nämlich die auf dem Verbindungsdraht vorhandene Elektricitätsmenge gleich Null zu setzen. Hat also der Conductor vor der Verbindung mit dem Leiter die Elektricitätsmenge Q, und geht von dieser auf den Leiter die Menge Q_1 über, während auf dem Conductor die Menge Q_2 zurückbleibt, so ist

$$Q_1 + Q_2 = Q.$$

Nennen wir den Potentialwerth, welchen die Elektricitätsmenge eins in dem Leiter an jedem Punkte der Oberfläche hat, wenn der andere Leiter nicht vorhanden wäre, A_1, so ist unter derselben Voraussetzung der Potentialwerth der Elektricitätsmenge Q_1 gleich $A_1\, Q_1$. Da wir nun den Abstand des Conductors von dem Leiter als so gross vorausgesetzt haben, dass sie sich gegenseitig gar nicht beeinflussen, so können wir den Potentialwerth der gesammten vorhandenen Elektricität auf dem Leiter gleich $A_1\, Q_1$ setzen. Ebenso erhalten wir dann für den Conductor den Potentialwerth $A_2\, Q_2$, wenn A_2 den Potentialwerth auf demselben bedeutet, wenn ihm die Elektricitätsmenge eins mitgetheilt ist. Da nun aber die beiden Körper in leitender Verbindung stehen, so muss das Potential auf beiden denselben Werth haben, es muss

$$A_1\, Q_1 = A_2\, Q_2.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$Q_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \cdot Q.$$

Sind die beiden in Verbindung gebrachten Leiter Kugeln vom Radius R_1 und vom Radius R_2, so ist

$$A_1\, Q_1 = \frac{Q_1}{R_1}; \qquad A_2\, Q_2 = \frac{Q_2}{R_2}$$

und daraus folgt

$$Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot Q.$$

Die vorher auf der einen Kugel allein vorhandene Elektricität theilt sich nach Herstellung der Verbindung über beide Kugeln nach dem Verhältniss der Radien. Für die Dichten der Elektricität auf den beiden

Kugeln ergibt sich daraus, dass sie sich umgekehrt wie die Radien verhalten. Denn die Dichten auf beiden Kugeln sind

$$h_1 = \frac{Q_1}{4R_1^2\pi}; \qquad h_2 = \frac{Q_2}{4R_2^2\pi}$$

somit

$$h_1 : h_2 = R_2 : R_1.$$

In dem Maasse also, wie der Radius der einen Kugel kleiner ist als jener der anderen, ist die Dichtigkeit der Elektricität auf ihr die grössere.

Verbinden wir einen irgend wie geformten Leiter mit einer Kugel vom Radius R_1, so erhalten wir

$$Q_1 = \frac{R_1 A_2}{1 + R_1 A_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{1}{1 + R_1 A_2} \cdot Q.$$

Ist der Radius der Kugel gegenüber den Dimensionen des Conductors unendlich gross, so wird

$$Q_1 = Q; \qquad Q_2 = 0.$$

Letzteres ist z. B. der Fall, wenn wir einen Leiter direct mit der Erde in Verbindung setzen, deren Dimensionen gegenüber allen herstellbaren Leitern unendlich gross sind; es folgt somit die schon früher erkannte Erfahrung, dass ein mit der Erde verbundener Leiter keine freie Elektricität enthalten kann, die gesammte Elektricität geht in die Erde über, die Dichtigkeit der Elektricität auf derselben ist aber immer verschwindend klein oder Null, weil so lange Q einen endlichen Werth hat, für ein unendlich grosses R_1

$$h_1 = \frac{Q}{4R_1^2\pi} = 0.$$

Ist der Radius der Kugel gegenüber den Dimensionen des Leiters sehr klein, so dass der Werth des Productes $R_1\ A_2$ gegenüber dem Werthe 1 vernachlässigt werden darf, so ist Q_2 merklich gleich Q, dagegen Q_1 sehr klein. Trotzdem aber ist die Dichtigkeit h_1 auf der kleinen Kugel sehr gross, und um so grösser, je kleiner R_1 ist, da in dem Ausdrucke für h_1 im Nenner R_1^2 steht, somit h_1 geschrieben werden kann

$$h_1 = \frac{R_1 A_2}{4R_1^2\pi} Q = \frac{A_2 Q}{4R_1\pi}.$$

Wird R_1 unendlich klein, das heisst, geht die Kugel in eine Spitze über, so wird h_1 unendlich gross. Die Dichtigkeit der Elektricität auf einer an einem guten Leiter vorhandenen Spitze ist somit unendlich gross.

Ist der Verbindungsdraht zwischen den einzelnen Leitern nicht lang, dass wir den Einfluss des einen Leiters auf den andern somit nicht vernachlässigen dürfen, so ist die Berechnung der Elektricität auf zusammenhängenden Leitern mit grosser Schwierigkeit verknüpft. Es folgt das unmittelbar aus der vorhin gemachten Bemerkung, dass nur bei geometrisch sehr einfachen Oberflächen überhaupt die Rechnungen durchführbar sind,

bei zusammengesetzten Leitern die Oberfläche aber niemals eine einfache Gestalt haben kann.

Wir begnügen uns hier deshalb damit, einzelne experimentell untersuchte Fälle zu betrachten, indem wir nach den Versuchen Coulomb's die mittlere Dichtigkeit auf sich berührenden Leitern angeben, und in einem einzelnen Falle die Vertheilung auf jedem der sich berührenden Leiter.

Um die mittlere Dichtigkeit mehrerer sich berührender Kugeln experimentell zu bestimmen, kann man dieselben in Berührung elektrisiren, dann so weit von einander entfernen, dass sie gegenseitig nicht merklich mehr auf einander einwirken, und sie dann mit der Prüfungsscheibe untersuchen. Ein anderes Verfahren ist, dass man zunächst die Standkugel der Torsionswage elektrisirt, die auf derselben vorhandene Elektricitätsmenge bestimmt, dann mit derselben eine zweite Kugel berührt und wieder die auf ihr zurückgebliebene Elektricitätsmenge bestimmt. Die sich aus der ersten und zweiten Messung ergebende Differenz ist die auf die berührte Kugel übergegangene Elektricitätsmenge. Dividirt man diese durch die Oberfläche der Kugel, so erhält man die mittlere Dichtigkeit der auf ihr vorhandenen Elektricität; dividirt man die zuletzt auf der Standkugel gefundene Elektricität durch die Oberfläche derselben, so hat man die Dichtigkeit der auf dieser vertheilten Elektricität, während oder nachdem sie mit der grossen Kugel in Berührung war.

Coulomb[1]) untersuchte zunächst auf diese Weise die mittlere Dichtigkeit der Elektricität auf den verschiedenen Kugeln einer Reihe, welche alle gleich gross und in Berührung mit einander elektrisirt waren; jede wurde in der Torsionswage untersucht. Bei zwei Kugeln war die Dichtigkeit auf beiden ganz gleich.

Bei drei Kugeln war die Dichtigkeit auf den beiden äusseren gleich, auf der mittleren 0,746 von derjenigen der äusseren Kugeln.

Bei einer Reihe von 6 Kugeln fanden sich folgende Dichtigkeiten.

Nummer der Kugel	1	2	3	4	5	6
Elektrische Dichtigkeit	100	67	64	64	67	100.

Die Dichtigkeit ist also auf den beiden Endkugeln gleich und nimmt von da an gegen die Mitte ab, erst rasch, dann nur sehr langsam. Dasselbe zeigte sich bei einer Reihe von 12 und von 24 Kugeln, bei der ersteren Reihe waren

Nummer der Kugel	1	2 ... 6	7 ... 11	12	
Elektrische Dichtigkeit	100	67	59	59	67	100.

Bei der Reihe von 24 Kugeln

Nummer der Kugel	1	2	12	13	23	24
Elektrische Dichtigkeit	100	61	57	57	61	100.

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1787.

Für zwei Kugeln verschiedenen Durchmessers fand Coulomb, nachdem sie in Berührung elektrisirt waren, dass die Dichtigkeit auf der kleineren Kugel immer grösser war als auf der grösseren. Setzen wir die Dichtigkeit der grossen Kugel gleich 1, so war sie auf der kleineren Kugel

Verhältniss der Durchmesser	Mittlere Dichtigkeit auf der kleinen Kugel	
	beobachtet	berechnet
1 : 2	1,08	1,16
1 : 4	1,30	1,32
1 : 8	1,65	1,44.

Die letzte Columne gibt die nach Poisson berechneten Dichtigkeiten an; wie man sieht, stimmt die Berechnung mit der Beobachtung, etwa die letzte ausgenommen, vollständig überein.

Bei zwei Kugeln, deren Radien im Verhältniss 1 : 48 standen, fand Coulomb die Dichtigkeit der kleinen Kugel nahe gleich 2, woraus er den Schluss zog, dass die Dichtigkeit auf einer kleinen Kugel, deren Durchmesser im Verhältniss zu dem der grossen Kugel verschwindend klein ist, die doppelte von derjenigen auf der grossen sein würde. Nach den Rechnungen Poissons wird diese Dichtigkeit indessen nicht erreicht.

Bei einer Reihe von kleineren Kugeln, welche eine grosse berührt, und so gelegt ist, dass die Mittelpunkte aller Kugeln in einer geraden Linie liegen, und welche in Berührung elektrisirt sind, ist die Dichtigkeit auf der äussersten kleinen Kugel die grösste, auf der die grosse berührenden die kleinste. Zwei Kugeln wurden in dieser Weise an eine Kugel von vierfachem Durchmesser gelegt, es waren die Dichtigkeiten auf

der äussersten kleinen	der mittleren kleinen	der grossen
100	29	48.

Als 24 solche Kugeln an die grosse gelegt wurden, waren die Dichtigkeiten auf

Nummer der Kugeln	24	23 ...	12 ...	2	1	der grossen
Elektrische Dichtigkeit	100	67	59	48	27	46.

Ebenso hat Coulomb das Verhältniss der mittleren Dichtigkeiten auf einer Kugel und daran gesetzten Cylindern verglichen. Es fand sich, dass das Verhältniss abhängig war von dem Durchmesser des Cylinders und in gewissen Grenzen auch von seiner Länge. Bei Cylindern von sehr kleinem Durchmesser nimmt nämlich die elektrische Dichtigkeit zu, bis seine Länge gleich dem Durchmesser der Kugel ist, von da an bleibt sie bei gleichem Durchmesser constant. An eine Kugel von 22 Cent. Durchmesser wurde ein Cylinder von 4,5 Millim. Durchmesser und 1,3 Cent. Länge gelegt; die mittlere Dichtigkeit auf demselben war die doppelte jener auf der Kugel, sie nahm zu bis auf das Achtfache, als der Cylinder bis auf 16,5 Cent. verlängert wurde, und nahm dann bei weiterer Verlängerung kaum mehr zu.

Sehr viel bedeutender ist der Einfluss der Dicke des Cylinders bei gleicher Länge; je nach der Grösse seines Durchmessers kann die mittlere Dichtigkeit kleiner oder grösser sein als auf der Kugel. Bei Cylindern, deren Länge etwa das Vierfache des Kugeldurchmessers betrug, fand Coulomb folgende Dichtigkeiten, jene auf der Kugel gleich 1 gesetzt.

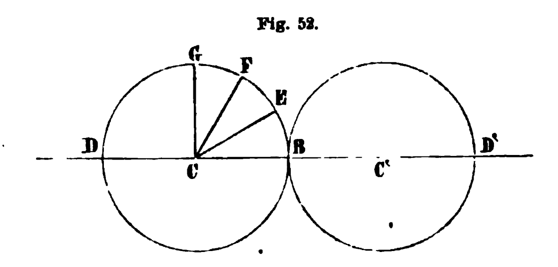
Verhältniss des Cylinder- zum Kugeldurchmesser	1	$^1/_2$	$^1/_4$	$^1/_8$	$^1/_{16}$
Dichtigkeit auf dem Cyl.	0,60	0,85	1,3	2,0	9,0.

Beträgt also der Cylinderdurchmesser mehr als 0,33 des Durchmessers der Kugel, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder kleiner, beträgt er weniger als 0,25, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder grösser; bei überhaupt nur kleiner Dicke des Cylinders ist die Dichtigkeitszunahme der Verkleinerung des Durchmessers proportional.

Die Vertheilung der Elektricität auf den einzelnen sich berührenden Leitern muss nach der Theorie eine ganz andere sein, als auf einzeln stehenden Leitern; diese Verschiedenheit ist für sich berührende Kugeln von Coulomb experimentell nachgewiesen; die Rechnungen von Poisson stimmen mit den Beobachtungen von Coulomb fast vollständig überein.

Denkt man sich die Mittelpunkte zweier sich berührender Kugeln durch eine gerade Linie verbunden, und dann die Kugeln durch Ebenen geschnitten, welche zu dieser Linie senkrecht sind, so müssen auf den einzelnen Punkten dieser Schnitte die Dichtigkeiten überall dieselben sein; man hat daher die Dichtigkeiten nur in einem zu den eben erwähnten senkrechten Schnitte zu untersuchen, um den elektrischen Zustand sofort zu kennen. Sei Fig. 52 ein solcher durch die Mittelpunkte C und C'

Fig. 52.



zweier sich berührender gleicher Kugeln gelegter Durchschnitt, so ist die Dichtigkeit im Berührungspunkte B immer gleich 0, die Kugeln sind dort unelektrisch, sie zeigen sich erst merklich elektrisch bei einem Punkte E, welcher um einen Centriwinkel von $20^0 - 30^0$ von B absteht; von da an nimmt die Dichtigkeit zu bis zu den Punkten D und D', welche dem Punkte B diametral gegenüber stehen. Die von Coulomb für zwei gleiche Kugeln beobachtete Vertheilung, zusammengestellt mit Poisson's Rechnung, zeigt folgende kleine Tabelle.

Winkeldistanz des beob. Punktes von *CB* an	Elektrische Dichtigkeit beobachtet	berechnet
0^0	0,00	0,00
20^0	0,00	0,00
30^0	0,20	0,18
60^0	0,77	0,65
90^0	0,96	0,87
180^0	1,00	1,00.

Derselbe Verlauf fand sich im allgemeinen auch bei zwei ungleichen sich berührenden Kugeln; die elektrische Dichtigkeit war stets am grössten an dem Punkte der kleinen Kugel, welcher dem Berührungspunkte diametral gegenüber stand, nahm von da erst langsam bis 90^0, dann rasch bis 30^0 ab, wo sie gleich 0 wurde. Sie blieb 0 über den Berührungspunkt hinaus bis zu einem Abstande von 7^0 auf der grossen Kugel und nahm von da an bis zu einem Punkte zu, welcher dem Berührungspunkte um so näher lag, je kleiner die kleine Kugel war. Auf dem übrigen Theil der grossen Kugel war sie dann constant. Es wird überflüssig sein, hier numerische Resultate anzugeben.

Noch complicirter als bei sich berührenden Leitern ist die theoretische Bestimmung der Vertheilung der Elektricität auf solchen Leitern, welche sich nicht berühren, die sich aber in solchen Entfernungen von einander befinden, dass die Leiter sich gegenseitig influenziren. Die Rechnungen werden in diesem Falle so schwierig, dass es nur in einzelnen Fällen gelungen ist, sie durchzuführen[1]).

Die Grundlage der Berechnung ist auch hier wieder die frühere, die Vertheilung der Elektricität auf einem einzelnen unter dem Einflusse anderer stehender Leiter muss so sein, dass das Potential der gesammten vorhandenen Elektricität auf jeden Punkt im Innern und an der Oberfläche des betrachteten Leiters denselben Werth hat, denn die Constanz des Potentialwerthes in einem Leiter muss vorhanden sein, wenn die Elektricität auf demselben im Gleichgewicht sein soll. Dass aber die Constanz des Potentialwerthes bei mehreren auf einander einwirkenden Leitern eine ganz andere Vertheilung der Elektricität auf den einzelnen Oberflächen verlangt, als wenn jeder für sich vorhanden ist, das ist ohne weiteres zu erkennen. Denken wir uns z. B. eine Kugel, welche die Elektricitätsmenge Q enthält und in deren Nähe eine zweite, welche wir uns zunächst nicht elektrisirt denken wollen. Durch die Wirkung der ersten Kugel wird die zweite influenzirt, und zwar, wie wir sahen so, dass die der ersten Kugel zugewandte Seite Influenzelektricität der ersten Art, die abgewandte Influenz-

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. Paris 1811. *Thomson*, Phil. Magazin. 4. Series. vol. V, vol. VI. Man sehe auch *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc. *Grinwis*, Theorie der wrijwings Elektriciteit.

elektricität der zweiten Art bekommt. Dass diese Vertheilung eintreten muss, folgt auch aus dem oben aufgestellten Satze. Die Niveauflächen der auf der ersten Kugel vorhandenen Elektricität sind, wie wir sahen, unter der Voraussetzung, dass die Vertheilung auf derselben wie bei einer isolirten Kugel ist, wieder Kugeln, und das Potential wird um so kleiner, je grösser der Radius der Niveaufläche ist. Die in der Nähe der ersten Kugel befindliche zweite Kugel wird nun von einer Schaar Niveauflächen geschnitten, es ergibt sich somit, dass das Potential der auf der ersten Kugel vorhandenen Elektricität in der zweiten Kugel um so kleiner wird je weiter die Punkte der zweiten Kugel von dem Mittelpunkte der ersten entfernt sind. Es muss deshalb der neutrale Zustand der zweiten Kugel gestört werden, und zwar derart, dass das Potential in den der ersten Kugel nähern Punkten verkleinert, in den entferntern vergrössert wird, es muss demnach in den erstern Punkten Elektricität auftreten, welche mit derjenigen der geladenen Kugel ungleichnamig ist, in den entferntern gleichnamige, der frühern Erfahrung entsprechend. Durch die in der zweiten Kugel sich entwickelnde Elektricität muss nun aber rückwärts die Vertheilung auf der ersten Kugel geändert werden, denn dadurch, dass in der Nähe derselben sich jetzt eine gewisse Menge ungleichnamiger Elektricität befindet, muss an den dieser nähern Stellen der ersten Kugel der Werth des Potentials stärker vermindert werden als an den entferntern, die Dichtigkeit muss daher an den erstern wachsen, an den entferntern dagegen abnehmen. Denken wir uns die Mittelpunkte der beiden Kugeln durch eine gerade Linie verbunden und diese Gerade verlängert, bis sie die Oberflächen der Kugeln schneidet, so wird auf dem äussern Punkte, wo diese Linie die Oberfläche der ersten Kugel trifft, die Dichtigkeit der Elektricität für diese Kugel den kleinsten, auf dem innern, dem der zweiten Kugel zugewandten Punkt den grössten Werth haben. Denken wir uns die Kugel durch Ebenen senkrecht zu dieser Verbindungslinie geschnitten, so wird die Dichtigkeit auf jedem Punkte eines durch einen solchen Schnitt gegebenen Kreises denselben Werth haben, die Dichtigkeit ändert sich von Kreis zu Kreis. Auf der zweiten Kugel dagegen ist die Elektricität an dem innern Schnittpunkte jener der Kugel entgegengesetzt, und diese Elektricität erstreckt sich mit abnehmender Dichtigkeit bis zu einem gewissen durch eine zu jener Verbindungslinie senkrechte Ebene bestimmten Kreise; von da an ist die Elektricität mit jener der ersten Kugel gleichnamig, ihre Dichtigkeit nimmt zu bis zu dem Punkte, wo die Verbindungslinie der Mittelpunkte die Oberfläche der Kugel trifft.

Nehmen wir an, dass die zweite Kugel mit der Erde in leitender Verbindung steht, so wird die Vertheilung wieder eine andere. Die Gleichgewichtsbedingung für einen mit der Erde in leitender Verbindung stehenden Körper ist die, dass das Potential der gesammten Elektricität auf demselben gleich Null ist, da es für jeden Punkt der Erde Null ist, und wie

wir ganz allgemein sahen, das Potential in allen Punkten zweier verbundener Leiter denselben Werth haben muss. Da nun das Potential einer mit positiver Elektricität geladenen Kugel überall positiv ist, so folgt, dass wenn die erste Kugel eine positive Ladung besitzt, auf der zweiten Kugel negative Elektricität vorhanden sein muss, deren Dichtigkeit in den der ersten Kugel nächsten Stellen, wo deren Potential am grössten ist, den grössten Werth haben muss, und welche abnimmt, je weiter wir uns auf der zweiten Kugel von der ersten entfernen.

Wie man sieht gelangen wir durch Anwendung des oben aufgestellten Satzes schon ohne Rechnung zu den bei Betrachtung der Influenz aus der Erfahrung abgeleiteten Sätzen.

In ähnlicher Weise kann man im grossen und ganzen auch die Vertheilung übersehen, wenn die zweite Kugel von vorn herein eine bestimmte Ladung hat. Bei zwei gleichen gleich stark geladenen Kugeln erkennt man leicht, dass die Vertheilung der Elektricität ähnlich ist, wie bei zwei sich berührenden Kugeln. Ist die eine Kugel stärker geladen oder grösser, so kann auf der kleinern oder schwächer geladenen die der ersten Kugel zugewandte Seite entgegengesetzt elektrisch oder neutral oder gleichnamig sein, je nach dem Verhältniss der Ladungen oder nach der Entfernung der Kugeln.

Sind zwei verschiedene Kugeln etwa in Berührung positiv elektrisirt, so zeigt sich bei Entfernung der kleinen Kugel auf ihrer der grossen zugewandten Hälfte immer zuerst negative Elektricität, welche in dem der grossen Kugel nächsten Punkte am dichtesten ist. Entfernt man die kleine Kugel weiter, so ist in einer bestimmten Entfernung die der grossen Kugel zugewandte Seite bis fast zur Hälfte unelektrisch, und erst in noch grösserer Entfernung ist die ganze Kugel positiv.

Eine Ableitung dieser Vertheilung aus dem Gange des Potentials im grossen und ganzen wird nach den vorigen Betrachtungen nicht erforderlich sein, eine Ableitung im Detail ist ohne die complicirtesten Rechnungen nicht möglich.

§. 34.

Eigenschaften der Spitzen. Im vorigen Paragraphen haben wir den Nachweis geliefert, dass an einer mit einem Leiter verbundenen Spitze die Dichtigkeit der Elektricität immer unendlich gross sein muss, wie gering dieselbe auch auf den übrigen Punkten des Leiters sein mag. Mathematische Spitzen, das heisst solche, welche wirklich in einem mathematischen Punkte enden, lassen sich in der Praxis nicht herstellen, alle, auch die feinsten Spitzen sind, mathematisch betrachtet, abgestumpfte Kegel. Indem wir nun die Spitze eines solchen Kegels nicht als eine Kugel von unendlich kleinem, sondern nur von sehr kleinem Durchmesser betrachten, ergibt sich aber aus dem erwähnten Satze, dass auch an solchen die Dichtigkeit

der Elektricität sehr viel grösser sein muss als an allen Punkten des Leiters, mit dem sie in Verbindung sind, ein Satz, den die Versuche von Riess, welche die Dichtigkeit auf Kegeln verschiedener Oeffnung bestimmten, bestätigt haben [1]).

Aus dieser Vertheilung der Elektricität auf den Spitzen und einer Erscheinung, welche sehr stark mit Elektricität geladene Körper zeigen, ergeben sich einige Eigenschaften der Spitzen von der grössten Wichtigkeit.

Wenn ein Leiter mit Elektricität geladen ist, so tritt immer ein Elektricitätsverlust durch Zerstreuung in die Luft ein; wird seine Ladung über eine gewisse Grenze verstärkt, so tritt auch ein Verlust ein über die isolirenden Stützen. Wird seine Ladung noch weiter verstärkt, so dass die Dichtigkeit an einer Stelle eine gewisse noch höhere Grenze übersteigt, so tritt noch eine andere Art des Verlustes ein, die Elektricität strömt an dieser Stelle in die umgebende Luft direct aus. Dass ein solches Ausströmen eintreten muss, folgt schon aus der Bemerkung am Schlusse des §. 32, nach welcher auf die an einer Stelle eines Leiters vorhandene Elektricität eine vom Leiter fortgerichtete dem Quadrate ihrer Dichtigkeit proportionale Kraft wirkt, die wir dort als Spannung bezeichneten. Dieser Spannung hält der von aussen durch die isolirende Umgebung, für gewöhnlich also die Luft, wirkende Druck das Gleichgewicht, so dass nur in Folge dieses die Elektricität auf dem Leiter bleibt. Uebersteigt nun aber die Spannung eine gewisse Grenze, so reicht dieser Druck nicht mehr aus, und die Elektricität strömt so lange aus, bis die Spannung unter jene Grenze hinab gesunken ist. Dieses Ausströmen der Elektricität ist mit Erscheinungen verknüpft, auf welche wir später eingehen werden, nur erwähnt möge hier werden, dass die ausströmende Elektricität im Dunkeln leuchtet, und dass von der Ausströmungsstelle ein Luftstrom ausgeht, in manchen Fällen stark genug, um eine Lichtflamme auszublasen.

Wird nun ein Leiter mit einer Spitze versehen, so ist immer die Dichtigkeit der Elektricität an der Spitze am grössten; wäre die Spitze ganz vollkommen, so würde die Dichtigkeit der Elektricität an derselben immer unendlich gross sein, wie schwach auch die Ladung des Leiters wäre. Es würde deshalb auch bei der geringsten Ladung schon ein Ausströmen der Elektricität stattfinden, so dass ein mit einer Spitze versehener Leiter durchaus nicht geladen werden könnte. Das ist nun bei unseren Spitzen nicht der Fall; da an ihnen aber immer die Dichtigkeit der Elektricität eine sehr grosse ist, so folgt, dass man Leitern, welche mit Spitzen versehen sind, immer nur eine schwache Ladung geben kann, so schwach, dass die Dichtigkeit an der Spitze unterhalb jener Grenze bleibt, bei welcher das Ausströmen beginnt.

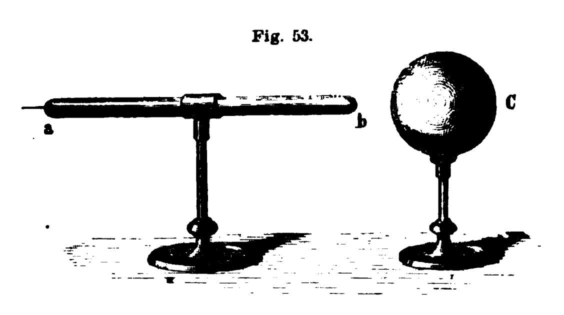
---

1) *Riess,* Abhandlungen der Berliner Akademie 1844. Reibungselektricität Bd. I. §. 248 ff.

Die Dichtigkeit an der Spitze eines Kegels hängt natürlich von derjenigen der Elektricität auf dem Mantel des Kegels ab, deshalb wird auch die Wirkung der Spitze abhängig sein von der Stelle des Leiters, an welcher sie befestigt ist. Bei einem Cylinder z. B. wird die entladende Wirkung der Spitze immer am bedeutendsten sein, wenn sie an dem Ende des Cylinders befestigt ist, da ohnehin schon am Ende des Cylinders die Dichtigkeit der Elektricität immer am bedeutendsten ist.

Bei Leitern, auf welche ein elektrisirter Körper influenzirend einwirkt, hängt die Wirkung der Spitze noch in anderer Weise von dem Punkte ab, wo die Spitze befestigt ist. Influenziren wir einen Cylinder *ab* (Fig. 53) durch eine Kugel *c* und bringen an dem von der Kugel entfernten Ende *a* eine Spitze an, so wird dieselbe nur Influenzelektricität der zweiten Art erhalten. Dieselbe wird daher ausströmen, da sie nur auf einen kleinen Theil des Cylinders beschränkt ist, und der Cylinder mit Influenzelektricität der ersten Art geladen zurückbleiben. Wird dann *c* entfernt, so wird die Influenzelektricität erster Art sich über den ganzen Cylinder verbreiten und wenn die Spitze nicht sehr vollkommen ist, auf demselben verbleiben.

Fig. 53.



Eine an dem entfernten Ende eines influenzirten Leiters angebrachte Spitze ladet denselben also mit Influenzelektricität der ersten Art.

Wenn dagegen an dem der Kugel nächsten Ende bei *b* eine Spitze befestigt wird, so strömt aus dieser die Influenzelektricität erster Art aus, und der Cylinder bleibt mit Influenzelektricität zweiter Art geladen zurück, welche sich nach Entfernung der Kugel *c* ebenso über den ganzen Cylinder verbreitet.

Bei dem letzteren Versuche zeigt sich noch eine andere merkwürdige Erscheinung. Vergleicht man nämlich die Elektricitätsmenge der Kugel *c*, bevor und nachdem sie influenzirend gewirkt hat, so zeigt sich nach der Influenz die Elektricitätsmenge bedeutend verkleinert und zwar ungefähr um die auf dem Cylinder *ab* übrig bleibende Menge der Influenzelektricität der zweiten Art. Es hat also den Anschein, als wenn die Spitze von der Kugel eine gewisse Menge Elektricität eingesaugt hätte.

Diese Saugwirkung der Spitzen zeigt sich in noch viel auffallenderer Weise, wenn man einem elektrisirten Körper eine Spitze nähert, welche mit dem Erdboden in leitender Verbindung steht. Sofort sinkt die elektrische Dichtigkeit bis auf eine geringe hinab, und man kann dieselbe durch Zufuhr von Elektricität durchaus nicht steigern. Man stelle an einen isolirten

elektrischen Cylinder ein Goldblatt-Elektroskop und nähere dann dem Cylinder eine in der Hand gehaltene Spitze; sofort wird die Divergenz der Goldblättchen verkleinert, sie bleibt dieselbe, auch wenn man den Cylinder mit einer kräftigen Elektricitätsquelle in Verbindung bringt.

Diese Saugwirkung der Spitzen erklärt sich unmittelbar aus den soeben beschriebenen Eigenschaften derselben; steht einer an einem Leiter befestigten oder mit dem Erdboden leitend verbundenen Spitze ein elektrisirter Körper gegenüber, so wird durch Influenz die Spitze so stark elektrisch, dass die Elektricität von ihr ausströmt. Durch die elektrische Spitze tritt dann auch auf dem elektrisirten Körper eine andere Vertheilung der Elektricität ein, so dass die Dichtigkeit der Elektricität an der der Spitze gegenüberliegenden Stelle so gross wird, dass auch dort ein Ausströmen stattfindet. Hierzu kommt noch ein anderer Grund; wie wir erwähnten, ist mit dem Ausströmen der Elektricität immer ein Luftstrom verbunden, welcher von der Ausströmungsstelle fort bläst. Dieser Luftstrom ist besonders kräftig bei einer Spitze; derselbe hat seinen Grund offenbar darin, dass die an der Spitze angrenzende Luft durch die ausströmende Elektricität kräftig elektrisirt und dann abgestossen wird, er besteht demnach aus Luft, welche mit der Spitze gleichnamig elektrisirt ist. Diese Luft strömt nun gegen den elektrisirten Körper um so mehr, da sie von der entgegengesetzten auf ihm vorhandenen Elektricität angezogen wird: sie gibt dann bei der Berührung ihre Elektricität an den Körper ab und neutralisirt dadurch eine derselben gleiche Elektricitätsmenge auf dem Körper.

Daraus ergibt sich, dass die scheinbare Saugwirkung einer Spitze so lange dauern wird, als die Elektricität auf dem gegenüber stehenden Körper hinreichende Dichtigkeit besitzt, um die Spitze zum Ausströmen zu bringen; eine dem Körper sehr genäherte, mit dem Erdboden in leitender Verbindung stehende Spitze wird deshalb die elektrische Dichtigkeit auf demselben ebenso stark vermindern, als eine an dem Körper selbst befestigte Spitze.

Hieraus ergibt sich auch sofort, welche Wirkung eine an einem elektrisirten Körper befestigte Spitze auf einen genäherten nicht elektrischen Leiter haben wird; sie muss den Leiter mit Influenzelektricität der zweiten Art laden. Denn so lange die Dichtigkeit auf dem elektrisirten Körper so gross ist, dass ein Ausströmen stattfindet, wird Influenzelektricität erster Art theils von dem influenzirten Leiter ausströmen, theils auf demselben durch die Luftströmung neutralisirt werden.

Dass in der That alle diese Wirkungen der Spitzen nur Folge der grossen Dichtigkeit der Elektricität an ihnen sind, ergibt sich noch ausser dem aus dem von Riess [1]) geführten Nachweise, dass dieselben sofort unwirksam werden, wenn man sie mit einem hohlen Leiter umgibt, sie also

---

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 254.

auf diese Weise in das Innere eines Leiters versetzt. Schon eine theilweise Umhüllung macht sie, wie Riess gezeigt hat, unwirksam. Er setzte auf eine Metallscheibe eine feine 8 Millim. lange Nadel und umgab sie mit einer 29 Millim. hohen, 18 Millim. weiten Kupferröhre; sie blieb auch bei der stärksten Elektrisirung unwirksam.

Ganz ähnliche Wirkungen wie die Spitzen haben auch glimmende oder flammende Körper; auch deren Wirkung ist, wie Riess [1]) ausführlich gezeigt hat, hauptsächlich auf diejenige der Spitzen zurückzuführen. Bei den glimmenden Körpern sind es die Spitzen, welche sich an denselben bei der Verbrennung bilden, bei den Flammen sind es die Spitzen der Flamme selbst, also des brennenden Gasstromes, welcher aufsteigt. Deshalb wirken nur leitende glimmende Körper oder Flammen aus leitenden Gasen so. Schwefel und schweflige Säure sind nicht leitend, deshalb ist brennender Schwefel auch ganz unwirksam.

Glimmende und flammende Körper wirken viel stärker als künstliche Spitzen, da jedenfalls die an ihnen sich bildenden Spitzen viel vollkommener sind. Um einen nicht leitenden Körper vollkommen unelektrisch zu machen, gibt es deshalb kein besseres Mittel, als ihn einige Male rasch durch eine Alkoholflamme oder Gasflamme zu ziehen.

§. 35.

Die Elektrisirmaschine. Auf der Wirkung der Spitzen beruht die Einrichtung eines der wichtigsten elektrischen Apparate, der Elektrisirmaschine, welche bei den meisten elektrischen Versuchen als Elektricitätsquelle dient.

Als Elektrisirmaschine bezeichnen wir mit Riess [2]) einen Apparat, welcher auf einem Leiter Elektricität ansammelt dadurch, dass ein in der Nähe desselben geriebener Isolator von dem Leiter die Influenzelektricität der ersten Art fortschafft. Mechanische Vorrichtungen also, welche nur auf einem Isolator durch Reibung Elektricität erregen, welche sich also im Wesentlichen nicht von der einfachsten Elektricitätsquelle, einem in der Hand gehaltenen Isolator, welcher mit Wolle, Seide oder Pelz gerieben wird, unterscheiden, rechnen wir nicht dazu.

Die erste wirkliche Elektrisirmaschine scheint, obwohl man schon lange mechanische Vorrichtungen zum Reiben eines Isolators hergestellt hatte, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von Wilson construirt zu sein [3]). Seitdem hat dieselbe, ohne in ihren wesentlichen Bestandtheilen geändert zu sein, eine ganze Reihe von Veränderungen und Verbesserungen erfahren,

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LXI, LXXI, LXXIII, LXXIV. Reibungselektricität. Bd. I. §. 255 ff.

2) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 272.

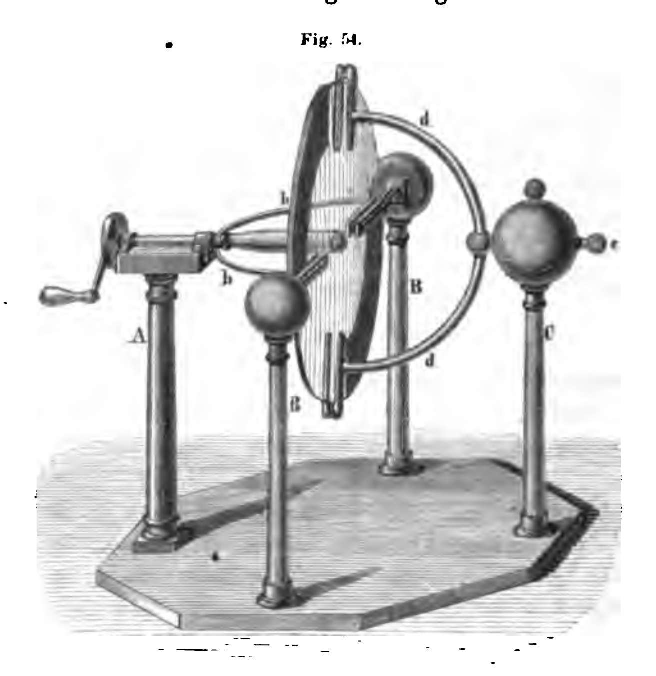
3) Man sehe *Gehler's* physikal. Wörterbuch, neue Bearbeitung, Artikel Elektricität, „Geschichte der Elektrisirmaschine“.

und noch jetzt hat wohl jeder Verfertiger etwas Eigenthümliches. Im Wesentlichen ist die jetzige Form der Elektrisirmaschinen jene, welche ihr van Marum gegeben hat. Wir wollen deshalb der Beschreibung eine van Marum'sche Maschine zu Grunde legen.

Die wesentlichen Theile einer Elektrisirmaschine sind erstens der geriebene Isolator, zweitens das Reibzeug und drittens der Conductor, welchem die Influenzelektricität der ersten Art entzogen und der dadurch mit solcher der zweiten Art geladen wird.

Als geriebenen Isolator wendet man jetzt meistens Scheiben oder Cylinder von Glas an. An der Fig. 54 abgebildeten Maschine ist die

Fig. 54.



Scheibe in ihrer Mitte an dem Ende einer Axe befestigt. Diese Axe wird von einem nicht isolirenden Fusse A von Holz getragen. Die Axe besteht in ihrer der Scheibe nächsten Hälfte aus wohl gedörrtem und ebenso gut wie Glas isolirendem Holze; die andere Hälfte ist aus Stahl und ruht in der langen, auf dem Fusse A befindlichen Pfanne. An dem andern Ende der Axe befindet sich eine Kurbel, mit welcher man die Scheibe dreht. Zwischen der Pfanne und der Kurbel ist an der Axe ein Bleigewicht befestigt, welches dazu dient, der Scheibe das Gleichgewicht zu halten. Die beiden Säulen BB tragen jede ein Reibzeug. Die Säulen sind aus Glas etwa 0,6 Meter hoch und 8 — 9 Cent. dick. Sie stehen in Holzfüssen, welche auf derselben Bodenplatte befestigt sind, wie die übrigen Tragsäulen A und C. Die Glassäulen tragen oben Holzfassungen und auf diesen

hohle Kugeln von Messing. An diese Kugeln sind gabelförmige Federn von Messing angeschraubt, welche die Glasscheibe zwischen ihren Zinken haben. Die Federn sind nahe an der Kugel von einem Stift durchbohrt, welcher an seinen Enden Schraubengewinde hat, so dass durch aufgeschraubte Kugeln die Federn einander genähert werden können.

Jede der Federn trägt zwei Reibkissen, so dass die Glasscheibe auf beiden Seiten und auf jeder Seite von zwei Reibkissen gerieben wird. Das Reibkissen besteht aus einer Holzleiste, auf deren einer Seite mehrere Tuchstreifen über einander gelegt sind. Die Tuchstreifen sind mit einem weichen Leder bedeckt, welches sie ganz vollständig umgibt und welches an dem Holz selbst befestigt ist.

Auf der anderen Seite trägt die Holzleiste einen Metallstreifen, an welchem ein Metallstift senkrecht zur Ebene der Leiste befestigt ist. Dieser Stift hat an seinem Ende eine Schraube; durch ihn wird das Reibkissen befestigt, indem er in einen Schlitz der Feder eingeschoben wird. Durch eine aufgeschraubte Kugel wird dann das Reibkissen an die Feder geklemmt.

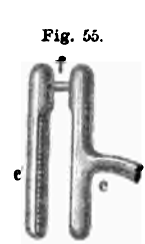
Als das beste Reibzeug hat sich für Glas das Kienmaier'sche Amalgam, ein Zink-Zinn-Amalgam bewährt; dasselbe liefert die meiste und der Art nach immer dieselbe, auf dem Glase positive Elektricität. Man bestreicht daher das Leder des Reibzeuges mit diesem Amalgam, indem man das Leder ein wenig einfettet, dann mit dem pulverförmigen Amalgame bestreut und dann vor dem Einsetzen die Kissen mit den zugewandten Reibflächen ein wenig an einander reibt. Als Fett wendet man am besten, nach einer Mittheilung von Quincke, welche ich sehr bewährt gefunden habe, ein wenig Knochenöl an.

Die Reibzeuge werden schliesslich durch Anziehen der Federn gegen die Glasscheibe gedrückt, so dass sich die Scheibe mit einiger, aber nicht zu starker Reibung zwischen ihnen bewegt. Die Reibzeuge müssen mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt werden. Denn wie wir bereits §. 21 erwähnten, werden bei der Reibung immer beide Elektricitäten erzeugt, die Scheibe wird bei der Reibung positiv elektrisch, und das Reibzeug erhält ebenso viel negative Elektricität. Würde nun das Reibzeug nicht von dieser Elektricität befreit, so würde bald ein Zeitpunkt eintreten, wo die Scheibe durch Reibung nicht ferner mehr erregt würde, nämlich dann, wann die Elektricität auf dem Reibzeuge so dicht geworden wäre, dass die Anziehungskraft derselben und der auf der Scheibe erregten positiven Elektricität so stark wäre, dass sich eine ebensolche Elektricitätsmenge wieder vereinigte, als in derselben Zeit durch Reibung getrennt würde. Entzieht man aber dem Reibzeuge sofort die auf ihm erregte Elektricität, so bleibt es immer wirksam. Zu diesem Zwecke dient der Metallbogen *b*, welcher an der stählernen Axe der Scheibe drehbar befestigt ist, indem er die Axe röhrenförmig umgibt. Die Enden des Bogens an den Reibzeugen tragen messingene hohle Halbcylinder, welche dicht an den Federn der

Reibzeuge anliegen, die hohle Seite mit ihren Schärfen den Federn zugekehrt. Um die Ableitung ganz vollkommen zu machen, wird dann noch von dem Zapfenlager *A* eine Metallkette auf den Boden herabgehängt.

Die Säule *C* trägt als Conductor eine Kugel von hohlem Messingblech von etwa 20 Cent. Durchmesser. Dieselbe ist horizontal durchbohrt und trägt in dieser Durchbohrung eine Messingröhre, auf deren eines Ende eine Schraube eingeschnitten ist, welche die Kugel *c* trägt; an dem andern Ende der Röhre ist der Messingbogen *d* befestigt, dessen Enden fast um den Durchmesser der Scheibe aus einander stehen und die Einsauger tragen. Der Bogen ist mit der Röhre drehbar und kann in jeder Lage durch Anziehen der Kugel *c* festgestellt werden. Soll er als Einsauger dienen, so wird er, wie die Figur zeigt, vertical gestellt. Die an den Enden des Bogens befestigten Einsauger bestehen (Fig. 55) aus hohlen messingenen Cylindern *e e'*, welche zum grössten Theil zur Hälfte aufgeschnitten sind, so weit, wie die Scheibe zwischen sie hineinreicht. Die scharfen Kanten der durchschnittenen Cylindermäntel sind der geriebenen Scheibe zugekehrt, und überdies sind in den Cylindern, in einer der Cylinderaxe parallelen Linie eine Anzahl feiner Spitzen befestigt, welche genau bis in die Ebene der Schnittflächen reichen. Der Cylinder *e'* kann abgenommen werden, er ist mit einer hohlen Röhre einfach in eine Durchbohrung des Cylinders *c* eingeschoben.

Fig. 55.



Es hat sich für die Wirkung der Maschine vortheilhaft gezeigt, wenn man den Raum zwischen dem Reibzeug und den Einsaugern mit einem isolirenden Stoffe bedeckt: man befestigt deshalb an den Reibzeugen Stücke von Wachstafft, welche, wie Fig. 54 zeigt, mit ihren über die Scheibe hervorragenden Rändern zusammengenäht sind und theils durch ihre Steifigkeit, theils auf dem Rande der Scheibe ruhend dieselbe auf beiden Seiten bis zu den Einsaugern bedecken.

Das Spiel der Maschine ist nun offenbar folgendes. An der Stelle der Scheibe, welche das Reibzeug passirt, wird auf derselben positive Elektricität durch die Reibung erregt. Die Elektricität bleibt dort, bis diese Stelle den Einsaugern gegenüber steht; dieselbe erregt dann in dem Conductor Elektricität durch Influenz, die Kugel, als der entfernteste Theil wird positiv, die Einsauger werden negativ elektrisch; da die Einsauger mit scharfen Kanten und Spitzen versehen sind, so strömt dort die negative Elektricität aus und neutralisirt die auf der Scheibe vorhandene positive Elektricität und zwar auf beiden Seiten, da die Einsauger beiden Seiten der Scheibe gegenüber stehen. Die so unelektrisch gewordene Stelle bewegt sich dann zum folgenden Reibzeuge und wird dort wieder wie vorher elektrisirt.

Auf diese Weise wird der Conductor nach einiger Zeit geladen, und zwar mit Influenzelektricität zweiter Art, also der Elektricität, welche n…

der auf dem Glase vorhandenen gleichnamig ist. Würde die Elektricität gar nicht von dem Conductor entfernt, so würde die Wirksamkeit der Maschine nach einiger Zeit aufhören. Ist nämlich die Dichtigkeit der positiven Elektricität auf demselben so gross geworden, dass die geringste Vermehrung derselben ein Ausströmen der positiven Elektricität aus den Spitzen zur Folge haben würde, wenn den Spitzen die Scheibe unelektrisch gegenüber stände, so kann die Elektricität der Scheibe in den Spitzen die Dichtigkeit der Influenzelektricität der ersten Art nicht mehr so erhöhen, dass ein Ausströmen derselben eintritt. Wenn dann aber von dem Conductor durch Zerstreuung in die Luft Elektricität fortgenommen wird, so wird bei fortgesetzter Drehung der Scheibe diese stets wieder ersetzt, bis die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Conductor der oben angegebenen gleich geworden ist. Bei fortgesetzter Drehung der Scheibe ist also der Conductor der Elektrisirmaschine eine stetige Quelle von positiver Elektricität.

Man kann aber den Conductor auch zu einer stetigen Quelle von negativer Elektricität machen, indem man die beiden metallischen Bogen *b* und *d* verstellt. Stellt man den Bogen *b* vertical, so nimmt derselbe, als mit der Erde in leitender Verbindung stehender Einsauger, von der der Kurbel zugewandten Scheibenseite die Elektricität fort; zieht man dann von dem Bogen *d* die Hälften *e'* der Einsauger ab und stellt ihn horizontal, so dass die Einsauger *e* die Federn der Reibkissen berühren, so tritt die negative Elektricität der Reibkissen auf den Conductor über. Wie man sieht ist das Princip der Wirkung jetzt ein ganz anderes wie vorher, indem jetzt einfach von dem geriebenen leitenden Reibzeug die Elektricität auf den Conductor abgeleitet wird; es wird also jetzt gewissermassen ein Theil des Conductors gerieben. Da in diesem Falle der geriebene Theil des Conductors fest an der Glasscheibe anliegt, somit auch mit nicht elektrisirtem Glase in Berührung kommt, so ist die negative Elektricität auf dem Conductor nie in so grosser Menge zu erhalten als die positive.

Die Wirksamkeit der Maschine, d. h. die dem Conductor mitgetheilte Elektricitätsmenge, hängt von der Güte und der Isolation der einzelnen Theile ab.

Die Glasscheibe muss von möglichst isolirendem Glase sein; frische Scheiben sind gemeiniglich viel schlechter als solche, welche schon längere Zeit gebraucht sind, da die frische Glasoberfläche viel hygroskopischer ist als die abgeriebene. Wenn durch längeren Gebrauch Amalgamtheile auf dem Glase sich festgesetzt haben, so muss die Scheibe mit Schwefeläther und Alkohol rein abgewaschen und getrocknet werden. Da alles Glas hygroskopisch ist, so ist die Wirksamkeit der Maschine bei feuchtem Wetter meist geringer als bei trocknem; Abreiben mit warmen Tüchern und Bestreichen mit etwas Knochenöl verstärkt die Wirksamkeit auch bei dem feuchtesten Wetter sehr bedeutend.

Damit die Scheibe vollkommen isolirt sei, muss die Axe, auf welche

sie aufgesetzt ist, möglichst gut isoliren; man überzieht deshalb die Oberfläche derselben mit dem gut isolirenden Bernsteinfirniss.

Ebenso muss der Conductor natürlich möglichst isolirt sein, deshalb wird auch die ihn tragende Glassäule mit Bernsteinfirniss überzogen und durch häufiges Abreiben mit warmen Tüchern dafür gesorgt, dass die Oberfläche derselben möglichst trocken ist.

Die Form des Conductors ist nur in so fern von Einfluss, als man dadurch an einzelnen Stellen eine grössere Dichtigkeit hervorbringen kann. Stellt man an die Kugel einen Cylinder von bedeutend kleinerem Durchmesser, der von Halbkugeln geschlossen ist, so ist auf dem von der Kugel entferntesten Ende des Cylinders die Elektricität am dichtesten.

Man wird ausser der beschriebenen manche anders geformte Elektrisirmaschinen finden, indess ist eine wesentliche Abweichung an denselben nicht vorhanden, weshalb es überflüssig sein wird darauf einzugehen.

Nur einer Elektrisirmaschine müssen wir noch erwähnen, da deren Einrichtung und Wirkung eine wesentlich andere ist, der Armstrong'schen Dampfelektrisirmaschine.

Im Jahre 1840 machte ein Maschinenwärter zu Seghill in Nordengland die Beobachtung, dass sich elektrische Erscheinungen zeigten, als er durch seinen Körper den aus dem Sicherheitsventile einer Locomotive strömenden Dampf mit dem Metalle der Maschine und insbesondere mit dem Sicherheitsventile selbst in leitende Verbindung brachte.

Die Thatsache wurde unmittelbar darauf von Armstrong und Pattinson[1] bestätigt, welche zugleich den Nachweis lieferten, dass der ausströmende Dampf positiv, die Maschine selbst aber negativ elektrisch wurde, indem sie den Dampf auf ein Spitzensystem strömen liessen, welches mit einem isolirten Conductor in Verbindung stand, und die Maschine selbst auf isolirende Unterlagen stellten. In letzterem Falle zeigte sich die Maschine nur dann elektrisch, wenn Dampf ausströmte, nicht aber, wenn alle Ventile geschlossen waren, so dass kein Dampf ausströmte.

Anfänglich glaubte man, dass der Act der Verdampfung selbst die Elektricität errege, indem bei Verwandlung des Wassers in Dampf der Dampf positiv und das zurückbleibende Wasser negativ elektrisch werde. Dass der Kessel nicht elektrisch werde, wenn der Dampf nicht ausströmt, glaubte man darin begründet, dass der Kessel sowohl das negative Wasser, als auch den positiven Dampf umschlösse. Man glaubte also darin einen neuen Beweis für die schon früher vermuthete Elektricitätserregung beim Verdampfen zu erkennen[2]).

1) *Armstrong,* Philosophical Magazin. Vol. XVII, XVIII. III. Ser. 1840. Poggend. Ann. Bd. LII. *Pattinson,* Philosoph. Magazin. vol. XVII. 1840.

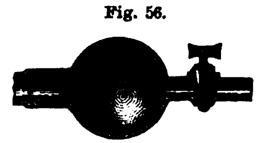
2) Frühere Versuche über Elektricitätserregung beim Verdampfen siehe Poggend. Ann. Bd. XI, die Versuche von *Pouillet. Riess,* Reibungselektricität Bd. II. §. 946 ff.

Dass dem nicht so sei, wurde indess bald durch einen Versuch von Armstrong bewiesen[1]). Er isolirte die Oeffnung, aus welcher der Dampf ausströmte, von dem Kessel und fand, dass dann nur die Ausflussöffnung, nicht der Kessel positiv elektrisch wurde. Daraus zog er dann den Schluss, dass die Reibung des Dampfes die Quelle der Elektricität sei.

Indess auch diese Erklärung reichte nicht aus, da man häufig bei kräftig ausströmendem Dampfe kaum eine Spur von Elektricität wahrnahm. Faraday endlich wies die wirkliche Ursache dieser Entwicklung nach[2]); er zeigte, dass der Dampf nur elektrisch wurde, wenn er feucht war, wenn er also Wassertheilchen mit sich fortriss, und wenn dieser feuchte Dampf sich an der Ausflussöffnung rieb.

Um diesen Nachweis zu liefern, befestigte Faraday an einem kleinen Dampfkessel eine Ausflussröhre, welche sich in eine Kugel erweiterte (Fig. 56), an welche dann verschiedene Ausflussöffnungen angeschraubt werden konnten. War an die Kugel eine enge Holzröhre angeschraubt, so zeigte der unter 1,4 Atmosph. Druck ausströmende Dampf anfänglich eine geringe Elektricität, welche aber verschwand, als die Kugel heiss geworden war, und überhaupt gar nicht auftrat, wenn die Röhre mit der Kugel vorher so weit erhitzt war, dass kein Dampf sich condensirte. Wenn die Kugel dagegen abgekühlt erhalten wurde, oder wenn in die Kugel Wasser gethan wurde, so dass der ausströmende Dampf feucht wurde, also Wassertheilchen enthielt, dann zeigte er sich nach dem Austritt kräftig positiv und der auf isolirende Unterlagen gestellte Dampfkessel kräftig negativ elektrisch.

Fig. 56.



Damit auf diese Weise Elektricität erregt wird, darf das dem Dampfe beigemengte Wasser keine Substanzen gelöst enthalten, welche es besser leitend machen. Das Wasser in der Kugel musste destillirt sein, am besten aus der Condensation des Dampfes selbst entstanden. Wurde Brunnenwasser hineingegossen, oder wurde in dem condensirten Wasser etwas Salz, Glaubersalz, Kochsalz, oder etwas Schwefelsäure oder Borsäure gelöst, so hörte die Elektricitätsentwicklung auf. Der Grund dieser Erscheinung ist nach Faraday der, dass die elektrisirten leitenden Tröpfchen bei fernerer Berührung mit dem Metalle an dasselbe sofort die Elektricität abgeben.

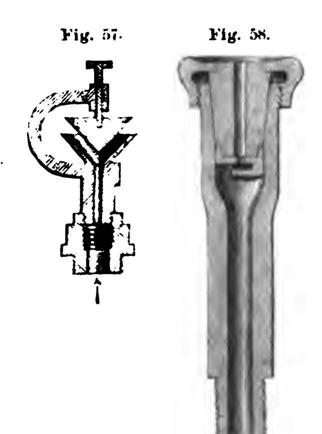
Isolirende Substanzen hatten diesen Einfluss nicht, sie hatten dagegen den Erfolg, dass die erregten Elektricitäten sich umkehrten. Als in die Kugel auf das Wasser Terpentinöl gebracht war, wurde der Dampf negativ und der Kessel positiv; dasselbe war der Fall, als Speck, Wallrath, Bienenwachs, Olivenöl, Ricinusöl in die Kugel gebracht waren. Die Umkehrung der Elektrisirung dauerte so lange, als von diesen Stoffen in der Kugel war.

1) *Armstrong,* Philosophical Magazin. vol. XX. 1841.
2) *Faraday,* Experimental researches. Ser. XVIII. Poggend. Ann. Bd. LX.

Da man annehmen darf, dass bei der Reibung der mit diesen Stoffen bedeckten Tröpfchen an den Wänden der Ausflussöffnung dieselben mit diesen Stoffen überzogen werden, so folgt, dass die Elektricitätsart der geriebenen Wassertröpfchen abhängig ist von der Substanz, an welcher das Wasser gerieben wird.

Bei Anwendung reinen Wassers ist auch die Substanz der Ausflussöffnung auf die erregte Elektricität von Einfluss; zwar bewirkten alle von Faraday angewandten festen Körper, dass der Dampf positiv elektrisch wurde, aber die Menge der erregten Elektricität war sehr verschieden. Am kräftigsten wurde sie erregt, als ein mit destillirtem Wasser getränktes Buxbaumröhrchen angewandt wurde, sie war fast unmerklich, als eine Ausflussröhre von Elfenbein oder ein Federkiel angewandt wurde.

Auch die Form der Ausflussöffnung ist von Einfluss auf die Stärke der erregten Elektricität; sehr wirksam fand Faraday die Form Fig. 57, Armstrong die Form Fig. 58, welche er bei seiner Hydroelektrisirmaschine anwandte. Faraday brachte vor der Oeffnung (Fig. 57) einen Kegel an, mit der Spitze gegen die Oeffnung gewandt, so dass der Dampf auf dem ganzen Mantel des Kegels sich rieb.


Fig. 57. Fig. 58.

Armstrong verschloss die Ausflussröhre fast ganz mit einer Holzplatte, gegen welche der Dampf zuerst stiess, und um welche er dann herumströmte. Wie man sieht, ist in beiden Fällen die sehr verstärkte Reibung die Ursache der stärkern Wirkung.

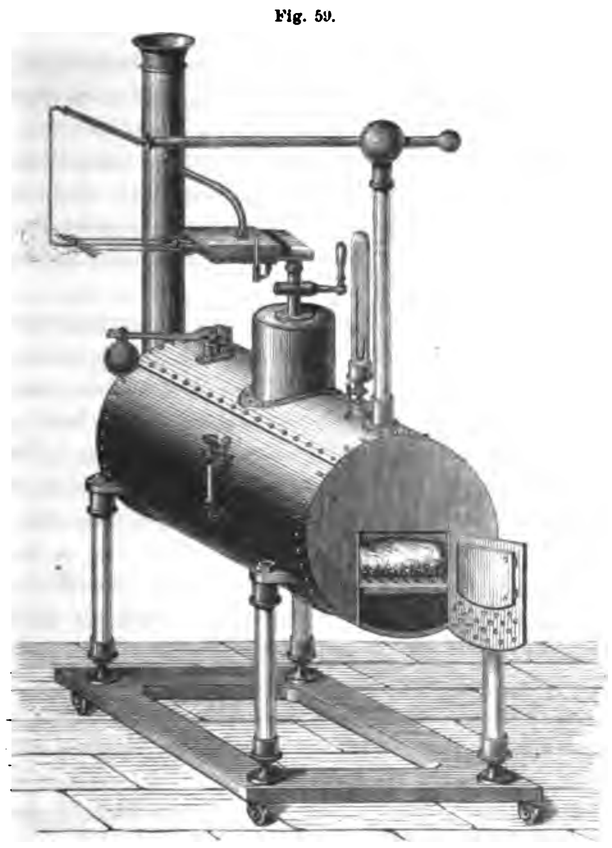
Bei der Armstrong'schen Maschine sind nun die Erfahrungen von Faraday zur Erzielung einer kräftigen Wirkung benutzt worden. Dieselbe besteht (Fig 59) aus einem auf Glasfüssen stehenden Dampfkessel, der in seinem Innern geheizt wird. Auf einem Dome, der in der Mitte der obern Seite angebracht ist, befindet sich das Ausflussrohr. Der Dampf strömt zuerst in ein Reservoir, welches einen Theil des Dampfes verdichtet und so die Stelle der Kugel an Faraday's Ausflussrohr vertritt. An diesem Reservoir sind seitlich mehrere Ausflussöffnungen von der Einrichtung Fig. 58 angesetzt.

Den Dampf lässt man in einiger Entfernung auf ein Spitzensystem fliessen, welches entweder mit der Erde oder mit einem von der Maschine isolirten Conductor in leitender Verbindung steht. Man kann so die positive Elektricität des Dampfes oder die negative der Maschine zu den Versuchen benuzen.

Die Maschine der royal polytechnic institution in London, welche 46 Ausflussöffnungen für den Dampf hat, ist wohl die wirksamste Elektrisirmaschine, welche es überhaupt gibt.

Ebenso wie feuchter Dampf gibt auch feuchte Luft und, wie Jolly gezeigt hat, gasförmige mit flüssiger gemengte Kohlensäure beim Aus-

Fig. 59.



strömen aus der Natterer'schen Flasche durch Reibung an der Ausströmungsöffnung Elektricität.

§. 36.

Der Elektrophor. Ein ebenfalls zur Elektricitätserregung dienender Apparat, dessen Wirksamkeit wie diejenige der Elektrisirmaschine auf der Influenz beruht, ist der zuerst von Volta [1]) construirte Elektrophor, dessen Princip jedoch schon viel früher von Wilcke beobachtet war. Bei dem Elektrophor wird durch einen erregten Isolator ein in der Nähe befindlicher Leiter durch Influenz elektrisch; von diesem wird dann die Influenzelektricität der zweiten Art entfernt, indem man ihn einen Augenblick mit

1) Man sehe *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 296.

leugnet oder wenigstens als für das Verhalten des Elektrophors nicht von Einfluss ansieht. Bezold nimmt nicht, wie Riess, in der Masse des Kuchens verschiedene elektrische Schichten an, sondern nur die auf der Oberfläche des Kuchens direct durch Reibung erzeugte; die an der untern Fläche des Kuchens, sowie an der Form beobachteten elektrischen Erscheinungen erklärt er als Influenzerscheinungen, herrührend von der Elektricität auf der Oberfläche des Kuchens.

Zunächst macht Bezold darauf aufmerksam, dass die Berührung mit der Prüfungsscheibe bei Isolatoren keine zuverlässigen Resultate geben könne, wenn sich in der Nähe der zu prüfenden Stelle noch anderweitig Elektricität befindet. Die Prüfungsscheibe nimmt nämlich nicht nur von der berührten Stelle des Isolators Elektricität fort, sondern wird auch als ein leitender Körper von den nahen elektrischen Schichten influenzirt. So ist es kein Beweis, dass die Rückseite eines isolirt aufgestellten auf der vordern Seite geriebenen Kuchens negativ elektrisch ist, wenn die Prüfungsscheibe negative Elektricität anzeigt, sondern diese negative Elektricität muss die Prüfungsscheibe auch dann zeigen, wenn die Rückseite ganz unelektrisch ist, einfach, weil die auf der Vorderseite des Kuchens vorhandene Elektricität die Prüfungsscheibe influenzirt, und die positive Elektricität der Scheibe, als Influenzelektricität der ersten Art, auf die berührten Stellen der Rückseite übertritt.

Bezold wandte deshalb zur Untersuchung des elektrischen Verhaltens des Elektrophorkuchens ein anderes Mittel an, nämlich ein Gemisch zweier Pulver, deren eines positiv elektrisch, deren anderes negativ ist. Ein solches Gemisch erhält man in feingepulvertem Schwefel und Mennige. Siebt man ein solches Gemisch durch Musselin, so wird der Schwefel negativ, die Mennige positiv elektrisch. Wenn man deshalb aus einer mit Musselin überbundenen Streubüchse ein solches Gemisch auf eine Fläche siebt, so wird die Mennige an negativ elektrischen Stellen, der Schwefel an positiven festgehalten, oder strenger ausgedrückt, an Stellen wo Schwefel haftet, wird negative, an Stellen wo Mennige haftet, wird positive Elektricität gegen die Fläche gezogen. Aus dem Haften dieser Pulver kann deshalb auch noch nicht mit Sicherheit auf den elektrischen Zustand der Fläche geschlossen werden, denn ähnlich wie Eisenfeile an einer unter einem Magnetpole gehaltenen Glastafel haften, haftet Mennige auch an einer nicht selbst elektrischen Fläche, wenn über derselben sich eine negative elektrische Schicht befindet. Die Art und Weise, wie das Pulver auf einer Fläche vertheilt ist, lässt dann aber mit ziemlicher Sicherheit die Art der Elektrisirung erkennen. Eine geriebene Fläche zeigt nach dem Bestäuben Streifen, welche die Richtung des Reibens angeben. Ist die Elektricität in Form von Funken auf die isolirende Fläche gebracht, so ordnet sich der Staub zu den nach ihrem Entdecker Lichtenberg als Lichtenberg'sche bezeichneten Figuren, welche, wenn die Elektricität positiv ist, aus einer

grossen Zahl von Strahlen bestehen, welche, wie bei einem Stern, von dem Punkte ausgehen, an dem der Funke die Fläche getroffen hat. Ist die Elektricität negativ, so wird die Figur ein strahlenloser geschlossener Kreis, dessen Durchmesser sehr viel kleiner ist als jener der positiven Figur. Auf diese Figuren werden wir noch an einer andern Stelle kurz eingehen. Ist die Elektricität aus Spitzen auf die Fläche übergeströmt, so zeigt der Staub nur mehr oder weniger ausgedehnte Flecke, welche bei negativer Elektricität roth, bei positiver gelb sind, ohne Unterschied der Zeichnung. Ist dagegen die bestäubte Fläche nicht selbst elektrisch, sondern wird das elektrische Pulver nur durch die Wirkung einer über demselben vorhandenen elektrischen Schicht an der Fläche festgehalten, so findet sich immer ein grösseres Flächenstück gleichmässig mit dem betreffenden Pulver bedeckt.

Man kann diese verschiedenen Anordnungsweisen der Pulver schön sichtbar machen, wenn man einen Funken auf eine Ebonitplatte überspringen lässt. Ist die Platte isolirt ausserhalb des Wirkungskreises von Spitzen aufgelegt, und lässt man auf die obere Seite einen positiven Funken springen, so erhält man dort einen gelben Stern. Auf der untern Fläche erhält man einen gelben Fleck, dessen Grösse derjenigen des Sternes fast gleich ist. In dem Falle wird das negativ elektrische Pulver nur durch die auf der andern Seite vorhandene positive Elektricität festgehalten.

Befand sich in der Nähe der untern Fläche bei dem Ueberspringen des Funkens eine Spitze, so zeigt sich auf der Fläche ein verwaschener rother Fleck, weil aus der Spitze negative Elektricität auf die Fläche geströmt ist. Lag dagegen die Platte, als der Funke auf sie übersprang, auf einer leitenden Metallplatte, so zeigt beim Bestäuben die untere Fläche die negative Lichtenberg'sche Figur, die viel kleiner ist als die obere positive Figur, weil jetzt von der untern leitenden Platte ein negativer Funke auf die untere Fläche übergesprungen ist.

Die Ansicht nun, welche Bezold über den elektrischen Zustand und die Wirkungsweise des Elektrophors ausspricht und mit Hülfe des Pulvergemisches nachweist, ist einfach die, dass am Elektrophor durch das Reiben nur die geriebene Fläche elektrisch wird, dass im Innern des Kuchens eine merkliche Influenzirung nicht stattfindet, und dass die an der Form und hintern Fläche des Kuchens beobachteten elektrischen Erscheinungen Folge sind der von der geriebenen Fläche aus in der leitenden Form stattfindenden Vertheilung, und der von der obern Fläche ausgehenden Fernewirkung.

Der scheinbar negativ elektrische Zustand der Rückseite des isolirten Kuchens ist in der schon oben gegebenen Erklärung nur die Folge der Fernewirkung der auf der obern Fläche durch Reibung entstandenen elektrischen Schicht. Deshalb ist auch die negative Elektricität der Form, die abgeleitet werden kann, nicht von der Rückseite des Kuchens auf die Form übergegangen, dieselbe ist vielmehr Influenzelektricität in der Form, erregt durch die Elektricität des Kuchens. Die positive Elektricität auf der

Rückseite des Kuchens, wenn man den Kuchen in der Form umkehrt, ist die Influenzelektricität der ersten Art, welche von der Form zu dem Kuchen hinübergegangen ist.

Gerade für das Letztere liefern die Versuche mit dem Pulver den überzeugendsten Beweis. Hat man den Kuchen in der abgeleiteten Form stark gerieben, kehrt ihn dann um, so dass er jetzt mit der geriebenen Seite in der Form liegt, so findet man nach dem Bestäuben der Rückseite dieselbe ganz mit gelben Sternen, der positiven Figur, übersäet, welche zum Theil noch einen rothen centralen Fleck besitzen. Hebt man dann den Kuchen aus der Form und legt ihn auf isolirende Stützen, so fliegt der Schwefel von den Stellen, an denen er vorher haftete, fort; bestäubt man dann neu mit dem Gemische, so wird nur die Mennige angezogen, die Stellen, welche vorher mit Schwefel bedeckt waren, bleiben aber frei. Das Auftreten der positiv elektrischen Figuren auf der Rückseite, wenn der Kuchen sich umgekehrt in der Form befindet, beweist, dass die Elektricität in einzelnen Funken aus der Form auf die Rückseite des Kuchens übergegangen ist, und das Fortfliegen des Schwefels von den Stellen, an denen er vorher haftete, beim Herausnehmen des Kuchens aus der Form beweist die Fortdauer der Fernewirkung der primär erregten obern Fläche des Kuchens. Die positive Elektricität der Rückseite kann eben nur dann zur Wirkung kommen, wenn die durch das Reiben erregte negative Elektricität der vordern Seite in ihrer Wirkung durch die in der Form hervortretende positive Influenzelektricität der ersten Art neutralisirt wird. Deshalb gibt sich ihr Vorhandensein bei isolirten Kuchen auch nur dadurch zu erkennen, dass an den Stellen, an welchen sich die positive Elektricität befindet, die rothe Mennige nicht haftet.

Aus diesen Versuchen ergibt sich in der That, dass in dem Elektrophor kurze Zeit nach dem Reiben nicht die von Riess angenommenen verschiedenen elektrischen Schichten vorhanden sind, indess geht Bezold doch wohl zu weit, wenn er die Influenzirung des Isolators ganz ausser Acht lässt. Welchen Einfluss dieselbe indess hat, lässt sich erst nach einer erneuten Untersuchung der Influenz auf Nichtleitern feststellen.

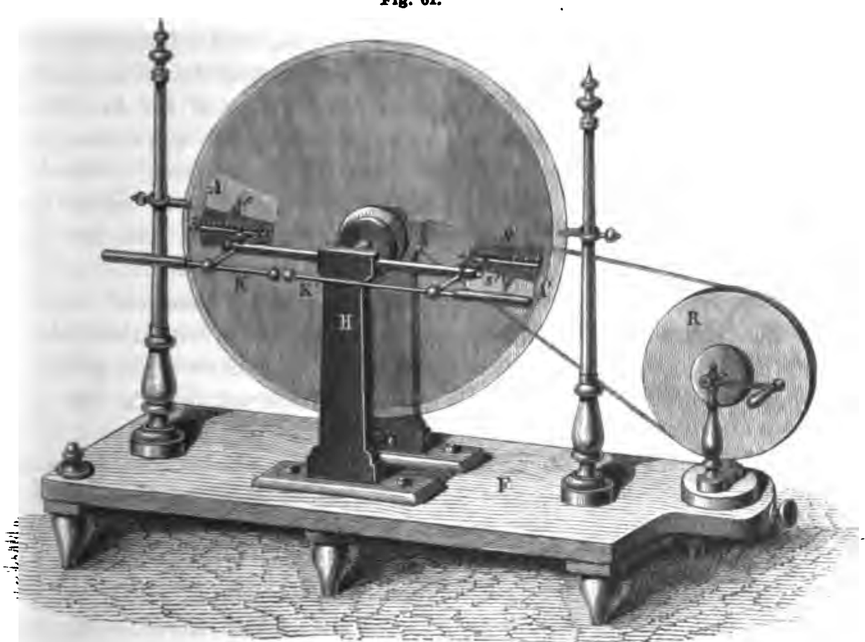
§. 37.

Die Influenzmaschinen. Zu der Elektrisirmaschine und dem Elektrophor, welche lange Zeit die einzigen Quellen grösserer Elektricitätsmengen waren, sind in der letzten Zeit die fast gleichzeitig von Töpler[1]) und Holtz[2]) construirten, auf dem Princip des Elektrophor basirten Influenzmaschinen, oder wie Riess sie nennt, Elektrophormaschinen hinzugekommen, welche eine viel grössere Menge von Elektricität zu liefern im Stande sind

1) *Töpler,* Poggend. Ann. Bd. CXXV. Bd. CXXVII.
2) *Holtz,* Poggend. Ann. Bd. CXXVI. CXXVII. CXXX. CXXXVI.

als die bisher besprochenen Apparate. Wir begnügen uns damit, von den mancherlei Formen, welche die Apparate erhalten haben[1]), die einfache Holtz'sche Maschine zu beschreiben, da wesentlich diese es ist, welche eine grosse Verbreitung bekommen hat, und die Theorie aller übrigen wesentlich mit derjenigen der Holtz'schen Maschine übereinstimmt.

Fig. 61.



Die Holtz'sche Maschine Fig. 61 besteht aus einer festen Glasscheibe und einer derselben parallelen sehr nahe stehenden, welche in rasche Rotation versetzt werden kann, deren Durchmesser etwa 2 Cent. kleiner ist als der der festen Scheibe. Die Scheiben sind, um sie möglishst gut isolirend zu machen, mit Schellackfirniss versehen. Die feste Scheibe hat drei Durchbohrungen resp. Ausschnitte, die erste in der Mitte, um die Axe der rotirenden Scheibe durchzulassen, die andern in der Nähe des Randes. Die letztern sind, wie es die Figur zeigt, so vertheilt, dass der obere Rand des einen Ausschnittes A' etwas unter, der untere Rand des andern A etwas über dem horizontalen Durchmesser der festen Scheibe sich befinden. Der obere Rand des ersten, der untere des zweiten Ausschnittes ist mit einer Papierbelegung überklebt, S, S', welche auf beiden Seiten der Scheibe bis einige

1) Ueber die verschiedenen Formen der Influenzmaschinen sehe man die Berliner Berichte über die Fortschritte der Physik seit 1865 und *Carl's* Repertorium für physikalische Technik von demselben Zeitpunkte an.

Centimeter von dem Rande der Ausschnitte sich erstreckt. Von den Rändern ragen ein oder zwei steife, oben zugespitzte und gegen die rotirende Scheibe gebogene Papierstreifen, *s*, *s'*, bis in die Mitte des Ausschnittes, gut ist es, wenn diese Papierspitzen mit Stanniol beklebt sind [1]). Gegenüber den Papierbelegungen, von ihnen getrennt durch die rotirende Scheibe, befinden sich Saugkämme von Messing, horizontale Messingröhren, deren Länge jener der Papierbelegungen gleich ist, und welche mit einer Anzahl feiner, gegen die rotirende Scheibe gerichteter Spitzen versehen sind. Diese Saugkämme sind an cylindrischen Messingstangen befestigt, welche durch das isolirende Querstück aus Hartgummi, das von dem einen Träger *H* der Axe der rotirenden Scheibe getragen wird, hindurchgehen und vorn in Kugeln endigen. Durch diese Kugeln gehen senkrecht gegen die Stangen zwei verschiebbare, vorn in kleinen Kugeln, *K*, *K'*, endigende Messingstäbe von solcher Länge, dass die Kugeln zur Berührung gebracht werden können. An den andern Enden sind diese Stäbe mit isolirenden Handhaben versehen.

Um die drehbare Scheibe in rasche Rotation zu versetzen, ist auf der Axe eine kleine Rolle befestigt, welche durch einen Schnurlauf, der um eine grössere auf dem Fusse des Apparates aufgestellte Rolle geführt ist, gedreht wird. Die Bewegung der Scheibe erfolgt von den Spitzen zu den Papierbelegen hin.

Um die Maschine in Thätigkeit zu bringen, schiebt man die mit den Saugkämmen in leitender Verbindung stehenden Messingstäbe so weit zusammen, dass sich die kleinen Kugeln berühren, so dass also die beiden Saugkämme in metallischer Verbindung sind. Man versieht dann den einen der Papierbelege, während die bewegliche Scheibe rasch rotirt, mit Elektricität, indem man in ihre Nähe einen elektrisirten Körper, etwa einen geriebenen Streifen von Hartgummi oder eine geriebene Porzellanröhre hält. Wenn man dann nach kurzer Zeit die an den Saugkämmen befestigten Messingstäbe aus einander zieht, so geht die Elektricität zwischen den beiden Kugeln in einem fast continuirlichen Strome über. Die Entfernung, bis zu welcher man die Kugeln von einander entfernen kann, hängt ab von den Dimensionen der Scheiben und dem Zustande der Maschine. Bei einem Durchmesser der Scheiben von etwa 50 Cent. kann man, wenn die Oberfläche der rotirenden Scheibe gut isolirt, die Kugeln bis etwa 30 Cent. von einander entfernen. Ueberschreitet man diese Grenze, so hört die Wirkung der Maschine plötzlich auf; um sie wieder in Gang zu versetzen, muss man sie neu erregen. Zuweilen gelingt es indess die Maschine schon dadurch wieder wirksam zu machen, dass man die beiden Messingstäbe rasch bis zur Berührung der Kugeln wieder zusammenschiebt. Dann ist aber oft der elektrische Zustand der Maschine der entgegengesetzte von vorher, das heisst jene Kugel, welche vorher positive Elektricität lieferte, liefert jetzt negative und umgekehrt.

1) Man sehe *Carl* in Carl's Repertorium Bd. IV.

Die Wirkungsweise der Maschine lässt sich einfach als eine Wirkung der Influenz von Seiten der Papierbelege und der rotirenden Scheibe auf die mit den Spitzen versehenen Leiter des Apparates auffassen. Nehmen wir an, dem einen Papierbeleg, er möge als *a* bezeichnet werden, sei eine gewisse Menge positiver Elektricität mitgetheilt. Dieselbe wird in dem ihr gegenüberstehenden Leiter durch Influenz die Spitzen negativ elektrisch machen, während die positive Elektricität abgestossen wird und sich bis in die Spitzen, welche dem Papierbeleg *b* gegenüber stehen, begibt. Da in den Spitzen die Dichtigkeit der Elektricität immer sehr gross ist, so wird gegenüber *a* die negative Elektricität auf die bewegliche Scheibe strömen, und gerade gegenüber *a* die Scheibe isolirt eine grosse Dichtigkeit haben. Die dort angesammelte negative Elektricität influenzirt dann rückwärts wieder den Papierbeleg, so dass dessen positive Elektricität verstärkt wird, während die negative Elektricität aus der Papierspitze auf die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe ausströmt.

Auf der anderen Seite tritt dann gleichzeitig eine Elektrisirung des halbleitenden Papierbelegs *b* durch Influenz von den ihm gegenüberstehenden Spitzen ein. Diese Spitzen sind, wie wir sahen, positiv elektrisch, und wegen der grossen Dichtigkeit in den Spitzen strömt diese positive Elektricität auf die den Spitzen gerade gegenüber befindliche Stelle der beweglichen Scheibe. Diese positive Elektricität influenzirt dann den Papierbeleg so, dass er selbst negativ wird, während die positive Elektricität aus der Papierspitze auf die dem Belege zugewandte Seite der beweglichen Scheibe strömt.

Bei *a* wird also die bewegliche Scheibe auf beiden Seiten negativ, bei *b* auf beiden Seiten positiv. Wird nun die bewegliche Scheibe in Rotation versetzt, so dass sie von *a* nach oben, von *b* nach unten sich bewegt, so wiederholt sich der Vorgang bei der ersten halben Rotation an allen die Spitzen passirenden Stellen der Scheibe, so dass nach dieser halben Rotation auf der obern Hälfte der Scheibe ein Halbring, dessen Breite gleich ist der Länge des Saugkammes, auf beiden Seiten negativ, auf der untern Hälfte ein Halbring von der gleichen Breite auf beiden Seiten positiv elektrisch ist. Bei weiterer Bewegung der Scheibe wird nun zuerst die Papierspitze von *a* von dem untern positiven Halbringe, die Papierspitze von *b* von dem obern negativen Halbringe getroffen, und der Erfolg ist eine Verstärkung der Ladungen durch die Saugwirkung der Spitzen auf beiden Papierbelegungen und einmal hierdurch, dann aber auch weil die rotirende Scheibe jetzt vor die Spitzen mit der in den Spitzen vorhandenen entgegengesetzten Elektricität hintritt, eine verstärkte Influenz auf den mit den Spitzen verbundenen Leiter. Die Folge dieser verstärkten Influenz ist wieder eine Verstärkung der Ladung auf den Belegen und besonders auf der rotirenden Scheibe, die dann rückwärts die Spitzen immer stärker influenzirt, so dass nach kurzer Zeit die mit den Spitzen verbundenen Messingstäbe

aus einander gezogen werden können, ohne das Spiel der Maschine zu unterbrechen. Die Dichtigkeit der positiven Elektricität an dem Ende des *a* gegenüberstehenden, die Dichtigkeit der negativen an dem Ende des andern Messingstabes ist so gross, dass die Elektricitäten aus dem einen Stabe in den andern hinüberströmen, auch wenn die Kugeln durch eine Luftschicht von beträchtlicher Dicke getrennt sind.

Dass in der That der elektrische Zustand der Maschine der hier geschilderte ist, davon kann man sich durch elektroskopische Untersuchung der rotirenden Scheibe leicht überzeugen. Aus diesem Zustande ergibt sich auch sofort, weshalb die Wirksamkeit der Maschine aufhört, sobald man die Messingstäbe so weit von einander entfernt, dass die Elektricität nicht mehr von der einen zur andern Kugel übergehen kann. Es tritt dann nämlich sofort ein Ausströmen der vorher abgestossenen Elektricität auf die vorübergehenden Theile der rotirenden Scheibe ein, so dass also bei *a* die vorher negative Oberfläche jetzt positiv elektrisch wird. Diese positive Elektricität influenzirt gleichzeitig den Papierbeleg *a*, so dass die auf demselben vorhandene positive Elektricität durch die Spitze ausströmt, und so den Beleg neutralisirt. Aehnlich ist der Vorgang bei dem Belege *b*. Ist die Dichtigkeit auf den Leitern sehr gross, so erkennt man, dass unter günstigen Umständen auch ein Umelektrisiren der Belege eintreten kann, so dass, wenn die Messingstäbe nach Aufhören des Uebergehens der Elektricitäten sofort zusammengeschoben werden, das Spiel der Maschine das entgegengesetzte wird.

Die Theorie erklärt weiter sofort, weshalb die Wirkung der Maschine wesentlich von der Isolationsfähigkeit der Scheiben und besonders der rotirenden Scheibe abhängt, da die Wirkung gerade darauf beruht, dass auf einer und derselben Scheibe in nicht weit entfernten Stellen entgegengesetzte Elektricitäten von grosser Dichte vorhanden sind. Ebenso ist es natürlich nothwendig, dass die Saugkämme und die mit ihnen verbundenen Leiter sorgfältig von der Erde isolirt sind, da sonst die Influenzelektricitäten der zweiten Art von diesen Leitern sofort in die Erde abfliessen.

Die dargelegte Theorie der Holtz'schen Maschine sieht ganz von der Influenz auf die nichtleitende Scheibe ab, dieselbe spielt nur die Rolle des Elektricitätsträgers, der zwischen Papierbeleg und Saugkämme immer zwei mit dem Papierbeleg gleichnamige elektrische Schichten bringt, deren Dichtigkeit sehr gross ist, und welche deshalb die Influenz auf den Leiter wesentlich verstärken, ja hauptsächlich bedingen. Da die Influenz in Nichtleitern jedenfalls eine messbare Zeit beansprucht, so glaube ich nicht, dass sie bei der Wirkung der Maschine eine wesentliche Rolle spielt; denn die Stellen der Scheibe, welche durch den Papierbeleg influenzirt werden können, sind der influenzirenden Wirkung immer nur eine sehr kurze Zeit ausgesetzt, nur so lange die betreffende Stelle an dem Papierbeleg vorübergeht. Dass mit der Zeit durch das öftere Vorbeipassiren desselben Glasstreifens an den

Belegen auch die Influenz des Papierbeleges auf die nichtleitende rotirende Scheibe zur Wirksamkeit kommt und die mit der des Belegs ungleichnamige Elektricität, welche sich auf der dem Beleg zugewandten Seite der Scheibe befindet, an den Stellen, die am Beleg vorbeipassirt sind, verstärkt, soll damit nicht geleugnet werden.

In besonderer Weise tritt die Influenz auf Nichtleiter zur Wirksamkeit, um die Wirkung der Maschine auf ihre ganze Höhe zu bringen und auf derselben zu erhalten. Denn durch die Influenz der beiden Hälften der rotirenden Platte wird in der festen Glasscheibe auf der der rotirenden Scheibe zugewandten Seite eine ungleichnamig elektrische Schicht erregt, welche durch ihre anziehende Wirkung auf die Elektricität der ihr gegenüber liegenden rotirenden Scheibenhälfte die Zerstreuung der Elektricität mindert[1]).

Die vorgetragene Theorie unterscheidet sich von derjenigen, welche Riess gegeben hat[2]), nur in dem Punkte, dass Riess die Influenz auf die nichtleitende rotirende Scheibe in den Vordergrund stellt. Er sieht hier einen Fall der von ihm sogenannten Doppelinfluenz, welche nach ihm immer dann eintritt, wenn ein Isolator sich in solcher Nähe eines Leiters befindet, dass bei Influenzirung der beiden aus dem Leiter die Influenzelektricität der einen Art auf den Isolator strömt. Die Influenz in dem Isolator durch diese ihm mitgetheilte Influenzelektricität ist dann das, was den ganzen Vorgang zur Doppelinfluenz macht. Bei der Maschine influenzirt darnach der elektrische Papierbeleg die rotirende Scheibe und den Saugkamm, auf die dem Beleg zugewandte Seite der Scheibe tritt deshalb zunächst durch einfache Influenz ungleichnamige Elektricität und gleichzeitig strömt aus dem Saugkamm diese selbe Elektricität auf die andere Seite der Scheibe. Diese Elektricität influenzirt nun wieder die Scheibe ganz so, wie nach der Theorie von Riess der Kuchen des Elektrophors von der durch Reibung ihm mitgetheilten Schicht elektrisirt wird, sie bewirkt also, dass die dem Beleg zugewandte Seite dieselbe Elektricität erhält, wie die den Spitzen zugewandte.

Die Versuche, welche Riess zur Begründung dieser Theorie anstellte, stimmen im wesentlichen überein mit denen, welche er zur Begründung der Theorie des Elektrophors anstellte, er zeigt, dass wenn eine isolirte Scheibe kurze Zeit zwischen ein zur Erde abgeleitetes Spitzensystem und eine elektrische Fläche gehalten wird, ein Elektroskop, welches nachher an die der elektrischen Fläche zugewandte Seite der isolirenden Scheibe gehalten wird, starke Anzeichen der Elektricität gibt, welche mit derjenigen der elektrischen Fläche ungleichnamig ist. Gegen den aus diesem Versuche gezogenen Schluss, dass nun diese Fläche wirklich diese Elektricität besitze, lässt sich aber der

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. CXXXI. p. 231.

2) *Riess*, Ueber Doppelinfluenz. Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

im vorigen Paragraphen erwähnte Einwurf Bezold's erheben, dass die Elektrisirung des Elektroskops durch Fernewirkung der auf der andern Fläche der Scheibe vorhandenen Elektricität bedingt sein kann. Bei der Influenzmaschine ist dieser Einwurf um so begründeter, da eine bestimmte Elektrisirung der Scheibenhälften immer nur für die Dauer einer halben Rotation vorhanden ist, somit eine merkliche Influenzirung des Isolators kaum eintreten kann.

Sowohl nach der einfachen, wie nach der Theorie von Riess ist die Influenzmaschine im Princip identisch mit dem Elektrophor. Die rotirende Scheibe bildet den Kuchen und die Saugkämme entsprechen dem Schilde, der Unterschied beider Apparate liegt nur in der Art der Elektrisirung, welche bei der Influenzmaschine in so sinnreicher Weise erfolgt, dass sie dadurch die ergiebigste Quelle der Elektricität wird und dass sie die geringste Menge von aufgewandter Arbeit zur Erzeugung einer gewissen Menge von Elektricität beansprucht.

§. 38.

Der elektrische Ansammlungsapparat. Mit Hülfe der in den letzten Paragraphen beschriebenen die Elektricität erregenden Apparate kann man einen beliebigen Conductor mit Elektricität laden; die Ladung des Conductors hat aber eine bestimmte nicht zu überschreitende Grenze, welche nach §. 33 dann eintritt, wenn das Potentialniveau des Conductors gleich ist dem des die Elektricität erregenden Apparates. Es kann also z. B. bei der Elektricitätsmaschine irgend ein beliebiger Leiter durch leitende Verbindung mit dem Conductor der Maschine so weit geladen werden, dass das Potentialniveau des Leiters gleich ist dem des Conductors. Die Grenze der Ladung des letztern ist dann dadurch bedingt, dass durch die Scheibe der Elektrisirmaschine keine weitere Influenz auf denselben ausgeübt werden kann, also dadurch, dass auf dem Conductor so viel positive Elektricität angesammelt ist, dass die Dichtigkeit derselben in den Spitzen gleich der Dichtigkeit der auf der Scheibe erregten positiven Elektricität geworden ist.

Diese Ladung kann ferner nur dann eintreten, wenn an dem Conductor dann an keiner Stelle die Dichtigkeit erreicht ist, bei welcher die Elektricität auszuströmen beginnt, und sie kann dauernd nur erhalten werden, wenn der durch Zerstreuung in jedem Augenblicke stattfindende Verlust immer durch fortgesetzte Wirkung der Elektricitätsquellen wieder ersetzt wird.

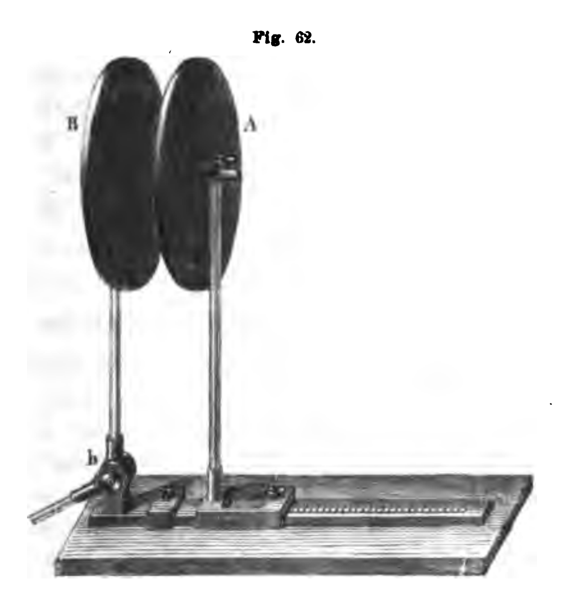
Es lässt sich indess ein auf die Wirkung der Influenz gestützter Apparat construiren, welcher eine weit grössere Elektricitätsmenge anzusammeln gestattet, der in verschiedenen Formen als Franklin'sche Tafel, Leydener Flasche, Condensator im vorigen Jahrhundert schon construirt wurde, welchen in seiner einfachsten Form Riess untersucht hat [1]). Der elektrische An-

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. Reibungselektricität Bd. I. §. 313 ff.

sammlungsapparat besteht in allen Fällen aus zwei sich gegenüberstehenden, parallelen leitenden Flächen, welche durch einen Isolator von einander getrennt sind. Die eine dieser Flächen ist isolirt und durch eine Leitung mit dem Conductor verbunden, welcher diese Fläche elektrisirt; diese Fläche führt den Namen Collector; die andere Fläche ist mit der Erde in leitender Verbindung, sie ist der Condensator.

Sei (Fig. 62) *A* eine auf isolirendem Fusse stehende Platte, welche in einer auf der Rückseite befindlichen Klemmschraube einen Zuleitungsdraht aufnehmen kann, so dass sie als Collectorscheibe dient; ihr gegenüber steht eine ihr gleiche Platte *B*, welche in einem Gelenk *b* umgeschlagen werden kann, so ist dieser Apparat der einfache Ansammlungsapparat.

Fig. 62.



Wenn man nun die Scheibe *B* zurückschlägt und die Scheibe *A* mit einem positiv geladenen Conductor in Verbindung setzt, so wird dieselbe so lange Elektricität aufnehmen, bis die Dichtigkeit auf dem Zuleitungsdrahte, wo sie nach den früher mitgetheilten Erfahrungen am grössten ist, gleich der Dichtigkeit der Elektricität auf dem Conductor geworden ist, oder, wenn das schon früher eintritt, bis sie auszuströmen beginnt. Es werde dann die Verbindung von *A* mit dem Conductor unterbrochen.

Stellt man nun die Scheibe *B* auf und in geringer Entfernung der Scheibe *A* parallel gegenüber, so wird *B* durch Influenz elektrisch und zwar auf der *A* zugewandten Seite negativ, auf der abgewandten Seite positiv. Setzt man dann *B* mit der Erde in leitende Verbindung, so wird die positive Elektricität abgeleitet und die *A* zugewandte Fläche wird stärker negativ elektrisch. Die Menge der auf *B* erregten Influenzelektricität ist ein bestimmter Bruchtheil von der auf *A* vorhandenen.

Durch die Gegenwart der negativ elektrischen Fläche *B* wird aber jetzt die Vertheilung der Elektricität auf *A* eine ganz andere; durch die Anziehung der auf *B* vorhandenen negativen Elektricität wird der grösste Theil der auf *A* vorhandenen positiven Elektricität auf die der Scheibe *B* zugewandte Fläche von *A* gezogen, und die elektrische Dichtigkeit ist auf

der Rückseite von A, sowie auf dem Zuleitungsdrahte ganz bedeutend vermindert.

Wird jetzt die Verbindung von A mit dem wie vorhin geladenen Conductor wieder hergestellt, so wird jetzt auf A wieder neue Elektricität überströmen können, und zwar so lange, bis die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Zuleitungsdraht wieder die frühere geworden ist, welche dort vorhanden war, als die Scheibe B nicht A gegenüberstand; denn erst wenn auf dem Zuleitungsdrahte diese Dichtigkeit eingetreten ist, hört das Zuströmen auf, oder beginnt die Elektricität auszuströmen.

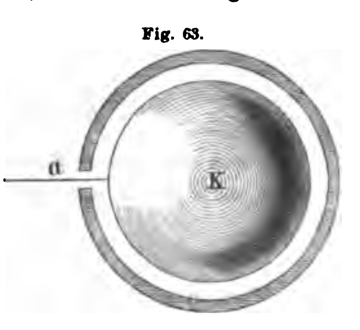
Welche Wirksamkeit die Condensatorplatte haben wird, d. h. wie vielmal mehr Elektricität die Collectorplatte aufnehmen kann, wenn ihr die Condensatorplatte gegenübersteht, als wenn sie allein steht, das lässt sich aus dem eben Gesagten leicht ableiten.

Sei der alleinstehenden Collectorplatte die Elektricitätsmenge E gegeben und dadurch die Dichtigkeit am Zuleitungsdrahte D geworden, bei welcher eine weitere Zuströmung aufhört; nach Aufstellung der Condensatorplatte sei dann die Dichtigkeit am Zuleitungsdrahte $\frac{1}{n}$ geworden. Damit nun an einem Leiter die Dichtigkeit an irgend einem Punkte in einem gewissen Verhältnisse zunehme, muss, vorausgesetzt dass der Leiter unverändert bleibe, nach §. 33 die Elektricitätsmenge auf dem ganzen Leiter in demselben Verhältnisse zunehmen. Nun kann an dem Zuleitungsdrahte die Dichtigkeit wieder bis auf D, also auf das $n$fache wachsen, ehe ein Ausströmen eintritt; nach Vorsetzung der Condensatorplatte kann also die Collectorplatte die $n$fache Elektricitätsmenge aufnehmen, welche sie alleinstehend aufnehmen konnte. Oder die Verstärkungszahl des Ansammlungsapparates ist gleich dem Quotienten aus der Dichtigkeit der Elektricität am Zuleitungsdrahte, bei welcher die Zuströmung aufhört, und der Dichtigkeit, welche am Zuleitungsdrahte vorhanden ist, wenn nach der ersten Ladung der alleinstehenden Collectorplatte die Condensatorplatte davor gestellt wird. Es wird nicht erforderlich sein, zur Bestimmung der Verstärkungszahl die Collectorplatte gerade bis zur Grenze zu laden, sondern man hat sie nur mit irgend einer Elektricitätsmenge zu versehen, die Dichtigkeit am Zuleitungsdrahte vor und nach Aufstellung der Condensatorplatte zu messen; der Quotient der beiden Dichtigkeiten ist natürlich derselbe wie eben, die Verstärkungszahl.

Für einfach geformte Ansammlungsapparate lässt sich die Verstärkungszahl nach den Gesetzen der elektrischen Vertheilung direct berechnen, indem man von dem §. 33 erwähnten Satz ausgeht, dass das Potential der auf einem Körper vorhandenen Elektricität der Dichtigkeit der Elektricität proportional ist. Man hat deshalb nur die Veränderung des Potentials zu bestimmen, welche durch das Gegenüberstellen des abgeleiteten Körpers auf dem Collector eintritt; in dem Maasse, wie das Potential verkleinert wird,

kann dann die der Collectorplatte mitzutheilende Elektricitätsmenge vergrössert werden. Sei, um diese Rechnung an dem einfachsten Beispiele zu zeigen, K Fig. 63 eine Kugel vom Radius R, dieselbe sei umgeben von einer Hohlkugel, deren innerer Radius R_1, deren äusserer Radius R_2 sei, so dass also der Abstand der Oberfläche der innern Kugel und der innern Fläche der Schale überall $R_1 - R$ ist. Die äussere Schale habe bei a eine sehr kleine Oeffnung, und durch diese sei isolirt, das heisst ohne die Schale zu berühren, ein sehr dünner Draht geführt, welcher die Kugel K mit einem entfernten Conductor in Verbindung setze, dessen Potentialniveau gleich V_1 sei. Wenn die Kugel K nicht von der Schale umgeben wäre, so würde von dem Conductor eine solche Elektricitätsmenge q auf die Kugel übergehen, dass das Potentialniveau der Kugelfläche ebenfalls gleich V_1 ist. Da wir voraussetzten, dass der Conductor sehr weit entfernt ist, ist das Potential der auf der Kugel vorhandenen Elektricität dasjenige einer homogenen Kugelschale vom Radius R, oder

Fig. 63.



$$V_1 = \frac{q}{R} \cdots (1)$$

somit ist die Elektricitätsmenge $q = V_1 \cdot R$. Denken wir uns jetzt die Verbindung der Kugel mit dem Conductor unterbrochen und die Kugelschale um die Kugel herumgelegt, so wird durch die Influenz der Kugel auf die Schale in der letztern eine Vertheilung der Elektricität eintreten, so dass auf der innern Oberfläche der Schale eine gewisse Elektricitätsmenge q_1, die Influenzelektricität der ersten Art, auf der äussern die Menge q_2, die Influenzelektricität der zweiten Art auftritt. Der Gleichgewichtszustand ist dann erreicht, wenn das Potential der drei Elektricitätsmengen im Innern der Kugel K einen constanten Werth v_1 und ebenso im Innern und an der äussern Oberfläche der Kugelschale einen ebenfalls constanten aber von dem Werthe v_1 in der Kugel verschiedenen Werth v_2 hat. Da das Potential einer homogenen Kugelschale auf jeden Punkt im Innern gleich ist dem Quotienten aus der wirksamen Masse und dem Radius der Schale, so ist

$$v_1 = \frac{q}{R} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \cdots (a).$$

Das Potential auf einen Punkt im Innern der Schale, der den Abstand ϱ vom Mittelpunkt der Kugel K hat, welches wir mit v_2 bezeichneten, ist dann, da das Potential einer homogenen Kugelschale auf einen ausserhalb liegenden Punkt gleich ist dem Quotienten aus der wirksamen Masse und dem Abstande des betreffenden Punktes von dem Mittelpunkt der Kugelschale,

$$v_2 = \frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} + \frac{q_2}{R_2} \cdots (b).$$

Da nun der Werth dieses Potentials derselbe sein muss, welches auch zwischen R_1 und R_2 der Werth von ϱ ist, so folgt

$$\frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} = 0; \quad q_1 = -q \cdots (c),$$

somit

$$v_2 = \frac{q_2}{R_2}, \; v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) + \frac{q_2}{R_2} \cdots\cdot (d).$$

Ist nun die äussere Schale mit dem Erdboden in leitender Verbindung, so muss nach §. 33 $v_2 = 0$, somit

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$$

sein. Wird nun die Kugel wieder mit dem Conductor in Verbindung gesetzt, so fliesst eine neue Menge Elektricität auf die Kugel, bis dieselbe gleich Q geworden, so dass das Potential v_1 übergeht in das frühere V_1, oder dass

$$V_1 = Q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) \cdots\cdot (2).$$

Aus den beiden Gleichungen (1) und (2), deren erstere die Menge q gibt, welche die isolirte Kugel aufnimmt, folgt

$$\frac{q}{R} = Q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$$

oder

$$Q = q \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}} = \frac{R_1}{R_1 - R} \cdot q.$$

Der Coefficient von q ist die vorhin von uns als Verstärkungszahl bezeichnete Grösse, denn er gibt an, in welchem Verhältnisse die Elektricitätsmenge q der isolirten Kugel durch Umgebung derselben mit der leitenden Kugelschale vermehrt werden kann. Die Verstärkungszahl ist also in diesem Falle dem Radius der innern Fläche der Kugelschale direct, und dem Abstande der Oberfläche der Kugel von der innern Fläche der Schale umgekehrt proportional.

Dem Ausdrucke für die Elektricitätsmenge Q, welche die Kugel des supponirten Ansammlungsapparates aufnehmen kann, lässt sich noch eine etwas andere Form geben; die Kugel sei von ihrer Schale umgeben und werde dann mit dem Conductor, dessen Potentialniveau V_1 sei, in Verbindung gebracht. Es geht dann eine solche Elektricitätsmenge Q auf sie über, dass das Potential der gesammten in dem Ansammlungsapparat vorhandenen Elektricitätsmengen gleich V_1 wird. Nennen wir die in der Schale durch Influenz vertheilten Elektricitäten jetzt Q_1 und Q_2, so gelten jetzt ebenfalls die Gleichungen (a) (b) (c) (d), somit ist das Potentialniveau in der Schale V_2 gegeben durch

$$V_2 = \frac{Q_2}{R_2}$$

und damit

$$V_1 = Q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) + V_2$$

$$Q = \frac{R_1 R}{R_1 - R}(V_1 - V_2)$$

oder die Elektricitätsmenge, welche die Kugel, wenn sie von einer condensirenden Schale umhüllt ist, aufnehmen kann, ist der Differenz der Potentialwerthe der gesammten vorhandenen Elektricitäten in Kugel und Schale, und einem Coefficienten proportional, welcher nur von den Dimensionen des Apparates abhängig ist.

Ein ähnlicher Ausdruck

$$Q = K(V_1 - V_2)$$

gilt auch für die Elektricitätsmenge des Collectors eines jeden Ansammlungsapparates, worin K, die Verstärkungszahl, nur von den Dimensionen des Apparates abhängig ist; die Berechnung dieser Constanten ist indess nur in wenigen idealen Fällen wirklich durchzuführen[1]).

Wir wollen hier noch für zwei kreisförmige, unendlich dünne Platten, deren Radius R, deren Abstand δ gegen R sehr klein sei, und welche einander parallel so aufgestellt seien, dass die Kreise sich decken, zu bestimmen suchen. Sind die Platten sehr gross gegen δ, so werden wir ohne merklichen Fehler voraussetzen können, dass die Dichtigkeit h überall dieselbe ist. Wird die eine der Platten mit dem Conductor der Maschine, der das Potentialniveau V_1 hat, in Berührung gebracht, so fliesst eine solche Menge Q auf die Platte, dass das Potentialniveau derselben ebenfalls gleich V_1 wird, das heisst, dass das Potential der auf dieser Platte vorhandenen und auf der zweiten durch Influenz erregten für die Punkte der ersten Platte gleich V_1 sein muss.

Wir haben demnach das Potential einer Ebene zu berechnen, wobei wir uns jedoch auf Punkte beschränken können, die sehr nahe über der Ebene sich befinden. Da nun der Werth des Potentials für einen Punkt jedenfalls von der in seiner Nähe befindlichen Menge vorwiegend bestimmt wird, können wir das Potential für alle Punkte, welche in einer zur Platte parallelen Ebene liegen, als gleich betrachten, und zwar gleich dem für die in der Axe der Platte liegenden Punkte gültigen Werthe. Wir haben deshalb nur den Werth des Potentials für diese Punkte zu bestimmen.

Wir denken uns also in der im Mittelpunkte der Platte errichteten Senkrechten einen Punkt um x von der Platte entfernt, und zwar sei x positiv in der Richtung gegen die zweite Platte, negativ in der entgegengesetzten.

---

1) Man sehe *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI. Abhandl. zur mechan. Wärmetheorie. II. Abth. p. 74 ff. *Beer,* Einleitung in die Elektrostatik etc.

Von allen Punkten eines Kreisringes, dessen Radius r, dessen Breite dr ist, ist dann dieser Punkt um

$$\varrho = \sqrt{r^2 + x^2}$$

entfernt. Ist dann die Dichtigkeit der Elektricität gleich h, so ist die auf jenem Kreisringe vorhandene Elektricität

$$2r\pi\, dr \cdot h,$$

somit das Potential dieses Ringes

$$2\pi h \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Das Potential der ganzen Ebene ist gleich der Summe aller Potentiale der einzelnen Ringe, deren Radius r zwischen 0 und R ist, somit

$$V = 2\pi h \int_0^R \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Da x für alle diese Ringe denselben Werth hat, so ist

$$\frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \sqrt{(r + dr)^2 + x^2} - \sqrt{r^2 + x^2} = d\,(\sqrt{r^2 + x^2})$$

und daraus folgt aus der Bedeutung der Summe

$$V = 2\pi\, h \left\{\sqrt{R^2 + x^2} - \sqrt{x^2}\right\}.$$

Da nun x gegen R sehr klein ist, so können wir ohne merklichen Fehler unter dem ersten Wurzelzeichen x^2 gegen R^2 vernachlässigen, und erhalten dann

$$V = 2\pi\, h \left\{R - \sqrt{x^2}\right\}.$$

Das Vorzeichen von $\sqrt{x^2}$ ist zweideutig; es lässt sich aber leicht daraus bestimmen, dass gleichnamige elektrische Massen sich abstossen; ist also x positiv, so sucht die Wirkung derselben x zu vergrössern, es muss also

$$-\frac{dV}{dx}$$

positiv sein. Das ist der Fall, wenn wir setzen

$$V = 2\pi\, h\,(R - x),$$

denn daraus ergibt sich

$$-\frac{dV}{dx} = 2\pi\, h.$$

Für ein negatives x dagegen sucht die Abstossung das negative x zu vergrössern, also den absoluten Werth zu verkleinern, dort ist also

$$V = 2\pi\, h\,(R + x)$$

$$-\frac{dV}{dx} = -\, 2\pi\, h.$$

Wenden wir diese Ausdrücke jetzt auf unser System von zwei Platten an, so sahen wir, dass die erste Platte eine solche Menge Q aufnehmen kann,

dass das Potential der auf ihr vorhandenen und der auf der zweiten Platte durch Influenz erregten Elektricität für alle Punkte der ersten Platte gleich V_1 sein muss.

Ist die Dichtigkeit auf der ersten Platte gleich h, so ist das Potential der auf ihr vorhandenen Elektricität für jeden Punkt der Platte, da dort überall $x = 0$ ist,

$$v_1 = 2\pi h \cdot R.$$

Die Dichtigkeit der Elektricität auf der zweiten Platte sei h_1; ihr Abstand von der ersten Platte ist δ. Um das Potential derselben auf einen Punkt, dessen Abstand von der ersten Platte gleich x ist, zu bestimmen, haben wir nur in obigen Ausdrücken h mit h_1 und x mit $x - \delta$ zu vertauschen. Wir erhalten deshalb für ein zwischen beiden Platten liegendes x, da diese Punkte auf der negativen Seite der zweiten Platte liegen,

$$v = 2\pi h_1 (R + (x - \delta)),$$

somit für einen Punkt der ersten Platte, für den $x = 0$ ist,

$$v_2 = 2\pi h_1 (R - \delta).$$

Darnach wird

$$V_1 = v_1 + v_2 = 2\pi h R + 2\pi h_1 (R - \delta).$$

Um h_1 zu bestimmen, muss der Werth des Potentials auf der zweiten Platte bestimmt sein, sei derselbe V_2, so ist

$$V_2 = 2\pi h (R - \delta) + 2\pi h_1 R,$$

somit

$$h_1 = \frac{V_2}{2\pi R} - h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Setzen wir diesen Werth von h_1 in die Gleichung von V_1, so wird:

$$V_1 = (V_2 + 4\pi \delta h) - (V_2 + 2\pi \delta h) \frac{\delta}{R}.$$

Da wir δ gegen R sehr klein voraussetzen, so können wir das zweite Glied gegen das erste vernachlässigen und erhalten

$$V_1 - V_2 = 4\pi \delta \cdot h.$$

$$h = \frac{1}{4\pi \delta} (V_1 - V_2)$$

und da Q gegeben ist durch

$$Q = R^2\pi \,.\, h = F \cdot h,$$

wenn wir mit F die Fläche der Platte bezeichnen, so ist

$$Q = \frac{F}{4\pi \delta} (V_1 - V_2).$$

Ist die zweite Platte mit der Erde in leitender Verbindung, so wird $V_2 = 0$,

$$Q = \frac{F}{4\pi \delta} \cdot V_1.$$

Stände die zweite Platte der ersten nicht gegenüber, so wäre

$$V_1 = 2\pi\, h \cdot R$$

$$h = \frac{V_1}{2\pi\, R}$$

$$q = R^2 \pi\, h = F \cdot h = \frac{F}{2\pi\, R} \cdot V_1.$$

Für die Verstärkungszahl eines solchen Condensators erhalten wir somit

$$\frac{Q}{q} = \frac{R}{2\delta},$$

ein Ausdruck, welcher von dem für die Kugel gefundenen sich nur durch den Factor 2 im Nenner unterscheidet.

Riess hat die Frage experimentell untersucht[1]), um zu bestimmen, von welchen Umständen die Verstärkungszahl abhängig sei. Er benutzte dazu den Apparat Fig. 62. Die Condensatorplatte *B*, welche in dem Gelenke ihres Fusses drehbar war und ganz heruntergeschlagen werden konnte, um ihre Wirkung auf die Collectorplatte aufzuheben, war durch einen Draht mit den Gasröhren des Hauses und dadurch mit dem Erdboden in leitende Verbindung gebracht. Die Collectorscheibe *A* war auf einem Schlitten verschiebbar und konnte so in den verschiedensten Entfernungen von *B* aufgestellt werden. Als Zuleitungsdraht konnten in die Klemme der Scheibe *A* Drähte von verschiedener Länge befestigt werden, welche in einer Kugel endeten, an welche zur Ladung der Platte die Verbindung mit dem Conductor angelegt wurde.

Die Messungen wurden dann so ausgeführt, dass Prüfungsscheiben an vorher bezeichnete Punkte des Collectors angelegt und in der Torsionswage untersucht wurden. Riess wandte gepaarte Prüfungskörper an, indem er zuerst die alleinstehende Collectorscheibe berührte und dann sofort wieder, wenn die Condensatorscheibe ihr gegenübergestellt wurde.

Es ergab sich, dass die Verstärkungszahl von allen den Umständen abhängig war, welche die Form und Dimensionen des Apparates irgend ändern. Zunächst, wie das aus der entwickelten Theorie des Ansammlungsapparates unmittelbar folgt, von der Entfernung der Platten; mit grösserer Entfernung wird sie kleiner; ebenso von der Grösse der Scheiben, sie hängt ferner ab von der Länge des Zuleitungsdrahtes, und von der Art und Weise, wie die Condensatorscheibe zur Erde abgeleitet ist; sie ist eine andere, wenn der Ableitungsdraht senkrecht ist zur Ebene des Condensators, als wenn er mit derselben parallel geführt ist. Folgende Tabelle enthält die Resultate der Untersuchungen von Riess. Es sind die Dichtigkeiten der Elektricität am Ende des Zuleitungsdrahtes bei verschiedener Länge desselben und bei verschiedener Grösse der Scheiben und zugleich bei verschiedener Ableitung des Condensators angegeben. Der Zuleitungsdraht von 22,55 Cent. Länge

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. Reibungselektricität. Bd. I. §. 313 ff.

endigte in einer Kugel von 16^{mm} Durchmesser, der Zuleitungsdraht von $7,8^{mm}$ Länge in einer Kugel von 10^{mm} Durchmesser.

Tabelle der Versuche von Riess.

Entfernung der Scheiben	Dichtigkeit am Ende der Zuleitung						Dichtigkeit am Rande der Collectorscheibe
	Länge der Zuleitung		Grösse der Scheiben		Ableitung der Condensatorscheibe		
	225^{mm}	$7,8^{mm}$	184^{mm}	117^{mm}	senkrecht	parallel	
∞	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$112,8^{mm}$	0,897	0,888	—	—	—	—	0,941
45,1	0,683	0,688	—	—	—	—	0,828
33,9	0,595	0,630	0,630	0,768	—	—	0,731
22,6	0,492	0,488	0,488	0,688	0,688	0,597	0,617
11,3	0,335	0,306	0,306	0,443	0,443	0,408	0,460
9,0	0,286	0,274	0,274	0,393	0,393	0,340	0,412
6,8	0,235	0,219	0,219	0,330	0,330	0,269	0,341
4,5	0,173	0,155	0,155	0,232	0,232	0,190	0,260

Dass diese Zahlen nicht der vorher für plattenförmige Ansammlungsapparate entwickelten Theorie entsprechen können, ist ersichtlich, da einmal die Platten verschiedene Ansätze hatten, welche auf den Werth des Potentials von merklichem Einfluss sind, und weil nur bei den kleinsten Entfernungen die Voraussetzung nahezu erfüllt ist, dass δ gegen R sehr klein ist, indess ergibt sich aus den beigebrachten Zahlen, dass bei kleinen Entfernungen der Scheiben die Dichtigkeiten ungefähr den Entfernungen proportional sind; da nun die Verstärkungszahlen den reciproken Werthen der so angegebenen Dichtigkeiten gleich sind, so folgt, dass bei kleinen Entfernungen die Verstärkungszahlen eines Ansammlungsapparates den Abständen der Scheiben umgekehrt proportional sind. Dieser Proportionalität nähern sich die Verstärkungszahlen um so mehr, je kleiner der Abstand im Verhältniss zur Grösse der Platten ist.

Die 4. und 5. Columne zeigen, übereinstimmend mit der Theorie, dass der grössere Ansammlungsapparat die grössere Verstärkungszahl hat, welche bei den kleinsten Entfernungen annähernd der Plattengrösse porportional ist.

Die Columnen 2 und 3 sowie 6 und 7 zeigen, wie bedeutend geringe Aenderungen in der Form des Apparates von Einfluss auf die Verstärkungszahl sind, wie sehr also schon geringe Aenderungen den Werth des Potentials der gesammten Elektricitätsmengen beeinflussen, somit eine andere Elektricitätsmenge erfordern, um dem Potential in dem Collector einen bestimmten Werth zu geben. Gerade der Umstand lässt aber auch erkennen, dass man im allgemeinen bei den praktisch ausgeführten Ansammlungs-

apparaten sich damit begnügen muss die Verstärkungszahl experimentell festzustellen, die eben von allen Einzelnheiten in der Anordnung des Apparates abhängig ist.

Bisher haben wir der Einfachheit wegen vorausgesetzt, dass die isolirende Schicht zwischen den leitenden Flächen des Ansammlungsapparates Luft sei; es fragt sich nun, ob es von Einfluss ist, wenn man die isolirende Schicht durch eine andere, Glas oder Harz, ersetzt.

Der Einfluss derselben ist nur ein indirecter. Zunächst bewirkt eine solche Vertauschung, dass der Ansammlungsapparat länger geladen bleibt; denn ist die Zwischenschicht Luft, so findet immer auch von den zugewandten Flächen der Scheiben eine Zerstreuung der Elektricität statt, welche vollständig aufhört, wenn die Flächen durch einen festen Isolator von einander getrennt sind.

Zweitens aber kann man einen Ansammlungsapparat bei starrer Zwischenschicht stärker laden. Denn wenn auch von einer ebenen Fläche ein Ausströmen der Elektricität, wenn sie allein steht, niemals stattfindet, so kann dieses Ausströmen doch in einer bestimmten Form stattfinden, wenn ihr eine andere mit entgegengesetzter Elektricität geladene Fläche gegenübersteht. Diese Entladung, welche mit einer Lichterscheinung in Form eines überspringenden Funkens verbunden ist, findet statt, wenn die Anziehungen der gegenübergestellten Elektricitäten so stark geworden sind, dass die Luft ihrer Vereinigung keinen hinreichenden Widerstand mehr entgegensetzt. Eine solche Entladung kann allerdings auch stattfinden, wenn zwischen den Scheiben ein starrer Isolator vorhanden ist, indess wegen des bedeutend grösseren Widerstandes, welchen ein starrer Isolator einer solchen Entladung entgegensetzt, tritt die Entladung bei gleicher Dicke der isolirenden Schicht erst bei weit stärkerer Ladung des Apparates ein. Dadurch kommt es, dass wenn die isolirende Schicht Luft ist, bei sehr kleinem Abstande der leitenden Flächen, der Apparat nicht bis zu der vorhin bestimmten Grenze geladen werden kann, wohl aber, wenn der Isolator starr ist, und insofern kann ein Ladungsapparat mit starrem Isolator stärker geladen werden.

Wird ein Ansammlungsapparat mit starrem Isolator stark geladen, so wirkt der Isolator noch in einer anderen Weise, und zwar dahin, dass unter sonst gleichen Umständen die Verstärkungszahl des Apparates grösser wird.

Die auf den Ansammlungsapparat gebrachten Elektricitäten verlassen nämlich dann fast vollständig die leitenden Flächen und gehen auf die angrenzenden Flächen des Isolators über. Franklin beobachtete diesen Umstand zuerst[1]), indem er einen Ansammlungsapparat construirte, welcher aus einer isolirten Bleiplatte, darauf gelegter Glasscheibe und auf dieser

1) *Franklin,* Experiments and observations in electricity. 27.

liegender Bleiplatte bestand, welche mit einer isolirenden Handhabe versehen war. Der Apparat wurde geladen, indem die obere Platte als Collectorplatte diente, und die untere während Zuführung der Elektricität mit der Erde in leitende Verbindung gebracht war.

Wurde dann die obere Platte isolirt abgehoben und an einem Elektroskop untersucht, so zeigte sie nur geringe Spuren von Elektricität, ebenso die untere, als dieser nach Fortnahme der Glasplatte ein Elektroskop genähert wurde. Wurde indess der Apparat wieder zusammengesetzt, so liess sich aus der später zu betrachtenden Entladung erkennen, dass durch die Entfernung der leitenden Platten die Ladung des Apparates kaum geschwächt war.

Hieraus folgt, dass der Isolator für sich schon ein Ansammlungsapparat ist, dass die der Collectorscheibe mitgetheilte und die in der Condensatorscheibe erregte Influenzelektricität auf die den leitenden Flächen zugewandten Flächen des Isolators übergehen. Die leitenden Flächen bei einem mit starrem Isolator versehenen Ansammlungsapparate haben daher vorzugsweise den Zweck, den Apparat zu laden und zu entladen, da nur durch die ausgedehnte Berührung der leitenden mit den nichtleitenden Flächen die Elektricität rasch auf alle Theile der letzteren gebracht und von ihnen fortgenommen werden kann.

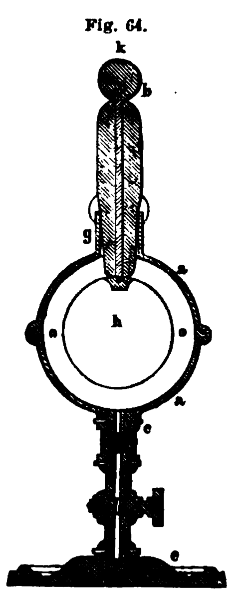


Fig. 64.

Die Folge dieses Verhaltens ergibt sich von selbst; nach der Theorie und den Versuchen von Riess hängt die Verstärkungszahl eines Ansammlungsapparates von dem Abstande der elektrischen Schichten ab; da nun bei einem starren Isolator die elektrischen Schichten einander näher rücken, so folgt, dass bei starren Isolatoren unter sonst gleichen Umständen die Verstärkungszahl grösser ist, als wenn die Zwischenschicht aus Luft besteht.

Sogar die verschiedenen starren Isolatoren lassen nach den Untersuchungen Faraday's [1]) hierin einen bedeutenden Unterschied erkennen, indem auch bei diesen unter sonst gleichen Umständen die Verstärkungszahlen verschieden sind. Zur Untersuchung dieses Umstandes wandte Faraday zwei ganz gleiche Ansammlungsapparate von der Form Fig. 64 an. Zwei hohle Halbkugeln *aa* von Messing können wie Magdeburger Halbkugeln zu einer Hohlkugel vereinigt werden, welche luftdicht geschlossen ist. Durch das Verbindungsstück *c* kann die untere Halbkugel an einen Hahn angeschraubt, und mit diesem entweder an den Teller einer Luftpumpe

1) *Faraday*, Experimental researches. XI. Reihe. art. 1187—1294. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

oder in den Fuss *e* eingeschraubt werden. Die obere Halbkugel ist mit einem Halse *g* versehen, welcher den Schellackpfropf aufnimmt, der an einem in seiner Axe befindlichen Metalldraht die ebenfalls aus Messing verfertigte innere Kugel *h* trägt. Der Schellackpfropf ist mit einem leichtflüssigen Harzkitt luftdicht in den Hals der Flasche eingekittet.

Die Kugel *h* hat einen Durchmesser von 63 Millimeter, die Kugel *a* von 93,4 Millimeter.

Der eine dieser Apparate enthielt in dem ungefähr 15 Millimeter breiten Zwischenraume *oo* Luft, der andere konnte mit verdünnter Luft, verschiedenen Gasen, oder zur Hälfte mit starren Isolatoren ausgefüllt werden.

Die Versuche wurden nun folgendermaassen ausgeführt; die beiden Apparate wurden auf eine leitende Unterlage gestellt, und der mit Luft gefüllte Apparat, wir wollen ihn mit I bezeichnen, dadurch geladen, dass man die Kugel *b* mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine verband. Es wurde dann die Dichtigkeit der Elektricität an dem Scheitel *k* der Kugel *b* bestimmt, indem man denselben mit einer Prüfungskugel berührte und die Prüfungskugel in die Torsionswage brachte. Sei die Dichtigkeit, durch die zu einer bestimmten Elongation nothwendige Torsion gemessen, gleich *d*. Dann wurde die Kugel des Apparates I eine kurze Zeit mit dem Knopfe *b* des Apparates II in leitende Verbindung gebracht. Die Elektricitäten werden sich dann zwischen den Apparaten theilen, indem zunächst im Apparate I die Dichtigkeit der Elektricität auf der Collectorkugel *h* abnimmt, in Folge dessen ein Theil der Influenzelektricität von der Condensatorkugel *a* abfliesst, dann weiter die Elektricität vom Apparate I auf II übergeht, da in Folge des Abfliessens der Influenzelektricität die Dichtigkeit am Knopfe wieder zunimmt u. s. f.

Der Uebergang von I nach II wird so lange dauern, bis die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Knopfe von II gleich der Dichtigkeit der Elektricität auf demjenigen von I ist. Ist nun die Wirksamkeit des Apparates II genau dieselbe wie von I, d. h. haben sie unter gleichen Umständen gleiche Verstärkungszahl, dann wird das der Fall sein, wenn die Elektricitätsmenge in beiden gleich ist, wenn also die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Knopfe des Apparates I die Hälfte geworden ist. Ist aber die Verstärkungszahl des Apparates II grösser, dann wird die Dichtigkeit auf beiden Kugeln *b* erst gleich werden, wenn mehr als die Hälfte Elektricität auf II übergegangen ist, wenn also die Dichtigkeit auf der Kugel *b* von I kleiner als $\frac{d}{2}$ geworden ist.

Es wurden deshalb die Dichtigkeiten nach der Theilung der Ladungen auf beiden Knöpfen gemessen, sie seien gefunden d_1 und δ.

Aus diesen Messungen erhält man das Verhältniss der Verstärkungszahlen der beiden Apparate, oder der Elektricitätsmengen, welche sie auf

nehmen können, folgendermassen. Beide Flaschen können so viel Elektricität aufnehmen, bis die Dichtigkeit an den Knöpfen gleich D geworden ist, sei diese Menge bei der ersten Flasche M, bei der zweiten Flasche N. Habe nun die Flasche I bei der ersten Ladung E erhalten, so ist bekanntlich

$$E : M = d : D,$$

da die Dichtigkeit am Knopfe des Apparates der in demselben vorhandenen Elektricitätsmenge proportional ist.

Bei der Theilung ist in den zweiten Apparat die Elektricitätsmenge e übergegangen und hat auf dem Knopfe die Dichtigkeit δ erzeugt; deshalb ist hier

$$e : N = \delta : D,$$

und aus diesen beiden Proportionen folgt

$$\frac{N}{M} = \frac{d}{\delta} \cdot \frac{e}{E}.$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{e}{E}$ haben wir dann

$$\frac{E - e}{E} = \frac{d_1}{d}$$

$$\frac{e}{E} = \frac{d - d_1}{d},$$

und daraus

$$\frac{N}{M} = \frac{d - d_1}{\delta}$$

für das Verhältniss der beiden Elektricitätsmengen, welche die beiden Apparate aufnehmen können, oder für das Verhältniss der Verstärkungszahlen beider Apparate.

Derartige Versuche bewiesen Faraday, dass die Verstärkungszahlen beider Apparate gleich waren, wenn sie Luft oder irgend ein Gas enthielten, dass aber diejenige des einen bedeutend grösser war, wenn zwischen den leitenden Flächen sich ein starrer Isolator befand. So fand er, die Verstärkungszahl des mit Luft gefüllten Apparates gleich 1 gesetzt, jene des Apparates II gleich 1,5 als die untere Hälfte mit Schellack, gleich 1,38 als sie mit Glas, 1,62 als sie mit Schwefel gefüllt war.

Faraday sieht in diesen Resultaten eine Bestätigung seiner Vertheilungstheorie von Theilchen zu Theilchen, und erklärt diese Verschiedenheit der Verstärkungszahlen aus der verschiedenen Fähigkeit der Isolatoren, die Richtung der Moleküle unter elektrischem Einflusse durch sich fortzupflanzen, eine Fähigkeit, welche er das specifische Inductionsvermögen nennt. Es scheint jedoch bei unbefangener Betrachtung nicht, dass die Resultate zu Gunsten Faraday's sprechen. Denn da ebenfalls die Gase als Isolatoren dielektrische Mittel sind, also in ihnen die Vertheilung von Theilchen zu Theilchen stattfinden soll, so wäre es mehr als auffallend, dass alle Gase,

und Faraday hat deren 25 untersucht, gleiches specifisches Vertheilungsvermögen haben sollen. Es wäre das eine Uebereinstimmung ihres Verhaltens, welche wir sonst gar nicht an ihnen gewohnt sind.

Es bedarf indessen gar nicht einer solchen Hypothese zur Erklärung dieser Erscheinung; die Versuche Franklin's haben gezeigt, dass die Elektricität bei den Ansammlungsapparaten die leitenden Flächen verlässt und auf die Isolatoren übergeht; wir werden deshalb annehmen dürfen, dass die Elektricitäten bei den verschiedenen Isolatoren in verschiedene Tiefen eindringen. Sie rücken sich deshalb bei den verschiedenen Isolatoren mehr oder weniger näher, und diese verschiedene Annäherung erklärt die verschiedene Wirkung der starren, die gleiche Wirkung der luftförmigen Isolatoren.

§. 39.

Der Condensator. Der elektrische Ansammlungsapparat wird in der Elektricitätslehre besonders zu zwei verschiedenen Zwecken angewandt, als Condensator und als Ladungsapparat.

Als Condensator hat ihn zuerst Volta[1]) angewandt; er hat als solcher den Zweck, Elektricitäten von äusserst geringer Dichtigkeit, also von Quellen, welche derselben nur sehr wenig liefern, zu verdichten, so dass sie noch leicht nachgewiesen oder gemessen werden können.

Legt man eine schwache Elektricitätsquelle an eine einzeln stehende Platte, so geht auf die Platte nur so lange Elektricität über, bis der Potentialwerth der Elektricität auf der Scheibe gleich demjenigen auf der Quelle geworden ist. Stellt man dann der Scheibe eine zweite abgeleitete gegenüber, und wird dann der Werth des Potentials auf $\frac{1}{n}$ vermindert, so kann jetzt wieder die $n$fache Menge der Elektricität auf die Scheibe übergehen. Wird dann die Condensatorscheibe von der Collectorscheibe entfernt, so vertheilt sich auf letzterer die Elektricität wieder wie auf der einzeln stehenden Scheibe und die Dichtigkeit der Elektricität ist dann in allen Punkten derselben die $n$fache von derjenigen, welche dort stattfand, als die Scheibe für sich geladen wurde. Bringt man dann die Scheibe an ein Elektroskop, so kann dasselbe häufig diese Menge erkennen lassen, während vorher die einfach geladene Scheibe ganz unelektrisch zu sein schien.

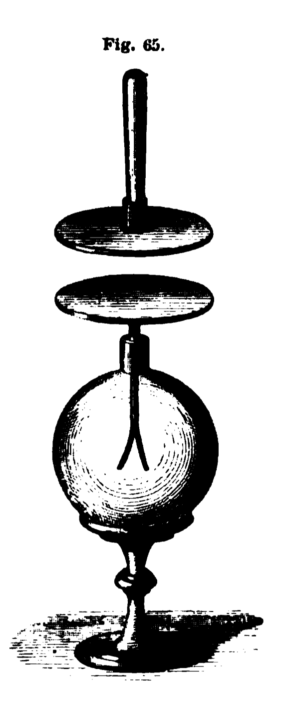
Am gewöhnlichsten ist zu diesem Zwecke der Condensator gleich mit dem Elektroskope verbunden; er besteht dann einfach aus zwei gleichen Metallscheiben, deren Grösse meistens von der Grösse des angewandten Elektroskopes abhängig ist. Die Platten sind auf der einen Seite mit einer möglichst gleichmässigen dünnen Firnissschicht überzogen, welche, wenn

---

1) *Volta*, Philosophical Transactions for 1783. Man sehe *Fischer*, Geschichte der Physik. Bd. VIII. p. 379.

die Platten auf einander liegen, als Isolator dient. Die eine der Platten ist meistens (Fig. 65) direct auf den Stift des Elektroskopes selbst aufgeschraubt, mit der Firnissschicht nach oben hin; die andere, mit einer isolirenden Handhabe versehen und auf der unteren Seite ebenfalls gefirnisst, wird auf die erstere aufgelegt.

Fig. 65.



Man kann nun sowohl die obere als auch die untere Platte als Collectorplatte benutzen, muss sich dann nur, wenn zugleich die Art der erregten Elektricität etwa an einem Säulenelektroskop bestimmt werden soll, daran erinnern, dass wenn die obere Platte als Collectorplatte benutzt wird, das Elektroskop die mit der untersuchten ungleichnamige Elektricität enthält.

Bei dem Gebrauche eines solchen, und überhaupt eines Elektroskopes mit starrem Isolator ist darauf mit grosser Vorsicht zu achten, dass der Isolator nicht selbst elektrisch ist. Die geringste Reibung beim Abheben der einen Platte bewirkt, dass der Firniss elektrisch wird und dann der Condensator als Elektrophor wirkt. Man wird deshalb immer gut thun, vor dem Gebrauche des Condensators die Firnissschicht schnell durch eine Flamme zu ziehen.

Ein solcher Condensator, an welchen die zu untersuchenden Elektricitätsquellen einfach angelegt werden, ist nur dazu geeignet, den Nachweis zu liefern, dass dieselbe Elektricität liefert, nicht aber die von verschiedenen Quellen gelieferten Mengen mit einander zu vergleichen. Denn damit das der Fall ist, müsste von den verschiedenen Quellen immer eine Elektricitätsmenge auf den Condensator überfliessen, welche der Dichtigkeit der auf der Quelle vorhandenen Elektricität proportional wäre. Das ist aber nur dann der Fall, wenn durch das Anlegen der Elektricitätsquelle die Form des Condensators immer in derselben Weise geändert wird, da die Vertheilung der Elektricität auf einem Körpersystem durch die Form desselben wesentlich bedingt ist.

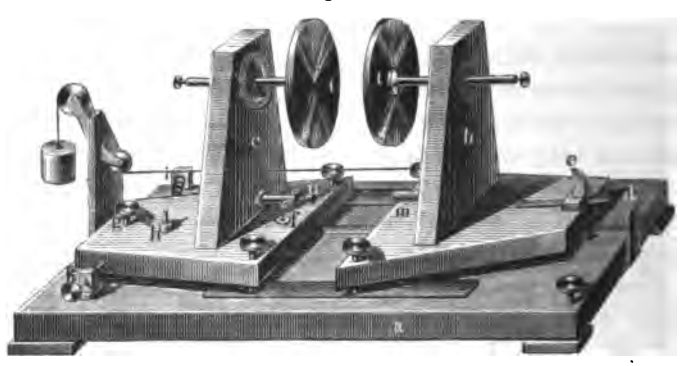
Einen zu Messungen geeigneten Condensator hat Kohlrausch[1]) durch eine Umformung des einfachen Ansammlungsapparates construirt; die Form desselben, wie er jetzt von dem Universitätsmechaniker Schubarth zu Marburg verfertigt wird, zeigt Fig. 66. Auf eine, mit einer Stellschraube in ihrem einen Fusse versehene Bodenplatte *a* sind die Träger der Condensatorplatten aufgestellt. Dieselben bestehen aus ganz trocknem Holze; der

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXV u. LXXXVIII.

eine *c* ist fest, der andere *b* verschiebbar. Zu dem Ende gleitet der letztere mittels zwei unterhalb angebrachter Gabeln auf einem dreiseitigen, in die Bodenplatte eingelegten Stahlprisma; er steht auf demselben durch sein eigenes Gewicht hinlänglich fest und wird durch zwei seitlich angebrachte



Fig. 66.



Stellschrauben, welche auf Messinglinealen schleifen, vor dem Umkippen geschützt. Ein Gewicht zieht durch eine über eine Rolle geleitete seidene Schnur den Halter *b* nach dem Halter *c* hin, sobald man den Haken der Feder *d* hebt, während am Griffe *e* die Hand das Gleiten mässigt oder die entgegengesetzte Bewegung ausübt.

Die verticalen Theile der Träger sind oben durchbohrt, und in diese Durchbohrungen sind mit Schellack der Bewegungsrichtung des einen Trägers parallel starke Messingdrähte eingekittet. An den einander zugewandten Enden der Messingdrähte sind kreisförmige Messingscheiben angeschraubt, von etwa 15 Cent. Durchmesser, welche auf den einander zugewandten Flächen vergoldet sind. Hinter den Scheiben an den Drähten sind Klemmschrauben angebracht; in die Klemmschraube der als Collectorscheibe benutzten Platte wird der Zuleitungsdraht von der Elektricitätsquelle, in die Klemmschraube der anderen Platte der zur Erde ableitende Draht angeschraubt.

Um die Platten einander vollkommen parallel zu stellen, ist der Halter *c* bei *f* durch Spindel und Mutterschraube so befestigt, dass er ausser einer drehenden Bewegung auch ein geringes Neigen nach vorn und hinten und nach den Seiten gestattet. Das Drehen wird durch eine gegen den Pfosten *i* sich stemmende starke stählerne Spiralfeder und die entgegengesetzte Stellschraube *k* bewirkt, das Neigen vornüber durch die Stellschraube *g* und eine ihr entgegenwirkende Spiralfeder, welche im Fussbrett gehalten und durch die Schraubenmutter *h* angezogen wird; das seitliche Neigen durch die beiden Stellschrauben vorn.

Um bei der Ladung des Apparates die beiden Platten immer in den gleichen Abstand zu bringen, ist an dem einen Träger eine kleine Schraube

n befestigt, deren Ebene um ein Geringes vor der Ebene der Scheibe hervorsteht. An dem anderen Träger ist ein kleiner Pfosten *m* befestigt, dessen Kopf gegen die Schraube *n* stösst, wenn die Scheiben einander genähert sind. Durch Drehung der Schraube *n* können dann die Scheiben etwas näher oder weiter von einander gestellt werden.

Sind die Platten einander genähert, so wird der Apparat geladen; dann werden die Platten von einander entfernt, die Condensatorplatte entladen und die Collectorplatte auf ihre Elektricität untersucht. Der Abstand der beiden Platten, wenn sie von einander entfernt sind, beträgt ungefähr 0,1 Meter, er ist so gross, dass die Vertheilung auf jeder derselben fast genau diejenige ist, als wenn die andere nicht zugegen wäre.

Es ergibt sich aus der Theorie des Ansammlungsapparates, dass hier, wo die Zuleitung und Ableitung immer dieselbe ist, und wo noch dazu der Zuleitungsdraht eine bedeutende Länge hat, die Verstärkungszahl des Apparates constant ist, dass also auf die Collectorscheibe eine der Dichtigkeit der Elektricitätsquelle proportionale Elektricitätsmenge überfliesst. Man kann deshalb den Apparat zur Messung der von schwachen Elektricitätsquellen, welche aber stetig Elektricität erzeugen, gelieferten Elektricitätsmengen benutzen.

§. 40.

Der Ladungsapparat. Während der Condensator den Zweck hat, auf einem Leiter Elektricität anzusammeln aus einer Quelle, welche nur so geringe elektrische Dichtigkeit besitzt, dass die auf die alleinstehende Platte übergehende Elektricität gar nicht oder kaum merklich ist, hat die zweite Anwendung des Ansammlungsapparates, der Ladungsapparat, gewissermassen einen entgegengesetzten Zweck. Er dient dazu, auf einen Leiter mehr Elektricität zu übertragen, als dieser für sich aufnehmen kann, weil von dem alleinstehenden dieselbe ausströmen würde. Während also bei dem Condensator das Maximum der aufgenommenen Elektricität abhängig ist von der Dichtigkeit der Elektricitätsquelle, hängt dasselbe bei dem Ladungsapparate nur ab von der Beschaffenheit des Apparates selbst. Zur Ladung des Apparates dient daher eine Elektricitätsquelle, deren Dichtigkeit jene überschreiten oder wenigstens erreichen muss, bei welcher das Ausströmen der Elektricität beginnt. Da nun bei einer guten Elektrisirmaschine die Dichtigkeit auf einem passenden Conductor immer so weit gesteigert werden kann, dass die Elektricität auszuströmen beginnt, so wird man mit einer solchen jeden Ladungsapparat laden können.

Dem Zwecke des Ladungsapparates können wir nach §. 37 nur dann entsprechen, wenn wir einen Ansammlungsapparat mit starrem Isolator anwenden, da eine Luftschicht zwischen den beiden Leitern zu leicht von den in beiden angehäuften entgegengesetzten Elektricitäten durchbrochen wird. Dem entsprechend, wendet man als Ladungsapparate auch meistens auf ihren beiden Seiten mit leitenden Flächen versehene Gläser an.

Der Ladungsapparat wird meistens in zwei verschiedenen Formen angewandt, als Ladungsflasche oder als Ladungsplatte.

Die Ladungsflasche und an ihr das Princip des Ansammlungsapparates überhaupt, wurde zufällig im Jahre 1745 von dem Prälaten von Kleist zu Camin in Pommern entdeckt [1]). Er elektrisirte einen Nagel oder einen starken Messingdraht, welcher in einem Medicinfläschchen stand, in dem sich einige Tropfen Spiritus oder Quecksilber befanden. Das Gläschen wurde in der Hand gehalten. Als er dann den Draht mit der anderen Hand berührte, fühlte er in Folge der Entladung einen heftigen Schlag, so stark, dass Arme oder Schultern davon erschüttert wurden. Trotzdem dass Kleist der Entdecker des Apparates ist, wird derselbe nicht nach ihm benannt, da er die Bedingungen seiner Wirksamkeit nicht erkannte. Bei dem Kleist'schen Versuche bildete das Quecksilber mit dem Drahte den Collector, die Hand den Condensator; Kleist aber glaubte nicht, dass es wesentlich sei, in das Innere der Flasche eine leitende Substanz zu bringen, oder die Flasche in der Hand zu halten.

Diese wesentlichen Bedingungen wurden aber sofort von dem holländischen Physiker Musschenbroek erkannt, als zufällig ein gewisser Cuneus zu Leyden dieselbe Beobachtung machte und sie Musschenbroeck mittheilte. Musschenbroek wiederholte den Versuch und beschrieb ihn dann mit allen Einzelnheiten dem französischen Physiker Nollet [2]), welcher ihn dann den Leydener Versuch und den Apparat die Leydener Flasche nannte. Letzteren Namen hat die Ladungsflasche seitdem behalten.

Fig. 67.



Der Leydener Flasche wurde dann bald die Form gegeben, welche sie noch jetzt hat. Ein Glascylinder von der Form der gewöhnlichen Einmachgläser Fig. 67, von überall möglichst gleichförmiger Glasdicke wird inwendig und auswendig bis etwa 0,66 oder 0,75 seiner Höhe mit Stanniol belegt, indem man den Stanniol auf seiner einen Seite mit Kleister bestreicht und ihn dann glatt auf das Glas aufdrückt. Das freibleibende Glas wird dann bis oben hin innen und aussen mit Siegellackfirniss bestrichen, um die Oberfläche besser isolirend zu machen. Das Glas wird dann mit einem Deckel aus trocknem Holze versehen. Durch die Mitte des Deckels reicht ein starker Messingdraht in die Flasche hinein, welcher durch die Reibung in der Holzplatte getragen wird. Der Draht steht an beiden Seiten einige Centimeter aus der Platte hervor. Das äussere Ende des Drahtes trägt eine Kugel, welche zur Aufnahme der Elektricität mit

1) Man sehe *Fischer's* Geschichte der Physik. Bd. V. p. 491 ff.

2) Mémoires de l'Acad. de Paris 1746.

dem Conductor der Elektrisirmaschine in leitende Verbindung gebracht wird. Von dem innern Ende des Drahtes hängt eine Messingkette herab bis auf den Boden der Flasche, welche die innere Belegung mit dem Drahte in leitende Verbindung bringt.

Zur Benutzung der Flasche wird der Knopf derselben, die Kugel des Drahtes, mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbunden und die äussere Belegung mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt, dadurch, dass man sie in der Hand hält oder auf eine leitende Unterlage stellt, oder auf andere Weise. Die innere Belegung dient somit als Collectorplatte, die äussere als Condensator. Man bezeichnet deshalb auch bei Ladungsapparaten anderer Form gewöhnlich die Collectorplatte als innere, den Condensator als äussere Belegung.

Die Flasche kann positiv oder negativ geladen sein; diese Bezeichnung bestimmt immer die Art der der innern Belegung zugeführten Elektricität; ist dieselbe positiv, so heisst die Flasche positiv geladen.

Die zweite, aber weit weniger angewandte Form des Ladungsapparates ist die Ladungsplatte oder Franklin'sche Tafel. Letztern Namen führt der Apparat, weil Franklin es war, welcher ihm zuerst diese Form gab. Die Franklin'sche Tafel besteht aus einer meist viereckigen Platte von Fensterglas, welche auf ihren beiden Seiten bis auf 3 Cent. etwa vom Rande mit Stanniol beklebt ist. Die von Stanniol freie Fläche des Glases wird, wie bei der Leydener Flasche, mit Siegellackfirniss bedeckt. Um den Apparat bequem laden zu können, ist meist an dem Stanniol jeder Seite ein Draht befestigt, welcher bis über den Rand der Platte hervorsteht. Natürlich sind die Drähte möglichst weit von einander entfernt. Die Benutzung der Ladungsplatte ist dieselbe wie diejenige der Leydener Flasche.

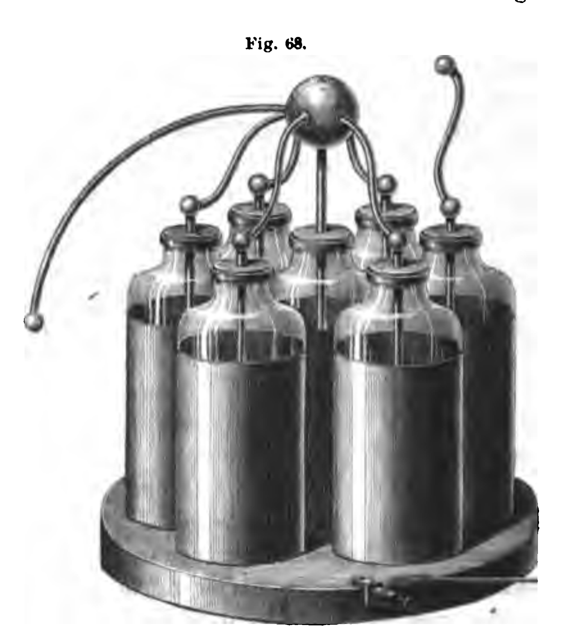
Da nach §. 37 die Wirksamkeit eines Ansammlungsapparates mit der Grösse der Platten zunimmt, nicht allein, weil ein grösserer Apparat mehr Elektricität aufnehmen kann, sondern weil auch die Verstärkungszahl grösser wird, so wird man, um starke Ladungen zu erhalten, grosse Flaschen anwenden. Die Grösse der Flaschen bestimmt sich nach derjenigen der innern Belegung; es gibt nun Flaschen der verschiedensten Grösse, nach oben hin ist die Grösse derselben aber durch die Schwierigkeit, grosse Gefässe oder Glasplatten herzustellen, begrenzt, die grössten Flaschen sind vielleicht solche von 0,333 Quadratmeter.

Um noch grössere Ladungsapparate zu erhalten, stellt man dann die einzelnen Flaschen oder Platten zu Batterien zusammen, indem man die sämmtlichen Flaschen auf eine leitende Unterlage stellt und die Knöpfe durch Drähte mit einander in leitende Verbindung bringt. Diese Verbindung wirkt allerdings nicht so wie eine einzelne Flasche von gleicher innerer Belegung, da durch die Verbindung nicht die Verstärkungszahl der einzelnen Flaschen wächst, sondern sie wirkt nur dadurch, dass eine grössere Fläche die Elektricität aufnimmt. Da man nun annehmen darf,

dass jede Flasche in der Batterie ebenso viel Elektricität aufnehme, als wenn sie allein steht, so ist die Wirksamkeit einer aus Flaschen gleicher Grösse hergestellten Batterie einfach der Flaschenzahl proportional. Zugleich ergibt sich daraus, dass es bei der Wirksamkeit einer Batterie nicht allein auf die Grösse der gesammten inneren Belegung, sondern zugleich auf die Grösse der einzelnen Flaschen ankommt. Bei gleicher innerer Belegung kann die Batterie um so mehr Elektricität aufnehmen, je weniger Flaschen sie enthält.

Eine sehr bequeme Anordnung mehrerer Flaschen zu einer Batterie, welche sehr schnell die zu den Versuchen angewandte Flaschenzahl zu ändern gestattet, hat Riess[1]) angegeben. Auf einer mit Stanniol überzogenen, auf Glasfüssen stehenden Holzscheibe (Fig. 68) stehen 7 Flaschen. Die Verbindungsdrähte der an der Peripherie stehenden Flaschen sind in Gelenken drehbar, so dass sie an die Kugel der mittleren Flasche angelegt oder, um die Verbindung zu unterbrechen, von ihr fort gedreht werden können. Die Kugel der mittleren Flasche hat an den Stellen, wo die in kleinen Kugeln endenden Verbindungsdrähte anliegen, kleine halbkugelförmige Vertiefungen. An der Fussplatte ist eine Klemmschraube befestigt, welche den ableitenden Draht aufnimmt. Das von der mittleren Kugel ausgehende gebogene Metallrohr dient zur Entladung der Batterie.

Fig. 68.



Die Ladung geschieht einfach dadurch, dass man den Conductor der Elektrisirmaschine mit der mittleren Kugel durch einen Leitungsdraht in Verbindung setzt, den man nach der Ladung isolirt abhebt.

Man kann eine Batterie, wenn die äusseren Belegungen der Flaschen nicht in leitender Verbindung stehen, noch in anderer Weise rascher, aber nicht so stark laden. Kann nämlich jede Flasche der Batterie die Elektricitätsmenge E aufnehmen, und hat man n Flaschen, so wird die Batterie in der angegebenen Weise erst geladen sein, wenn man die Elektricitäts-

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 363.

menge $n \,.\, E$ in dieselbe eingeführt hat. Stellt man aber die Flaschen von einander und von dem Erdboden isolirt, verbindet die innere Belegung der ersten Flasche mit dem Conductor der Maschine, die äussere Belegung aber mit der inneren der zweiten, die äussere der zweiten mit der inneren Belegung der dritten Flasche u. s. f. und die äussere Belegung der n.Flasche erst mit der Erde, so ladet die auf der äusseren Belegung der ersten Flasche erregte Influenzelektricität der zweiten Art die zweite Flasche, und so die auf jeder äusseren Belegung der vorhergehenden Flasche erregte Influenzelektricität der zweiten Art die nachfolgende Flasche. Die Batterie ist dann schon geladen, wenn wir in die erste Flasche die Elektricität E übergeführt haben. Die Ladung ist aber jetzt nicht so stark, denn während die Batterie bei der directen Ladung die Menge $n \,.\, E$ enthält, hat sie jetzt bedeutend weniger. Wird nämlich durch die Menge $+ E$ auf der inneren Belegung in der äusseren die Elektricitätsmenge $\pm m\, E$ influenzirt, so fliesst in die zweite Flasche die Elektricität $+ m\, E$; diese influenzirt auf der äusseren Belegung $\pm m^2\, E$, und in die dritte Flasche fliesst $+ m^2\, E$ und so fort, so dass in die n.Flasche die Elektricitätsmenge $+ m^{n-1}\, E$ überfliesst. Die gesammte Ladung ist also

$$E(1 + m + m^2 + \cdots\cdots m^{n-1}) = E\,\frac{1 - m^n}{1 - m},$$

ein Ausdruck, welcher, sobald m kleiner als 1 ist, kleiner ist als n, der sich aber um so mehr n nähert, je näher $m = 1$ ist.

Ebenso wie die Grösse der Flasche ist auch nach dem vorletzten Paragraphen die Dicke und die Natur des starren Isolators von Einfluss. Je weniger dick das Glas ist, um so stärker kann die Flasche geladen werden, da mit Annäherung der elektrischen Schichten die Verstärkungszahl zunimmt. Da nun die Elektricität in die verschiedenen Isolatoren verschieden tief eindringt, so hängt die Verstärkungszahl auch von der Natur des Isolators ab. Auch die verschiedenen Gläser zeigen schon eine Verschiedenheit, indem die Ladungen, welche Flaschen gleicher Grösse und von gleicher Glasdicke annehmen können, sehr verschieden sind.

Wird die Glasdicke zu klein genommen, so kann man den Ladungsapparat oft nicht bis zu der Grenze laden, welche er seiner sonstigen Beschaffenheit nach annehmen kann, da dann die Anziehung der auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten so gross ist, dass sie den Isolator durchbrechen und durch den Isolator hin sich ausgleichen.

Die Stärke der Ladung, welche ein Ladungsapparat erhalten, d. h. die Elektricitätsmenge, welche er aufnehmen kann, lässt sich direct, ohne Kenntniss der Verstärkungszahl, nicht bestimmen; dagegen lässt sich leicht mit Hülfe des Elektroskopes erkennen, ob ein Apparat geladen ist, und selbst, wenn man weiss, welche Dichtigkeit z. B. der Knopf einer Flasche annehmen kann, welchen Bruchtheil der möglichen Ladung die Flasche angenommen hat.

Um die Ladung durch das Elektroskop nachweisen zu können, muss man wissen, welches die innere Belegung ist, d. h. welche Belegung vorher mit der Erde in leitender Berührung war. Denn nur auf der nicht mit der Erde verbundenen Belegung ist an den der anderen Belegung nicht gegenüberliegenden Stellen Elektricität vorhanden. Weiss man das nicht, so muss man während oder ehe man die eine Fläche an das Elektroskop anlegt, die andere ableitend berühren. Denn welche Belegung man dann auch anlegt, jedenfalls muss dann das Elektroskop Elektricität angeben, wenn der Apparat geladen ist. Hat man nämlich der inneren Belegung die Elektricität E mitgetheilt, während die äussere ableitend berührt war, so hat dieselbe, z. B. der Knopf einer Leydener Flasche, eine bestimmte Dichtigkeit, während die äussere Seite der äusseren Belegung die Dichtigkeit 0 hat.

Nun werde der Knopf ableitend berührt; da auf der äusseren Belegung durch Influenz die Menge $-mE$ erregt war, so wird es dasselbe sein, als hätte man derselben, während der Knopf abgeleitet war, die Menge $-mE$ ertheilt, wodurch dann die innere Belegung die Menge $+m^2E$ erhalten hätte, welche sie deshalb auch nach der ableitenden Berührung behalten wird. Jetzt wird also das Elektroskop an der äusseren Belegung Elektricität anzeigen, an der inneren nicht. Berührt man dann die äussere Belegung wieder, so bleibt auf dieser $-m^3E$ zurück, und die innere zeigt wieder die Ladung an u. s. f.

Wie man sieht, kann man auf diese Weise dem Ladungsapparate durch successive Berührung der einzelnen Flächen sämmtliche Elektricität nehmen.

An einem gegebenen Ladungsapparate ist die Dichtigkeit an einem bestimmten Punkte der inneren Belegung, z. B. am Knopfe, ein Maass für die der Flasche ertheilte Ladung, indem in demselben Verhältnisse als die Ladung zunimmt, auch die Dichtigkeit aller einzelnen Punkte zunimmt. Um die Stärke zweier Ladungen zu vergleichen, hat man also nur die Dichtigkeiten am Knopfe der Flasche zu untersuchen.

Andere Methoden zur Bestimmung der Ladung werden wir später kennen lernen.

Zweites Kapitel.

Die Entladung der Elektricität und deren Wirkungen.

§. 41.

Die Entladung der Elektricität. Wir haben bereits im §. 20 gesehen, dass ein elektrisirter Körper sofort seine Elektricität verliert, wenn er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird; diese rasche Ab-

nahme der Elektricität bezeichnet man als die Entladung derselben. Es ist jetzt unsere Aufgabe, die Vorgänge bei dieser Entladung und die Wirkungen der Elektricität während derselben zu betrachten.

Die Entladung selbst haben wir damals als ein Abfliessen der Elektricität durch die leitenden Körper angesehen, indem wir sahen, dass stets, wenn ein weniger elektrischer Körper mit einem elektrisirten Körper in Verbindung gebracht wird, ein Theil der Elektricität auf den weniger elektrischen Körper übergeht. Während der Entladung selbst findet also eine Bewegung der Elektricität durch den leitenden Körper statt, indem dieselbe von Punkten grösserer zu Punkten geringerer Dichtigkeit sich hinbewegt. Diese bewegte Elektricität bezeichnet man als den Entladungsstrom. Ein solcher Strom tritt jedesmal dann ein, wenn wir einen Körper, dessen Potentialniveau höher ist, mit einem anderen von niedrigerem Potentialniveau in leitende Verbindung setzen, eine vollständige Entladung aber nur dann, wenn wir den elektrisirten Körper mit der Erde verbinden, deren Potentialniveau immer Null ist.

Der Entladungsstrom dauert so lange, als der ableitend berührte Körper noch Elektricität enthält; die Zeit ist bei der Entladung eines einfach elektrisirten Körpers jedenfalls nur sehr klein; wir werden später suchen sie zu messen, und zu bestimmen, ob nach der Beschaffenheit des ableitenden Körpers die Dauer verschieden ist. Nach den Erfahrungen, welche uns zu der Unterscheidung der Körper in Leiter und Halbleiter führten, werden wir indessen zu der Annahme berechtigt sein, dass ein solcher Unterschied in der Dauer der Entladung je nach Art des ableitenden Körpers vorhanden ist.

Noch eine andere Entladung haben wir bereits kennen gelernt, welche dann eintritt, wenn zwei mit entgegengesetzten Elektricitäten geladene Körper mit einander in leitende Verbindung gebracht werden. In Folge der Anziehungen der beiden Elektricitäten gehen dieselben durch den Leitungsdraht zu einander über und gleichen sich aus. Eine solche Entladung findet z. B. statt, wenn wir den Conductor einer Elektrisirmaschine mit dem Reibzeuge verbinden und die Maschine in Thätigkeit versetzen, dann auch, wenn wir die innere Belegung eines Ladungsapparates mit der äusseren leitend verbinden. Im ersten Falle fliesst die in jedem Augenblicke auf dem Conductor erregte positive Elektricität zum Reibzeuge, die auf dem Reibzeuge erregte dagegen auf den Conductor ab. In den Ladungsapparaten geht die Elektricität der inneren Belegung zur äusseren, und die auf letzterer Belegung angesammelte zur inneren über. Denn sobald eine Verbindung von der inneren Belegung zur äusseren Belegung hergestellt ist, tritt ein Theil der auf der inneren Belegung angesammelten Elektricität in die Leitung über; deshalb ist dann auch an dem Punkte, wo die Leitung die äussere Belegung berührt, die Dichtigkeit der Elektricität nicht mehr gleich Null, da das nur so lange der Fall ist, als die innere Belegung

Um die Ladung durch das Elektroskop nachweisen zu können, muss man wissen, welches die innere Belegung ist, d. h. welche Belegung vorher mit der Erde in leitender Berührung war. Denn nur auf der nicht mit der Erde verbundenen Belegung ist an den der anderen Belegung nicht gegenüberliegenden Stellen Elektricität vorhanden. Weiss man das nicht, so muss man während oder ehe man die eine Fläche an das Elektroskop anlegt, die andere ableitend berühren. Denn welche Belegung man dann auch anlegt, jedenfalls muss dann das Elektroskop Elektricität angeben, wenn der Apparat geladen ist. Hat man nämlich der inneren Belegung die Elektricität E mitgetheilt, während die äussere ableitend berührt war, so hat dieselbe, z. B. der Knopf einer Leydener Flasche, eine bestimmte Dichtigkeit, während die äussere Seite der äusseren Belegung die Dichtigkeit 0 hat.

Nun werde der Knopf ableitend berührt; da auf der äusseren Belegung durch Influenz die Menge $-mE$ erregt war, so wird es dasselbe sein, als hätte man derselben, während der Knopf abgeleitet war, die Menge $-mE$ ertheilt, wodurch dann die innere Belegung die Menge $+m^2 E$ erhalten hätte, welche sie deshalb auch nach der ableitenden Berührung behalten wird. Jetzt wird also das Elektroskop an der äusseren Belegung Elektricität anzeigen, an der inneren nicht. Berührt man dann die äussere Belegung wieder, so bleibt auf dieser $-m^3 E$ zurück, und die innere zeigt wieder die Ladung an u. s. f.

Wie man sieht, kann man auf diese Weise dem Ladungsapparate durch successive Berührung der einzelnen Flächen sämmtliche Elektricität nehmen.

An einem gegebenen Ladungsapparate ist die Dichtigkeit an einem bestimmten Punkte der inneren Belegung, z. B. am Knopfe, ein Maass für die der Flasche ertheilte Ladung, indem in demselben Verhältnisse als die Ladung zunimmt, auch die Dichtigkeit aller einzelnen Punkte zunimmt. Um die Stärke zweier Ladungen zu vergleichen, hat man also nur die Dichtigkeiten am Knopfe der Flasche zu untersuchen.

Andere Methoden zur Bestimmung der Ladung werden wir später kennen lernen.

Zweites Kapitel.

Die Entladung der Elektricität und deren Wirkungen.

§. 41.

Die Entladung der Elektricität. Wir haben bereits im §. 20 gesehen, dass ein elektrisirter Körper sofort seine Elektricität verliert, wenn er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird; diese rasche Ab-

nahme der Elektricität bezeichnet man als die Entladung derselben. Es ist jetzt unsere Aufgabe, die Vorgänge bei dieser Entladung und die Wirkungen der Elektricität während derselben zu betrachten.

Die Entladung selbst haben wir damals als ein Abfliessen der Elektricität durch die leitenden Körper angesehen, indem wir sahen, dass stets, wenn ein weniger elektrischer Körper mit einem elektrisirten Körper in Verbindung gebracht wird, ein Theil der Elektricität auf den weniger elektrischen Körper übergeht. Während der Entladung selbst findet also eine Bewegung der Elektricität durch den leitenden Körper statt, indem dieselbe von Punkten grösserer zu Punkten geringerer Dichtigkeit sich hinbewegt. Diese bewegte Elektricität bezeichnet man als den Entladungsstrom. Ein solcher Strom tritt jedesmal dann ein, wenn wir einen Körper, dessen Potentialniveau höher ist, mit einem anderen von niedrigerem Potentialniveau in leitende Verbindung setzen, eine vollständige Entladung aber nur dann, wenn wir den elektrisirten Körper mit der Erde verbinden, deren Potentialniveau immer Null ist.

Der Entladungsstrom dauert so lange, als der ableitend berührte Körper noch Elektricität enthält; die Zeit ist bei der Entladung eines einfach elektrisirten Körpers jedenfalls nur sehr klein; wir werden später suchen sie zu messen, und zu bestimmen, ob nach der Beschaffenheit des ableitenden Körpers die Dauer verschieden ist. Nach den Erfahrungen, welche uns zu der Unterscheidung der Körper in Leiter und Halbleiter führten, werden wir indessen zu der Annahme berechtigt sein, dass ein solcher Unterschied in der Dauer der Entladung je nach Art des ableitenden Körpers vorhanden ist.

Noch eine andere Entladung haben wir bereits kennen gelernt, welche dann eintritt, wenn zwei mit entgegengesetzten Elektricitäten geladene Körper mit einander in leitende Verbindung gebracht werden. In Folge der Anziehungen der beiden Elektricitäten gehen dieselben durch den Leitungsdraht zu einander über und gleichen sich aus. Eine solche Entladung findet z. B. statt, wenn wir den Conductor einer Elektrisirmaschine mit dem Reibzeuge verbinden und die Maschine in Thätigkeit versetzen, dann auch, wenn wir die innere Belegung eines Ladungsapparates mit der äusseren leitend verbinden. Im ersten Falle fliesst die in jedem Augenblicke auf dem Conductor erregte positive Elektricität zum Reibzeuge, die auf dem Reibzeuge erregte dagegen auf den Conductor ab. In den Ladungsapparaten geht die Elektricität der inneren Belegung zur äusseren, und die auf letzterer Belegung angesammelte zur inneren über. Denn sobald eine Verbindung von der inneren Belegung zur äusseren Belegung hergestellt ist, tritt ein Theil der auf der inneren Belegung angesammelten Elektricität in die Leitung über; deshalb ist dann auch an dem Punkte, wo die Leitung die äussere Belegung berührt, die Dichtigkeit der Elektricität nicht mehr gleich Null, da das nur so lange der Fall ist, als die innere Belegung

alle ihr mitgetheilte Elektricität enthält. Es wird also auch von der äusseren Belegung Elektricität in den Leitungsdraht übergehen und in Folge dessen die Dichtigkeit an dem Punkte der inneren Belegung, an welchem die Leitung angebracht ist, wieder zunehmen, so dass aufs neue Elektricität von dort zur äusseren Belegung übergeht, und so fort, bis der ganze Apparat entladen ist.

Hiernach würde in diesen Fällen der Entladungsstrom ein doppelter sein, ein Strom positiver Elektricität von der inneren zur äusseren Belegung und ein Strom negativer Elektricität in entgegengesetzter Richtung. Man könnte zwar auch in diesen Fällen nur einen einfachen Strom sich denken, indem man annimmt, dass nur von dem Theile des Apparates, auf welchem die Elektricität die grössere Dichtigkeit hat, und von welchem deshalb der Strom nach dem vorigen zuerst beginnt, die Elektricität zu dem anderen Theile übergehe und dort einfach die angesammelte Elektricität neutralisire, dass also in allen Fällen ein Abfliessen der Elektricität von Punkten grösserer zu Punkten geringerer Dichtigkeit stattfinde. Es ist indess wohl naturgemässer, auch in dem zuerst betrachteten Falle, wo die Elektricität einfach abzufliessen schien, einen Doppelstrom wie in den letzten Fällen anzunehmen.

Es tritt nämlich in allen Fällen, wo eine Entladung stattfindet, dieselbe nicht erst dann ein, wenn die Berührung des Leitungsdrahtes mit den zu entladenden Körpern hergestellt ist, sondern schon früher, schon wenn noch eine Luftschicht zwischen dem ableitenden Drahte und dem zu entladenden Körper vorhanden ist.

Nähern wir z. B. dem geladenen Conductor einer Elektrisirmaschine einen Leitungsdraht, welcher an seinem, dem Conductor genäherten Ende eine kleine Kugel trägt, so nehmen wir jedesmal einen Funken wahr, welcher mit knatterndem Geräusch zwischen den beiden Leitern überspringt. Dieser Funke ist die Entladung der Elektricität, welche der Conductor enthielt; denn untersuchen wir nach dem Ueberspringen desselben die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Conductor, so ist dieselbe sehr vermindert. Die Bildung dieses Funkens ist nach der Theorie der Influenz dadurch veranlasst, dass in dem genäherten Leiter durch Influenz die entgegengesetzte Elektricität erregt ist. Wenn dann an den genäherten Punkten die Dichtigkeit der Elektricitäten gross genug geworden ist, dann wird in Folge der gegenseitigen Anziehung die trennende Luftschicht durchbrochen. Dass in der That dieses die Entstehungsweise des Funkens ist, dass bei ihm also eine entgegengesetzte Bewegung beider Elektricitäten stattfindet, das folgt daraus, dass die Funkenbildung nur eintritt, wenn dem Conductor ein Leiter, nicht aber, wenn ihm ein Nichtleiter genähert wird. In letzterem tritt aber die Influenzelektricität wegen der geringen Beweglichkeit nur in sehr geringem Maasse auf.

Es wird also in allen Fällen, auch wenn einem elektrisirten Leiter

ein neutraler Leitungsdraht genähert wird, eine entgegengesetzte Bewegung und Ausgleichung der beiden Elektricitäten angenommen werden müssen, also ein doppelter Entladungsstrom. Trotzdem spricht man bei demselben von einer bestimmten Richtung; sagt z. B. er geht von der innern Belegung zur äussern, vom Conductor zur Erde; man bezeichnet dabei immer als die Richtung des Stromes die Richtung, nach welcher die positive Elektricität sich bewegt.

Eine genauere theoretische Verfolgung der Art und Weise, wie der Strom entsteht und verläuft, ist uns wegen der grossen mathematischen Schwierigkeiten, welche die Behandlung dieses Gegenstandes bietet, nicht möglich[1]), wir begnügen uns mit der experimentellen Untersuchung der dahin gehörigen Fragen.

Wie erwähnt, tritt in allen Fällen die elektrische Entladung schon vor der Berührung des Leiters mit dem elektrisirten Körper in Form eines Funkens auf; man bezeichnet diese Entladung als Entladungsschlag, und nennt die Entfernung, aus welcher der Funke überspringt, die Schlagweite. Man überzeugt sich nun leicht, dass die Schlagweite sehr verschieden ist, je nach der Dichtigkeit der Elektricität an den Punkten, an denen die Entladung stattfindet. Ladet man einen Conductor und nähert ihm dann einen zur Erde abgeleiteten Draht, dessen Ende eine Kugel trägt, einen sogenannten Funkenzieher, so tritt die Entladung bei um so grösserem Abstande der Kugel vom Conductor ein, jemehr Elektricität dem Conductor gegeben ist, je grösser also die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Conductor ist. Dasselbe zeigt sich bei den Ladungsapparaten, je grösser die Dichtigkeit der Elektricität auf der innern Belegung, z. B. auf dem Knopfe einer Leydener Flasche ist, um so grösser ist auch die Schlagweite.

In welcher Weise der Abstand der Leiter, bei welchem schon die Entladung eintritt, also die Schlagweite mit der Dichtigkeit verknüpft ist, darüber hat man mehrfache Versuche angestellt. Aus den Versuchen von Lane, Harris[2]) und insbesondere denen von Riess[3]) am einfachen Ansammlungsapparate und an Leydener Flaschen leitete man das Gesetz ab, dass die Schlagweite, bei gleichem Zustande der zwischen dem Entlader und dem elektrischen Körper vorhandenen Luftschicht, einfach der elektrischen Dichtigkeit an der Entladungsstelle proportional sei.

Zur Untersuchung der Schlagweite wandte Riess das Funkenmikrometer an. Auf einem schweren Metallfusse A (Fig. 69) ist eine 7,5 Cent. lange, 2,5 Cent. breite Metallplatte befestigt, auf welcher ein horizontal

---

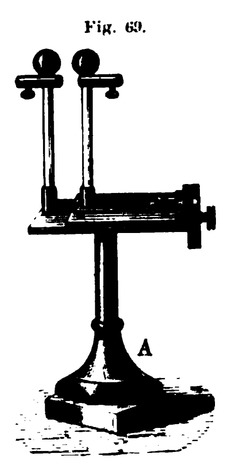
1) Man sehe über diesen Gegenstand: *Helmholtz,* die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. *Kirchhoff,* Poggend. Ann. Bd. C, CII, CXXI. *Thomson,* Philos. Magazin. 4. Series. Bd. V.

2) *Harris,* Philosophical Transactions f. th. year 1834.

3) *Riess,* Poggend. Ann. Bd. XL, LIII, LXXIII. Reibungselektricität. Bd. I, S. 330 ff. und §. 393.

liegender Schlitten durch eine Mikrometerschraube fortbewegt wird. Ein 6 Cent. langer Glasstab ist an dem einen Ende der Platte, ein anderer ebensolcher auf dem Schlitten vertical befestigt; jeder trägt einen verticalen Metallzapfen und eine horizontale Klemmschraube, in welche die Leitungsdrähte eingeschraubt werden. Auf den Metallzapfen werden die Körper, zwischen welchen man die Funken überspringen lassen will, also Kugeln oder dergl. aufgesteckt. Die Entfernung der Kugeln wird durch eine Theilung auf dem Schlitten, einen Nonius auf der Metallplatte und durch die Theilung auf dem Kopfe der Mikrometerschraube gemessen.

Fig. 69.



Bei seinen Versuchen mit dem Ansammlungsapparate verfuhr nun Riess folgendermassen. Die feststehende Kugel wurde mit der Collectorscheibe des schon früher erwähnten grossen Ansammlungsapparates durch einen Metalldraht in leitende Verbindung gebracht, während die bewegliche Kugel mit den Gasröhren des Hauses, zu welchen auch die Condensatorplatte abgeleitet war, leitend verbunden wurde.

Darauf wurde die Collectorplatte geladen, zunächst wenn sie allein stand, und die Schlagweite bestimmt, indem mit der Mikrometerschraube die bewegliche Kugel der festen so weit genähert wurde, bis der Funke übersprang, und an der Theilung der Abstand der Kugeln bestimmt. Dann wurde ganz genau ebenso verfahren, wenn die Condensatorplatte der Collectorplatte, nachdem letztere geladen war, gegenüberstand, also die Dichtigkeit an der mit der Collectorplatte verbundenen Kugel in einem aus der Verstärkungszahl des Apparates bekannten Verhältnisse vermindert war.

Um aus diesen Versuchen das Gesetz der Schlagweiten abzuleiten, muss bei jedem Versuche die Collectorplatte immer dieselbe Elektricitätsmenge erhalten haben. Um das zu erreichen, wandte Riess zur Elektrisirung eine Leydener Flasche an, deren Knopf an das Ende des Zuleitungsdrahtes zur Collectorscheibe angelegt wurde, während die äussere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung stand. Es war durch Messung in der Torsionswage zunächst festgestellt worden, dass die Leydener Flasche bei jeder Berührung mit der Collectorplatte 0,014 ihrer Elektricität abgab, indem gezeigt war, dass die Dichtigkeit am Knopfe nach jeder Berührung in dem Verhältnisse abnahm. Daraus, und weil in der Zeit zwischen den einzelnen Ladungen die Leydener Flasche durch Zerstreuung an Elektricität verlor, folgt, dass bei jeder folgenden Ladung die Collectorscheibe etwas weniger Elektricität erhielt als bei der vorhergehenden. Wegen der Zerstreuung liess sich dieser Unterschied nicht durch Rechnung bestimmen. Um die dadurch unvermeidliche Ungenauigkeit zu eliminiren, machte nun Riess zur Bestimmung des Verhältnisses der Schlagweiten bei einer be-

stimmten Entfernung der Scheiben eine Anzahl Versuche, indem er zuerst die Schlagweite bei entferntem, dann bei genähertem, dann wieder bei entferntem, wieder bei genähertem Condensator bestimmte u. s. f. Das Mittel der ersten und dritten Ladung der Collectorscheibe wird dann gleich der zweiten, das Mittel zwischen der zweiten und vierten gleich der dritten Ladung sein u. s. f. Die Vergleichung des ersten Mittels mit der ersten Schlagweite bei vorgesetztem Condensator, des zweiten Mittels mit der zweiten Entladung bei entferntem Condensator, wird dann das richtige Verhältniss der Schlagweiten liefern.

Zum bessern Verständniss lassen wir hier eine Versuchsreihe von Riess vollständig folgen. Die Entfernung der Scheiben bei vorgesetzter Condensatorscheibe betrug 4,5 Millim.

Schlagweiten in Millim.

Ohne Condens.	Mit Condens.	Mittel	Verhältniss
3,278			
	0,337	3,143	0,106
3,008		0,320	0,106
	0,303	2,932	0,104
2,857		0,295	0,104
	0,292	2,799	0,105
2,742		0,287	0,105
	0,283		0,105.

Wird also die Schlagweite ohne Condensator gleich 1 gesetzt, so wird sie, wenn der Condensator der Collectorscheibe in einem Abstande von 4,5 Millim. gegenüber gestellt wird, auf 0,105 verkleinert. Für andere Abstände der beiden Scheiben erhielt Riess folgende Werthe:

Entfernung der Scheiben	∞	112,8	67,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Schlagweiten	1	0,914	0,794	0,687	0,451	0,272	0,105.

Die früher gefundenen Werthe für die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes der Collectorscheibe, wenn die Condensatorscheibe vorgesetzt war, jene bei entferntem Condensator gleich 1 gesetzt, waren:

Entfernung der Scheiben	∞	112,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Dichtigkeiten	1	0,897	0,683	0,492	0,335	0,173.

Die beiden Reihen für die Schlagweiten und die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes unterscheiden sich besonders bei den grösseren Entfernungen nicht wesentlich von einander; Riess schliesst daher, dass die Schlagweiten an einem Punkte der innern Belegung eines Ansammlungsapparates der elektrischen Dichtigkeit in diesem Punkte proportional seien. Dass bei den kleineren Schlagweiten die Werthe etwas anders werden, meint Riess, habe darin seinen Grund, dass durch die Nähe der beweglichen Kugel die Dichtigkeit auf der festen etwas geändert würde.

Aus diesem Gesetze folgt dann weiter, dass die Schlagweite eines Ladungsapparates, also z. B. einer Batterie, wenn sie immer an derselben Stelle

der innern Belegung entladen wird, der mittleren Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie proportional ist. Denn bei einer gegebenen Batterie ist die Dichtigkeit eines gegebenen Punktes der mittleren Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie proportional; wenn also die Schlagweite der Dichtigkeit der Elektricität an dem Entladungspunkte proportional ist, so folgt auch, dass sie der mittleren Dichtigkeit der Batterie proportional ist.

Bezeichnen wir demnach, nach irgend einer Einheit gemessen, die einer Batterie von s Flaschen gegebene Elektricitätsmenge mit q, so ist die Dichtigkeit der Elektricität in derselben, wenn wir als Einheit der Oberfläche die Oberfläche einer Flasche annehmen, $\frac{q}{s}$. Ist nun die Schlagweite derselben gleich d, so muss

$$d = a \cdot \frac{q}{s}.$$

Riess[1]) mass nun durch ein demnächst zu betrachtendes Mittel die Elektricitätsmengen q, welche der Batterie gegeben werden mussten, um bestimmte Schlagweiten zu erhalten, berechnete dann aus einigen Versuchen die Constante a nach der Gleichung

$$a = d \cdot \frac{s}{q}$$

und berechnete dann mit der so gefundenen Constanten in den folgenden Versuchen die zur Erzielung einer bestimmten Schlagweite d nothwendigen Elektricitätsmengen aus

$$q = \frac{1}{a} \cdot s \cdot d.$$

Die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung zeigt folgende kleine Tabelle; von 5 ganz gleichen Flaschen wurden entweder 2 oder 3 oder 4 oder alle 5 zu einer Batterie verbunden. Der Werth von a ergab sich aus

$$\frac{1}{a} = 0{,}833.$$

Die Einheit der Entfernung für die Schlagweiten ist 1,13 Mm.

Schlagweite d	Batterie von 2 Flaschen q beob.	ber.	3 Flaschen q beob.	ber.	4 Flaschen q beob.	ber.	5 Flaschen q beob.	ber.
1			3	2,5	3,5	3,3	4,3	4,2
2	3	3,3	5,5	5,0	7,0	6,7	8,5	8,3
3	4,6	5,0	8	7,5	10,1	10,0	12,5	12,5
4	6,4	6,7	10,3	10,0	13,5	13,3	16,0	16,7
5	7,5	8,0			16,0	16,7		

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL.

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und unter Voraussetzung des Gesetzes berechneten Werthe von q sehr gut mit einander überein, so dass hiernach der Schluss berechtigt erscheint, dass in der That die Schlagweiten der mittlern elektrischen Dichtigkeit in der Batterie proportional seien.

Gegen diese Schlussfolgerung wandte nun vor kurzem Rijke[1]) ein, dass Riess die Schlagweiten nicht bis zu den kleinsten Entfernungen der beiden Kugeln verfolgt habe, dass die kleinste von Riess beobachtete Schlagweite 1,1 Mm. betrage. Wenn man dagegen Schlagweiten von 0,5 Mm. und darunter mit in Betracht ziehe, so erkenne man, dass jenes einfache Gesetz nur eine erste Annäherung sei, dass in Wirklichkeit Dichtigkeit der Elektricität und Schlagweite in einem verwickelteren Verhältnisse zu einander ständen. Aus einer grossen Zahl mit äusserster Sorgfalt durchgeführter Versuche leitete er dann folgenden die Dichtigkeit und Schlagweite mit einander verknüpfenden Ausdruck her. Bezeichnet δ die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie und d die Schlagweite derselben, so ist

$$\delta^2 = ad + b \cdot d^2,$$

so dass also die Schlagweite nicht der Dichtigkeit proportional zunimmt, sondern rascher, d. h. also, dass der doppelten Dichtigkeit mehr als die doppelte Schlagweite, der halben Dichtigkeit eine kleinere als die halbe Schlagweite entspricht.

Die Versuche von Rijke sind an einer Leydener Flasche nach zwei Methoden ausgeführt; die erste derselben war genau der letzten von Riess gleich, die zweite entsprach der ersten Methode von Riess, indem zugleich die Schlagweiten und die Dichtigkeit der Elektricität an der innern Belegung der Batterie bestimmt wurden. Um letztern Zweck zu erreichen, war die innere Belegung mit einem Sinuselektrometer verbunden; der Stand der Nadel des Sinuselektrometers im Augenblicke der Entladung gab die Dichtigkeit der Elektricität, auf eine willkürliche Einheit bezogen. Aus allen Versuchen ergibt sich die oben erwähnte Beziehung gleich gut, wie z. B. folgende Zahlen zeigen.

I. Methode.			II. Methode.		
Schlagweite	Dichtigkeit		Schlagweite	Dichtigkeit	
Mm.	beob.	ber.	Mm.	beob.	ber.
0,5	5,33	5,44	0,025	0,2047	0,2044
1	9,25	9,07	0,05	0,2988	0,2941
1,5	13,00	12,57	0,1	0,4213	0,4300
2	16,25	16,03	0,2	0,6345	0,6460
2,5	19,50	19,47	0,3	0,8251	0,8350
3	22,75	22,89	0,525	1,2328	1,2249
3,5	25,90	26,31	0,775	1,6679	1,6355
4	29,00	29,72	1,025	2,0248	2,0361.

1) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CVI.

Wie man sieht, stimmen diese Zahlen durchaus nicht mit dem von Riess angenommenen Gesetze für die Schlagweiten überein. Einige andere Versuchsreihen lassen sich jedoch auch mit dem einfachen Gesetze sehr wohl vereinigen, so unter andern am meisten eine Reihe, bei welcher die Kugeln des Funkenmikrometers durch zwei kleine Kupferscheiben ersetzt waren. Diese Reihe ist in folgender Tabelle zusammengestellt mit den nach dem einfachen und nach dem Gesetze von Rijke berechneten Schlagweiten.

Schlagweiten	Dichtigkeiten		
Mm.	beob.	ber. nach Riess	ber. nach Rijke
0,5	4,73	4,21	4,88
1,0	9,33	8,42	8,82
1,5	13,00	12,63	12,73
2,0	16,83	16,85	16,62
2,5	20,50	21,05	20,51
3,0	24,33	25,27	24,39
3,5	28,00	29,48	28,28
4	31,17	33,69	32,16.

Rijke schliesst aus diesen Versuchen, dass das einfache die Dichtigkeiten mit der Schlagweite verknüpfende Gesetz nicht richtig sei, dass vielmehr die oben angegebene Formel, wenn sie auch nicht der Ausdruck des physikalischen Gesetzes sei, doch die Versuche vollständig wiedergebe.

Mit dem ersten Theil dieses Schlusses hat sich Riess[1]) nicht einverstanden erklären können, er glaubt dennoch, dass in Wirklichkeit die Schlagweite der mittleren elektrischen Dichtigkeit der Batterie proportional sei, dass aber dieses Gesetz sich in derartigen Versuchsreihen nie rein darstelle, weil stets an der mit der innern Belegung verbundenen Kugel des Funkenmikrometers durch die Anwesenheit der zweiten Kugel Dichtigkeitsänderungen eintreten; einmal dadurch, dass die Elektricität anders vertheilt wird, dann aber auch vorzugsweise dadurch, dass dem eigentlichen Entladungsschlage ein Ausströmen der Elektricität vorhergehe. Dieses Ausströmen muss um so eher von Einfluss sein, wenn die Kugeln einander bedeutend genähert sind, und deshalb müssen die Beobachtungen um so mehr von dem Gesetze abweichen, von je kleineren Schlagweiten man ausgeht.

Rijke[2]) glaubt dagegen, dieses Ausströmen nicht in jener Regelmässigkeit annehmen zu können, wie Riess es thut, und erkennt deshalb die Unrichtigkeit seiner Schlussfolge nicht an. Indess scheint es doch, als wenn er auf die Einwendungen von Riess ein zu geringes Gewicht lege, und die aus seinen Versuchen gezogenen Schlüsse etwas zu sehr verallgemeinere.

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. CVI, CVIII, CIX.
2) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CVII u. CIX.

Denn wenn es auch keinem Zweifel unterworfen ist, dass seine Formel seine Versuche viel besser wiedergibt als die einfache, schon deshalb, weil darin zwei Constanten aus den Versuchen bestimmt werden, so wird doch nicht, wie er selbst auch angibt, bei allen Formen des Funkenmikrometers seine Formel anwendbar, oder vorzuziehen sein; schon die zuletzt angeführte Reihe besteht fast ebenso gut mit dem einfachen Gesetze, als mit seiner Formel. Und gerade dieser Umstand scheint mir sehr für die Richtigkeit der Einwendungen von Riess zu sprechen, da jedenfalls bei zwei Kugeln die Elektricitäten eher ausströmend zu einander übergehen als bei zwei parallelen Scheiben.

Es scheint mir nach alledem zulässig, dass man mit Riess annimmt: das die Schlagweiten und Dichtigkeiten verknüpfende Gesetz ist, dass die Schlagweiten den Dichtigkeiten proportional sind. Dieses Gesetz tritt bei den Versuchen um so reiner auf, je grösser die Schlagweiten sind, es wird um so mehr durch die Wirkungen der Influenz gestört, je kleiner die Schlagweiten sind. Diesen Wirkungen der Influenz trägt die Formel von Rijke Rechnung, wenn man ein Funkenmikrometer mit Kugeln benutzt.

Die einer bestimmten elektrischen Dichtigkeit der Batterie entsprechende Schlagweite ist unabhängig von dem Schliessungsbogen, d. h. von der Beschaffenheit der die Kugeln des Funkenmikrometers mit den Belegungen verbindenden Drähte. Es folgt das schon daraus, dass die Schlagweite von der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie abhängt, diese aber unabhängig ist von dem Schliessungsbogen.

Riess[1]) hat diesen Satz durch directe Versuche bestätigt; er verband die eine der Kugeln eines Funkenmikrometers durch einen Kupferdraht mit der innern Belegung einer Batterie, die andere mit dem einen Arme eines allgemeinen Ausladers, dessen anderer Arm mit der äussern Belegung der Batterie in Verbindung stand.

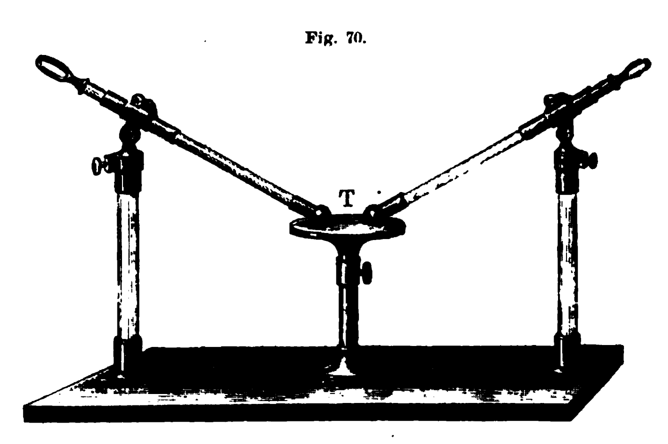
Der allgemeine Auslader ist ein Apparat, welcher den Zweck hat, in den Schliessungsbogen einer Batterie beliebige Gegenstände, durch welche der Entladungsstrom hindurchgehen soll, einzuschalten. Er besteht (Fig. 70) aus zwei Metallarmen, welche in Gelenken auf isolirenden Glasfüssen befestigt sind; die Arme sind in Hülsen eingesteckt, welche in den Gelenken beweglich sind, so dass sie in einer beliebigen Neigung festgestellt werden können; in den Hülsen können die Arme verschoben werden, so dass ihre Enden mehr oder weniger einander genähert werden können. Das Tischchen *T* in der Mitte zwischen den Glassäulen dient dazu allenfalls die Gegenstände zu tragen, durch welche die Entladung stattfinden soll.

Die beiden Kugeln wurden nun nach einander verbunden durch einen $1{,}1^{mm}$ dicken, 9^{mm} langen Kupferdraht, einen $0{,}12^{mm}$ dicken, 2,766 Meter langen Platindraht, und durch eine mit destillirtem Wasser gefüllte Glas-

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität §. 627.

röhre von 10,17 Millim. Weite und 22,5 Cent. Länge. Es wurde nun bei einer bestimmten Schlagweite die Elektricitätsmenge bestimmt, welche in

Fig. 70.



den drei Fällen eine Entladung hervorbrachte. Dieselbe war in allen genau dieselbe, so dass sich daraus ergibt, dass die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens unabhängig ist.

Die Schlagweite ändert sich indess mit der Beschaffenheit der zwischen den Kugeln enthaltenen Luftschicht. Nach den Untersuchungen von Harris[1] wird die Schlagweite um so kleiner, je dichter die Luft zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers ist. Die Messungen wurden angestellt, indem eine Flasche, der immer dieselbe Ladung ertheilt war, unter der Glocke der Luftpumpe bei verschiedener Verdünnung entladen wurde. Es ergab sich, dass unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite der Dichtigkeit der Luft umgekehrt proportional ist.

Um zu untersuchen, ob diese Veränderung der Schlagweite in dichterer Luft von dem vergrösserten Drucke der Luft auf die Enden des Schliessungsbogens herrühre, oder von der grössern Menge Luft, welche sich zwischen denselben befand, wurden die Kugeln eines Ausladers in eine verschliessbare Glaskugel gebracht, und die Elektricitätsmenge bestimmt, welche eine Entladung veranlasste, als die Temperatur der Luft 10° betrug. Darauf wurde die Kugel geschlossen und auf 148° C. erwärmt. Es fand sich dann, dass trotz der bedeutend erhöhten Spannung der abgeschlossenen Luft die Entladung stattfand, wenn dieselbe Elektricitätsmenge in die Flasche übergeführt war. Wurde dagegen die Kugel erhitzt, als sie offen war, so nahm die Schlagweite zu, oder die Elektricitätsmenge, welche eine Entladung hervorbrachte, ab. Wurde dann die offene Kugel bei 148° geschlossen und auf 10° abgekühlt, so blieb die Schlagweite dieselbe. Es folgt daraus, dass die Schlagweite bei gleicher Dichte der Luft von dem Drucke und der Tem-

1) *Harris*, Philosophical Transactions 1834.

peratur derselben unabhängig ist, dass also die durch vermehrte Dichtigkeit eintretende Verminderung der Schlagweite nicht in dem vermehrten Drucke der dichteren Luft, sondern darin ihren Grund hat, dass zwischen den Enden des Schliessungsbogens eine grössere Menge von Luft sich befindet.

Dass auch mit der Natur des Gases sich die elektrische Schlagweite ändert, ergibt sich aus den Versuchen Faraday's[1]), welche an einem einfachen Conductor angestellt sind. Er verband mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine einen Draht, welcher sich an einer Stelle gabelte. Beide Zweige des Drahtes trugen Kugeln ganz gleichen Durchmessers; der eine Zweig war luftdicht in eine Glasglocke geführt, welche mit einem beliebigen Gase gefüllt war. Beiden Kugeln standen grössere, aber unter einander ganz gleiche Kugeln gegenüber, welche mit der Erde in leitender Verbindung standen. Der Abstand der Kugeln in der Glasglocke betrug 1,6 Cent., der Abstand der in freier Luft befindlichen Kugeln konnte beliebig geändert werden.

Die Elektricität konnte somit auf zwei Wegen zur Erde kommen, und hatte auf beiden eine Luftschicht zu durchdringen; ist nun der Widerstand beider Luftschichten gleich, so wird sie abwechselnd auf beiden Wegen überspringen, ist er an einer Seite kleiner, so wird sie an dieser Seite überspringen.

War nun in der Glocke Luft von der Dichtigkeit der äusseren, so sprang bei gleichen Abständen der Kugeln der Funke ebenso oft in der Glocke als ausserhalb über, wurde der Abstand der äusseren Kugeln aber auf 2 Cent. vergrössert, so sprang der Funke immer bei den im Gefässe befindlichen Kugeln über. War indess in der Glocke ein anderes Gas, so musste die Entfernung der äusseren Kugeln eine sehr verschiedene sein, um zu bewirken, dass der Funke immer in der Glocke übersprang. Während der Abstand in der Glocke immer 1,6 Cent. war, sprang bei einer Versuchsreihe dort der Funke immer über, als sie Wasserstoff enthielt, wenn die äusseren Kugeln 0,99 Cent. entfernt waren, als sie Chlorwasserstoff enthielt dagegen, wenn die äusseren Kugeln 3,5 Cent. entfernt waren. Zu genauen Messungen ist diese Methode natürlich nicht geeignet, man darf aber daraus schliessen, dass unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite in den verschiedenen Gasen verschieden ist, sie ist nach obigen Angaben in Wasserstoff bedeutend grösser, in Chlorwasserstoff bedeutend kleiner als in Luft.

§. 42.

Messung der elektrischen Dichtigkeit einer Batterie. Nach den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen entspricht jeder Dichtigkeit der Elektricität eine bestimmte Schlagweite, und die Versuche von Rijke setzen uns in den Stand, aus den verschiedenen Schlagweiten einer

[1]) *Faraday*, Experimental Researches 12 ser. §. 1383 ff. Poggendorff's Annalen Bd. XLVII.

Batterie bei den verschiedenen Ladungen die mittleren elektrischen Dichtigkeiten mit einander zu vergleichen. Dieses Mittel der Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit hat indess einen Uebelstand, nämlich den, dass die Messung der Dichtigkeit immer zugleich die Batterie entladet, so dass man dadurch nicht im Stande ist, der Batterie eine gewisse vorher bestimmte Dichtigkeit zu geben.

Man kann indess doch mit Hülfe der Entladungen in einer bestimmten Schlagweite die einer Batterie gegebene Elektricitätsmenge und somit die mittlere elektrische Dichtigkeit derselben bestimmen, indem man die in der äusseren Belegung erregte Influenzelektricität benutzt. Man leitet dieselbe nicht direct zur Erde ab, sondern lässt sie entweder an einer Stelle in einem Funken überspringen, oder führt sie erst in eine Leydener Flasche, welche sich dann bei bestimmter Schlagweite von selbst entladet.

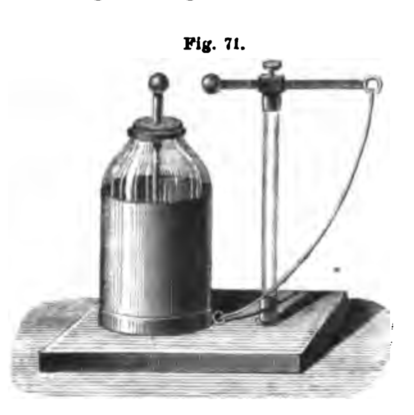
Hat man nur eine Leydener Flasche zu laden, so ist zu dieser Messung das von Riess[1]) angegebene Ladungsstativ sehr bequem. Dasselbe besteht aus einem auf isolirendem Glasfusse stehenden Metallteller, an welchem seitlich eine Kugel angebracht ist. Dieser gegenüber steht, auf einem Schlitten wie bei dem Funkenmikrometer verschiebbar, eine vollkommen zur Erde abgeleitete Kugel. Bringt man diese in einen bestimmten Abstand von der ersten Kugel, so springt, wenn die von der äusseren Belegung auf den Teller übergehende Influenzelektricität der zweiten Art eine bestimmte Dichtigkeit erhalten hat, ein Funke über. Wenn die durch diesen Funken abgeleitete Elektricität wieder ersetzt ist, so springt ein neuer Funke über und so fort, so dass jeder überspringende Funke die Erregung einer bestimmten Menge von Influenzelektricität anzeigt. Da nun die erregte Influenzelektricität der Menge der erregenden proportional ist, so folgt auch, dass jeder Funke eine bestimmte Menge der Flasche gegebene Elektricität anzeigt. Setzt man deshalb die Menge der Elektricität, welche einen Funken veranlasst, gleich 1, so gibt die Anzahl der übergesprungenen Funken die Menge der der Batterie mitgetheilten Elektricität in einer bestimmten Einheit an. Man kann diese Einheit beliebig bestimmen, indem man die Schlagweite des Messapparates verändert. Je grösser man die Schlagweite wählt, um so grösser ist die zu Grunde gelegte Einheit.

Die beschriebene Methode lässt sich nur gut bei Ladung einer einzelnen Flasche anwenden, bei Ladung einer Batterie wendet man bequemer die Lane'sche Maassflasche an[2]). Diese ist eine Leydener Flasche (Fig. 71), welche auf einer leitenden Bodenplatte aufgesetzt ist; auf derselben Platte neben der Flasche steht ein Glasfuss, welcher oben eine Messingröhre trägt, in der ein Messingstäbchen horizontal verschoben und mit einer Druckschraube festgestellt werden kann. Das Stäbchen trägt eine Theilung. An

1) *Riess*, Reibungselektricität Bd. I. §. 359.
2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität Bd. I. §. 386.

dem dem Kopfe der Flasche zugewandten Ende des Stäbchens ist eine kleine Kugel, an dem abgewandten Ende ein Ring befestigt. Um die äussere Belegung ist unten ein Kupferstreifen herumgelegt, welcher an einer Stelle in der Nähe des Glasfusses einen kleinen Ring trägt. Der Ring des Streifens ist mit dem des Stäbchens durch einen dünnen Draht verbunden. Bei feineren Apparaten ist die mit der äusseren Belegung verbundene Kugel ähnlich wie bei dem Funkenmikrometer auf einem Schlitten befestigt und kann mit einer Führschraube der Kugel der inneren Belegung mehr oder weniger genähert werden.

Fig. 71.



Um nun die einer Batterie gegebene Elektricitätsmenge zu bestimmen, stellt man dieselbe isolirt auf und verbindet dann die äussere Belegung der Batterie mit der inneren Belegung der Maassflasche. Die mit der äusseren Belegung der Maassflasche verbundene Kugel wird dem Knopfe der Maassflasche in einer bestimmten Entfernung gegenüber gestellt. Wird nun der inneren Belegung der Batterie die Elektricitätsmenge q mitgetheilt, so wird auf der äusseren Belegung die Menge $m \cdot q$ durch Influenz erregt, welche sich über die mit der äusseren Belegung verbundenen Leiter und insbesondere über die innere Belegung der Lane'schen Flasche verbreitet. Reicht die durch die Menge mq der Flasche gegebene Ladung bei dem gewählten Abstande der beiden Kugeln, also der gewählten Schlagweite, zur Entladung der Flasche hin, so wird sich dieselbe entladen, und damit aus der ganzen Flasche, sowie von der mit ihr verbundenen äusseren Belegung die durch Ladung der Batterie erregte Influenzelektricität der zweiten Art verschwinden. Fährt man dann fort, der Batterie Elektricität zu geben, so wird wieder, wenn dieselbe die Menge q erhalten hat, die Menge mq erregt werden und eine neue Entladung der Maassflasche eintreten. Jede Entladung der Maassflasche zeigt also auch hier an, dass der Batterie die Elektricitätsmenge q gegeben ist. Bei n Entladungen der Maassflasche hat also die Batterie die Elektricitätsmenge nq erhalten; ist nun s die Anzahl der Flaschen, so ist

$$d = \frac{n \cdot q}{s}$$

die mittlere Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie.

Damit diese Messungen genau sind, ist es jedoch zunächst nothwendig, dass die Batterie continuirlich, also durch Verbindung in der inneren Belegung mit dem Conductor der Elektrisirmaschine geladen wird. Denn wird sie stossweise, also durch überspringende Funken geladen, so können, wie leicht zu sehen, die Entladungen der Flasche nicht gleichwerthig sein.

Denn es sei durch eine Anzahl von Funken die Batterie so weit geladen, dass nur eine sehr kleine Menge Elektricität fehlt, so wird bei dem folgenden Funken die Entladung eintreten, einerlei ob derselbe der Batterie gerade die noch zur Entladung fehlende oder eine bedeutend grössere Elektricitätsmenge gibt; die äussere Belegung wird dann aber ebenso gut die gesammte Influenzelektricität der zweiten Art verlieren, als wenn sie nur die Menge mq besässe.

Damit jede Entladung bei derselben Elektricitätsmenge eintrete, ist es ferner nöthig, dass die Kugeln der Maassflasche an den Stellen, wo der Funke übergeht, durchaus rund und gut polirt sind und bleiben. Riess gibt an, dass kupferne Kugeln sorgfältig mit Oel und Zinnasche polirt am besten dem Zwecke entsprechen.

Die angeführte Methode zur Messung der elektrischen Dichtigkeit bedarf noch einer Correction aus im nächsten Paragraphen zu betrachtenden Gründen; sie macht nämlich die Voraussetzung, dass es immer derselben Elektricitätsmenge mq bedürfe, um die Maassflasche zu entladen, und dass es immer der Elektricitätsmenge q bedürfe, um die Menge mq zu erregen, deshalb, schliesst sie, zeigen n Entladungen der Maassflasche die Menge nq Elektricität an, welche der Flasche gegeben ist. Die zweite dieser Voraussetzungen ist nach der Theorie der Influenz, nach welcher unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektricität der Menge der erregenden proportional ist, unbestritten; sie ist überdies noch durch Versuche von Riess[1]), nach welchen die Abstossung einer am Knopfe einer Leydener Flasche oder einer Batterie anliegenden Kugel der Quadratwurzel aus der in der angegebenen Weise gemessenen Dichtigkeit der Batterie proportional ist, bestätigt worden. Die erste der beiden Voraussetzungen gilt aber nur für die der ersten folgenden Entladungen der Maassflasche. Es bleibt nämlich nach jeder Entladung ein Rückstand der Elektricität in der Flasche zurück; nach der ersten Entladung wird daher nur die bei der Entladung verschwundene Elektricitätsmenge ersetzt, während zur ersten Entladung ausser dieser auch die zurückbleibende Elektricität der Maassflasche mitgetheilt werden musste. Um den dadurch bei der Messung entstehenden Fehler zu corrigiren, ist es am besten, dass man vor den Messungen die Flasche einmal bei der gewählten Schlagweite ladet und entladet.

§. 43.

Partialentladungen. Dauer der Entladung einer Batterie. Wenn man eine Batterie in der Schlagweite entladet, so verschwindet aus ihr nicht die gesammte in ihr aufgehäufte Elektricität; man kann sich davon leicht überzeugen, indem man die Kugeln eines in den Schliessungsbogen einer Batterie eingeschalteten Funkenmikrometers vorsichtig einander nähert.

---

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungelektricität Bd. I. § 389.

Hat man die Batterie bei dem grössten Abstande der Kugeln entladen, so findet immer bei einer gewissen bedeutend kleineren Entfernung eine zweite Entladung, und in manchen Fällen noch bei einer dritten von der Berührung zu unterscheidenden Entfernung eine dritte Entladung statt. Riess hat diesen Satz noch auf eine andere Weise nachgewiesen[1]). Er bestimmte die Elektricitätsmenge mit der Maassflasche, welche erforderlich war, um eine gegebene Batterie zu laden, so dass sie bei einer bestimmten Schlagweite sich entlud. Ohne an der Batterie dann etwas zu ändern, wurde sie nach der Entladung sofort wieder geladen, bis bei derselben Schlagweite eine neue Entladung eintrat. Die in dem zweiten Falle der Batterie zu gebende Elektricitätsmenge war bedeutend kleiner als die zur ersten Entladung nothwendige, wie folgende kleine Tabelle zeigt.

Flaschenzahl der Batterie s	Schlagweite d	Elektricitätsmenge vor der ersten Entladung q	Elektricitätsmenge nach der ersten Entladung q'	$\frac{q'}{q}$
3	1	6	5	0,833
	2	10,2	8,8	0,862
	3	15	13	0,866
4	1	8	6,5	0,812
	2	14,5	12,5	0,862
	3	21,5	17	0,798
5	1	10	9	0,900
	2	18	15	0,833
	3	27	22,5	0,833

Wie man sieht, betrug die nach der ersten Entladung der Batterie zu einer zweiten Entladung zu gebende Elektricitätsmenge immer nur im Mittel 0,844 der ursprünglich zu einer gleichen Entladung nöthigen Elektricitätsmenge. Da nun immer, damit die Entladung bei derselben Schlagweite stattfindet, die Dichtigkeit der Elektricität an den Punkten der Entladung dieselbe sein muss, so folgt, dass durch die Zufuhr dieser geringeren Elektricitätsmenge die Dichtigkeit an den Kugeln wieder die frühere geworden ist, und daraus, dass von der ursprünglich der Batterie gegebenen Elektricitätsmenge bei der Entladung nur 0,844 verschwunden, in der Batterie also 0,156 der ursprünglichen Ladung zurückgeblieben ist.

Aus dieser Thatsache ergibt sich, dass die Entladung einer Batterie, welche dadurch geschieht, dass man einem Punkte der äusseren Belegung einen mit der inneren Belegung verbundenen Leiter bis zur Berührung

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II. § 628.

nähert, nicht mit einem Schlage erfolgt, wenn der Leiter jenem Punkte bis zur Schlagweite genähert ist, sondern dass die gesammte Entladung aus einer Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Die erste Entladung findet in der Schlagweite der Batterie statt; die Dichtigkeit der Elektricität auf den genäherten Stellen wird dadurch vermindert, so dass bald keine Elektricität mehr überspringen kann; kommt dann bei der stetigen Annäherung des mit der inneren Belegung verbundenen Leiters derselbe in die der rückständigen Ladung entsprechende Entfernung, so tritt eine neue Entladung ein und so fort bis zur Berührung, in welcher die Batterie vollständig entladen wird. Die auf angegebene Weise stattfindende Entladung hat also eine Dauer, welche von der Schnelligkeit abhängt, mit welcher die mit den beiden Belegungen der Batterie verbundenen Leiter einander genähert werden.

Aber auch die erste Entladung in der Schlagweite geschieht nicht momentan, nicht mit einem Schlage gleichen sich die aus der Batterie verschwindenden Elektricitäten aus, sondern auch diese Ausgleichung erfolgt nach und nach. Denn würde die Entladung momentan sein, d. h. würden mit einem Schlage die sich in der Schlagweite ausgleichenden Elektricitäten überspringen, so dürfte, da die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens unabhängig ist, auch der Rückstand in der Batterie nicht von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens abhängig sein. Das ist aber nach den Versuchen von Riess[1]) und Feddersen[2]) der Fall; es ergibt sich aus denselben, dass der Rückstand der Batterie um so grösser ist, je grösser der Widerstand ist, welchen der Schliessungsbogen der Bewegung der Elektricitäten entgegensetzt. Riess schaltete in den Schliessungsbogen der Batterie in der §. 41 angegebenen Weise die dort beschriebene Wasserröhre ein, und verfuhr dann ganz in der soeben angegebenen Weise bei Benutzung derselben Batterie. Die Resultate seiner Versuche enthält folgende Tabelle

Flaschenzahl s	Schlagweite d	Elektricitätsmengen		$\frac{q'}{q}$
		vor der ersten Entladung q	nach der ersten Entladung q'	
3	1	6	3,5	0,583
	2	10,5	7	0,666
	3	14,5	10,5	0,724
4	1	8	4,5	0,562
	2	14	9	0,642
	3	19,5	13,5	0,692
5	1	11	5	0,454
	2	19	11,7	0,616
	3	26	17	0,653

1) *Riess;* Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II. §. 634.
2) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CIII.

Während also bei ganz metallischem Schliessungsbogen 0,844 der ursprünglichen Ladung verschwunden waren, sind aus derselben Batterie, bei derselben Ladung nur 0,621 der Ladung verschwunden, wenn in den Schliessungsbogen eine Wasserröhre von 10,17 Mm. Weite und 22,5 Cent. Länge eingeschaltet wurde. Der Rückstand war also ungefähr dreimal so gross als vorher. Noch viel bedeutendere Rückstände fand Feddersen, als er grössere Widerstände einschaltete. Feddersen untersuchte die Schlagweite, indem er nach der ersten Entladung die Kugeln des Funkenmikrometers bis zur zweiten Entladung näherte. Wenn man dann die Schlagweiten der Dichtigkeit der Elektricität in den Batterien proportional setzt, eine Annahme, welche bei den Versuchen Feddersens, wo die kleinste Schlagweite immer mehr als 2^{mm} betrug, und die verglichenen Schlagweiten nur sehr wenig verschieden waren, durchaus gestattet ist, so ist der Quotient der zweiten und ersten Schlagweite gleich dem Bruchtheile der bei der ersten Entladung in der Batterie zurückgebliebenen Elektricität. Bei Einschaltung einer Wasserröhre von 240^{mm} Länge und 1^{mm} Dicke fand Feddersen einen je nach der Stärke der Ladung allerdings verschiedenen, zum mindesten aber die Hälfte der ursprünglichen Ladung betragenden Rückstand. Bei einer Wassersäule von 2830^{mm} Länge und 1^{mm} Dicke betrug der Rückstand nach der ersten in der Schlagweite stattgefundenen Entladung sogar 0,97 der ursprünglichen Ladung, so dass nur 0,03 derselben verschwunden waren.

Daraus folgt mit Nothwendigkeit, dass nicht mit einem Schlage bei der Entladung die Elektricitäten sich ausgleichen, sondern dass die Entladung nur nach und nach vor sich geht, denn nur so ist es möglich, dass die Menge der ausgeglichenen Elektricität mit der Beschaffenheit des Schliessungsbogens sich ändert. Wheatstone und Feddersen haben nun auch in der That nachgewiesen, dass die Entladung eine messbare Zeit dauert, und dass die Dauer der Entladung je nach Beschaffenheit des Schliessungsbogens verschieden ist. Die von beiden Beobachtern angewandte Methode ist im wesentlichen dieselbe, beide beobachteten den Entladungsfunken mit einem rotirenden Spiegel.

Lässt man vor einem leuchtenden Punkte einen ebenen Spiegel rotiren, so scheint das Spiegelbild in demselben einen Bogen zu beschreiben, welcher im Winkelmaass doppelt so gross ist als der Winkel zwischen den beiden Stellungen, bei welchen der Punkt beginnt und aufhört gespiegelt zu werden. Ist die Rotation des Spiegels langsam, so sieht man beim Hineinblicken in den Spiegel den leuchtenden Punkt nach und nach an den verschiedenen Stellen des Sehfeldes; ist dagegen die Rotation des Spiegels rasch, so sieht man wegen der Dauer des Lichteindruckes im Auge das Sehfeld von einer leuchtenden Linie durchschnitten. Leuchtet der Punkt jedoch nur kurze Zeit, fängt er später an zu leuchten als die Stelle, wo er sich befindet, dem Beobachter im Spiegel sichtbar wird, und hört er früher auf zu leuchten,

als die Stelle aufhört sichtbar zu sein, so wird die leuchtende Linie nicht das ganze Sehfeld durchschneiden, sondern nur einen Theil desselben, sie wird länger oder kürzer sein, je nach der grösseren oder kleineren Leuchtdauer des Funkens. Aus der Länge der Funkenlinie und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels kann man dann die Leuchtdauer des Funkens berechnen. Beträgt z. B. die Länge der Funkenlinie im Winkelmaass α^0, so folgt daraus, dass der Funke so lange Zeit leuchtete, als der Spiegel brauchte, um $\frac{\alpha}{2}$ Grad bei seiner Drehung zurückzulegen. Wenn nun der Spiegel in der Secunde n Rotationen machte, so brauchte er, um den Weg von $\frac{\alpha}{2}$ Grade zurückzulegen, die Zeit

$$\frac{\alpha}{2 \,.\, n \,.\, 360}.$$

Wheatstone[1]) unterbrach nun den metallischen Schliessungsbogen einer Batterie an einer Stelle, befestigte an den Enden der Theile kleine Kugeln und entfernte dieselben etwa 2^{mm} von einander, während die Schlagweite der Batterie mehr als das Doppelte betrug. Wenn nun die Batterie sich entlud, sprang an dieser Stelle des Schliessungsbogens ein Funke über, dessen Leuchtdauer gleich der Dauer der Entladung der Elektricitäten war. In der Nähe dieser Stelle war ein kleiner ebener Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Richtung, in welcher der Funke übersprang, parallele Axe rotirte. Als der Spiegel nur langsam rotirte, erschien der überspringende Funke als eine scharfe, die beiden Kugeln verbindende helle Linie; als aber der Spiegel rascher rotirte, wurde diese helle Linie in die Breite gezogen, und bei 800 Rotationen erschien sie als ein Lichtband, dessen Breite ungefähr 24^0 betrug. Die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes beträgt demnach

$$\frac{24}{2 \,.\, 800 \,.\, 360} = 0{,}000042 \text{ Secunde.}$$

Feddersen hat eine Reihe von Untersuchungen angestellt, um die Dauer einer Entladung zu bestimmen. Bei der ersten[2]) wandte er im wesentlichen das Verfahren von Wheatstone an, um die Entladungsdauer eines Stromes zu bestimmen, in dessen Schliessungsbogen Flüssigkeiten eingeschaltet waren. Er fand die Dauer der Entladung um so grösser, je grösser der Widerstand des Schliessungsbogens ist, und bei verschiedenen Batterien um so grösser, je grösser die elektrische Oberfläche der Batterie ist. Als er eine Leydener Flasche bis zu 10^{mm} Schlagweite lud, fand er die Dauer bei Einschaltung eines 9^{mm} langen, 1^{mm} dicken Wasserrohres gleich 0,0014 Secunden, bei Einschaltung eines Wasserrohres von 180^{mm} Länge

1) *Wheatstone,* Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

2) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CIII.

und 1mm Dicke gleich 0,0183, also ungefähr 14mal so gross. Bei denselben Widerständen fand er, als eine Batterie von zwei der vorigen gleichen Flaschen zu derselben Schlagweite geladen war, 0,0020 und 0,0310 Secunden.

Bei seinen späteren Untersuchungen änderte Feddersen [1]) seine Methode wesentlich ab, indem er an Stelle eines rotirenden Planspiegels einen rotirenden Hohlspiegel anwandte. In einer dem Radius des Hohlspiegels gleichen Entfernung, und etwas über dem Mittelpunkt desselben war die Stelle des Schliessungsbogens angebracht, an welcher der Funke übersprang. War die spiegelnde Fläche dem Funken zugewandt, so bildete sich deshalb etwas unterhalb des Funkens selbst bei ruhendem Spiegel das reelle Bild des Funkens. Dasselbe wurde auf einer matten Glastafel aufgefangen, damit es von allen Seiten gesehen werden konnte. Wenn nun der Spiegel rotirte, so wurde das reelle Bild gerade so in die Breite gezogen, wie das virtuelle Bild in dem rotirenden ebenen Spiegel. Mit Hülfe einiger geometrischer Sätze, welche wir hier wohl nicht näher zu entwickeln brauchen, lässt sich dann aus der Breite des Bildes und der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes berechnen.

Ein Theil des Rotationsapparates von Feddersen war in den Schliessungsbogen selbst eingeschaltet, so dass jedesmal dann, wenn der Spiegel dem Funkenapparate zugewandt war, die geladene Flasche entladen wurde. Die Breite des Bildes auf der Glastafel wurde dann entweder dadurch bestimmt, dass die Stelle, welche das Bild bedeckt hatte, mit einem Maassstabe ausgemessen wurde, oder dass man Papierstreifen von bekannter Breite auf die Glastafel klebte und mit diesen die Breite des Funkenbildes verglich. Bei späteren Versuchen ersetzte Feddersen auch die Glastafel durch eine präparirte photographische Platte von grosser Empfindlichkeit, auf welcher das Bild sich dann photographirte und nachher mit Ruhe ausgemessen werden konnte.

Mit Hülfe dieses Verfahrens kam Feddersen nun zu ganz überraschenden Resultaten. Zunächst bestätigte er die früher schon gefundenen Sätze, nämlich, dass wenn in den Schliessungsbogen überhaupt ein grosser Widerstand durch einen Flüssigkeitsfaden eingeschaltet war, die Dauer der Entladung mit der Grösse des Widerstandes zunahm, dass ferner die Dauer der Entladung mit der Grösse der Batterie bei gleicher Schlagweite zunahm, und dass ferner mit der Schlagweite die Dauer grösser wurde.

So fand Feddersen z. B. folgende Werthe, als der Widerstand des Schliessungsbogens gleich dem einer in Glasröhren eingeschlossenen Säule verdünnter Schwefelsäure von 1mm Dicke und folgenden Längen war:

---

1) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CXIII und CXVI.

2 Flaschen Widerst.	Dauer	6 Flaschen Widerst.	Dauer	8 Flaschen Widerst.	Dauer	16 Flaschen Widerst.	Dauer
mm	"	mm	"	mm	"	mm	"
41	0,00002	25	0,00003	18	0,00004	14	0,00006
71	0,000035	48	0,00006			25	0,00010.
		71	0,00008				

Wurde indess nun von dem kleinsten der bei jeder Versuchsreihe beobachteten Widerstände der Widerstand des Schliessungsbogens noch weiter verkleinert, so nahm die Dauer der Entladung wieder bedeutend zu, und sie wurde am grössten bei kurzem metallischen Schliessungsbogen von sehr kleinem Widerstande. So erhielt Feddersen folgende Werthe bei kurzem metallischen Schliessungsbogen, welche zugleich die Abhängigkeit der Dauer von der Schlagweite und Oberfläche der Batterie nachweisen.

Zahl der Flaschen	Schlagweite Mm.	Dauer Secunden
1	1,5	0,00004
	3,75	0,00007
	6,65	0,00010
	10,00	0,00015
2	1,5	0,00006
	3,75	0,00014.

Wie man sieht, ist die Dauer der Entladung nach diesen Beobachtungen bedeutend grösser bei kurzem metallischen Schliessungsbogen, als bei Einschaltung grosser Widerstände.

Aus den mitgetheilten Erfahrungen über die Dauer der in der Schlagweite stattfindenden Entladung lassen sich nun wichtige Schlüsse ziehen über den Mechanismus der Entladung, es folgt daraus, dass die Entladung in der Schlagweite im allgemeinen ebenfalls aus einer Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Da nämlich die Schlagweite einer Batterie nur von der Dichtigkeit der Elektricität an den Stellen des überspringenden Funkens abhängt, so zwar, dass der mit der Batterie verbundene und dann von ihr getrennte Leiter dieselbe Schlagweite besitzt, so folgt, dass zunächst bei der Entladung nur der Schliessungsbogen selbst entladen wird. In Folge dieser Entladung kann sich dann von der inneren Belegung wieder Elektricität über den Schliessungsbogen verbreiten, und ist dann die Dichtigkeit an den Stellen, wo der Funke überspringt, wieder hinreichend, so springt ein neuer Funke über und so fort, bis die in der

Batterie vorhandene Elektricitätsmenge die Dichtigkeit an der Entladungsstelle nicht mehr so weit steigern kann, dass noch ein Funke übertreten kann.

Ehe wir diese Hypothese über den Vorgang der Entladung mit den aufgestellten Gesetzen vergleichen, müssen wir zunächst eine Schwierigkeit wegräumen, welche dieselbe auf den ersten Blick für unmöglich erscheinen lässt. Wir sahen nämlich, jeder elektrischen Dichtigkeit entspricht eine bestimmte Schlagweite; durch die erste Partialentladung wird nun die elektrische Dichtigkeit der Batterie um eine gewisse Grösse vermindert, so dass sie an den Stellen, wo die Entladung stattfindet, nie wieder die frühere werden kann. Es würde deshalb der ersten Entladung ohne Verringerung der Schlagweite durchaus keine zweite folgen können. Wir haben indess in den Versuchen von Harris bereits den Beweis gesehen, dass die Schlagweite einer Batterie grösser wird, wenn die Luft zwischen den Kugeln des Funkenapparates verdünnt ist. Wir werden nun später den Beweis liefern, dass die elektrische Entladung, welche die Luft durchbricht, dieselbe zugleich nach den Seiten treibt, so stark, dass leichte Körper dadurch fortgeblasen werden können. Daraus folgt also, dass nach der ersten und der folgenden Partialentladung zwischen den Kugeln ein luftverdünnter Raum ist, es können also bei neuer Ladung des Leiters, selbst bei geringerer Dichte der Elektricität neue Entladungen stattfinden, und zwar so lange, als die Schlagweite der Batterie dieser verdünnten Luft entspricht.

Die Möglichkeit der Partialentladungen ergibt sich daraus mit Sicherheit; ihre wirkliche Existenz ist nun später auch von Feddersen [1]) nachgewiesen worden; er sah nämlich bei Betrachtung des Funkens im rotirenen Spiegel mehrfach, dass sich das in die Breite gezogene Bild des Funkens wie Fig. 72 in einzelne helle einander parallele Linien auflöste, welche


Fig. 72.



anfangs näher beisammen, später weiter von einander standen. Jeder dieser hellen Linien entspricht ein besonderer überspringender Funke, so dass also bei diesen Entladungen, welche Feddersen intermittirende nennt, die Partialentladungen aus einzelnen überspringenden Funken bestehen. In anderen Fällen beobachtete Feddersen diese einzelnen Funken nicht, dann schien nach dem ersten einleitenden scharf als Linie auftretenden Funken das ganze Bild schwach, aber mit abnehmender Stärke leuchtend. Die

1) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CIII.

Partialentladungen bestanden dann also nicht aus einzelnen scharf getrennten Funken, sondern aus einem mehr gleichmässigen Ueberströmen der Elektricität. Letztere Art der Entladung trat bei relativ geringeren Widerständen leichter auf, sie war dann aber oft, wie Fig. 73 zeigt, mit einzelnen Funken untermischt, die dann wieder gegen das Ende der Entladung immer weiter von einander entfernt waren.

Fig. 73.

Die von Feddersen angegebenen Gesetze, sowie die von Riess und Feddersen gemachte Beobachtung über die Grösse des Rückstandes, ergeben sich, wenn wir zunächst die Schliessungsbogen von grösserem Widerstande beachten, unmittelbar. Zunächst nimmt die Dauer der Entladung bei gleichem Schliessungsbogen und gleicher Schlagweite mit der Grösse der Batterie, also mit der Menge der Elektricität zu. Da wir sahen, dass die Partialentladungen jedesmal dann eintreten, wenn die Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens die erforderliche elektrische Dichtigkeit erhalten hat, so wird bei gleicher Dichtigkeit, aber grösserer Elektricitätsmenge in der Batterie die Zahl der Partialentladungen zunehmen, und deshalb die Dauer der gesammten Entladung eine grössere sein müssen, da man nach den Versuchen von Riess annehmen darf, dass jedesmal nach beendigter Gesammtentladung in der Batterie derselbe Bruchtheil der ursprünglichen Ladung zurückbleibt. Je grösser daher die disponible Elektricitätsmenge ist, um so häufiger wird der Schliessungsbogen die zur Entladung erforderliche Dichtigkeit erhalten.

Die Dauer der Entladung nimmt bei gleicher Batterie und gleichen Schliessungsbogen mit der Schlagweite, aber nur langsam zu. Daraus würde zu folgern sein, dass der Rückstand in der Batterie um so kleiner wird, je grösser die Schlagweite ist, denn dann würde mit der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie ebenfalls die Zahl der Partialentladungen zunehmen. In der That hat Feddersen dieses nachgewiesen. Der Rückstand der Batterie nahm in einem Falle [1]) ab von 0,63 bis 0,5, als die Schlagweite von 3,8 auf 8,30 Millim. zunahm. Andererseits scheint nach den Beobachtungen von Feddersen die zwischen zwei Partialentladungen liegende Zeit abzunehmen, so dass aus beiden zusammen eine nur geringe Zunahme der Dauer der Gesammtentladung folgt.

Der Einfluss vergrösserten Widerstandes auf die Entladung ist ein doppelter; zunächst muss die Zwischenzeit zwischen zwei Entladungen wachsen, da die Elektricität grössere Zeit nothwendig hat, um an die Stellen zu kommen, an welchen der Funke überspringt. In der That fand

1) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CIII.

Feddersen in einem Falle bei Verdreifachung eines eingeschalteten Widerstandes den Zeitabstand zwischen zwei Partialentladungen auf das Achtfache wachsen. Zugleich aber muss mit der Grösse des Widerstandes die Zahl der Partialentladungen eben wegen des grösseren Zeitabstandes abnehmen. Denn nach jeder Partialentladung wird durch den Druck der umgebenden Luft in den Funkenkanal Luft hineingetrieben werden, durch die folgende Partialentladung wird, da sie schwächer ist als die vorhergehende, nur ein Theil dieser Luft wieder fortgetrieben, die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal nimmt deshalb allmählich wieder zu. Je weiter nun der Zwischenraum zwischen zwei Partialentladungen ist, um so rascher muss deshalb die Dichtigkeit der Luft wieder zunehmen. Da nun die Partialentladungen aufhören, wenn die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal so gross ist, dass bei der an den Enden des Schliessungsbogens vorhandenen elektrischen Dichtigkeit der Funke nicht mehr überspringen kann, so folgt, dass bei vergrössertem Widerstande des Schliessungsbogens die Partialentladungen früher aufhören müssen. Deshalb ist der Rückstand in der Batterie grösser. Bei sehr grossem Widerstande wird es dann vorkommen können, dass letzterer Einfluss überwiegt, dann wird die Dauer der Entladung wieder kleiner werden.

Die eigenthümlichen Beobachtungen Feddersen's, dass bei Verkleinerung des Widerstandes von einem gewissen Widerstande an, den er Grenzwiderstand nennt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, und zwar um so mehr, je kleiner der Widerstand des Schliessungsbogens wird, lassen sich mit dem Vorigen nicht vereinigen. Feddersen wurde dadurch dazu geführt, die Entladung bei kleinerem Widerstande des Schliessungsbogens als eine ganz andere anzusehen, die er oscillirende nennt, bei welcher nämlich durch den Schliessungsbogen der Batterie nicht nur ein Strom oder eine Anzahl gleichgerichteter Partialströme hindurchgehen, bei welcher vielmehr ein Hin- und Herfliessen von Elektricität stattfindet, der Strom abwechselnd von der inneren zur äusseren und wieder zu der inneren Belegung zurückfliesst und so fort.

Man hat sich nach Feddersen[1]) diesen Vorgang so zu denken, dass die Elektricität im Schliessungsdraht sich nicht nur so lange bewegt, bis die disponible Ladung verschwunden, also die Hälfte der positiven Elektricität von der inneren zur äusseren und die Hälfte der negativen Elektricität zur inneren Belegung geflossen ist, sondern dass sie in Folge eines gewissen Beharrungsvermögens sich auch, nachdem so die bewegende Kraft aufgehört hat, noch weiter bewegt. Daraus wird dann folgen, dass die Batterie jetzt neuerdings geladen wird und zwar entgegengesetzt wie früher; ist diese Ladung soweit vorgeschritten, dass die auf den Belegungen neuerdings angesammelte Elektricität in Folge ihrer abstossenden Kraft den

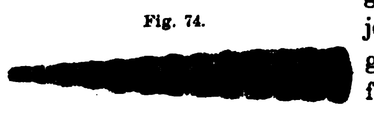
1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

fernern Zufluss hindert, so tritt momentane Ruhe ein, und auf diese folgt dann ein Zurückströmen der Elektricität, eine Entladung der neuen Ladung, welche eine der frühern Ladung entgegengesetzte Richtung hat. Nach dem Schlusse dieser Entladung wird sich der Vorgang wiederholen und so fort, so dass ein Hin- und Herströmen der Elektricität im Schliessungsdrahte stattfindet. Wenn der Schliessungsbogen ganz ohne Widerstand wäre, dann würden diese Oscillationen niemals aufhören, da dann jede neue Ladung mit der vorhergehenden gleiche Stärke haben müsste, um die Bewegung der Elektricität aufhören zu machen; da nun aber jeder Leiter der Bewegung der Elektricität einen Widerstand entgegensetzt, so wird dadurch die Bewegung der Elektricität gemindert, und deshalb ist jede folgende Ladung schwächer als die frühere. Daraus folgt dann, dass nach einiger Zeit die Bewegung der Elektricität aufhört, dass also nur eine bestimmte Zahl von Oscillationen stattfindet. Die Zahl dieser Oscillationen wird abnehmen mit zunehmendem Widerstande des Leiters, und es wird einen gewissen Widerstand geben, wo überhaupt keine Oscillation mehr stattfindet, dann wird die einfache von uns bisher betrachtete Entladung eintreten, deren Grösse dann mit der Grösse des Widerstandes zunimmt.

Dass also, wenn der Widerstand unter den vorhin erwähnten Grenzwiderstand hinabsinkt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, hat seinen Grund darin, dass eine Anzahl von Entladungen eintritt, deren jede einzelne gleichwerthig ist mit der Entladung bei grösserem Widerstande, aber von kürzerer Dauer ist.

Die Betrachtung des Funkenbildes auf der matten Glasplatte bestätigte diese Theorie. Bei Anwendung eines Schliessungsbogens von kleinem Widerstande erhielt Feddersen das Funkenbild Fig. 74, eine Anzahl heller Streifen getrennt durch mehr oder weniger dunkele Zwischenräume. Die Rotationsgeschwindigkeit war dabei viel kleiner als jene, welche die Bilder Fig. 72 und 73 gab. Die Breite der einzelnen hellen Streifen beweist deshalb schon, dass dieselben nicht den dort abgebildeten Partialentladungen entsprechen.

Fig. 74.



Wurde nun der Widerstand des Schliessungsbogens vergrössert, so nahm die Zahl der Streifen ab, ohne dass, natürlich bei gleichbleibender Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels, die Breite der einzelnen Streifen vergrössert wurde. Bei einem bestimmten, je nach der Grösse der angewandten Batterie verschiedenen Widerstande zeigte sich nur ein Streifen mehr, und bei fernerer Vergrösserung nahm dann in der vorher angegebenen Weise die Breite des einzelnen Streifens zu. So fand Feddersen z. B. bei Entladung einer Flasche und den in Längen einer 1^{mm} dicken Säule von verdünnter Schwefelsäure angegebenen Widerständen:

Widerst.	Zahl der Streifen	Breite	Widerst.	Zahl der Streifen	Breite
mm		mm	mm		mm
7	6	3 — 4	58	1	3 — 4
9	5	dieselbe	72	1	5
12	4	„	91	1	7
19	3	„	105	1	10
35	2	„	1000	1	40

Bei 58^{mm} Widerstand trat immer nur ein Streifen auf, der von da an mit wachsendem Widerstande breiter wurde.

Ein genaueres Studium der oscillirenden Entladung wurde Feddersen dadurch möglich, dass er das Funkenbild anstatt auf einer matten Glasplatte auf einer photographisch präparirten Platte auffing und es so fixirte[1]). Aus der Messung der Breite der Funkenbilder und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit sowie den Abständen des Funkens und des Bildes vom Spiegel konnte er dann direct die Dauer der einzelnen Oscillationen sowie die Abhängigkeit der Oscillationsdauer von den verschiedenen Umständen bestimmen. Es wurde zu dem Ende stets die Breite einer Anzahl von unter denselben Verhältnissen erhaltenen Streifen gemessen, und die so erhaltene Breite durch die Anzahl der Streifen dividirt.

Aus diesen Versuchen ergab sich zunächst, dass bei gegebener Batterie und gegebenem Schliessungsbogen die Oscillationsdauer unabhängig war von der in der Batterie aufgehäuften Elektricitätsmenge, also von der Höhe der Ladung. So fand Feddersen, als eine Batterie von 10 Flaschen durch einen kurzen Schliessungsbogen entladen wurde

	bei 4^{mm} Schlagweite	8^{mm} Schlagweite
die Dauer gleich	0,00000304 Secunde	0,00000305 Secunde;

als 16 Flaschen durch einen langen Schliessungsbogen entladen wurden

	bei $1,5^{mm}$ Schlagweite	9^{mm} Schlagweite
die Dauer gleich	0,0000511 Secunde	0,0000514 Secunde.

Bei gegebener Leitung zeigte sich dagegen, wenn eine verschiedene Anzahl von Flaschen gleicher Grösse entladen wurde, die Dauer der Oscillationen der Quadratwurzel aus der Anzahl der Flaschen proportional, also

$$t = a \cdot \sqrt{s},$$

wenn t die Dauer der Oscillation, s die Zahl der Flaschen und a eine von der Beschaffenheit der Flaschen abhängige Constante bedeutet.

So ergab sich bei einem Schliessungsbogen, dessen Länge $161,3^{m}$ lang war, folgende Oscillationsdauer:

1) *Feddersen,* Poggend. Ann. Bd. CXVI.

Flaschenzahl	Oscillationsdauer in Secunden beobachtet	berechnet
16	0,0000446	0,0000445
8	0,0000314	0,0000315
4	0,0000224	0,0000222
2	0,0000156	0,0000157.

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind mit dem aus den vier Beobachtungen sich ergebenden Mittelwerthe für $a = 0{,}000011125$ berechnet.

Bei Leitungen verschiedener Länge zeigte sich die Dauer der Oscillationen mit zunehmender Länge des Schliessungsbogens vergrössert, ohne dass sich jedoch ein einfaches Gesetz dafür ergab. So erhielt Feddersen unter andern folgende Werthe bei Entladung einer Batterie von 10 Flaschen

Länge des Schliessungsbogens in Meter	Oscillationsdauer in Secunden
5,26	0,00000132
25,26	0,00000410
65,26	0,00000753
115,26	0,00000935
317,0	0,0000177
1343	0,0000398.

Ausserdem hängt die Oscillationsdauer von der Art und Weise ab, wie die Drähte des Schliessungsbogens gegen einander gelagert sind, da davon die im letzten Kapitel dieses Bandes zu besprechende Induction der Leiter auf einander abhängig ist.

Die Deutung Feddersen's, dass die beobachteten Erscheinungen als hin und hergehende aufzufassen seien, dass also zunächst die positive Elektricität bei positiver Ladung von innen nach aussen sich bewegt, dann wieder von aussen nach innen, stimmt vollständig mit der Theorie der Entladung überein.

Zunächst hat Helmholtz [1]) die Nothwendigkeit einer solchen Entladungsweise aus den Wärmewirkungen des Entladungsschlages und dem Principe der Erhaltung der Kraft vorausgesagt; wir werden darauf demnächst zurückkommen.

Ferner haben W. Thomson [2]) und Kirchhoff [3]) bei einer Untersuchung über die Elektricitätsbewegung dasselbe gezeigt.

Kirchhoff weist nach, dass bei einem Strome derart, wie ihn die Leydener Flasche liefert, die Bewegung der Elektricität bei kleinen Widerständen eine oscillirende, bei grossen eine einfach fortschreitende nach Art der geleiteten Wärme sein muss. Er gelangt nämlich zu folgendem Aus-

1) *Helmholtz,* Die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. p. 44.
2) *W. Thomson,* Philosophical Magazin. 4. Series. vol. V.
3) *Kirchhoff,* Poggend. Ann. Bd. C, CXI, CXXI.

drucke [1]) für die auf der innern Belegung der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge Q

$$Q = e^{-ht}\left(A \,.\, \cos \pi \frac{t}{T} + B \,.\, \sin \pi \frac{t}{T}\right),$$

worin t die Zeit von dem Beginne einer Entladung, h eine von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens abhängige Constante, und T die Oscillationsdauer ist. A und B sind zwei Constante.

Für T ergibt die Theorie, so lange der Schliessungsbogen constant ist, einen reellen, kleinen Werth, welcher der Quadratwurzel aus der zu entladenden Fläche proportional ist, und der etwas rascher wächst als die Länge des Schliessungsbogens.

Ist der Widerstand des Schliessungsbogens sehr gross, so wird T imaginär, und es tritt die andere Entladungsart ein.

Ist T reell, so ergeben sich für Q die Werthe

$$Q = A \text{ für } t = 0,$$

so dass also A die ursprünglich der Batterie gegebene Ladung bedeutet; bezeichnen wir dieselbe mit Q_0, so wird

$$\begin{aligned} Q &= -Q_0\, e^{-hT} && \text{für } t = T \\ Q &= Q_0\, e^{-2hT} && \text{„ } t = 2T \\ Q &= -Q_0\, e^{-3hT} && \text{„ } t = 3T \\ Q &= Q_0\, e^{-4hT} && \text{„ } t = 4T \end{aligned}$$

u. s. w.

oder es muss nach der ersten Oscillation die innere Belegung negativ geladen sein, nach der zweiten, in welcher die positive Elektricität zurückkehrte, wieder positiv u. s. f. oder nach irgend einer ungeraden Zahl von Oscillationen muss die Flasche ihrer ursprünglichen Ladung entgegengesetzt geladen sein, während nach irgend einer Anzahl geraden Oscillationen die Ladung das ursprüngliche Vorzeichen haben muss. Die Stärke dieser Ladungen muss in einer geometrischen Reihe abnehmen.

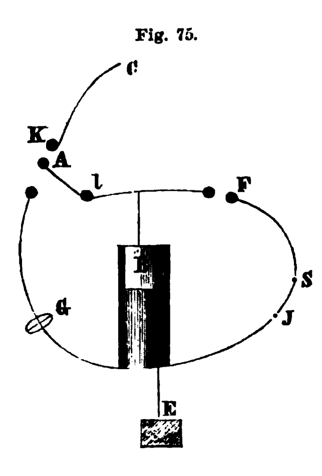
Da man die Entladungen nicht willkührlich unterbrechen kann, so ist es nicht möglich, diesen Gang der Ladungen der Batterie wirklich zu constatiren, indess muss es doch wenigstens möglich sein zu zeigen, dass nach einer Entladung der ursprünglich positiv geladenen Batterie in derselben eine negative Ladung vorhanden sein kann. Das ist nun in der That Oettingen [2]) gelungen; die von ihm benutzte Einrichtung zeigt schematisch Fig. 75. Durch den mit dem Conductor der Elektrisirmaschine in Verbindung stehenden Draht CK, an welchem bei der Ladung die Kugel A anlag, wurde die Batterie B geladen, bis in dem Schliessungsbogen $BFSJ$, welcher bei F ein Funkenmikrometer enthielt, das für

---

1) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. CXXI. p. 554.
2) *v. Oettingen*, Poggend. Ann. Bd. CXV.

eine beliebige Schlagweite gestellt werden konnte, die Entladung eintrat. In dem Momente der Entladung wurde dann die Kugel A, welche an dem Drahte CA befestigt war, herabgedrückt, so dass der Schliessungsbogen BCG ohne Funkenstrecke geschlossen war. In diesem Schliessungsbogen trat dann die Entladung des nach der ersten Entladung in der Flasche enthaltenen Rückstandes ein. Die Richtung des Stromes der positiven Elektricität in diesem Schliessungsbogen gab dann die Art der Ladung der Batterie nach der ersten Entladung an. Die Richtung des Stromes erkannte man an der Bewegung der Nadel des bei G in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometers, und die Menge der entladenen Elektricität an der Grösse des Ausschlages, welchen die Nadel des Galvanometers erhielt.

Fig. 75.



Auf diese Weise gelang es Oettingen die Existenz negativer Rückstände nachzuweisen, und so einen neuen Beweis dafür zu liefern, dass entsprechend den theoretischen Untersuchungen von Kirchhoff bei nicht zu grossen Widerständen und nicht zu kleiner Schlagweite die Entladungen im allgemeinen oscillirende sind.

Einen ebenso eclatanten Beweis für die Existenz dieser Entladungsart hat schliesslich Paalzow [1]) gegegen, der die beiden Entladungsströme entgegengesetzter Richtung direct sichtbar machte, indem er in den Schliessungsbogen eine Geissler'sche Röhre einschaltete und diese dem Einfluss eines Magnetes aussetzte. Die dann auftretenden Erscheinungen werden wir im letzten Kapitel besprechen [2]).

§. 44.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität. An die im vorigen Paragraphen behandelte Frage über die Dauer des elektrischen Zustandes eines Schliessungsbogens knüpft sich sofort die Frage über die Schnelligkeit, mit welcher sich derselbe in dem Schliessungsbogen fortpflanzt. Der erste Versuch, dieselbe zu bestimmen, rührt von Watson her [3]), welcher die Erfahrung dazu benutzte, dass ein durch unseren Körper hindurchgehender elektrischer Strom uns einen deutlich fühlbaren Schlag ertheilt. Er spannte auf trocknen Holzpfosten einen Draht von $374{,}2^m$

---

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXII.

2) Man sehe im letzten Kapitel §. 125. Einfluss des Magnets auf das elektrische Licht.

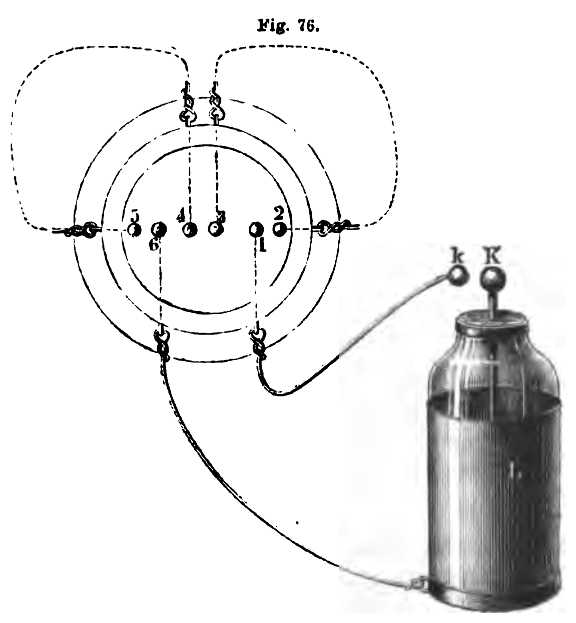
3) *Watson*. Man sehe Fischer's Geschichte der Physik. Bd. V. p. 515 ff.

Länge aus, so dass seine beiden Enden und seine Mitte in demselben Zimmer waren. Die Mitte des Drahtes war durchschnitten und die leitende Verbindung zwischen den Theilen dann durch den Körper des Beobachters hergestellt. Das eine Ende war mit der inneren Belegung in Verbindung, und das andere Ende wurde der äusseren Belegung genähert, bis ein Funke übersprang. Der Beobachter sah also den überspringenden Funken und fühlte den Schlag; es gelang aber nicht, diese Empfindungen als zeitlich verschieden wahrzunehmen.

Wheatstone [1]) nahm diese Frage bei Gelegenheit des vorhin erwähnten Versuches wieder auf, und es gelang ihm unter Anwendung des rotirenden Spiegels und eines Drahtes von 804 Meter Länge zu zeigen, dass der elektrische Zustand Zeit braucht, um sich fortzupflanzen.

Von einem circa $1{,}5^{mm}$ dicken Kupferdraht wurden 20 Stücke von 36,576 Meter Länge neben einander isolirt ausgespannt, und je zwei Enden mit Ausnahme der beiden mittelsten mit einander verbunden, so dass die sämmtlichen Drähte zwei Längen von 402 Meter bildeten. Die beiden Enden jeder dieser Längen waren mit Kugeln versehen, welche isolirt von einander auf einem einzigen Brette, dem Funkenbrette Fig. 76 befestigt waren. Mit Kugel 2 wurde der Anfang des einen Drahtstückes, mit Kugel 3 das Ende desselben, mit Kugel 4 der Anfang des zweiten Drahtes, mit Kugel 5 das Ende dieses Drahtes in Verbindung gesetzt. Die Kugel 1 war dann durch einen Draht mit einer Kugel *k* verbunden, welche dem Knopfe der Leydener Flasche gegenüberstand, während die Kugel 6 mit der äusseren Belegung der Batterie *L* verbunden war. Der Abstand der Kugel *k* vom Knopfe ist grösser als die Abstände der Kugeln 1—2, oder 3—4, oder 5—6. Wenn nun die Flasche bis zu einer bestimmten Dichtigkeit, welche der Schlagweite *kK* entspricht, geladen ist,

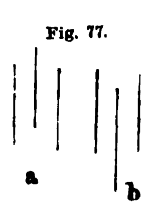
Fig. 76.



1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

so tritt, wie wir bereits früher sahen, trotz der dreimaligen Unterbrechung des Schliessungsbogens die Entladung ein, und der positive Strom geht von k nach 1, dort springt ein Funken über nach 2, von dort geht der Strom durch 402 Meter Draht nach 3, springt als Funke nach 4, geht wieder durch 402 Meter Draht nach 5 und als Funke nach 6, von wo er zur äusseren Belegung der Batterie kommt. Wie man sieht, springen also auf dem Funkenbrett drei Funken, welche in gerader Linie neben einander liegen, über, als Anfang, Mitte und Ende des Stromes. Diesem Funkenbrett gegenüber war nun der Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Linie 5—2 parallele Axe rotirte. Wenn man nun in einer bestimmten Richtung in den ruhenden oder nur langsam rotirenden Spiegel sah, so beobachtete man drei Funken, welche in einer geraden Linie lagen. Als indess der Spiegel in einer Secunde 800 Umdrehungen machte, da erschienen die Funken als drei in die Breite gezogene Lichtstreifen, deren mittlerer gegen die beiden äusseren verschoben war, entweder wie Fig. 77 a, oder wenn der Spiegel entgegengesetzt rotirte wie 77 b. Es ergab sich daraus, dass der mittlere Funke später zu leuchten begann und später zu leuchten aufhörte, als die Funken an den Enden des Drahtes.

Fig. 77.



Die Grösse der Verschiebung schätzte Wheatstone auf 0,5°, so dass also der mittlere Funke um

$$\frac{0,5}{2 \cdot 800 \cdot 360} = 0,000000868 \text{ Secunden}$$

später leuchtete. Da nun der Funke zu leuchten beginnt, wenn der elektrische Strom beginnt, so folgt, dass der elektrische Zustand in der Mitte des Drahtes später beginnt als an beiden Enden, dass also der elektrische Zustand im Entladungsstrome, wie wir es auch bei demselben annahmen, gleichzeitig von den beiden Belegungen aus sich fortpflanzt. Der elektrische Strom ist also ein doppelter, er besteht in der gleichzeitigen, aber entgegengesetzt gerichteten Bewegung der beiden Elektricitäten.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektrischen Zustandes in dem von Wheatstone angewandten Drahte ergibt sich hiernach, da er 0,000000868 Secunden brauchte, um eine Drahtlänge von 402 Meter zu durchlaufen, zu

$$\frac{402000000000}{868} = 463133 \text{ Kilometer}$$

oder ungefähr 62500 Meilen in der Secunde.

Dieses Resultat kann nur ein angenähertes sein und nur den Beweis liefern, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität sehr gross und mit derjenigen des Lichtes vergleichbar ist; es würde aber nicht richtig sein, daraus mit Sicherheit schliessen zu wollen, dass sie in dem von Wheatstone angewandten Drahte grösser ist als jene des Lichtes, da von einer exacten Messung nach dieser Methode keine Rede sein kann.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in anderen Leitern

ist jedenfalls von dieser verschieden, wie sich schon aus den in den ersten Paragraphen angeführten qualitativen Versuchen über die verschiedene Leitungsfähigkeit ergibt. Wir werden deshalb berechtigt sein, eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den Leitern anzunehmen, welche eine verschiedene Entladungszeit des Stromes, oder die im vorigen Paragraphen nachgewiesene Verschiedenheit des Abstandes zweier Partialentladungen zur Folge hat. Es ist für die Darstellung der Wirkungen des elektrischen Stromes in vielen Fällen bequem, die Entladungszeit oder eine ihr proportionale Eigenschaft des Schliessungsbogens, den Leitungswiderstand, von Riess die Verzögerungskraft genannt, in Rechnung zu ziehen. Der Widerstand ist das Umgekehrte der Leitungsfähigkeit; denken wir uns einen Leiter, durch welchen in der Zeiteinheit die Elektricitätsmenge 1 hindurchfliesst, so wird ein anderer Leiter, durch welchen in derselben Zeit die Elektricität $^1/_2$ hindurchfliesst, den Widerstand 2 haben, wenn jener erste den Widerstand 1 hat. Bei Einschaltung des zweiten Leiters werden wir dann auch annehmen dürfen, dass die Dauer jeder einzelnen Entladung die doppelte ist; dass damit die Dauer der Gesammtentladung auch verdoppelt wird, ist keineswegs nothwendig, ja in der That nicht richtig, da der Abstand zweier Partialentladungen damit keineswegs verdoppelt wird.

Die Berechtigung zur Einführung dieses Widerstandes in die Betrachtung des Stromes liegt eben in der von Wheatstone nachgewiesenen Thatsache, dass der Strom eine gewisse Zeit zur Fortpflanzung braucht.

§. 45.

Der elektrische Rückstand in der Batterie. Wenn man eine elektrische Batterie dadurch entladet, dass man die innere und äussere Belegung mit einander in leitende Verbindung bringt, so wird auch dann die Batterie nicht vollständig entladen. Denn unterbricht man die Verbindung und stellt sie nach einiger Zeit wieder her, so findet eine zweite Entladung statt, der häufig wieder nach einiger Zeit noch eine dritte und selbst eine vierte Entladung folgen kann. Es folgt daraus, dass trotz der leitenden Verbindung der beiden Belegungen in der Batterie Elektricität zurückgeblieben ist, welche nicht auf den Leiter, der die Belegungen verband, übergehen konnte. Diese in der Batterie zurückgebliebene Elektricität nennt man den Rückstand.

Derselbe ist noch in anderer Weise zu erkennen. Ladet man eine Batterie und bringt den Knopf derselben sofort nach der Ladung mit einem Sinuselektrometer in Verbindung, so erkennt man an der Bewegung der Nadel desselben, dass die elektrische Dichtigkeit des Knopfes unmittelbar nach der Ladung sehr viel rascher abnimmt als einige Zeit später, sehr viel rascher, als sie in Folge der Zerstreuung der Elektricität in die Luft abnehmen kann.

Diese Beobachtung in Verbindung mit der vorigen beweist, dass in der Batterie unmittelbar nach der Ladung sich eine gewisse Elektricitätsmenge gewissermassen verbirgt, derart, dass in Folge dessen die Dichtigkeit der Elektricität, welche über die mit der inneren Belegung verbundenen Leiter verbreitet ist, bedeutend abnimmt, und dass sie bei einmaliger metallischer Verbindung der beiden Belegungen nicht mit entladen wird. Diese verborgene Elektricität tritt wieder hervor und kann entladen werden, wenn die Batterie entladen ist.

Kohlrausch [1]) hat in einer ausgedehnten Experimentaluntersuchung die Gesetze dieser Rückstandsbildung zu bestimmen gesucht, indem er mit grösster Sorgfalt die Dichtigkeit der Elektricität am Knopfe der Leydener Flasche mit dem Sinuselektrometer mass, sowohl gleich nach der Ladung als auch nachdem die Flasche einmal oder mehrmals ihrer entladbaren Elektricität, oder wie Kohlrausch diese nennt, der disponiblen Ladung beraubt war.

Schon früher war es bekannt, dass ein solcher Rückstand überhaupt nur auftritt bei Ansammlungsapparaten mit starren, niemals bei solchen mit luftförmigen Isolatoren; Kohlrausch hat dann gezeigt, dass die Grösse dieses Rückstandes wesentlich von der Beschaffenheit des starren Isolators abhängig ist und besonders, dass er abhängig ist von der Dicke desselben. Der Rückstand wird um so grösser, je dicker der Isolator ist.

Unter sonst gleichen Umständen ist der Rückstand, der also bei derselben Flasche in derselben Zeit sich bildet, der anfänglichen Ladung proportional. Es ergab sich nämlich, dass immer nach Bildung des Rückstandes die Dichtigkeit der Elektricität der anfänglichen Ladung proportional ist. Da nun die disponible Ladung, welche der so gemessenen Dichtigkeit proportional ist, gleich ist der anfänglichen Ladung weniger dem gebildeten Rückstand, so folgt auch, dass der gebildete Rückstand der anfänglichen Ladung proportional ist.

Die Grösse des gebildeten Rückstandes überhaupt ist abhängig von der seit der Ladung verstrichenen Zeit; er nähert sich immer mehr, je länger man wartet, einem gewissen für jede Flasche constanten Bruchtheile der ursprünglichen Ladung.

Die Grösse des in gleichen Zeiten gebildeten Rückstandes hängt ab von der Beschaffenheit des Isolators, und besonders von der Dicke desselben. Je grösser die Dicke ist, um so grösser ist auch unter sonst gleichen Umständen der in gleichen Zeiten gebildete Rückstand, das heisst er ist ein um so grösserer Bruchtheil der ursprünglichen Ladung.

Da ein Rückstand sich überhaupt nur dann bildet, wenn ein starrer Isolator sich zwischen den Belegungen befindet, so folgt, dass bei der Bildung desselben der Isolator eine wesentliche Rolle spielt. Wir haben

---

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

nun bereits bei Betrachtung des Ansammlungsapparates mit starrem Isolator gesehen, dass bei starken Ladungen des Apparates, wie sie bei den als Ladungsapparate benutzten Ansammlungsapparaten stets angewandt werden, die Elektricität fast vollständig die leitenden Belegungen verlässt und auf die Isolatoren übergeht. Wir benutzten diese Erfahrung zur Erklärung der von Faraday ausführlich untersuchten Erscheinung, dass die Verstärkungszahl der Ladungsapparate wesentlich von der Natur des starren Isolators abhängig ist, indem wir annahmen, dass die Isolatoren von den Leitern nicht qualitativ, sondern nur quantitativ verschieden seien, d. h. dass sie nur schlechte Leiter der Elektricität seien. Dann muss die Elektricität von der Oberfläche auch in das Innere der Isolatoren eindringen, und die Verstärkungszahl bei Anwendung verschiedener Isolatoren ist verschieden, weil die Elektricitäten bis zu verschiedener Tiefe in die Isolatoren eindringen.

Die Annahme, dass die Elektricität in das Innere der Isolatoren eindringe, führt nun sofort zu einer Theorie über die Ursache der Rückstandsbildung. Ist nämlich ein Ladungsapparat mit starrem Isolator, auf welchen die leitenden Belegungen dicht aufgelegt sind, mit Elektricität versehen, so verlassen die Elektricitäten zum grossen Theil die Belegungen und gehen auf die Oberfläche des Isolators über; von dort dringen sie dann, da die Isolatoren die Elektricität wenn auch sehr schlecht leiten, allmählich in das Innere des Isolators ein. In Folge dieses Eindringens muss die Dichtigkeit der auf der inneren Belegung verbreiteten Elektricität nach der Theorie des Condensators ebenso kleiner werden, als wenn die Belegungen einander näher gerückt würden. Bei der Entladung nun wird eben wegen der schlechten Leitungsfähigkeit des Isolators nicht die gesammte Elektricität, welche in den Isolator eingedrungen ist, sofort wieder hervortreten können; es kann vielmehr eben jene Elektricitätsmenge, welche nach vollendeter Ladung allmählich in den Isolator eindrang, auch nur allmählich an die Oberfläche des Isolators und auf die Belegungen zurückkehren. Es wird sich deshalb die Batterie einige Zeit nach der Entladung neuerdings laden müssen.

Gegen diese Theorie der Rückstandsbildung hat Kohlrausch einen Einwand erhoben; da nämlich während der Entladung und auch noch eine kurze, aber gegen die Dauer der Entladung selbst immer lange Zeit nach der Entladung die innere sowohl als die äussere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung ist, so muss durch Influenz der im Isolator haftenden Elektricität auf den beiden Belegungen Elektricität erregt werden, deren diejenige erster Art auf jeder Belegung festgehalten wird. Nehmen wir an, die Batterie sei positiv geladen gewesen, so ist im Isolator der inneren Belegung zunächst positive Elektricität, der äusseren zunächst negative. Auf der inneren Belegung würde also nach der Entladung negative Elektricität vorhanden sein müssen, auf der äusseren positive. Wenn

nun, meint Kohlrausch, die Elektricitäten aus dem Glase wieder hervortreten, dann müsste die anfänglich hervortretende durch die auf der Belegung vorhandene entgegengesetzte Elektricität neutralisirt werden; der wieder auftretende Rückstand könne deshalb nur gleich sein der Differenz zwischen dem gebildeten Rückstande und dieser Influenzelektricität. Nun zeige aber die Erfahrung, dass der auftretende Rückstand um so näher gleich der Differenz zwischen der ursprünglich der Batterie gegebenen und der disponibeln Ladung sei, je rascher nach der Entladung die Rückstände untersucht seien, je geringer also der Elektricitätsverlust durch Zerstreuung in die Luft sei.

Kohlrausch glaubt deshalb diese Theorie aufgeben zu müssen und bildet eine neue, bei welcher er zu einer der Faraday'schen ganz ähnlichen Anschauung über die Natur der Isolatoren kommt. Seine Ansicht ist im wesentlichen folgende. Durch die Elektricitäten der Belegungen werden die Moleküle des Isolators in einen polaren Zustand versetzt, oder vielmehr ist es wahrscheinlich, dass die Moleküle des Isolators sich von vornherein in einem solchen polaren Zustande befinden, so zwar, dass in den Molekülen die beiden Elektricitäten schon getrennt sind, ähnlich wie in den magnetischen Substanzen die Moleküle von vornherein magnetisch sind. Wie nun in einer magnetischen Substanz durch Einwirkung eines Magnetes die Moleküle gerichtet werden, so in dem Isolator die elektrischen Moleküle in Folge der auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten. Wie dann ferner an einem Magnete in Folge dessen ein Nord- und Südende auftritt, muss auch der Isolator an der der inneren Belegung zugewandten Seite entgegengesetzt elektrisch werden, als an der der äusseren Belegung zugewandten Seite, und zwar muss, wenn die Batterie positiv geladen war, die innere Seite des Isolators negativ, die äussere positiv, also entgegengesetzt wie die Belegungen selbst oder ihre Oberflächen elektrisch werden. Diese Elektricitäten der Isolatoren wirken dann influenzirend auf die Belegungen; die von ihnen erregte Influenzelektricität zweiter Art vermindert die Dichtigkeit auf den mit der inneren Belegung verbundenen Leitern, und die Influenzelektricität der ersten Art, oder ein Theil der ursprünglichen Ladung wird an der Entladung verhindert und auf den Belegungen festgehalten. Wenn dann durch die Entladung die Belegungen unelektrisch geworden sind, so hört auch die Richtung der Moleküle in dem Isolator auf, ebenso wie der Magnetismus des weichen Eisens aufhört, wenn die Wirkung des Magnetes aufhört. Deshalb hört auch die Influenzwirkung des Isolators auf, und die Elektricität verbreitet sich nach den gewöhnlichen Gesetzen der elektrischen Vertheilung auf den Belegungen, so dass eine neue Entladung stattfinden kann.

Um es schliesslich zu erklären, dass die Bildung des Rückstandes sowohl, als das Wiederauftreten nur allmählilh geschieht, nimmt Kohlrausch an, dass in den Isolatoren der Drehung der Moleküle ein gewisser Wider-

stand entgegenstehe, so dass sie in beiden Fällen nur ganz allmählich erfolge.

Auch Clausius[1]) schliesst sich der Theorie von Kohlrausch an, indem er gegen die ältere Theorie des Eindringens noch bemerkt, dass man gar nicht absehen könne, wie nach dieser eine neue Ladung nach der ersten Entladung aus den eingedrungenen Elektricitäten sich entwickeln könne, indem die eingedrungenen Elektricitäten sich gegenseitig anziehen, demnach eine Rückkehr auf die Belegungen nur in dem Maasse stattfinden könne, als die eingedrungenen von den durch sie auf den Belegungen influenzirten zurückgezogen werden. Die so zurückkehrenden Mengen werden aber nur dazu dienen, die influenzirten Elektricitäten zu neutralisiren, während die nicht zurückkehrenden Elektricitäten sich im Innern des Glases ausgleichen. Die Bildung des Rückstandes sei demnach durch die eingedrungene Elektricität nicht zu erklären, sondern das Eindringen schwäche die Ladung, wie der Verlust durch Zerstreuung.

Gegen die Theorie von Kohlrausch hat jedoch Bezold[2]) einen sehr bedeutsamen Einwand erhoben, indem er nachweist, dass aus derselben die von Kohlrausch schon beobachtete und von ihm durch Versuche bestätigte Abhängigkeit der Rückstandsbildung von der Dicke des Glases nicht folge, dass vielmehr bei demselben Glase in gleichen Zeiten immer derselbe Bruchtheil der ursprünglichen Ladung verschwinden müsse. Für eine kreisförmige Franklin'sche Tafel können wir das leicht mit Hülfe der §. 38 für einen plattenförmigen Ansammlungsapparat entwickelten Ausdrücke nachweisen, indem wir zeigen, dass bei $n$facher Dicke der isolirenden Zwischenschicht die Wirkung einer $n$fachen Ladung, das heisst einer solchen, wo das Potential auf der innern Seite den $n$fachen Werth hat, auf alle Punkte der Zwischenschicht genau denselben Werth hat, wie die einfache Ladung bei einfacher Dicke.

Wir haben im §. 38 gesehen, dass das Potential einer Platte vom Radius R auf einen in der Richtung der positiven x entfernten Punkt ist

$$V' = 2\pi h (R - x).$$

Befindet sich in der Richtung der positiven x eine zweite Platte, welche denselben Radius R und die elektrische Dichtigkeit h_1 hat, so ist das Potential derselben zwischen den Platten

$$V'' = 2\pi h_1 (R + x - \delta).$$

Sind die beiden Platten die Belegungen einer Franklin'schen Tafel, so ist, wie wir damals zeigten,

$$h_1 = - h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)$$

$$V'' = - 2\pi h \left(R + x - 2\delta - (x - \delta) \frac{\delta}{R}\right).$$

1) *Clausius*, Abhandl. zur mechan. Wärmetheorie II. p. 135 ff. Poggend. Ann. Bd. CXXXIX.

2) *von Bezold*, Poggend. Ann. Bd. CXIV, CXXV, CXXXVII.

Das letzte Glied in der Klammer, welches selbst gegen $\frac{\delta}{R}$ sehr klein ist, dürfen wir vernachlässigen und erhalten dann

$$V = V' + V'' = - 4\pi h (x - \delta).$$

Wie man sieht, liefert diese Gleichung für die innere Belegung

$$V_1 = V' + V'' \text{ (für } x = 0) = 4\pi h \delta,$$

für die äussere Belegung

$$V_2 = V' + V'' \text{ (für } x = \delta) = 0.$$

Aus dem Potentiale V zwischen den beiden Platten erhalten wir für die Wirkung auf irgend einen Punkt

$$- \frac{dV}{dx} = 4\pi h = \frac{V_1}{\delta}$$

oder die Wirkung ist auf alle Punkte dieselbe.

Nimmt man nun eine Platte von $n$facher Dicke, und gibt derselben eine solche Ladung, dass der Werth des Potentials der $n$fache wird, so wird

$$- \frac{dV}{dx} = \frac{n \,.\, V_1}{n \,.\, \delta} = \frac{V_1}{\delta}.$$

Bei einer Platte von $n$facher Dicke ist also bei $n$facher Ladung die Wirkung genau dieselbe wie bei einfacher Dicke und einfacher Ladung. Deshalb muss in diesen beiden Fällen die Rückstandsbildung nach genau demselben Gesetze erfolgen, das heisst, es muss in gleichen Zeiten der gleiche Bruchtheil der Ladung verschwinden. Da nun bei einer gegebenen Flasche die Wirkung immer dem Potential proportional ist, also entsprechend den Versuchen von Kohlrausch, in gleichen Zeiten immer derselbe Bruchtheil der ursprünglichen Ladung verschwindet, so folgt, dass ganz allgemein die Rückstandsbildung von der Dicke der Platten, und da dieselben Schlüsse für die Leydener Flasche gelten, überhaupt von der Glasdicke unabhängig sein müsste, was den Versuchen von Kohlrausch widerspricht.

Bezold weist dann ferner nach[1]), dass die von Kohlrausch und Clausius in der ältern Theorie gefundenen Schwierigkeiten in Wirklichkeit nicht vorhanden sind, wenn man nur das Eindringen nicht in der Weise auffasst, dass die Elektricitäten im Innern des Isolators immer in einer den Belegungen parallelen Fläche sich befinden, sondern den ganzen Raum des Isolators bis zu einer gewissen immerhin kleinen Tiefe ausfüllen.

Dass nach dieser Anschauung die Menge der durch Influenz erregten der ursprünglichen Ladung entgegengesetzten Elektricitäten jedenfalls sehr klein muss, lässt sich leicht zeigen. Die in den Isolator von den beiden Seiten eingedrungenen Elektricitäten haben jedenfalls ein Verhältniss ihrer Dichtigkeiten, welches nicht weit von dem verschieden sein kann, welches

1) *von Bezold*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

die Elektricitäen auf den Belegungen hatten. Wenn diese Elektricitäten sich im Innern nun auch nicht auf zwei parallelen Ebenen befinden, so kann man doch sehr angenähert die Rechnungen, die wir soeben für zwei Ebenen anstellten, auch hier machen, das heisst das Potential der eingedrungenen Elektricitäten ausserhalb des Isolators berechnen. Werden diese Rechnungen nach den Angaben des §. 38 durchgeführt, so findet man, dass das Potential ausserhalb des Isolators an den beiden Seiten zwar einen verschiedenen Werth hat, dass aber an jeder der beiden Seiten der Werth des Potentials für alle Punkte derselbe ist. Aus dieser Constanz des Potentialwerthes folgt, dass die Wirkung ausserhalb des Isolators, also auch auf den Belegungen gleich Null ist, so dass also unter diesen Voraussetzungen gar keine Influenz stattfinden könnte. Da die Verhältnisse nun jedenfalls annähernd die hier vorausgesetzten sind, so folgt jedenfalls, dass die Influenz nur gering sein kann.

Dass die eingedrungenen Elektricitäten nach der Bezold'schen Anschauungsweise auf die Belegungen zum Theil zurückkehren müssen, ist im allgemeinen leicht zu erkennen. Die eingedrungenen Elektricitäten ziehen sich allerdings an, aber auswärts sind sie mit den ausgedehnten elektrischen Leitern in Berührung, sie werden deshalb ebenso zum Theil auf den Leiter zurückkehren müssen, wie sie von einem Leiter auf einen andern ihn berührenden unelektrischen Leiter übergehen. In der That zeigt auch Bezold durch eine genauere Berechnung der wirksamen Kräfte, dass an der Grenze des Isolators gegen die Belegung gerichtete Kräfte vorhanden sind. Man kann deshalb im allgemeinen die Erscheinungen der Rückstandsbildung aus der ältern Theorie erklären, zu ihrer vollen Bestätigung bedarf es indessen noch genauerer Versuche. Bis jetzt hat sie vor der Kohlrausch'schen Theorie den Vorzug der grössern Einfachheit, da letztere in consequenter Durchführung zu der Faraday'schen Theorie der Influenz führt.

§. 46.

Wärmeerregung durch die elektrische Entladung. Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes haben wir in diesem Abschnitte nur kurz zu betrachten, da die folgenden Abschnitte uns die Wirkungen der elektrischen Entladung oder des elektrischen Stromes unter viel günstigeren Umständen kennen lehren werden. Wir werden dort die Mittel finden, einen constanten Strom von beliebiger Dauer herzustellen, und können so die Wirkungen des Stromes viel bequemer und viel vollständiger kennen lernen. Hier haben wir nur die Wirkungen des Stromes zu betrachten, welche in Folge seines raschen Verlaufes und der plötzlichen Ausgleichung grosser Elektricitätsmengen dem Entladungsstrome der Leydener Flasche eigenthümlich sind. Aber auch von diesen werden wir einen Theil am besten später genauer betrachten, wenn wir die Wirkungen des constanten Stromes kennen.

Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes theilen wir in zwei Gruppen, in solche, welche in dem Schliessungsbogen der Batterie sich zeigen, und in jene, welche ausserhalb desselben auftreten. Von ersteren können wir noch eine Unterabtheilung absondern, nämlich jene Wirkungen, welche sich an der Unterbrechungsstelle eines Schliessungsbogens zeigen.

Die im Schliessungsbogen selbst sich zeigenden Wirkungen sind Wärmewirkungen, chemische, physiologische, mechanische und Lichtwirkungen; letztere zwei treten hauptsächlich an der Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens auf. Die ausserhalb des Schliessungsbogens auftretenden Wirkungen sind magnetische und elektrische.

Wir betrachten zunächst die Wärmewirkungen des Entladungsstromes.

Dass die elektrische Entladung mit Wärmeentwickelung verbunden ist, davon kann man sich leicht schon am Conductor der Elektrisirmaschine überzeugen; lässt man nämlich einen Funken von dem Conductor in einen mit Schwefeläther gefüllten Löffel überspringen, so wird der Aether sofort entzündet. Alkohol, Terpentinöl und andere ätherische Oele kann man ebenso entzünden, es gelingt am besten, wenn man dieselben vorher etwas erwärmt. Ebenso gelingt es leicht, Knallgas zu entzünden und ähnliche brennbare Gasgemische. Man wendet bei dem Versuche der Entzündung des Knallgases gewöhnlich die sogenannte elektrische Pistole an, einen an seinem einen Ende offenen Messingcylinder, in dessen Wand an einer Stelle ein Draht isolirt und luftdicht eingesetzt ist, welcher nahe bis an die gegenüberstehende Wand reicht. An seinem äusseren Ende trägt derselbe ein kleines Metallknöpfchen. Man füllt die Pistole, indem man die Mündung einige Zeit über einen Wasserstoffapparat hält. Schliesst man sie dann mit einem Propfen und lässt einen Funken von dem Conductor einer Maschine überspringen, so entzündet sich das gebildete Knallgas und der Propfen wird mit einem lautem Knalle ausgetrieben.

Die Zündung fester Körper gelingt mit dem Entladungsschlage der Batterie ziemlich leicht. Man bringt auf den Tisch des allgemeinen Ausladers einen mit fein gepulvertem Harz versehenen Baumwollbausch, und lässt über oder durch denselben einen Funken springen, indem man die Kugeln des Ausladers so weit einander nähert, dass sie die Baumwolle eben oder kaum berühren. Der überspringende Funke entzündet dann das Harzpulver.

Man kann in dieser Weise auch Schiesspulver, Zunder, Phosphor entzünden, doch ist es dann gut, wenn man in den Schliessungsbogen einen feuchten Leiter einschaltet, da ohne diesen das Pulver zerstreut wird ohne zu zünden. Der feuchte Leiter verzögert den Entladungsstrom oder gibt ihm eine längere Dauer, so dass man sieht, dass zur Entzündung des Pulvers eine gewisse Zeit erforderlich ist.

Um die Gesetze der Wärmeentwickelung durch den Entladungsschlag, also die Abhängigkeit von der Elektricitätsmenge, welche entladen wird,

und deren Dichtigkeit ferner von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens zu bestimmen, wandte Riess[1]) das elektrische Luftthermometer an. Die Form, welche Riess demselben gab, zeigt Fig. 78.

Fig. 78.



Eine Glaskugel von 8—10 Cent. Durchmesser, deren Rauminhalt genau bestimmt ist, ist an eine möglichst cylindrische Glasröhre von 450^{mm} Länge und von kleiner lichter Weite, deren Querschnitt vorher bestimmt ist, angesetzt. An das Ende der Glasröhre ist, zur Axe derselben senkrecht, ein kleines Glasgefäss von circa 12 Millim. Weite und 4,5 Cent. Länge angesetzt. Dasselbe dient dazu, die Flüssigkeit aufzunehmen, welche die in der Kugel und Röhre enthaltene Luft absperren soll. Die Röhre ist auf einem getheilten Metallstreifen und mit diesem auf einem Brette befestigt, welches in einem Scharniere drehbar ist, und mittels des Gradbogens und der Klemmschraube *k* gegen die Horizontale verschieden geneigt werden kann. Die Kugel ruht dann auf dem kleinen Ringe *r*.

Die Kugel hat drei Oeffnungen, welche mit aufgekitteten Metallfassungen versehen sind. Die eine derselben *c* ist für gewöhnlich mit einem eingeschliffenen Metallstöpsel luftdicht verschlossen; sie dient zur Regulirung der Luftdichtigkeit in der Kugel und somit der Stellung der Flüssigkeit in der engen Röhre. Die beiden anderen Oeffnungen liegen in einem horizontalen

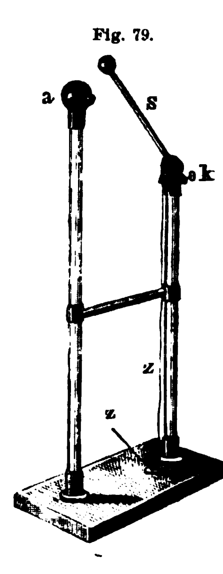
1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität. Bd. I. §. 410 ff.

Durchmesser der Kugel sich diametral gegenüber, sie sind durch aufgeschraubte Köpfe und Liederung luftdicht verschlossen; zwischen denselben ist quer durch die Kugel ein meist spiralförmiger Metalldraht ausgespannt, welcher mit den Metallfassungen in metallischer Berührung ist. Von den Metallfassungen gehen kurze Drähte zu den auf dem Fussbrette stehenden Klemmschrauben *ss*, in welche, um den Apparat in den Stromkreis einzuschalten, die Enden des Schliessungsbogens eingeklemmt werden.

Um den Schliessungsbogen beliebig ändern zu können, ist in denselben der allgemeine Auslader eingeschaltet, zwischen dessen Armen beliebige Drähte oder feuchte Leiter eingeschaltet werden können.

Damit der Stromkreis immer in derselben Weise geschlossen wird, und die Entladung immer vollständig stattfinde, ist neben der Batterie ferner der Entladungsapparat Fig. 79 eingeschaltet[1]). Auf einer gefirnissten Glasstütze ist eine Metallkugel *a* aufgesetzt, welche mit der inneren Belegung der Batterie fest verbunden ist. Dieser Glassäule gegenüber steht eine zweite, welche oben ein Kugelgelenk trägt, in welchem der Messingstab *s* drehbar ist. Der Messingstab trägt eine Kugel. In der in der Figur gezeichneten Stellung wird derselbe durch einen Schieber getragen, welchen eine Feder in die Höhe drückt. Der Schieber kann durch die Schnur *z*, welche um eine auf dem Fussbrette des Apparates befestigte Rolle geht, niedergezogen werden. Der Messingstab fällt dann durch das Gewicht der Kugel hinabgedrückt auf die Kugel *a*; die Batterie wird dann in der Schlagweite entladen, und bleiben die Kugeln in Berührung, so wird auch der Rückstand entladen. In die Klemmschraube *k* wird dann die Fortsetzung des Schliessungsbogens eingeschaltet.

Fig. 79.



Die Anordnung des Schliessungsbogens bei den Versuchen von Riess über die Wärmeentwickelung war nun im wesentlichen folgende. Die innere Belegung der Batterie war mit dem Entladungsapparat, dieser mit dem allgemeinen Auslader und dieser mit der einen Klemmschraube des Luftthermometers verbunden. Von der anderen Klemmschraube des Luftthermometers ging ein Draht auf einigen Umwegen, welche den Zweck hatten, bequem die Maassflasche einschalten zu können, zur äusseren Belegung der Batterie. Bei der Entladung war der Schliessungsbogen ausserdem durch die Gasröhren des Hauses mit dem Erdboden in leitender Verbindung, so dass in der Batterie kein Rückstand bleiben konnte.

Wird nun auf diese Weise durch den Draht des Luftthermometers ein Entladungsstrom geführt, so wird zunächst der Draht erwärmt. Die Wärme

1) *Riess,* Poggend. Ann. Bd. XLIII. Reibungselektricität. Bd. I. §. 445 ff.

desselben dient dann zu einer Temperaturerhöhung der in der Kugel eingeschlossenen Luft, und in Folge dieser zeigt sich eine Depression der Flüssigkeitssäule in der mit der Kugel verbundenen Röhre. Um nun aus der Beobachtung dieser Depression auf die Wärmewirkung des Entladungsschlages schliessen zu können, müssen wir zunächst untersuchen, in welcher Beziehung die Erwärmung des Drahtes zu der beobachteten Depression steht.

Nehmen wir zur Untersuchung dieser Beziehung an, alle Theile des Thermometers hätten dieselbe Temperatur t^0, etwa 15^0, und der Druck der Luft sei innen und aussen gleich 760^{mm}. Der Barometerstand sei während des Versuches constant. Nun sei durch den Entladungsschlag die Temperatur des Drahtes gleich T geworden und die Temperatur der Luft in der Kugel durch die vom Drahte abgegebene Wärme auf t' gestiegen. In Folge dieser Temperaturerhöhung sei die Flüssigkeitssäule in der Röhre um ϑ^{mm} zurückgedrängt; der Neigungswinkel der Röhre gegen die Horizontale sei φ. Wir werden annehmen dürfen, dass das Niveau der Flüssigkeit in dem kleinen, mit der Röhre in Verbindung stehenden Gefässe ungeändert geblieben ist. Der Kubikinhalt der Kugel sei K, der Querschnitt der Röhre gleich q.

Sei nun der Druck der Luft durch die Temperaturerhöhung auf t' gleich b' geworden, so ist nach dem Gay-Lussac'schen Gesetze bei constantem Volumen der abgesperrten Luft:

$$b : b' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t' \cdots\cdot (a).$$

Wäre nun durch die Depression der Flüssigkeit in der engen Röhre das Volumen der abgesperrten Luft nicht geändert, so gäbe die Beobachtung der Depression sofort b'; in Folge der stattfindenden Ausdehnung durch das Zurückweichen der Flüssigkeit in der Röhre sinkt aber die Spannung der Luft auf b'', und diese ist es, welche wir beobachten. Nach dem Mariotte'schen Gesetze erhalten wir aber

$$b' : b'' = K + \vartheta \cdot q : K,$$

oder wenn wir das Volumen der Kugel $K = k \,.\, q$ setzen, so wird

$$b' : b'' = k + \vartheta : k$$

$$b' = b'' \left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right) \cdot$$

Der beobachtete Druck der inneren Luft ist gleich b plus der auf Quecksilberdruck reducirten Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der engen Röhre und im Gefässe. Diese ist, da vor der Depression der Flüssigkeitsstand in beiden gleich hoch war, und da wir annehmen dürfen, dass das Flüssigkeitsniveau in dem Gefässe sich nicht geändert hat, $\vartheta \,.\, \sin\varphi$. Ist nun δ die Dichtigkeit des Quecksilbers in Bezug auf die Sperrflüssigkeit, so ist

$$b'' = b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta},$$

und somit

$$b' = \left(b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta}\right)\left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right).$$

Setzen wir diesen Werth in die Gleichung (a), so erhalten wir zur Berechnung von t' die Gleichung

$$b : \left(b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta}\right)\left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right) = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'.$$

Man erhält daraus leicht

$$k \cdot b \cdot \frac{\alpha\,(t' - t)}{1 + \alpha t} = \vartheta^2 \,.\, \frac{\sin\varphi}{\delta} + \vartheta\left(b + k \cdot \frac{\sin\varphi}{\delta}\right).$$

Setzen wir nun $\frac{\delta}{\sin\varphi} = c$, $\frac{1}{\alpha} = a$, multipliciren mit c und lösen die Gleichung nach ϑ auf, so wird

$$\vartheta = -\,{}^1/_2\,(bc + k) \pm \sqrt{\frac{t' - t}{a + t} \cdot kbc + {}^1/_4\,(bc + k)^2},$$

oder da das Vorzeichen vor der Wurzel, da ϑ einen positiven Werth hat, wenn $t' > t$, jedenfalls positiv sein muss,

$$\vartheta = -\,{}^1/_2\,(bc + k) + {}^1/_2\,(bc + k)\sqrt{\frac{t' - t}{a + t} \cdot 4\,\frac{kbc}{(bc + k)^2} + 1}.$$

Entwickeln wir die Wurzel in eine Reihe und begnügen uns mit den beiden ersten Gliedern derselben, da sie wegen der Grösse von k sehr rasch convergirt, so wird

$$\vartheta = (t' - t)\,\frac{kbc}{(bc + k)\,(a + t)},$$

und somit

$$t' - t = \vartheta \,.\, \frac{(bc + k)\,(a + t)}{kbc}.$$

Hiernach ist also die Temperaturerhöhung der Luft in der Kugel der beobachteten Depression des Flüssigkeitsfadens in der Röhre proportional, und zwar um so genauer, je grösser der Kubikinhalt der Kugel im Verhältniss zum Querschnitt der Röhre ist. Ganz dasselbe gilt nun für die Temperaturerhöhung des Drahtes $T - t$; denn ist das Gewicht des Drahtes gleich p, das Gewicht der Luft in der Kugel gleich p', und sind die specifischen Wärmen des Drahtes und der Luft gleich s und s', so besteht zwischen $T - t'$ und $t' - t$ bekanntlich die Gleichung

$$(T - t') \,.\, ps = (t' - t) \,.\, p's',$$

und daraus folgt

$$T - t = (t' - t)\,\frac{ps + p's'}{ps},$$

somit

$$T - t = \vartheta\,\frac{(bc + k)\,(a + t)}{kbc} \,.\, \frac{ps + p's'}{ps},$$

oder wenn wir den Coefficienten von ϑ mit A bezeichnen,

$$T - t = A \,.\, \vartheta,$$

so dass also die Temperaturerhöhung des Drahtes der beobachteten Depression proportional ist.

Um die im Drahte entwickelte Wärmemenge zu erhalten, hat man die gefundene Temperaturerhöhung nur mit $p \cdot s$ zu multipliciren.

Der Coefficient A hängt ausser von den Constanten des Instrumentes k, c, δ, $\sin \varphi$, auch ab von der Temperatur der Luft und dem Barometerstande. Untersucht man nun aber die Veränderungen, welche A erhält, wenn t und b sich innerhalb der Grenzen ändern, innerhalb welcher die Temperatur der Luft und der Barometerstand sich zu ändern pflegen, so findet man diese Veränderungen so klein, dass man ohne merklichen Fehler A als constant setzen und alle mit demselben Thermometer erhaltenen Resultate als vergleichbar ansehen darf.

Um nun zunächst die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge der entladenen Elektricität und der Grösse der angewandten Batterie zu untersuchen, entlud Riess durch einen und denselben Schliessungsbogen, der zugleich das Luftthermometer enthielt, nach einander verschiedene und zu verschiedener Stärke geladene Batterien. Die Stärke der Ladung wurde durch eine Maasflasche gemessen, deren Kugeln 2,26 Millim. von einander entfernt waren. Die Resultate einer grossen Zahl Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die oberste Horizontalreihe enthält die Anzahl s der Flaschen, welche zur Batterie zusammengestellt waren, die erste Verticalreihe die denselben gegebene Elektricitätsmenge, gemessen durch Entladungen der Maassflasche, die mit ϑ überschriebenen Columnen enthalten die Depressionen des Luftthermometers, wenn die an der Spitze der Columne stehende Flaschenzahl mit der in der gleichen Horizontalreihe stehenden Elektricitätsmenge q geladen war.

Flaschenzahl = s	2		3		4		5		6	
Elektricitätsmenge q	Depressionen ϑ									
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
2	1,5	1,8								
3	4,3	4,0	3	2,6	2,0	2,0	1,5	1,6		
4	6,7	7,0	4,5	4,7	3,2	3,5	3,0	2,8	2,6	2,3
5	9,3	11,0	7,0	7,3	5,2	5,5	4,5	4,4	3,8	3,7
6	13,4	15,8	9,7	10,6	7,3	7,9	6,5	6,3	5,5	5,3
7			15	14,4	11,0	10,8	8,8	8,6	7,3	7,2
8			17,5	18,8	14,1	14,1	11,3	11,3	9,3	9,4
9					17,8	17,8	14,3	14,3	11,7	11,9
10							16,7	17,6	14,3	14,7

Vergleichen wir zunächst die in den einzelnen Verticalreihen stehenden

Zahlen, so folgt, dass unter sonst gleichen Umständen die Depression ϑ und somit die Temperaturerhöhung des Drahtes zunimmt und zwar dem Quadrate der Elektricitätsmenge proportional, denn es ist z. B.

$$\frac{6{,}7}{1{,}5} = 4{,}4;\ \frac{13{,}4}{4{,}3} = 3{,}35;\ \frac{17{,}5}{4{,}5} = 3{,}9;\ \frac{14{,}1}{3{,}2} = 4{,}4.$$

Eine Vergleichung der in derselben Horizontalreihe stehenden Werthe von ϑ zeigt, dass bei Entladung derselben Elektricitätsmenge die Depressionen der Zahl der Flaschen oder der Grösse der Batterieoberfläche umgekehrt proportional sind.

Bezeichnet demnach a die Depression des Thermometers, wenn die Elektricitätsmenge 1 von einer Flasche durch den Schliessungsbogen entladen wird, so ist allgemein

$$\vartheta = a \cdot \frac{q^2}{s} = a \cdot q \cdot \frac{q}{s}.$$

Die Constante a ergibt sich bei obigen Versuchen gleich 0,88, mit dieser sind aus jener Formel die als berechnet angegebenen Werthe von ϑ gefunden worden, welche die Uebereinstimmung dieser Formel mit den Versuchen beweisen.

Es ist somit die Temperaturerhöhung eines Metalldrahtes in einem Schliessungsbogen dem Quadrate der in der Batterie enthaltenen Elektricitätsmenge direct, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional. Oder bezeichnen wir den Quotienten $\frac{q}{s}$ als die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie, so ergibt sich die Erwärmung dem Producte aus der Elektricitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional.

Nachdem Riess auf diese Weise die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektricität festgestellt hatte, untersuchte er den Einfluss, welchen Veränderungen in dem Schliessungsbogen hervorbrachten. Schaltete er in denselben zwischen den Armen des allgemeinen Ausladers feuchte Leiter, befeuchtete Schnüre oder Wassersäulen ein, so wurde die Erwärmung ganz unmerklich; schaltete er Metalldrähte ein, so nahm die Erwärmung ab, wenn die Länge der Drähte zunahm; sie nahm bei gleicher Länge der eingeschalteten Drähte zu, wenn die Dicke der Drähte zunahm. Es wird überflüssig sein, die einzelnen Versuche von Riess, welche den obigen ganz analog waren, anzuführen; er erhielt bei denselben das Resultat, dass bei Einschaltung verschiedener Drähte von der Länge l und dem Radius r die Depression wurde

$$\vartheta = \frac{a}{1 + c\,\frac{l}{r^2}} \cdot \frac{q^2}{s},$$

worin c eine von dem Stoffe des angewandten Drahtes abhängige Constante ist.

Um dieser Formel eine physikalische Deutung zu geben, nimmt Riess an, dass die Erwärmung im Schliessungsbogen von der Dauer der Ent-

ladung abhängig ist, und zwar, dass sie der Dauer derselben umgekehrt proportional sei. Gehen wir nun von der Dauer der Entladung durch den einfachen Schliessungsbogen aus, so wird dieselbe um einen gewissen Werth verzögert werden, wenn man einen gewissen Draht einschaltet. Nennt man nun die Verzögerung der Entladung, welche ein bestimmter Draht zur Folge hat, z, so wird die Dauer der Entladung bei Einschaltung dieses Drahtes $1 + z$, und nach der Hypothese von Riess wird die Temperaturerhöhung, welche bei dem einfachen Schliessungsbogen war

$$T = b \cdot \frac{q^2}{s},$$

nach Einschaltung des Drahtes

$$T = \frac{b}{1 + z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Vergleichen wir nun diesen Ausdruck mit dem empirischen, so wird

$$z = c \cdot \frac{l}{r^2}.$$

Das in der Formel bei Einschaltung eines Drahtes von der Länge l und dem Radius r auftretende Glied bedeutet also die Verzögerung, welche der Strom durch Einschaltung des Drahtes erfährt. Die Constante c gibt dann die Verzögerung eines Drahtes von der Länge $l = 1$ und dem Radius $r = 1$. Bezeichnet man diesen Werth für irgend ein bestimmtes Metall mit c', so kann man ihn für jedes andere setzen $c' . x$, wodurch dann die Verzögerung durch irgend einen Draht wird

$$z = c' \cdot \frac{x . l}{r^2}.$$

Riess setzt nun x für Platin gleich 1 und nennt die allein von der Natur des Metalles abhängige Constante eines anderen Metalles, welche angibt, in welchem Verhältniss ein Draht desselben den Strom mehr verzögert als ein gleicher Platindraht, die Verzögerungskraft des Metalles.

Den Quotienten $\frac{x . l}{r^2}$ nennt Riess den Verzögerungswerth eines bestimmten Metalldrahtes; er gibt an, in welchem Verhältnisse der Draht den Strom stärker verzögert als ein Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich sind. Bezeichnen wir diesen mit Z, so wird der Ausdruck für die Temperaturerhöhung

$$T = \frac{a}{1 + c' . Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die im Bisherigen mitgetheilten Untersuchungen von Riess beziehen sich auf die Temperaturänderungen eines bestimmten, im Schliessungsbogen der Batterie eingeschalteten Drahtes und deren Abhängigkeit von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektricität und der sonstigen Beschaffenheit des Schliessungsbogens. Um vollständigen Aufschluss zu erhalten, welche Wärmemenge durch die Entladung erregt wird, erübrigt noch die Unter-

suchung der Wärmeentwickelung der verschiedenen Theile des Schliessungsbogens.

Zu dem Ende schaltete Riess in den einfachen Schliessungsbogen eine Anzahl verschiedener Drähte ein, welche dann nach und nach in das Luftthermometer eingezogen wurden. Es wurde so zunächst neben dem Luftthermometer ein Draht desselben Metalles von verschiedener Länge, aber derselben Dicke, ferner Drähte von verschiedener Dicke, und Drähte anderer Metalle eingesetzt. Nun wurde zunächst die Temperaturerhöhung in dem Luftthermometer nach Einschaltung aller dieser Drähte untersucht. Bezeichnet jetzt Z den Verzögerungswerth sämmtlicher eingeschalteter Drähte, so ist nach dem Vorigen

$$T = \frac{a}{1 + c' \,.\, Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Wurden nun in das Luftthermometer die anderen Drähte aus demselben Metall, aus welchem der Draht des Luftthermometers bestand, es war Platin, und von derselben Dicke eingeschaltet, so fand Riess die Temperaturerhöhung derselben ganz gleich, so dass also die Temperaturerhöhung an allen gleich beschaffenen Stellen eines und desselben Schliessungsbogens dieselbe ist.

Wurden dagegen Drähte desselben Metalles aber anderer Dicke in das Luftthermometer eingezogen, so wurde die Temperaturerhöhung eine andere, und zwar ergab sich, wenn man mit ϱ den Radius der Drähte bezeichnet, dass die Temperaturerhöhung der Drähte der vierten Potenz von ϱ umgekehrt proportional ist, oder dass

$$T = \frac{a}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{1 + c' Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Unter sonst gleichen Umständen änderte sich die Temperaturerhöhung mit der Natur der Drähte, und zwar in der Art, dass wenn a' die Constante in obiger Formel für Platin bedeutet, man für jedes andere Metall setzen kann

$$a = a' \, y,$$

also

$$T = \frac{a' \,.\, y}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{1 + c' Z} \cdot \frac{q^2}{s},$$

worin y eine nur von der Natur des angewandten Metalles abhängige Constante ist. Riess nennt dieselbe das Erwärmungsvermögen der Metalle. Dieses Erwärmungsvermögen steht in einer sehr einfachen Beziehung zu der Verzögerungskraft, es ist nämlich, wenn γ'' die Dichtigkeit des Metalles und k'' seine specifische Wärme, beide bezogen auf jene des Platins gleich 1, und x' die Verzögerungskraft des im Luftthermometer befindlichen Drahtes ist,

$$y = \frac{x'}{k'' \,.\, \gamma''},$$

also das Erwärmungsvermögen der Verzögerungskraft des Metalles direct, seiner Dichtigkeit und specifischen Wärme umgekehrt proportional.

Hiernach kann man sofort die Temperaturerhöhung irgend einer Stelle des Schliessungsbogens berechnen, wenn man für denselben die beiden Constanten a' und c' durch den Versuch bestimmt hat. Die Constante a' bedeutet, wie man sieht, die Temperaturerhöhung eines Platindrahtes, dessen Radius $\varrho = 1$ ist, wenn $q = 1$, $s = 1$ und zugleich $1 + c'Z = 1$ ist. Die Constante c' hängt von der Beschaffenheit des constanten Theiles des Schliessungsbogens ab, sie gibt in Bruchtheilen der Entladungsdauer durch den constanten Theil des Schliessungsbogens die Verzögerung durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Setzen wir die Dauer der Entladung der in der Batterie enthaltenen Elektricität durch diesen Platindraht, also durch den Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich ist, gleich der Einheit und schreiben

$$\frac{1}{c'} = B,$$

so wird

$$1 + c'Z = B + Z$$

und der Nenner gibt uns dann die Entladungsdauer der Batterie in Einheiten an, deren jede gleich ist der Entladungsdauer der Batterie durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Für a' folgt daraus weiter, dass es die Temperaturerhöhung des erwähnten Drahtes ist, wenn er allein den Schliessungsbogen der Batterie ausmacht.

Man kann hieraus nun auch leicht die Wärmemenge W' bestimmen, welche in einem Drahte von der Länge λ und dem Radius ϱ durch den Entladungsschlag frei wird. Ist k die specifische Wärme, γ die Dichtigkeit des Drahtes, so ist

$$W' = T \, . \, \lambda \, . \, \varrho^2 \pi \, . \, k \, . \, \gamma,$$

somit

$$W' = \frac{a' \cdot \frac{x'}{k'' . \gamma''} \varrho^2 \lambda \, . \, k \, . \, \gamma \, . \, \pi}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Bezeichnen nun k' und γ' die specifische Wärme und Dichtigkeit des Platins, so ist

$$k'' = \frac{k}{k'}, \; \gamma'' = \frac{\gamma}{\gamma'},$$

und somit

$$W' = (a' \, . \, k' \, . \, \gamma' \, . \, \pi) \frac{x' \, . \, l}{\varrho^2} \cdot \frac{1}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \frac{Z'}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s},$$

indem wir $a' \, k' \, \gamma' \, \pi = C$ und den Verzögerungswerth $\frac{x' \, . \, \lambda}{\varrho^2}$ des in dem Luftthermometer befindlichen Drahtes gleich Z' setzen. Es ergibt sich also, dass die in einem bestimmten Drahte entwickelte Wärmemenge dem Verzögerungswerthe des Drahtes proportional ist.

Denken wir uns nun den gesammten Schliessungsbogen in lauter einzelne Theile zerlegt, deren Verzögerungswerthe sind Z', Z'' .... Z^n, so werden die in den Theilen entwickelten Wärmemengen

$$W' = C \cdot \frac{Z'}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s}, \; W'' = C \cdot \frac{Z''}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s} \ldots\ldots W^n = C \cdot \frac{Z^n}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die Summe aller dieser einzelnen Wärmemengen

$$W' + W'' + \cdots\cdot W^n = W$$

ist jedenfalls die gesammte in dem Schliessungsbogen entwickelte Wärmemenge. Die Summe aller Verzögerungswerthe $Z' + Z'' + \ldots\ldots Z^n$ ist nun aber jedenfalls, den Schliessungsbogen als ganz continuirlich vorausgesetzt, gleich der ganzen Entladungsdauer, also gleich $B + Z$; es folgt somit,

$$W = C \cdot \frac{B + Z}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Es ergibt sich also der wichtige, zuerst von Vorsselmann de Heer[1]) aus den Versuchen von Riess abgeleitete Satz, dass die Entladung einer mit derselben Elektricitätsmenge geladenen Batterie in einem ganz continuirlichen, das heisst ganz metallischen Schliessungsbogen immer dieselbe Wärmemenge hervorbringt.

Der Satz gilt nur, wenn in dem Schliessungsbogen keine Unterbrechungsstelle vorhanden, also kein Funke auftritt, und durch den Entladungsstrom im Schliessungsbogen überhaupt keine andere Wirkung ausgeübt wird. Die Erwärmung wird an allen Stellen des Schliessungsbogens geringer, sobald der Entladungsschlag irgend eine Arbeit leistet. Riess[2]) wies das durch eine Anzahl Versuche nach, bei welchen er in den Schliessungsbogen eine Funkenstrecke einschaltete, und den Funken zwang, durch verschiedene feste Körper hindurchzugehen, also den Widerstand dieser Körper zu überwinden. So erhielt er unter andern folgende Depressionen des Luftthermometers, als er in den Schliessungsbogen ein Funkenmikrometer einschaltete und zwischen die Kugeln, oder Spitzen oder Scheiben desselben, welche immer 0,^{mm}5 von einander entfernt waren, den Entladungsfunken derselben Batterie bei immer gleicher Ladung hindurchgehen liess

durch	zwischen Scheiben	Kugeln	Spitzen
Luft	15,9	15,4	15,1
ein Kartenblatt	11,7	12.0	11,6
zwei Kartenblätter	8,0	8,8	10,4
Glimmerblatt	6,8	4,7	4,8.

Die Versuche von Riess, welche längere Zeit vor Begründung der mechanischen Wärmetheorie angestellt wurden, beweisen, dass die Principien dieser Theorie auch in den Wirkungen der Elektricität ihre Anwendung

1) *Vorsselmann de Heer,* Poggend. Ann. Bd. XLVIII. Bemerkung dazu von *Riess* in demselben Bande.

2) *Riess,* Poggend. Ann. Bd. XLIII. p. 82.

finden, indem die von Riess beobachteten Thatsachen und die daraus abgeleiteten Gesetze sich unmittelbar aus den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie ableiten lassen[1]).

Wir haben schon §. 30 den Nachweis geliefert, dass die Arbeit, welche eine gegebene Elektricitätsmenge zu leisten im Stande ist, wenn sie in solche Umstände gebracht wird, dass sie verschwindet, also indem man etwa einen geladenen Conductor entladet, gleich ist dem Potentiale dieser Elektricitätsmenge auf sich selbst. In den Ansammlungsapparaten haben wir nun eine gewisse Elektricitätsmenge angehäuft, wenn wir dieselben bis zu einem bestimmten Potentiale geladen haben; entladen wir dieselbe, so muss in dem Schliessungsbogen die soeben bestimmte Arbeit geleistet werden, also die dem Potentiale der in demselben vorhandenen Elektricität auf sich selbst gleiche Arbeitsmenge. Tritt dieselbe nicht als wirklich geleistete Arbeitsmenge hervor, so muss sie als entwickelte Wärmemenge erscheinen, es muss also dann die mit dem Wärmewerth der Arbeitseinheit multiplicirte Arbeitsmenge als Wärme in dem Schliessungsbogen entwickelt werden. Wird irgend eine Arbeit wirklich geleistet, so muss die entwickelte Wärmemenge um den Wärmewerth dieser Arbeit kleiner sein. Die zuletzt erwähnten Versuche von Riess liefern schon ohne weiteres eine Bestätigung dieser Folgerung, indem sie zeigen, dass die Erwärmung einer beliebigen Stelle des Schliessungsbogens, damit auch des ganzen, kleiner wird, wenn der Entladungsfunke im Funkenmikrometer einen Widerstand zu überwinden hat, und dass die Abnahme der Wärmewirkung um so stärker ist, je grösser dieser Widerstand ist.

Um die Uebereinstimmung der von Riess erhaltenen Resultate mit der Theorie weiter zu zeigen, haben wir das Potential der in einem Ansammlungsapparate vorhandenen Elektricität auf sich selbst zu berechnen.

Wie wir §. 30 nachgewiesen haben, ist das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst, welches wir, da das früher angewandte Zeichen W bereits oben für die entwickelte Wärmemenge benutzt ist, mit P bezeichnen wollen, gegeben durch

$$P = {}^1/_2 \int V\, dq,$$

wenn V das Potential der gesammten Elektricitätsmenge auf den Punkt bezeichnet, der das Element dq enthält, und wo die Summe aller einzelnen Vdq der gesammten vorhandenen Elektricitätsmenge zu nehmen ist.

Bei den Ladungsapparaten hat nun das Potential für alle Punkte der innern Belegung ein und denselben Werth, den wir stets mit V_1 bezeichneten, das Potential ist dagegen für alle Punkte der äussern Belegung gleich 0, für die äussere Belegung sind somit alle einzelnen Producte Vdq,

---

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. p. 38 ff. *Clausius*, Poggend. Annalen. Bd. LXXXVI.

somit auch die ganze Summe gleich 0. Wir haben deshalb jene Summe nur für die innere Belegung zu bilden. Da nun auf dieser das Potential an allen Stellen denselben Werth V_1 hat, somit jede einzelne der Summen Vdq diesen constanten Factor hat, so können wir denselben auch vor das Summenzeichen setzen, und erhalten

$$P = \frac{1}{2}\, V_1 \int dq.$$

Die Summe ist nun aber nichts als die auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge Q, somit wird

$$P = \frac{1}{2}\, V_1 \,.\, Q.$$

Im §. 38 haben wir den Werth des Potentials V_1 für einen kugelförmigen und für einen plattenförmigen Ansammlungsapparat berechnet, also für eine kugelförmige Leydener Flasche und für eine Franklin'sche Tafel. Ist der Radius der innern Kugel gleich R, der der äussern R_1, so ist

$$V_1 = Q \cdot \frac{R_1 - R}{R \,.\, R_1}.$$

Setzen wir $R_1 - R = \delta$, und berücksichtigen, dass δ nur sehr klein gegen R ist, so dass wir $R \,.\, R_1 = R\,(R + \delta) = R^2$ setzen können, so wird

$$V_1 = Q \cdot \frac{4\pi\delta}{4R^2\pi} = \frac{Q}{S} \cdot 4\pi\delta,$$

wenn wir die Oberfläche der Kugel mit S bezeichnen. Damit wird P für die kugelförmige Leydener Flasche

$$P = \frac{Q^2}{S} \cdot 2\pi\,\delta.$$

Für die Franklin'sche Tafel mit kreisförmigem Beleg, deren Platten den Abstand δ hatten, war

$$V_1 = 4\,\pi\,\delta \,.\, h.$$

Ist nun auch hier Q die auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge, so ist h, die als gleichförmig vorausgesetzte Dichtigkeit

$$h = \frac{Q}{S},$$

wenn S die Grösse der Platte bedeutet. Damit wird

$$V_1 = \frac{Q}{S} \cdot 4\pi\delta$$

und daraus

$$P = \frac{Q^2}{S} \cdot 2\pi\delta.$$

Dieselben Ausdrücke gelten auch für beliebig geformte Flaschen mit Abweichungen, welche nur Glieder vernachlässigen, welche gegen die hier beibehaltenen sehr klein sind, so dass wir allgemein für jede Leydener setzen können

$$V_1 = k \cdot \frac{Q}{S},\;\; P = \frac{k}{2}\,\frac{Q^2}{S}.$$

Werden mehrere Flaschen zu einer Batterie verbunden, so bleiben die Ausdrücke für V_1 und P ganz dieselben, wenn S dann die Fläche sämmtlicher innerer Belegungen und Q die gesammte der Batterie gegebene Elektricität bedeutet. Sind die Flaschen ganz gleich, und n solcher verbunden, so ist der auf allen Belegungen gleiche Werth des Potentials

$$V_1 = k \cdot \frac{q}{s} = k \cdot \frac{\frac{Q}{n}}{\frac{S}{n}} = k \cdot \frac{Q}{S}$$

und damit auch

$$P = \frac{k}{2} \frac{Q^2}{S}.$$

Da nun nach der Entladung der Werth des Potentials gleich Null wird, so muss die geleistete Arbeit gleich P sein, somit die entwickelte Wärmemenge gleich dem Wärmewerth dieser Arbeit oder, wenn der Wärmewerth der Arbeitseinheit gleich A gesetzt wird,

$$W = A \cdot \frac{k}{2} \frac{Q^2}{S}.$$

Die entwickelte Wärmemenge muss somit dem Quadrate der in der Batterie vorhandenen Elektricitätsmenge direct, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional sein.

Genau dieselbe Gleichung für die im Schliessungsbogen entwickelte Wärme hat, wie vorhin gezeigt wurde, Vorsselmann de Heer aus den Versuchen von Riess abgeleitet.

Eine numerische Vergleichung der im Schliessungsbogen entwickelten und der von der Theorie geforderten Wärmemenge ist nicht leicht zu erreichen, da die Entladung immer in der Schlagweite stattfindet, und es nicht leicht möglich ist, die bei der Erzeugung dieses Funkens geleistete Arbeit zu bestimmen. Auf den ersten Blick könnte es scheinen, als sei es leicht, durch Variirung der Schlagweite diese Arbeit zu bestimmen[1]), indess eine genauere Betrachtung des Funkens zeigt doch, dass das nicht einfach zu erreichen ist, da mit geänderter Schlagweite der Funke selbst zu sehr geändert wird; mit grösserer Schlagweite wird er glänzender, und springt mit einem lauteren Knalle über, ein Beweis, dass die zur Herstellung der Funkens verwandte lebendige Kraft je nach der Schlagweite sehr verschieden ist.

§. 47.

Mechanische Wirkungen der Entladung. Die mechanische Wirkung der elektrischen Entladung lässt sich ebenfalls schon an dem Conductor der Elektrisirmaschine nachweisen, indem die von demselben aus Spitzen ausströmende Elektricität mehrfache Bewegungen hervorzubringen im Stande

1) Man sehe dahin gerichtete Versuche von *Schwedoff*, Poggend. Annalen. Bd. CXXXV.

ist. Bringt man an den Conductor einer Elektrisirmaschine eine Spitze an, so geht, wenn man den Conductor dauernd geladen erhält, von der Spitze ein stetiger Luftstrom aus, den man leicht nachweisen kann, indem man nahe vor die Spitze eine Lichtflamme hält, welcher bei kräftig geladenen Conductoren aber auch fühlbar ist. Die Entstehung dieses elektrischen Windes erklärt sich leicht; die an der Spitze vorhandene Luft wird nämlich durch die von der Spitze ausströmende Elektricität elektrisirt und in Folge dessen von dem elektrischen Conductor und besonders von der Spitze, auf welcher die Elektricität am dichtesten ist, abgestossen, so dass der Luftstrom von der Spitze auszugehen scheint. Dieser elektrische Wind ist selbst auch im Stande, andere Bewegungen zu erzeugen. Bringt man auf dem Conductor eine verticale Spitze an und legt auf dieselbe ein leichtes Rädchen von Metall, dessen Speichen sämmtlich in der Art wie bei dem Reactionswasserrad nach einer Seite umgebogen und mit Spitzen versehen sind, so nimmt bei stetiger Ladung des Conductors das Rädchen bald eine rasche Rotation an, und zwar in der der ausströmenden Elektricität entgegengesetzten Richtung. Der Grund dieser Bewegung ist im wesentlichen derselbe, wie jener der Bewegung des Reactionswasserrades; die Bewegung ist Folge der zwischen der Luft und der Spitze thätigen Abstossung, nicht eine Reaction der ausströmenden Elektricität. Man überzeugt sich davon, indem man ein solches elektrisches Flugrädchen unter die Glocke der Luftpumpe bringt und elektrisirt, nachdem die Luft aus der Glocke fortgenommen ist. Die Bewegung des Rades ist dann eine viel langsamere.

Viel kräftigere mechanische Wirkungen kann man mit dem Entladungsschlage der Batterie hervorbringen und zwar besonders, wenn man den Schliessungsbogen an einer Stelle durch Luft oder durch einen festen Isolator oder flüssigen Halbleiter unterbricht.

Ist der Schliessungsbogen durch Luft unterbrochen, so wird dieselbe, wie wir wissen, von einem Funken durchbrochen und dabei mit grosser Heftigkeit nach allen Seiten fortgestossen. Leichte Körper, wie Korkstückchen oder Pulver, welche sich in der Nähe befinden, werden durch den Luftstrom auf die Seite geworfen und auseinander gefegt. Lässt man den Entladungsfunken nahe über einer mit einem feinen Pulver bestreuten Fläche hinschlagen, so werden auf der Fläche durch die nach allen Seiten hin ausweichende Luft ziemlich regelmässige Zeichnungen hervorgebracht.

Mit welcher Kraft die Luft durch den Funken zur Seite geschleudert wird, davon kann man sich überzeugen, wenn man den Funken in einem verschlossenen Gefässe überspringen lässt. Riess gibt an[1]), dass ein Entladungsfunke von 7 Millim. Länge im Stande ist, den Pfropfen aus einer zugekorkten Flasche mit Heftigkeit herauszuschleudern.

Schaltet man in den Schliessungsbogen einer kräftig geladenen Batterie

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. §. 550.

an einer Stelle einen festen Isolator ein, so wird derselbe durch die Entladung durchbohrt und zerschmettert. Am besten ist es, dazu die Leitung an den Einschaltungsstellen mit geraden Spitzen zu versehen und die Spitzen dem Isolator bis zur Berührung zu nähern. Durch Kartenblätter, Pappe oder eine Glastafel wird durch die Entladung leicht ein Loch durchgeschlagen, eine Holzplatte wird gespalten und die Stücke umher geworfen. Damit der Versuch bei Anwendung einer Glasplatte gelinge, muss man, weil das Glas sehr hygroskopisch ist, die Oberfläche des Glases vorher sorgfältig mit Alkohol und Schwefeläther abwaschen; gut ist es auch, auf der Platte, dort wo die eine Spitze sie trifft, einen Tropfen Olivenöl anzubringen, da sonst die Entladung sehr leicht über die Glasplatte hin stattfindet.

Wenn eine Pappescheibe von dem Entladungsschlage durchbohrt wird, so findet man die Ränder des Loches auf beiden Seiten nach aussen erhaben, als wenn die Durchbohrung von innen nach aussen stattgefunden hätte. Man hat wohl darin einen Beweis für die Existenz des Doppelstromes, des positiven und negativen, sehen wollen, indess bemerkt Riess[1]) mit Recht, dass dem nicht so sei, dass daraus nur folge, dass die mechanische Wirkung nach allen Richtungen stattfinde; die zerrissenen Fasern der Pappe werden dann nach jener Seite hingewandt, wo sie keinen Widerstand finden.

Führt man die Enden der Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens in eine Flüssigkeit, welche in einer Röhre eingeschlossen ist, so wird bei starker Ladung die Flüssigkeit von einem Funken durchbrochen, und wegen der gleichmässigen Fortpflanzung des Druckes nach allen Seiten hin entsteht durch das Verdrängen der Flüssigkeit aus dem Funkenkanal ein starker Druck auf die Wände, so zwar, dass dieselben häufig zerschmettert werden. Durch leitende Flüssigkeiten geht die Entladung zuweilen auch ohne Funken hindurch; dann zeigen sich keine mechanischen Wirkungen.

Auch in einem ganz metallischen Schliessungsbogen zeigen sich bei Entladung grosser Elektricitätsmengen, wenn dünne Metalldrähte eingeschaltet sind, mechanische Wirkungen, und das Glühen und Schmelzen solcher Drähte ist nach den Versuchen von Riess[2]) nicht eine reine Wirkung der durch den Entladungsstrom bewirkten Wärme.

Wenn man in dem Schliessungsbogen einer Batterie einen dünnen Draht anbringt und die Batterie ziemlich stark ladet, so zeigt sich die erste mechanische Wirkung in einer Erschütterung des ganzen Drahtes und in dem Losreissen von Metalltheilchen von der Oberfläche, die sich in Gestalt eines dichten grauen Dampfes von ihm erheben. Zugleich erscheinen

---

1) *Riess* a. a. O. §. 554.

2) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1845. Poggend. Ann. Bd. LXV. Reibungselektricität. §. 557 — 585.

sprühende Funken an den Stellen, wo der Draht in dem Schliessungsbogen befestigt ist. Durch Verstärkung der Ladung wird der Draht bleibend geändert, indem er plötzlich an einer, oder je nach der Stärke der Ladung, an mehreren Stellen Biegungen oder Knickungen erhält, wie wenn er von einem kantigen Instrumente eingedrückt wäre. Bei einer ersten Entladung sind diese Einbiegungen nur schwach, sie nehmen bei jeder folgenden Entladung bis zu einer gewissen Grenze an Tiefe zu. Bei einem Versuche mit einem in dem allgemeinen Auslader eingeschalteten nicht gespannten 0,05^{mm} dicken Platindrahte fand Riess bei Anwendung von 3 Flaschen und folgenden Elektricitätsmengen

Elektricitätsmenge	
8	einen Funken an der äusseren Befestigung des Drahtes,
9	Erschütterung, Einbiegung,
10	Einbiegung vertieft,
11	noch mehr vertieft, neue Einbiegungen.

Die Einheit der Elektricitätsmenge entsprach jener, welche zwei Entladungen der Maassflasche bei 1,1^{mm} Abstand der Kugeln hervorbrachte.

Steigert man die Ladung der Batterie nun noch weiter, so kommt der Draht zum Glühen und zwar je nach der Stärke der Ladung erst zum Rothglühen, dann zum Weissglühen. Das Glühen tritt bei einem Drahte von bestimmtem Querschnitte immer bei derselben durch die Erwärmung eines Luftthermometers gemessenen Stärke des Entladungsstromes ein; die zu einem bestimmten Glühen nothwendige Stärke des Entladungsstromes muss aber um so grösser sein, je dicker der Draht ist, und zwar ist sie der vierten Potenz des Radius proportional. Die Stärke des Stromes muss ferner bei Drähten verschiedenen Metalles verschieden sein.

Bei noch stärkerer Ladung zerreissen dann die Drähte in mehrere Stücke und zersplittern selbst in eine Menge kleiner Stücke, welche bei weiter verstärkter Ladung immer kleiner werden, zuerst an der Oberfläche schmelzen und zuletzt in geschmolzene Kugeln zusammenfliessen. Die letzte, durch die stärkste Ladung zu erzielende Wirkung ist dann das Zerstäuben der Drähte; die Zerstäubung geschieht unter glänzender Lichterscheinung und mit einem starken Knalle.

Dass das Glühen und Zerschmelzen der Drähte nicht einfach Folge der durch die Stärke der Ladung gesteigerten Wärmeentwickelung ist, das ergibt sich zunächst aus den stets dem Glühen vorhergehenden mechanischen Aenderungen des Drahtes. Riess hat das aber auch direct dadurch nachgewiesen, dass er die Temperatur des Drahtes berechnete, unter der Voraussetzung, dass die Temperaturerhöhung in demselben einfach den Gesetzen der Wärmeerregung folge. Wie das geschehen kann, ergibt sich aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen. Es wurde in den Schliessungsbogen ein Luftthermometer eingeschaltet, und aus der Beob-

achtung desselben ergaben sich die Constanten der Wärmeformel. Aus dem bekannten Verzögerungswerthe des eingeschalteten dünnen Drahtes konnte dann die Temperatur desselben unter obiger Vorraussetzung bei der ihn zum Schmelzen bringenden Batterieladung berechnet werden. So fand Riess für einen schmelzenden dünnen Platindraht die Temperatur noch nicht 250° C., eine Temperatur, bei welcher der Draht noch lange nicht zum Glühen kommt.

In welcher Weise nun beim Glühen und Schmelzen die mechanischen und Wärmewirkungen zusammenkommen, das lässt sich nicht vollkommen übersehen. Riess hält dafür, dass die Drähte durch den Entladungsschlag aufgelockert werden, wodurch der Verzögerungswerth des Drahtes sich verändert, und wodurch die Fortpflanzung des Stromes eine ganz andere wird. In manchen Fällen, nämlich bei der Entladung durch leicht oxydirbare Drähte, ist das Glühen und Schmelzen jedoch als eine secundäre Wirkung der Entladung zu betrachten, indem bei diesen das Glühen nach dem Entladungsschlage an Stärke zunimmt und dann erst das Schmelzen eintritt; das ist zuweilen der Fall bei Eisendrähten. Der Grund dafür ist, dass durch die Entladung eine oberflächliche Verbrennung des Eisens eingeleitet wird, welche dann eine solche Wärme entwickelt, dass der Draht weiter glüht und abschmilzt.

§. 48.

Lichtwirkung der elektrischen Entladung. Jedesmal dann, wenn die elektrische Entladung durch Luft oder irgend ein Gas und häufig auch wenn sie durch Flüssigkeiten hindurch stattfindet, ist sie mit einer Lichterscheinung verbunden, welche je nach Art der Entladung verschieden sein kann. Die einfache Entladung der Batterie ist stets von einem, auch in hellem Zimmer sichtbaren Funken begleitet, welcher bei Annäherung der Kugeln in dem Entladungsapparate mit lautem Geräusche überspringt. Bei gleicher Schlagweite der Batterie ist der Funke um so heller und das Geräusch um so stärker, je grösser die entladene Elektricitätsmenge ist und je besser der Schliessungsbogen leitet.

In ganz ähnlicher Weise lassen sich durch die Entladung des Conductors einer Elektrisirmaschine Funken hervorbringen, wenn man demselben Leiter mit abgerundeten Flächen hinreichend nähert. Die Bahn des Funkens ist bei geringer Schlagweite eine gerade, ebenso wie bei dem Entladungsfunken der Batterie; bei grösserer Schlagweite wird sie zickzackförmig und schon bei einer Länge von 5—10 Cent. zeigt sie mehrere Einknickungen. Bei grosser Schlagweite und grosser durch dieselbe entladener Elektricitätsmenge fahren dann auch wohl von den Winkelspitzen Aeste aus. Man kann auf diese Weise Funken von 0,33 Meter und mehr Länge erhalten. Die Länge der Funken hängt natürlich wesentlich ab von der Form des Conductors und des funkenziehenden Leiters, da die Schlagweite von der

Dichtigkeit der Elektricität an den Stellen abhängt, an welchen der Funke überspringt. Der Funke wird um so länger, je grösser die Dichtigkeit ist, ohne dass ein Ausströmen stattfindet, er wird deshalb im allgemeinen am grössten sein, wenn man an den Conductor der Maschine eine kleine Kugel ansetzt und dieser eine mit der Erde in leitender Verbindung stehende Kugel nähert. Befestigt man an dem Conductor eine Spitze oder nähert man demselben eine Spitze, so werden wegen der stattfindenden Ausströmung nur in sehr kleinen Schlagweiten Funken überspringen können, nämlich in solchen, welche der auf der Spitze möglichen Dichtigkeit entsprechen, die ihr trotz des Ausströmens verbleibt. Entfernt man sich dann mit der Spitze so weit, dass von ihr keine Ausströmung mehr stattfindet, dann wird im allgemeinen die Entfernung zu gross sein, als dass noch ein Funke überspringen könnte. In manchen Fällen ist das aber möglich, dann zeigen sich die zuerst von Gross[1]) beobachteten, später von Riess[2]) genauer untersuchten elektrischen Pausen; bei sehr kleinem Abstande der Spitze vom Conductor springen dann Funken über, bei etwas grösserem nicht, und bei noch grösserem springen sie wieder über, bis sie schliesslich bei zu grosser Schlagweite gar nicht mehr überspringen.

Die Funken sind nur bei kleinerer Schlagweite überall gleich hell, bei grösserer findet sich in denselben in der dem negativen Leiter zugewandten Hälfte eine lichtschwächere Stelle; häufig zeigt sich dann auch der Funke selbst an den verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, nämlich in der grösseren, dem positiven Leiter zugewandten Hälfte bläulich weiss, in der anderen röthlich. Die Farbe desselben ändert sich indess sehr mit den Metallen, zwischen denen er überspringt. Eine prismatische Untersuchung der Funken zeigt dann, wie zuerst Fraunhofer[3]) fand, und später Wheatstone[4]) und Masson[5]) genauer untersuchten, dass das Funkenspectrum nicht wie das der Sonne oder sonstiger Flammen ein continuirliches ist, sondern dass es aus einer Anzahl durch dunkle Zwischenräume getrennter heller Streifen besteht. Die Farbe oder Lage dieser Streifen im Spectrum und ihre Zahl hängt wesentlich ab von den Metallen, aus welchen die Funken gezogen werden. Wie Kirchhoff schliesslich gezeigt hat[6]), sind die Streifen, welche in dem aus einem bestimmten Metalle gezogenen Funken auftreten, ganz dieselben

---

1) *Gross*, Elektrische Pausen. Leipzig 1776. *Riess*, Reibungselektricität Bd II §. 671.

2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

3) *Fraunhofer*, Denkschriften der Münchner Akademie aus den Jahren 1814 und 1815. Bd. V.

4) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. XXXVI.

5) *Masson*, Annales de chim. et de phys. III.Sér. T. XXXI. Krönig's Journal Bd. II.

6) *Kirchhoff*, Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1861. Ueber das Sonnenspectrum und das Spectrum der chemischen Elemente.

welche eine Flamme zeigt, in welcher der Dampf eines Salzes jenes Metalles glüht, so zwar, dass der elektrische Funke das bequemste Mittel ist, um das Spectrum der Metalle zu untersuchen.

Auf die Farbe des Funkens ist ferner von Einfluss das Gas, in welchem er überspringt. Nach den Versuchen von Faraday[1]) ist der in atmosphärischer Luft überspringende Funke bläulich weiss, in Stickgas blau oder purpurn, in Sauerstoffgas weiss, in Wasserstoffgas hochroth, in Kohlensäure grünlich und von auffallend unregelmässiger Gestalt, in Salzsäure ist er weiss. Mit der Dichtigkeit des Gases nähert sich die Farbe in allen mehr dem Weissen.

Die Thatsache, dass die Farbe des Funkens wesentlich, ja allein abhängt von der Natur der Metalle, zwischen denen der Funke überspringt, und der Natur des zwischen denselben befindlichen Gases, führt auf die Vermuthung, dass das elektrische Licht nur eine secundäre Wirkung der Elektricität, nur eine Folge der Wärmewirkung ist. Es würden darnach in dem Funken nur die von den Metallen losgerissenen Theilchen und die Gase in und an dem Funkenkanal glühend, und das Leuchten dieser glühenden Theile wäre das elektrische Licht. Dass in der That in den Funken Metalltheilchen mitgerissen werden, das lässt sich auch direct nachweisen. Denn einmal werden die Flächen, aus denen man viele Funken gezogen hat, allmählich rauh und zeigen Gruben, aus denen das Metall fortgeschleudert ist, und andererseits zeigt sich nach mehrfacher Entladung zwischen verschiedenen Metallen auf dem einen ein Anflug des anderen. Lässt man so Funken zwischen Kupfer und Silber überschlagen, so zeigt das Silber einen Anflug von Kupfer und das Kupfer einen Anflug von Silber. Wir werden in dem folgenden Abschnitte auf diese Frage zurückkommen, wenn wir die Versuche über die Spectra der Gase, durch welche ein elektrischer Inductionsstrom hindurchgeht, zu besprechen haben.

Ueber die Lichtstärke des Funkens beim Entladungsstrome einer Batterie hat Masson[2]) Messungen angestellt und gefunden, dass in einem constanten Schliessungsbogen die Lichtstärke des Funkens immer der an einer constanten Stelle des Schliessungsbogens erregten Wärmemenge proportional ist. Mit einer Veränderung des Schliessungsbogens verändert sich auch die Lichtstärke, und zwar wieder in demselben Sinne und demselben Verhältnisse, in welchem die Erwärmung einer constanten Stelle des Schliessungsbogens sich ändert. Auch dieser Satz, welcher ganz allgemein die Lichtwirkung der Entladung mit der Wärmewirkung in die innigste Beziehung setzt, spricht dafür, dass die Lichtwirkung nur secundärer Natur, nur eine Folge der Wärmewirkung ist.

---

1) *Faraday,* Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1423. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

2) *Masson,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XIV u. XXX.

Bei der Entladung des Conductors einer Elektrisirmaschine können sich noch andere Lichtwirkungen zeigen. Wenn nämlich die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte des Conductors so gross wird, dass die Elektricität ausströmt, und kein Leiter in der Nähe ist, welcher die Bildung eines Funkens veranlasst, so zeigen sich an der Ausströmungsstelle leuchtende Büschel. Dieselben sind bedeutend lichtschwächer als die Funken, so dass sie nur in verfinsterten Räumen wahrgenommen werden können. Sie erscheinen dann als bläuliche Lichtkegel, deren Spitze die Ausströmungsstelle des Leiters bildet; die Kegelform rührt daher, dass die ausströmenden elektrischen Strahlen sich abstossen. Man kann die Büschel an jedem Conductor erhalten, wenn man auf denselben ein zugespitztes Holzstück oder einen an seinem Ende rund gefeilten Draht aufsetzt. Nähert man einem Conductor, von welchem die Elektricität ausströmt, einen Leiter, jedoch nicht so weit, dass ein Funke überspringt, so kann man die Länge des Büschels bedeutend vergrössern und seine Gestalt abändern.

Die Helligkeit und Farbe des Büschels ändert sich nach den Versuchen Faraday's[1]) mit dem Gase, in welchem er sich bildet, die Farbe im allgemeinen ebenso wie diejenige des Funkens. Die Grösse des Büschels ist immer der Dichtigkeit der Elektricität an der Ausströmungsstelle proportional. In Bezug auf die Grösse zeigen sich die Büschel positiver und negativer Elektricität meist verschieden, und zwar der positive Büschel meist grösser als der negative. Der Grund dieses Unterschiedes ist aber wohl eher in einer gewissen Elektrisirung der Luft, als in einem charakteristischen Unterschiede der beiden Elektricitäten zu suchen.

Eine eigenthümliche Art des Büschels zeigt sich an den Spitzen, aus welchen die Elektricität ausströmt, das Spitzenlicht oder der elektrische Stern; er zeigt sich als im Dunklen sichtbarer leuchtender Punkt auf den ausströmenden Spitzen. Dass an solchen Spitzen trotz der starken Ausströmung der Elektricität sich nur ein auf die Spitze beschränkter Lichtpunkt zeigt, hat seinen Grund in dem schon früher erwähnten, von den Spitzen ausgehenden elektrischen Winde. Wie wir bereits anführten, ist dieser Wind eine Hauptursache der Ausströmung, indem an der Spitze die Luft in Folge der grossen dort vorhandenen elektrischen Dichtigkeit elektrisch wird und dann abgestossen wird. Die Elektricität wird also gewissermassen ähnlich dort weggenommen, als wenn man in rascher Folge die Stelle des Conductors mit kleinen Kugeln berührte und diese dann wegnimmt. Dass dieser Umstand in der That die Beschränkung des Lichtes auf den Stern bewirkt, zeigt sich auch dadurch, dass man an nicht gerade mit Spitzen versehenen Körpern, welche in gewöhnlicher Luft Büschel zeigen, Glimmlicht erhält, wenn man sie in einen luftverdünnten Raum

1) *Faraday*, Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1454 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

bringt, also in einen Raum, in welchem die Luft beweglicher ist, dass man ferner einen Büschel in Glimmlicht verwandeln kann, wenn man gegen die Ausströmungsstelle bläst.

Die elektrischen Lichterscheinungen nehmen bedeutend an Schönheit zu, wenn man sie in einem luftverdünnten Raume hervorbringt. Sehr bequem dazu ist das elektrische Ei Fig. 80. Dasselbe besteht aus einem eiförmigen rings geschlossenen Glasgefässe, welches an den Enden der grossen Axe durchbohrt und mit Metallfassungen versehen ist; die untere Fassung setzt sich in eine mit einem Hahne verschliessbare Röhre fort, welche auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden kann. Von der unteren Fassung und mit ihr in metallischer Verbindung steigt in das Gefäss ein Metallstab auf, welcher oben in einer kleinen Kugel endet. Ein ebensolcher Stab, mit einer kleinen Kugel an seinem unteren Ende versehen, reicht durch eine Stopfbüchse der oberen Fassung in das Gefäss hinab und kann der unteren Kugel beliebig genähert werden.

Fig. 80.



Verdünnt man die Luft in dem Ei sehr weit und bringt den oberen Metallstab mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine in Verbindung, während der untere mit der Erde in leitender Verbindung ist, so geht die Elektricität in Form eines leuchtenden Büschels von grosser Breite von einer Kugel zur anderen über, in welchem man oft deutliche Schichtungen beobachten kann.

Es genüge hier, auf diese Erscheinungen aufmerksam gemacht zu haben; wir werden bei Betrachtung der Geissler'schen Röhren im letzten Abschnitte darauf zurückkommen.

§. 49.

Uebersicht über die weiteren Wirkungen des Entladungsstromes.

Ausser den in den letzten Paragraphen betrachteten drei Gruppen von Wirkungen des Entladungsschlages lassen sich leicht noch einige andere erkennen, welche theils in dem Schliessungsbogen, theils ausserhalb desselben sich zeigen. Wir werden dieselben, wie erwähnt, in den nächsten Abschnitten ausführlicher betrachten, da wir sie dann erst vollständig verstehen können, wenn wir die Wirkungen des einfachen constanten galvanischen Stromes kennen gelernt haben; hier werden wir sie nur kurz der Vollständigkeit halber anführen.

Wenn man in den Entladungsstrom einer Batterie chemisch zusammengesetzte Flüssigkeiten einschaltet, so werden dieselben durch den Strom in ihre näheren oder entfernteren Bestandtheile zerlegt; den Nachweis davon lieferte Wollaston [1]), indem er einen Silberdraht, welcher mit dem Conductor

1) *Wollaston*, Gilbert's Annalen Bd. XI.

einer Elektrisirmaschine in leitender Verbindung stand, und welcher ausser an seinem freien Ende mit Siegellack überzogen war, in eine Lösung von Kupfervitriol tauchte, in welche zugleich ein ebensolcher mit dem Reibzeuge in Verbindung stehender Draht eintauchte. Nachdem die Scheibe der Maschine 100 Mal umgedreht war, zeigte sich die metallische Oberfläche des mit dem Reibzeuge verbundenen Drahtes mit Kupfer bedeckt. An dem mit dem Conductor verbundenen Drahte wurde Schwefelsäure frei, wie dadurch bewiesen wurde, dass sich das Kupfer wieder auflöste, als der vorhin mit dem Reibzeuge verbundene Draht mit dem Conductor verbunden wurde. An dem Draht, aus welchem der Strom in die Flüssigkeit eintrat, wurde also die Säure frei, an dem anderen das Metall. Ebenso gelang es Wollaston, das Wasser zu zersetzen, es zeigte sich jedoch meist an beiden Spitzen Wasserstoff und Sauerstoff. Andere Zersetzungen hat Faraday ausgeführt.

An den Unterbrechungsstellen des Schliessungsbogens zeigen sich ebenfalls chemische Einwirkungen der Funken auf die Gase. Lässt man den Funken häufig durch feuchte Luft schlagen, so bildet sich stets etwas Salpetersäure; zugleich tritt ein eigenthümlicher, der sogenannte elektrische Geruch auf, welcher nach Schönbein in einer Modification des Sauerstoffs, welche sich bildet und die er Ozon nennt, seinen Grund hat. Der Sauerstoff ist ein zweiatomiges Gas, der elektrische Funke oder schon die ausströmende Elektricität zerreisst die Doppelatome des Sauerstoffs, welche dann gesondert oder indem die einzelnen Atome an unzerrissene Moleküle sich ansetzen und so dreiatomige Moleküle bilden, als Ozon auftreten. Weiteres darüber sehe man in den Lehrbüchern der Chemie.

Lässt man den Funken durch entzündliche Gasgemische, so durch Wasserstoff und Sauerstoff, Wasserstoff und Chlor schlagen, so verbinden sich dieselben, eine Thatsache, welche in der Chemie bei der Gasanalyse im Eudiometer vielfach angewandt wird.

Umgekehrt werden zersetzbare Gase, so Stickoxydul durch den Funken zerlegt.

Welche von diesen Wirkungen als chemische, welche als secundäre zu betrachten sind, darauf werden wir später zurückkommen.

Eine fernere Gruppe von Wirkungen im Schliessungsbogen sind die physiologischen, welche sich wahrnehmen lassen, wenn man seinen Körper in den Schliessungsbogen einschaltet, so dass der Entladungsstrom durch denselben hindurchgeht; im Augenblicke der Entladung fühlt man einen Schlag im Innern des Körpers, besonders an den Gelenken, welcher mit der Stärke der Ladung zunimmt. Bei sehr starken Ladungen kann dieser Schlag sogar dauernde Lähmungen und selbst den Tod zur Folge haben.

Ausser diesem Schlage zeigt sich die Einwirkung auf den Organismus in einem örtlichen Schmerze an den Stellen, wo man auf denselben einen Funken überspringen lässt. Bei vielfachem Ueberspringenlassen auf die-

selbe Stelle bildet sich eine Blase aus, welche zu Geschwüren Anlass geben kann.

Die Wirkungen ausserhalb des Schliessungsbogens sind magnetische und elektrische; erstere zeigen sich darin, dass durch den Entladungsstrom Magnetnadeln, um welche derselbe geführt wird, aus dem Meridiane abgelenkt werden, und dass Stahlnadeln, welche in der Nähe des Schliessungsbogens liegen, oder um welche derselbe geführt wird, bleibend magnetisch werden.

Die elektrischen Wirkungen der Entladungen in neben den ursprünglich elektrisirten stehenden Leitern sind Wirkungen der Influenz. Wir erwähnen an dieser Stelle nur den sogenannten Rückschlag in Leitern, welche dem Conductor einer Elektrisirmaschine, welche plötzlich entladen wird, nahe stehen. In isolirten Leitern, welche dem elektrisirten Conductor nahe stehen, werden die beiden Elektricitäten durch Influenz getrennt; wird nun der elektrische Zustand des Conductors plötzlich aufgehoben, so treten die getrennten Elektricitäten ebenfalls wieder zusammen; dieses Zusammentreten bezeichnet man als Rückschlag. Man nimmt den Rückschlag sehr gut wahr an Froschschenkeln, welche frisch präparirt, isolirt in der Nähe eines Conductors hingelegt sind; jedesmal, wenn man dem Conductor einen Funken entzieht, beobachtet man in Folge des Rückschlages eine Zuckung des Froschschenkels.

Man kann den Rückschlag ferner leicht beobachten, wenn man in der Nähe eines Conductors zwei Leiter so aufstellt, dass die Verbindungslinie beider gegen den Conductor gerichtet ist, und dass sie nur durch eine schmale Luftschicht getrennt sind. Ist der nähere von beiden isolirt, der von dem Conductor entferntere mit der Erde in leitender Verbindung, so wird der nähere durch Influenz elektrisch und die Influenzelektricität der zweiten Art springt auf den entfernteren über und wird zur Erde abgeleitet. Ist der Gleichgewichtszustand hergestellt, so ist der erste Leiter mit Influenzelektricität der ersten Art versehen, welcher in dem zweiten dann auf der dem ersten zugewandten Seite entgegengesetzte Elektricität influenzirt. Wird nun der Conductor plötzlich unelektrisch, so dass auf dem ersten Leiter die Elektricität sich frei verbreiten kann, so findet auch zwischen den beiden nahen Leitern die Ausgleichung statt.

Auf die ferneren elektrischen Wirkungen, die von Riess beobachteten Seitenentladungen wie auf die Nebenströme, werden wir in dem letzten Abschnitte eingehen.

Dritter Abschnitt.

Der Galvanismus.

Erstes Kapitel.

Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

§. 50.

Elektricitätserregung durch Berührung zweier Metalle. Bereits bei Gelegenheit der Aufzählung der verschiedenen Elektricitätsquellen haben wir erwähnt, dass bei der Berührung heterogener Substanzen sich Elektricität entwickle. Die erste, jedoch nicht so verstandene Beobachtung dieser Art rührt von Sulzer her[1]), welcher folgenden Versuch beschreibt. Wenn man zwei Stücke Metall, ein bleiernes und ein silbernes, so mit einander vereinigt, dass ihre Ränder eine Fläche bilden, und man bringt sie an die Zunge, so wird man einen gewissen Geschmack daran merken, welcher dem des Eisenvitriols nahe kommt, während jedes einzelne Metall denselben nicht zeigt. Diese Beobachtung blieb mehr als 30 Jahre eine vereinzelte Thatsache, bis in den neunziger Jahren des vorigen Jahrhunderts Volta sie wieder hervorhob und erklärte.

Die zweite Beobachtung dieser Elektricitätserregung machte im Jahre 1789 Luigi Galvani, Professor zu Bologna[2]), zufällig, veranlasst durch einen falsch verstandenen elektrischen Versuch. In der Nähe des Conductors einer Elektrisirmaschine waren präparirte Froschschenkel wie Fig. 81 auf einen Tisch gelegt, und man fand, dass dieselben jedesmal zuckten, wenn aus dem Conductor ein Funke gezogen wurde. Galvani erkannte nicht, dass diese Zuckung einfach eine Folge des Rückschlages war, welche das noch nicht abgestorbene Präparat ebenso zucken macht, wie der durch den menschlichen oder thierischen Organismus geführte Entladungsschlag in dem-

---

1) *Sulzer*, Mémoires de l'Académie de Berlin 1760.

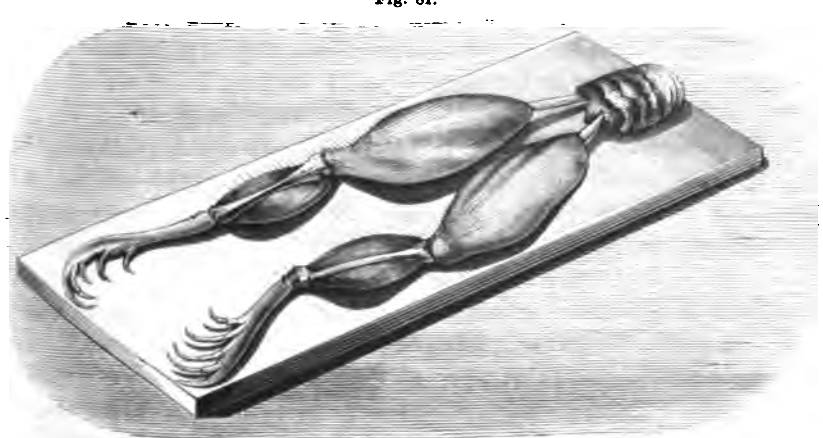
2) *Galvani*, De viribus in motu musculari Commentarius, in den Commentariis Acad. Bononiae. T. VII. 1791.

selben eine Zuckung hervorruft, er glaubte vielmehr in demselben eine Einwirkung der Elektricität auf die von ihm angenommene thierische Elektricität zu erkennen.

Um zu untersuchen, ob die atmosphärische Elektricität auf die thierische einen ebensolchen Einfluss habe, hing Galvani mehrere Froschpräparate mit einem kupfernen Haken an das eiserne Gitter seines Gartens. Die Froschpräparate bestanden (Fig. 81) aus den von ihrer Haut entblössten Hinterschenkeln eines Frosches, welche durch die Schenkelnerven noch mit einem



Fig. 81.



Stücke der Wirbelsäule verbunden waren. Die kupfernen Haken waren durch die Wirbelsäule gesteckt, so dass sie mit dem Rückenmarke in leitender Verbindung waren, mit welchem andererseits noch die Schenkelnerven verbunden waren.

Ein Einfluss der atmosphärischen Elektricität zeigte sich nun allerdings nicht, denn so lange die Froschschenkel an den Kupferdrähten hingen, ohne das eiserne Gitter zu berühren, zeigte sich an ihnen gar nichts. Als aber Galvani die Kupferdrähte zurückbog, so dass die Froschschenkel das Eisen berührten, zeigten sich an denselben die lebhaftesten Zuckungen; Galvani erkannte sofort, dass dieselben nicht Folge der atmosphärischen Elektricität sein konnten, und überzeugte sich noch weiter davon, indem die Zuckungen ganz ebenso auftraten, als er in einem Zimmer die Froschschenkel auf eine Eisenplatte legte und mit den Kupferdrähten dann die Eisenplatte berührte. Bei weiteren Versuchen zeigte sich dann, dass die wesentliche Bedingung zum Auftreten der Zuckungen in der Herstellung eines metallischen Bogens vom Rückenmark des Frosches zu den Schenkelmuskeln bestand, dass sie, so lange das Präparat noch nicht abgestorben war, jedesmal mit Heftigkeit auftraten, wenn dieser Bogen aus zwei Metallen, wie in den ersten Versuchen aus Kupfer und Eisen, bestand, dass sie aber auch auftreten konnten,

wenn auch schwächer und nicht so regelmässig, wenn dieser Bogen nur aus einem Metalle bestand.

Galvani sah in diesen Versuchen eine Bestätigung seiner Lieblingstheorie einer thierischen, durch den Lebensprozess entwickelten Elektricität, und nahm an, dass das Froschpräparat einer mit dieser geladenen Leydener Flasche zu vergleichen wäre, deren innere Belegung der Nerv, deren äussere der Muskel bildete. Wenn durch den metallischen Bogen die leitende Verbindung zwischen beiden hergestellt werde, trete die Entladung ein, und in Folge dieser die Zuckung.

Die Bekanntmachung dieser Versuche erregte das grösste Aufsehen, und die Versuche wurden allerorten wiederholt. Eine aufmerksame Wiederholung erregte aber zunächst bei Alexander Volta[1]), Professor zu Pavia, Zweifel an der Richtigkeit der Erklärung, welche Galvani ihnen gegeben; er wurde darauf aufmerksam, dass die Versuche am besten gelangen, wenn der Nerv und Muskel verbindende Bogen aus zwei Metallen bestand, dass die Zuckungen nur höchst unregelmässig auftraten und oft ganz ausblieben, wenn der Bogen nur aus einem Metalle bestand. Er nahm daher an, dass die eigentliche Quelle der die Zuckungen erregenden Kraft in der Berührung der beiden Metalle liege, dass bei dieser Berührung Elektricität entwickelt werde, und dass die Ausgleichung dieser Elektricität durch das Froschpräparat dasselbe zum Zucken bringe. Das Froschpräparat wäre demnach nur als ein sehr empfindliches Elektroskop zu betrachten. Dass auch bei einem Metalle der Versuch wohl gelinge, das glaubte Volta daraus zu erklären, dass wohl auch in einem von demselben Metalle genommenen Streifen Ungleichartigkeiten vorkämen, oder später auch, dass die ungleiche Berührung des Metalls mit Nerv und Muskel schon Elektricität hervorbrächte.

Es entspann sich jetzt ein heftiger Streit zwischen Galvani und seinen Anhängern einerseits und Volta andererseits, auf welchen wir hier nicht näher eingehen können[2]), der aber mit dem Siege Volta's endete, als er auch auf andere Weise unzweideutig den Nachweis lieferte, dass bei der Berührung zweier Metalle Elektricität entwickelt wird. Dadurch wurde Volta der eigentliche Begründer dieses Zweiges der elektrischen Erscheinungen, welche indess nach demjenigen, der sie zuerst beobachtet, wenn auch falsch verstanden hat, galvanische Erscheinungen genannt werden.

---

1) *Volta,* Giornale Physico-medico di D. Brugnatelli 1794. Gren's Journal für Physik. Bd. II.

2) Eine äusserst interessant geschriebene Geschichte des Streites zwischen Galvani und Volta gibt Du Bois Reymond in dem ersten Bande seiner Untersuchungen der thierischen Elektricität.

Die Versuche Volta's, welche seitdem als Fundamentalversuche bezeichnet werden, sind, wenn auch in etwas anderer Form, folgende[1]).

Man nehme zwei eben auf einander geschliffene Platten, die eine von Kupfer, die andere von Zink, von circa 10 Cm. Durchmesser, welche mit isolirenden Handhaben versehen sind, und setze sie auf einander. Dann hebe man sie einander parallel von einander, und berühre mit der Kupferplatte die Collectorplatte eines condensirenden Elektroskopes. Als solches wendet man am besten ein Behrens'sches nach der Einrichtung von Fechner oder Riess an, welches mit einem Condensator versehen ist; auf den Metallstift des Elektroskopes ist zu dem Ende eine Kupferplatte geschraubt, welche auf ihrer oberen Fläche mit einer sehr dünnen Firnissschicht versehen ist, auf dieser steht eine Zinkplatte, welche auf ihrer unteren Seite ebenfalls mit einer möglichst dünnen Firnissschicht versehen ist.

Ist das Elektroskop recht empfindlich, so wird man bei dem Abheben der Condensatorplatte schon jetzt eine Bewegung des Goldblättchens wahrnehmen, welche anzeigt, dass die Collectorplatte negative Elektricität erhalten hat. Viel kräftiger wird aber die Ladung, wenn man den Versuch einigemal wiederholt; man berührt dann mit der Kupferplatte die kupferne Collectorscheibe, mit der Zinkplatte zugleich die Condensatorscheibe von Zink, setzt sie darauf wieder wie vorher zusammen und berührt nach dem Abheben der Zinkplatte die Collectorplatte wieder mit der Kupferscheibe, die Condensatorplatte mit der Zinkscheibe. Nach einigen Wiederholungen dieses Verfahrens wird man dann in der Collectorplatte des Elektroskopes ziemlich kräftige negative Elektricität finden.

Wendet man als Collectorscheibe des Condensators eine Zinkplatte an, als Condensatorscheibe eine Kupferplatte, und wiederholt den beschriebenen Versuch ganz in der angegebenen Weise, nur mit dem Unterschiede, dass man jetzt mit der unteren Collectorplatte die Zinkplatte mehrmals in Berührung bringt, so zeigt das Elektroskop jetzt ebenso starke positive Elektricität an wie vorher negative.

Dieser Versuch beweist, dass bei der Berührung der Kupfer- und Zinkscheibe Elektricität entwickelt wird, indem nach der Berührung der beiden Platten die Zinkplatte sich positiv, die Kupferplatte sich negativ elektrisch zeigte.

Man kann diesen Versuch in mannigfacher Weise mit gleich günstigem Erfolge abändern. Zunächst kann man die erregenden Platten selbst als Condensatorplatten anwenden in der Art, dass man die eben benutzte Kupfer- oder Zinkplatte direct auf das Elektroskop schraubt und auf dieselbe die andere der beiden Platten isolirt aufsetzt, so dass die beiden Metalle sich in der ganzen Fläche berühren. Ist das Elektroskop hinreichend

---

1) *Volta's* Fundamentalversuche sind mitgetheilt in Gren's Neues Journal für Physik Bd. IV, Gilbert's Annalen Bd. X.

empfindlich, so wird es nach dem Abheben der oberen Platte negative Elektricität zeigen, wenn dieselbe die Zinkplatte war, positive, wenn dieselbe die Kupferplatte war.

Ist das Elektroskop nicht empfindlich genug, um bei diesem Versuche Elektricität zu zeigen, so setze man auf dasselbe wieder den zuerst angewandten Kupferzink-Condensator und verbinde die Rückflächen der beiden Scheiben durch einen Kupfer- oder Zinkdraht, welchen man isolirt hält. Auch nach einer noch so kurzen Verbindung der beiden Platten wird man nach dem Abheben der Condensatorplatte kräftige Anzeichen von Elektricität erhalten, von negativer, wenn Kupfer, von positiver, wenn Zink unten war. Bei diesem Versuche wird die Elektricität an der Berührungsstelle des Drahtes mit dem ungleichartigen Metalle erregt, von dort fliesst dieselbe in die Platten des Condensators und zwar so lange, bis die Dichtigkeit auf der Collectorscheibe oder dem damit in Verbindung stehenden Drahte gleich ist der Dichtigkeit der durch die Berührung erregten Elektricität. Es ist bei diesem Versuche ganz gleichgültig, ob man den Draht an den Scheiben einfach anlegt, oder ob man mit demselben die Platten reibt, ein Beweis, dass die allenfalls bei allen diesen Berührungen vorkommende Reibung nicht die Quelle der beobachteten Elektricität ist.

Ebenso wie bei der Berührung von Kupfer und Zink zeigen sich auch Elektricitäten bei der Berührung irgend zweier anderer Metalle, so dass immer das eine von zweien positiv, das andere negativ elektrisch wird.

Es ergiebt sich demnach, dass stets bei der Berührung zweier verschiedener Metalle und in Folge dieser Berührung auf den beiden Metallen gleiche Mengen entgegengesetzter Elektricität auftreten. Wir sind daher genöthigt anzunehmen, dass bei der Berührung eine Kraft auftritt, welche die in den neutralen Metallen verbundenen Elektricitäten von einander trennt und veranlasst, dass eine gewisse Menge positiver Elektricität von dem ersten auf das zweite, eine gewisse Menge negativer Elektricität von dem zweiten auf das erste übergeht. Diese Kraft, welche bei und in Folge der Berührung der Metalle auftritt, nennt man die elektromotorische Kraft.

Das Bedingende dieser Kraft sieht Helmholtz[1]) in einer verschieden starken Anziehung der verschiedenen Metalle auf die beiden Elektricitäten; er nimmt an, dass die Materie der Metalle eine Anziehung auf die Elektricitäten ausübt, und dass diese Anziehung eine verschiedene Grösse habe je nach Art der Elektricität. Diese Anziehung soll nach Art der Molekularkräfte nur in unmessbar kleinen Entfernungen wirken, während die Elektricitäten auf einander aus endlichen Entfernungen wirken.

In wie weit durch solch eine verschiedene Anziehung der beiden Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten eine Trennung derselben und Vertheilung über die Metalle eintreten kann, lässt sich leicht erkennen. Im

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847, p. 47.

Innern jedes der einzelnen Metalle ist die Anziehung auf beide Elektricitäten dieselbe, in einem gewissen Abstande von der Grenzfläche dagegen muss in Folge dieser Verschiedenheit eine Trennung der Elektricitäten eintreten. Nehmen wir z. B. Kupfer und Zink und setzen voraus, dass ersteres stärker die negative, letzteres stärker die positive Elektricität anzieht, so wird auf die in den der Berührungsstelle nahe liegenden Stellen des Kupfers vorhandene positive Elektricität eine gegen das Zink gerichtete, auf die negative dagegen, welche in den der Grenze nahe liegenden Zinktheilen vorhanden ist, eine gegen das Kupfer gerichtete Kraft wirken. In Folge dessen wird negative Elektricität auf das Kupfer, positive auf das Zink fliessen, bis die Anziehung der getrennten Elektricitäten zu einander den Anziehungen der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten entgegengesetzt gleich ist, oder bis die Differenz der Potentialwerthe der gesammten freien Elektricität in den beiden Metallen der elektromotorischen Kraft gleich ist. Die getrennten Elektricitäten verbreiten sich nämlich über die beiden Metalle und vertheilen sich so, dass ein den elektrischen Gesetzen entsprechender Gleichgewichtszustand hergestellt wird. Dazu muss das Potential der gesammten Elektricitäten an allen Punkten eines und desselben Metalles, welche hinreichend weit von der Berührungsstelle entfernt sind, einen und denselben Werth haben, in den verschiedenen Metallen muss aber der Werth verschieden, in dem einen etwa V_1, in dem andern etwa V_2 sein. Die Werthe ändern sich in der Nähe der Berührungsfläche und gehen, indem man aus dem einen Metall in das andere fortschreitet, von V_1 in V_2 über. Die Niveauflächen dieses veränderlichen Potentials V müssen der Berührungsfläche der beiden Metalle parallel sein, da in gleichen Abständen von der Grenze an jeder Seite die von dem andern Metall ausgeübten Kräfte ganz gleich sein müssen. Aendert sich nun das Potential, wenn wir von einer Niveaufläche zur andern übergehen, welche in der Richtung der Normale um dn entfernt ist, um dV, so giebt uns

$$-\frac{dV}{dn}$$

die Kraft, mit welcher die in einem Punkte der betrachteten Niveaufläche vorhandene Einheit der freien Elektricität nach der einen oder andern Seite getrieben wird. Die Kraft, welche auf die in der Länge dn vorhandene freie Elektricität wirkt, ist dann

$$-\frac{dV}{dn} \cdot dn$$

und die Kraft, welche die freie Elektricität überhaupt in der Richtung dieser Normalen nach der einen oder andern Seite treibt, ist gleich der Summe aller dieser Werthe, dieselbe ausgedehnt über alle Punkte der Normale, in denen überhaupt das Potential einen veränderlichen Werth hat. Rechnen wir nun die Normale von der Berührungsfläche aus, und setzen den Abstand von der Berührungsfläche, in welchem das Potential den constanten

Werth V_1 hat, gleich $+ n$, den, in welchem es den Werth V_2 hat, gleich $- n$, so ist diese Summe

$$- \int_{-n}^{+n} \frac{dV}{dn} dn = V_2 - V_1.$$

Da nun die elektromotorische Kraft nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes dieser so bestimmten Kraft, welche die getrennten Elektricitäten wieder zu vereinigen sucht, entgegengesetzt gleich sein muss, so wird dieselbe

$$E = V_1 - V_2.$$

Da nun unserer Voraussetzung nach die Anziehungen der Metalle auf die Elektricitäten sich nur auf unmessbar kleine Entfernungen erstrecken, so folgt, dass die elektromotorische Kraft E unabhängig ist von der Grösse und Ausdehnung der sich berührenden Körper und von der Ausdehnung der Berührungsfläche, dass sie nur abhängig ist von der Verschiedenheit der Metalle. Damit folgt dann aus obiger Gleichung, dass durch die Berührung zweier Metalle eine Zerlegung der Elektricitäten eintreten muss, derart, dass das eine Metall eine gewisse Menge positiver, das andere eine gewisse Menge negativer Elektricität erhält, bis die Werthe des elektrischen Potentials in den beiden Metallen eine bestimmte Differenz haben, welche nur abhängig ist von der Natur der Metalle.

Dass durch die elektromotorische Kraft die Elektricitäten nur bis zu einer bestimmten Differenz der elektrischen Potentiale getrennt werden können, das ergibt sich schon aus dem zweiten der vorhin erwähnten Versuche, nach welchem die Divergenz der Goldblättchen erst eintritt, wenn von den beiden sich berührenden auf dem Elektroskop befindlichen Platten die eine fortgehoben wird. Denn würde die Trennung der Elektricitäten in beiden Platten eine unbegrenzte sein, das heisst, würde sie nicht aufhören, wenn die Dichtigkeit der getrennten Elektricitäten eine bestimmte geworden ist, so müsste auch, wenn die obere Platte nicht abgehoben wird, sehr bald eine solche Menge von Elektricität in die Goldblättchen eintreten, dass dieselben zur Divergenz kämen.

Dass nach dem Abheben der obern Platte die Goldblättchen divergiren, hat seinen Grund darin, dass die getrennten Elektricitäten sich gegenseitig anziehen, und dass deshalb die grösste Menge derselben sich an beiden Seiten der Berührungsfläche ansammelt, gerade wie bei dem Condensator.

Die bei dem einfachen Condensator vorhandene isolirende Zwischenschicht wird hier durch die elektromotorische Kraft ersetzt, welche die Elektricitäten getrennt erhält.

Wir können aus der Theorie des kreisförmigen Ansammlungsapparates sogar leicht bestimmen, welcher Bruchtheil der Elektricität sich frei in das Elektroskop verbreiten, welcher an der Berührungsfläche bleiben wird. Sehen wir von den Ansätzen der Platten ab, und betrachten sie als einfache

kreisförmige Platten, so können wir direct die für den plattenförmigen Ansammlungsapparat im §. 38 durchgeführten Rechnungen benutzen. Ist die Dichtigkeit der Elektricität auf der obern Zinkplatte gleich $+h$, somit auf der untern Platte $-h$, ist der Radius der Platte gleich R, und ist der Abstand der elektrischen Schichten, wenn wir uns die Elektricitäten in je einer Schicht angehäuft denken, gleich δ, so wird aus der untern Platte derselbe Bruchtheil der Elektricität sich in das Elektroskop verbreiten, welcher von der untern Platte abfliessen würde, wenn wir uns diese Platte mit der Erde in leitender Verbindung denken; derjenige Bruchtheil wird an der Berührungsfläche festgehalten, welcher in der Condensatorplatte des Ansammlungsapparates durch Influenz erregt und festgehalten wird. Wie wir nun §. 38 sahen, ist die Dichtigkeit h_1 auf der abgeleiteten Condensatorplatte, da auf dieser das Potential V_2 gleich Null ist,

$$h_1 = -h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Da nun die Dichtigkeit auf der Kupferplatte h ist, so folgt, dass die der Dichtigkeit $h\frac{\delta}{R}$ entsprechende Elektricitätsmenge sich in dem Elektroskop verbreiten wird, jedenfalls nur ein sehr kleiner Bruchtheil der gesammten erregten Menge; wir werden später einen Versuch von Fechner kennen lernen, welcher die Menge dieser sich frei verbreitenden Elektricität bestimmt.

Ein weiterer Beweis dafür, dass bei der Berührung die Elektricitäten nur bis zu einer bestimmten Differenz ihrer Potentialwerthe getrennt werden können, ergibt sich ferner aus der Erfahrung, dass Elektricität, welche der einen der beiden Platten mitgetheilt wird, auch auf die andere übergeht, und dass der elektrische Zustand der einen der Platten wesentlich von demjenigen der andern Platte abhängt. Schichten wir z. B. auf eine Kupferplatte eine Zinkplatte und auf diese wieder eine Kupferplatte, so ist auf beiden Kupferplatten keine Spur von Elektricität nachzuweisen. Durch die Berührung der Zinkplatte mit der untern Kupferplatte tritt eine solche Trennung der Elektricitäten ein, dass die freie Fläche der untern Kupferplatte die dem Potentialwerthe V_2 entsprechende Dichtigkeit $-d$ erhält, und die Rückfläche der Zinkplatte, dieselbe als frei gedacht, die Dichtigkeit $+d$ bekäme. Die Rückfläche der obern Kupferplatte erhält durch die Berührung mit der Zinkplatte die Dichtigkeit $-d$, und die untere Fläche der Zinkplatte die Dichtigkeit $+d$. Da nun beide Kupferplatten sich unelektrisch erweisen, so folgt, dass die freie positive Elektricität der Zinkplatte, welche durch die Berührung mit der untern Kupferplatte entsteht, auch auf die obere Kupferplatte übergeht und die dort durch die Berührung mit der Zinkplatte verbreitete neutralisirt, und dass ganz dasselbe an der untern Kupferplatte stattfindet.

Betrachten wir die drei Platten als drei Flächen, so können wir auch

hier, zum genauern Verständniss dieses Versuches die Rechnungen des §. 38 für den plattenförmigen Ansammlungsapparat benutzen. Wir bezeichnen die Dichtigkeit der Elektricität auf der untern Kupferplatte in Folge der Berührung mit der Zinkplatte als $-h$, dieselbe als gleichförmig über die ganze Platte, dieselbe als Fläche gedacht verbreitet. Die Dichtigkeit auf der Zinkplatte ist dann $+h$. Sind die beiden Platten allein vorhanden, so ist das Potential auf der Zinkplatte, wie sich unmittelbar aus den Rechnungen des §. 38 ergibt, indem dort die Dichtigkeit $h_1 = -h$ gesetzt wird,

$$V_1 = 2\pi\,\delta\,h$$

und auf der Kupferplatte

$$V_2 = -2\pi\,\delta\,h.$$

Somit

$$V_1 - V_2 = 4\pi\,\delta\,h.$$

Durch die Berührung der Zinkplatte mit der obern Kupferplatte steigt nun der Werth des Potentials auf der Zinkplatte um $2\pi\,h\,\delta$, es wird also V'_1,

$$V'_1 = 4\pi\,h\,\delta.$$

Ist nun in der That die Potentialdifferenz zwischen zwei Metallen constant, so muss durch diese Steigerung das Potential auf der untern und obern Platte gleich Null werden, das heisst der Zustand der beiden Platten muss derselbe sein, wie der einer abgeleiteten Belegung einer Franklin'schen Tafel, sie können keine ableitbare Elektricität enthalten, wie es der Versuch ergab.

Dass die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Grösse und Ausdehnung der sich berührenden Körper und der Berührungsfläche, das lässt sich durch eine Variirung der zuletzt erwähnten Form des Fundamentalversuches, bei welchem die Rückflächen des Kupferzinkcondensators durch einen Draht verbunden wurden, leicht zeigen. Ob man dazu einen einfachen Kupferdraht oder einen breiten Streifen, oder einen in der Mitte zusammengelötheten Kupfer-Zinkstreifen anwendet, dessen Zink die Zinkplatte, dessen Kupfer die Kupferplatte berührt, ist für den Erfolg ganz gleichgültig. Bei Anwendung desselben Condensators erhält man immer dieselben Elektricitätsmengen. In diesem Falle dienen die Platten nur als Ansammlungsapparat, die Erregung der Elektricität findet dort statt, wo sich die Metalle berühren, und von dort fliesst die Elektricität so lange auf die Platten ab, bis auf der Zinkplatte das Potential V_1, auf der Kupferplatte V_2 geworden ist. Die Menge der auf der Zinkplatte dann vorhandenen positiven Elektricität ist nach §. 38

$$Q = \frac{F}{4\pi\,\delta}(V_1 - V_2),$$

wenn F die Grösse der Platten, δ die Dicke der isolirenden Zwischenschicht bedeutet. Die Menge der in die Platten überfliessenden Elektricität hängt

somit wesentlich ab von der Grösse der Platten und von der Dicke der isolirenden Zwischenschicht. Da die Differenz der Potentialwerthe auf sich berührenden Metallen nun immer nur eine sehr kleine ist, so muss man zum sichern Gelingen der Fundamentalversuche immer möglichst grosse Platten benutzen.

§. 51.

Die elektrische Spannungsreihe. Das elektromotorische Verhalten zweier sich berührender Metalle ist sehr verschieden je nach der Natur der Metalle sowohl in Bezug auf die Art der erregten Elektricität, als in Bezug auf die Grösse der Differenz der Potentialwerthe. Bei der Berührung mit Zink z. B. wird das Kupfer negativ elektrisch, ebenso, aber bedeutend schwächer bei der Berührung mit Zinn oder Eisen; mit Platin oder Silber dagegen berührt wird das Kupfer positiv elektrisch. Sowohl in Bezug auf die Art der Erregung als auch auf die Grösse derselben lassen sich die Metalle in eine Reihe, die von Volta sogenannte Spannungsreihe, ordnen, derart, dass die Stellung zweier Metalle in dieser Reihe angibt, welche Elektricitätsart jedes der Metalle erhält und wie gross die elektrische Differenz derselben ist.

Zur Bestimmung der Stellung, welche die Metalle in der Spannungsreihe haben, untersucht man, welche Elektricität dieselben bei der Berührung unter einander und mit solchen, deren Stellung in der Spannungsreihe bekannt ist, annehmen. Hat man ausgedehnte Flächen der Körper zu Gebote, so kann man die erregte Elektricität einfach auf den Condensator übertragen. Man habe z. B. einen Condensator von Messingscheiben, und wolle untersuchen, in welcher Weise Zinn und Silber elektrisch werden, wenn sie sich berühren. Man versieht dann die beiden zu untersuchenden Metalle mit isolirenden Handhaben, hält sie an einander, hebt sie isolirt ab und legt eine derselben an die Collectorscheibe, indem man letztere in einem Punkte berührt. Man wiederholt dieses mehreremale, indem man vor jedem neuen Zusammenlegen die beiden zu prüfenden Platten mit einem Drahte ihres Metalles ableitend berührt. Die Collectorplatte wird dann immer die Elektricität der angelegten Platte annehmen. Denn wenn auch durch die Berührung der letzteren mit der Collectorplatte Elektricität frei wird, so ist die hierdurch auf die Collectorplatte übergehende Elektricität jedenfalls nur höchst unbedeutend, so dass sie kaum einen störenden Einfluss haben kann. Es folgt das aus der Theorie des Condensators; bei der Berührung wird auf beiden Platten an der Berührungsstelle Elektricität einer gewissen Dichtigkeit erzeugt, und da die angelegte Platte isolirt ist, nur soviel, dass das berührte Flächenstück die erwähnte Dichtigkeit erhält. Diese geringe Elektricitätsmenge ist es dann, welche sich nach Fortnahme der Platte über dem Condensator verbreitet und zu der von der Platte auf den Condensator übergegangenen summirt oder davon sub-

trahirt. Das Qualitative der Resultate wird deshalb dadurch nicht gestört sein können.

Eine andere Methode zur Aufstellung der Spannungsreihe ist von Pfaff angewandt worden; er berührte mit den zu untersuchenden Metallen die Zink-Collectorplatte eines Condensators und beobachtete die Stärke der elektrischen Erregung. Das Zink wurde mit allen Metallen positiv elektrisch; je stärkere Elektricität es annahm, wenn es mit einem Metalle berührt wurde, um so weiter war es von dem Zink in der Spannungsreihe entfernt. So findet man z. B., dass Zink mit Eisen berührt schwächer elektrisch wird als mit Kupfer, deshalb steht Eisen zwischen Zink und Kupfer. Das Gesetz der Spannungsreihe als richtig vorausgesetzt schliesst man dann daraus schon, dass Eisen mit Kupfer berührt positiv wird, wie es auch der directe Versuch zeigt.

Das genaueste Verfahren ist indess die Anwendung von Condensatoren der zu untersuchenden Metalle und dieses, wie es von Kohlrausch angewandt wurde, ist das einzige, welches zu Messungen über die Grösse der elektromotorischen Kraft oder der elektrischen Differenz zweier Metalle angewandt werden kann.

Nach diesen oder ganz ähnlichen Verfahren hat nun zuerst Volta[1]) den Nachweis geliefert, dass sämmtliche Metalle sich in eine Reihe derart ordnen lassen, dass jedes vorhergehende Metall bei der Berührung mit allen nachfolgenden positiv elektrisch, jedes nachfolgende bei der Berührung mit einem vorhergehenden negativ elektrisch wird. Ausser den Metallen ordnen sich in diese Spannungsreihen noch Kohle, einige Superoxyde und einige Schwefelmetalle. Die Volta'sche Spannungsreihe ist später von verschiedenen Physikern vervollständigt worden; es folgen hierunter die Angaben von Seebeck[2]), Munk af Rosenschöld[3]), Pfaff[4]) und Péclet[5]).

---

1) *Volta*, Gilbert's Annalen. Bd. X.
2) *Seebeck*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1822—1823.
3) *Munk af Rosenschöld*, Poggend. Ann. Bd. XXXV.
4) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.
5) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.

Spannungsreihe der Metalle

nach:

Volta	Seebeck	Munk	Pfaff	Péclet
+	+	+	+	+
Zink	Zink		Zink	Zink
Blei	Blei polirt		Cadmium	Blei
Zinn	Zinn		Zinn	Zinn
Eisen	Blei rauh		Blei	Wismuth
Kupfer	Antimon		Wolfram	Antimon
Silber	Wismuth	Kupfer	Eisen	Eisen
Gold	Eisen	Silber	Wismuth	Kupfer
Graphit	Kupfer	Gold	Antimon	Gold
Braunstein	Platin	Schwarzes Schwefelquecksilber	Kupfer	—
—	Silber		Silber	
	—	Schwefelkies	Gold	
		Braunstein	Uran?	
		Bleisuperoxyd	Tellur	
		—	Platin	
			Palladium	
			—	

Wie man sieht, stimmen diese Reihen im ganzen gut mit einander überein, nur in Bezug auf einige wenige Metalle, so bei Eisen, Antimon und Wismuth sind die Angaben nicht übereinstimmend. Der Grund davon kann darin liegen, dass die Metalle Seebeck's nicht vollkommen chemisch rein waren, denn die geringste Verschiedenheit in denselben bedingt auch eine Veränderung in der elektromotorischen Kraft, wie das schon die verschiedene Stellung von polirtem und rauhem Blei in Seebeck's Reihe zeigt.

Die elektrische Spannungsreihe gibt nicht allein der Art nach die elektrische Erregung bei der Berührung zweier Metalle an, sondern zugleich die relative Grösse derselben in dem Satze, dass die elektrische Differenz zweier Metalle in der Spannungsreihe gleich ist der Summe der elektrischen Differenzen aller zwischenliegenden.

Dieser Satz wurde zuerst von Volta[1]) bewiesen durch Messung der elektrischen Differenzen an einem Strohhalmelektrometer, welches mit dem Condensator in Verbindung war. Er setzte, allerdings, wie wir im vorigen Abschnitte sahen, ungenau, die erregte Elektricität der Divergenz der Strohhalme proportional.

In dieser Weise gemessen fand Volta für die elektrischen Differenzen folgende Werthe:

Zink | Blei 5	Zink | Silber 12
Blei | Zinn 1	Zink | Eisen 9
Zinn | Eisen 3	Kupfer | Zinn 5.
Eisen | Kupfer 2	
Kupfer | Silber 1	

1) *Volta,* Gilbert's Annalen. Bd. X.

Bezeichnen wir nun die Metalle mit ihren chemischen Zeichen, und die elektromotorische Kraft zwischen denselben durch die mit einem verticalen Strich getrennte Zusammenstellung der Zeichen der Metalle, wobei im allgemeinen das mit positiver Elektricität versehene Metall zuerst geschrieben werden soll, so ergibt sich aus obigen Zahlen

$$Zn \mid Ag = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe + Fe \mid Cu + Cu \mid Ag.$$
$$Zn \mid Fe = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe.$$
$$Sn \mid Cu = Sn \mid Fe + Fe \mid Cu.$$

Die Zahlen von Volta sind wie gesagt nicht genau; man kann indess die Richtigkeit dieses Spannungsgesetzes noch durch eine andere Erfahrung beweisen, welche keine genaue Messung erfordert.

Legt man an einen Kupferzinkcondensator eine Kupferplatte, welche auf einer in der Hand gehaltenen Zinkplatte liegt, und berührt zugleich die Zinkplatte des Condensators ableitend, so erhält der Condensator eine gewisse Elektricitätsmenge, welche nach Abheben der Zinkplatte eine ganz bestimmte Ablenkung des Goldblättchens zur Folge hat. Wiederholt man jetzt den Versuch, indem man zwischen Zink und Kupfer eine Anzahl beliebiger anderer Metalle einschaltet, so zeigt die Ablenkung des Goldblättchens, dass die in den Condensator übergegangene Elektricitätsmenge derjenigen bei dem vorigen Versuche ganz genau gleich ist. Es ergibt sich aus diesem Versuche, dass die elektrische Differenz der Endglieder einer Reihe von einander sich berührenden Metallen nur abhängig ist von derjenigen der Endglieder, dass es einerlei ist, ob zwei Metalle sich direct oder mit Zwischenschaltung einer beliebigen Anzahl Metalle berühren.

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge des Spannungsgesetzes, denn er sagt aus, dass z. B.

$$Zn \mid Cu = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe + Fe \mid Cu.$$

ist; die Bestätigung desselben in der Erfahrung ist also rückwärts ein Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes.

Eine Folgerung dieses Satzes ist, dass bei einer Metallkette, deren Endglieder aus denselben Metallen bestehen, die elektrische Dichtigkeit auf den Endgliedern stets gleich Null sein muss, und dass auf einem Metallringe, der in sich geschlossen ist, die Dichtigkeit der Elektricität überall gleich Null sein muss, Folgerungen, welche sich in der Erfahrung leicht bestätigen lassen.

Das Spannungsgesetz ist schliesslich von Kohlrausch durch exacte Messungen an dem von ihm construirten Condensator bestätigt worden[1].

Kohlrausch wandte zu dem Ende in dem schon früher beschriebenen Condensator Platten der verschiedenen Metalle, oder nachdem er sich von der Zulässigkeit des Verfahrens überzeugt hatte, Messingplatten oder andere an, welche auf den einander zugewandten Flächen mit den zu unter-

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

suchenden Metallen gleichmässig galvanisch überzogen waren. Die Platten des Condensators wurden, während sie einander genähert waren, durch einen Draht mit einander in Berührung gebracht, dann von einander entfernt und bald die eine bald die andere an dem von Kohlrausch verbesserten Dellmann'schen Elektrometer geprüft. Aus den Angaben des Elektrometers ergibt sich dann der Potentialwerth oder die Dichtigkeit der auf der geprüften Platte vorhandenen Elektricität.

Da nämlich der Wagebalken und der Bügel des Elektrometers sich im Innern eines ringsgeschlossenen Metallgefässes befinden, so kann eine influenzirende Wirkung von ausserhalb befindlichen elektrischen Massen auf dieselben nicht stattfinden; deshalb tritt auf Bügel und Wagebalken von jedem mit ihnen verbundenen elektrischen Körper eine solche Elektricitätsmenge, wie wenn die Körper in unendlicher Entfernung vom Elektrometer sich befänden und mit demselben durch einen unendlich dünnen Draht verbunden wären. Wie aber §. 33 nachgewiesen wurde, tritt zwischen zwei so verbundenen Leitern eine derartige Theilung der Elektricität ein, dass die Potentialwerthe der auf den beiden Leitern vorhandenen Elektricitäten einander gleich werden, es geht also in das Elektrometer eine solche Menge von Elektricität über, dass der Potentialwerth im Elektrometer gleich ist dem Werthe des Potentials der Elektricität auf der mit ihr verbundenen Platte. Da nun bei einem Leitersystem von constanter Gestalt, wie Bügel und Wagebalken bei der Messung mit dem Torsionselektrometer sind, die auf demselben vorhandene Elektricitätsmenge einfach dem Potentialwerthe derselben proportional ist, so folgt zunächst, dass die Werthe des Potentials der im Elektrometer vorhandenen Elektricität sich direct verhalten, wie die Elektricitätsmengen, welche wir durch die Torsion des Fadens nach §. 24 messen. Daraus folgt dann weiter, dass die Werthe des elektrischen Potentials auf den mit dem Elektrometer verbundenen Platten direct sich verhalten wie die im Elektrometer gemessenen Elektricitätsmengen.

Nach den Entwickelungen des vorigen Paragraphen tritt nun auf den beiden sich gegenüberstehenden Platten M und M_1, nachdem sie durch einen beliebigen isolirten Draht verbunden waren, eine bestimmte Differenz der Werthe des elektrischen Potentials ein, so dass die elektromotorische Kraft wird

$$M \mid M_1 = V_1 - V_2.$$

Ist die Dichtigkeit der Elektricität auf der positiven Platte M gleich h, auf der negativen demzufolge gleich $-h$, und ist der Abstand der Platten im Condensator gleich δ, so ist nach §. 38

$$V_1 = 2\pi\,\delta\, h \qquad V_2 = -2\pi\,\delta\, h$$

$$V_1 - V_2 = 4\pi\,\delta\, h = 2\ V_1 = -2\ V_2,$$

so dass wir also die elektromotorische Kraft auch einfach dem Potentialwerthe der durch diese Berührung erregten Elektricität auf jeder einzelnen der Platten proportional setzen können. Wir wollen deshalb, da wir bei

vorausgesetzter gleicher Gestalt der beiden sich berührenden Metalle stets $V_2 = - V_1$ haben, weil die Dichtigkeiten auf beiden Metallen dann gleich sein müssen, unter elektromotorischer Kraft den Potentialwerth auf einem der Metalle verstehen, so dass

$$M \mid M_1 = V_1$$

immer den Potentialwerth auf dem vor dem Verticalstrich stehenden Metalle bedeutet. Damit wird

$$M_1 \mid M = V_2 = - V_1$$
$$M_1 \mid M = - M \mid M_1.$$

Werden nun zu den Messungen die beiden Platten so weit von einander entfernt, dass die eine auf die andere nicht mehr einwirkt, so wird das Potential auf denselben

$$V = \pm 2\pi h R,$$

worin das obere Vorzeichen für die positive, das untere für die negative Platte gilt. Es wird somit

$$V = V_1 \frac{R}{\delta}.$$

Das Potential V ist es, welches mit dem Elektrometer gemessen wird; für die elektromotorische Kraft ergibt sich aus demselben

$$M \mid M_1 = V \frac{\delta}{R}.$$

Wenn man nun das Verhältniss der so bei verschiedenen Metallen gemessenen Potentialwerthe demjenigen der elektromotorischen Kräfte zwischen diesen Metallen einfach gleich setzen wollte, dann müssten nach der letzten Gleichung δ und R immer die gleichen Werthe haben, eine Bedingung, welche besonders in Bezug auf δ schwer oder gar nicht zu erreichen ist[1].

Deshalb begnügte sich Kohlrausch auch nicht damit, einfach die Potentialwerthe der verschiedenen Platten mit einander zu vergleichen, welche durch die zwischen den Metallen thätige elektromotorische Kraft entstanden, sondern er verglich bei jedem Plattenpaar zunächst den durch den Contact erhaltenen Potentialwerth mit jenem, welchen die betreffenden Platten durch die Verbindung mit einer constanten Elektricitätsquelle erhielten, welche so beschaffen war, dass die eine der beiden Platten stets positive Elektricität, die andere negative von genau gleicher Dichtigkeit erhielt. Diese Elektricitätsquelle war ein später genauer zu beschreibendes Daniell'sches Element. Dasselbe besteht aus einem hohlen Kupfercylinder, welcher in einer Lösung von Kupfervitriol steht; im Innern dieses Cylinders steht eine mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte poröse Thonzelle und in dieser ein Zinkcylinder. Wie wir später nachweisen werden, ist auf dem Kupfercylinder positive Elektricität, auf dem Zinkcylinder negative von gleicher Dichtig-

1) Man sehe darüber *Gerland,* Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

keit. Sei der Potentialwerth auf denselben $\pm k$. Der Gang der Versuche von Kohlrausch war nun folgender. Zunächst wurden die Platten M und M_1 durch einen Draht direct verbunden und dann am Elektrometer das Potential $\pm V$ der Platten gemessen; es ist

$$M \mid M_1 = V_1 = \frac{\delta}{R} \cdot V = a \, . \, V.$$

Darauf wird die Platte M, welche wir als die positive der beiden Metalle annehmen wollen, mit dem Kupfer, M_1 mit dem Zink des Daniell'schen Elementes verbunden. Die Flüssigkeit des Daniell'schen Elementes leitet die Elektricität. Sei das dann gemessene Potential $\pm V'$; dann ist gerade wie eben das Potential V'_1, welches die positive Platte annahm, als ihr die andere im Abstande δ gegenüber stand,

$$V'_1 = a \, V'.$$

Das Potential V'_1 setzt sich nun folgendermassen zusammen:

1) In Folge der Verbindung mit dem Kupfer, auf welchem der Potentialwerth k constant vorhanden ist und auch bleibt, wenn es mit einem begrenzten Leiter in Verbindung gesetzt wird, nimmt die Platte den Potentialwerth k an.

2) Durch die Berührung von M mit dem Kupfer würde die Platte den Potentialwerth $\pm M \mid Cu$ annehmen, worin das obere Vorzeichen gilt, wenn M gegen Cu positiv, das untere, wenn es gegen Cu negativ ist; wir wollen, indem wir die Art der erregten Elektricität unbestimmt lassen, das positive Vorzeichen wählen.

3) Durch die Berührung des Zinks im Elemente mit M_1 nimmt das Zink den Potentialwerth $Zn \mid M_1$ an; da nun die Flüssigkeit die Elektricität leitet, so fliesst die diesem Potentialwerthe entsprechende Elektricität auch auf das Metall M, so dass das ohnedem auf M vorhandene Potential um diesen Werth vergrössert wird.

Der Potentialwerth auf dem Kupfer ist die Summe dieser drei Werthe, so dass

$$a \, V' = V'_1 = k + M \mid Cu + Zn \mid M_1.$$

Nun ist nach dem Gesetze der Spannungsreihe

$$\begin{aligned} M \mid Cu + Zn \mid M_1 &= M \mid Cu + Cu \mid Zn + Zn \mid M_1 - Cu \mid Zn \\ &= M \mid M_1 - Cu \mid Zn, \end{aligned}$$

somit wird

$$a V' = k - Cu \mid Zn + M \mid M_1 = F + M \mid M_1.$$

Die Platte M_1 erhält, wie man leicht auf gleichem Wege findet, denselben Werth des Potentials mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Bei einem dritten Versuche wird dann die Platte M mit dem Zink, die Platte M_1 mit dem Kupfer verbunden. Wird dann an der Platte M das Potential V'' beobachtet, so ist

$$V''_1 = a \, V''.$$

Das Potential V''_1 setzt sich jetzt aus folgenden Theilen zusammen:

1) Vom Zink her, welches den Potentialwerth $-k$ constant besitzt, $-k$.

2) Durch die Berührung mit dem Zink $M \mid Zn$.

3) Durch die Berührung des Kupfers mit M_1 kommt hinzu $Cu \mid M_1$, somit wird

$$a V'' = -k + M \mid Zn + Cu \mid M_1$$
$$= -k + M \mid M_1 - Zn \mid Cu.$$

Da nun

$$Zn \mid Cu = - Cu \mid Zn,$$

so wird

$$a V'' = -k + Cu \mid Zn + M \mid M_1 = -F + M \mid M_1.$$

Aus diesen beiden Versuchen folgt dann

$$\frac{1}{2}(V' + V'') = \frac{M \mid M_1}{a} \qquad \frac{1}{2}(V' - V'') = \frac{F}{a}$$

$$\frac{V' + V''}{V' - V''} = \frac{M \mid M_1}{F}.$$

Diese beiden Versuche geben also schon allein das gesuchte Verhältniss von $M \mid M_1$ zu der constanten Grösse F; der erste der erwähnten Versuche, welcher direct den Werth von $M \mid M_1$ liefert, hat daher nur die Aufgabe eines Controlversuches.

Zur vollständigen Sicherheit bedarf es noch einer Correctionsbeobachtung; der Werth von k ist nämlich nicht, wie wir oben vorläufig annahmen, vollkommen constant, sondern mit der Zeit einigen Schwankungen unterworfen. Um diese Schwankungen zu eliminiren, beobachtete Kohlrausch stets zugleich an zwei Condensatoren, einem bei allen Versuchen constanten Zink-Kupfer-Condensator und an dem eben erwähnten. An dem Zink-Kupfer-Condensator wurde ebenso die Ladung beobachtet, wenn Kupfer mit Kupfer, Zink mit Zink durch einen Draht verbunden war, als auch, wenn das Kupfer des Condensators mit dem Zink des Elementes und das Zink des Condensators mit dem Kupfer des Elementes verbunden war.

Den obigen ganz gleiche Betrachtungen zeigen, da bei der Berührung Zink gegen Kupfer positiv ist, dass in dem letzten Falle die Ladung der Zinkplatte des Condensators wird

$$A = \frac{1}{a} \cdot (F + Zn \mid Cu),$$

im ersten

$$B = \frac{1}{a} \cdot (Zn \mid Cu - F).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt wieder

$$\frac{Zn \mid Cu}{F} = \frac{A + B}{A - B}.$$

Setzen wir nun die elektrische Differenz oder das Potential $Zn \mid Cu$

gleich 100, und beziehen auf diese die elektrischen Differenzen der übrigen Metalle, so können wir F selbst eliminiren und erhalten

$$\frac{M \mid M_1}{Zn \mid Cu} = \frac{(V' + V'')(A - B)}{(V' - V'')(A + B)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (a).$$

Kohlrausch beschreibt vollständig einen Versuch zur Ermittelung der elektrischen Differenz zwischen Zink und Platin. Da Zink positiv gegen Platin ist, erhalten wir bei Verbindung des Platins mit dem negativen Zink der Kette den Werth $\frac{1}{a}(F + Zn \mid Pt)$, bei umgekehrter Verbindung erhalten wir $V'' = \frac{1}{a}(Zn \mid Pt - F)$.

Die von Kohlrausch auf den Condensatorplatten gefundenen Ladungen sind in den von ihm für das Torsionselektrometer gewählten Einheiten

Zink-Platin-Condensator				Zink-Kupfer-Condensator			
A	Zinkplatte	Platinplatte	Mittel		Zinkplatte	Kupferplatte	Mittel
V'	+ 11,98	— 12,02	12,000	A	+ 11,0	— 11,12	11,06
V''	— 3,01	+ 2,92	— 2,965	B	— 3,15	+ 3,01	— 3,08
V	+ 4,46	— 4,46	4,46	$\frac{1}{a'} Zn \mid Cu$	+ 3,92	— 4,05	3,985

Dass die Vorzeichen der Werthe V'' und B denen von V' und A entgegengesetzt sind, beweist, dass F, oder die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes, grösser ist als die elektrische Differenz $Zn \mid Pt$, respective als $Zn \mid Cu$.

Die halbe Differenz $V' - V''$ gibt die Ladung des ersten Condensators durch das Daniell'sche Element allein oder den Werth $\frac{F}{a}$ zu 7,482; die halbe Summe $V' + V''$ gibt die Ladung $\frac{M \mid M_1}{a}$ zu 4,5175, ein Werth, welcher von dem direct beobachteten $V = \frac{M \mid M'}{a}$ gleich 4,46 nur äusserst wenig abweicht.

Für den zweiten Condensator ist

$$\frac{F}{a'} = \frac{A - B}{2} = 7,07$$

$$\frac{Zn \mid Cu}{a'} = \frac{A + B}{2} = 3,99,$$

während die directe Beobachtung für den letzten Werth 3,98, also fast genau dasselbe liefert. Für die elektromotorische Kraft $Zn \mid Pt$ in ihrem Verhältniss zu $Zn \mid Cu$ liefert uns dann die Gleichung (a).

$$\frac{Zn \mid Pt}{Zn \mid Cu} = \frac{9,03 \,.\, 14,14}{14,96 \,.\, 7,98} = 1,064.$$

Wird also die elektrische Differenz *Zn* | *Cu* gleich 100 gesetzt, so wird *Zn* | *Pt* = 106,4.

Kohlrausch hat auf diese Weise direct folgende Spannungsdifferenzen bestimmt:

	Beob.	Ber.	Beob. II.	Beob. III.
Zn | *Cu*	100		100	100
Zn | *Au*	112,7		115	115,0
Zn | *Ag*	105,6		109	108,7
Zn | *Pt*	107,0		123	
Zn | *Fe*	74,7			
Fe | *Cu*	31,9	25,3		
Fe | *Pt*	32,3	32,3		
Fe | *Au*	39,7	38		
Fe | *Ag*	29,8	30,9		
Cu | *Au*				

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind nach dem Spannungsgesetze berechnet, indem z. B. *Fe* | *Ag* = *Zk* *Ag* — *Zk* | *Fe* gesetzt wurde. Wie man sieht, stimmen ausser bei *Fe* | *Cu* die berechneten Zahlen fast vollkommen mit den beobachteten überein.

Bei der Untersuchung des Bleis fand Kohlrausch den Einfluss der geringsten Aenderung des Metalls bestätigt, indem er für *Zn* | *Pb* ganz andere Werthe fand, als er eine frisch gereinigte glänzende Bleiplatte anwandte, wie als dieselbe Bleiplatte bei dem Liegen an der Luft mit einer Oxydschicht sich bedeckt hatte.

Da bei der beschriebenen Versuchsreihe auch die Zinkplatte nicht ganz glänzend geblieben war, so sah sich Kohlrausch dadurch veranlasst, seine Versuche zu wiederholen [1]), indem er vor jeder Beobachtung die Zinkplatte wieder sorgfältig reinigte. Die Resultate dieser Beobachtungen sind oben unter Beob. II mitgetheilt. Für die elektrische Differenz zwischen einer reinen und einer mit Zinkoxyd bedeckten Platte, also für *Zn* | *ZnO* fand Kohlrausch bei dieser Gelegenheit den Werth 39,9.

Die unter Beob. III angegebenen Werthe sind ganz nach der Methode von Kohlrausch von Gerland bei Gelegenheit einer im nächsten Paragraphen zu besprechenden Untersuchung bestimmt worden [2]).

Ausserdem hat Hankel [3]) die elektromotorischen Kräfte zwischen verschiedenen Metallen untersucht, nach einer Methode, welche im Princip mit derjenigen von Kohlrausch übereinstimmt, welche aber nicht der gleichen Genauigkeit fähig ist, da Hankel die an verschiedenen Condensatoren er-

1) *Kohlrausch,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.
2) *Gerland,* Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.
3) *Hankel,* Abhandl. der mathem. Classe der Königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Bd. VI. 1864.

haltenen Werthe direct vergleicht. Die Einrichtung, welche Hankel dem Condensator gab, war folgende. Eine Kupferplatte wurde auf einem Glascylinder genau horizontal befestigt; über derselben schwebte an drei Fäden eine zweite Kupferplatte von genau gleicher Grösse, welche an einer Führung gehoben und gesenkt werden konnte, so dass sie in jeder Höhe vollkommen horizontal blieb. Von dieser Platte führte ein zu einer losen Spirale gewundener Platindraht zu dem Goldblättchen eines Behrens'schen Elektroskop, dessen trockne Säule durch eine Zink-Wasser-Kupfersäule ersetzt war. Die der beweglichen Platte ertheilte Ladung, respective deren Potentialwerth wurde durch den Ausschlag des Goldblättchens gemessen, den Hankel immer nur sehr klein werden liess, und den er deshalb durch ein Mikroskop mit Ocularmikrometer beobachtete. Dem Ausschlage des Goldblättchens setzte er den Potentialwerth der beweglichen Platte proportional. Zur Untersuchung der elektromotorischen Kräfte legte nun Hankel die sorgfältig gereinigten und abgeschliffenen Metallplatten, deren Durchmesser wie jener der Kupferplatten 95^{mm} betrug, auf die untere Kupferplatte, liess die obere herab, so dass sie der aufgelegten Platte bis auf $0{,}94^{mm}$ genähert wurde, und stellte kurze Zeit die Verbindung der untern und obern Kupferplatte durch zwei zur Erde abgeleitete Platindrähte her. Darauf wurde die Verbindung unterbrochen, die obere Platte gehoben, bis sie 330^{mm} von der untern entfernt war, und sofort der Ausschlag an dem Elektroskop beobachtet.

Bezeichnen wir den Werth des Potentials auf der beweglichen Kupferplatte K im Momente des Ablesens mit V, zur Zeit, als sie der untern auf der Kupferplatte liegenden Metallplatte M bis auf den Abstand $0{,}94^{mm} = \delta$ genähert war, mit V_1, den Potentialwerth auf der untern Platte M mit V_2, so ist nach §. 38

$$V = \frac{R}{2\delta}(V_1 - V_2),$$

wenn R den bei allen Platten gleichen Radius bedeutet. Der Potentialwerth V_1 ist nun gleich

$$V_1 = K \mid Pt + Pt \mid A,$$

wenn wir annehmen, dass das mit der Erde leitend verbundene Platin in Folge dieser Verbindung einen gewissen elektrichen Zustand erhalten habe, der mit $Pt \mid A$ bezeichnet sei.

Ebenso erhalten wir für V_2

$$V_2 = M \mid Cu + Cu \mid Pt + Pt \mid A = M \mid Pt + Pt \mid A.$$

Damit wird

$$V = \frac{R}{2\delta}(K \mid Pt - M \mid Pt) = \frac{R}{2\delta} \cdot K \mid M.$$

Ersetzen wir das Metall M durch ein anderes M', so wird, unter der

Voraussetzung, dass R und δ genau dieselben Werthe haben, der Potentialwerth V' der beweglichen Platte

$$V' = \frac{R}{2\delta} \cdot K \mid M'.$$

Für ein drittes Metall M'' wird ebenso

$$V'' = \frac{R}{2\delta} K \mid M''.$$

Daraus ergibt sich dann

$$V - V' = \frac{R}{2\delta} (K \mid M - K \mid M') = \frac{R}{2\delta} (K \mid M' + M' \mid M - K \mid M')$$

$$V - V' = \frac{R}{2\delta} \cdot M' \mid M; \quad V - V'' = \frac{R}{2\delta} M'' \mid M$$

und daraus schliesslich

$$\frac{V - V''}{V - V'} = \frac{M'' \mid M}{M' \mid M'}$$

ein Quotient, der uns die elektromotorische Kraft zwischen irgend zwei Metallen bezogen auf diejenige zwischen irgend zwei andern als Einheit liefert.

Wie man sieht, ist hier bei allen Versuchen die Gleichheit von R und δ vorausgesetzt; eine Voraussetzung, welche sich kaum ganz vollkommen realisiren lässt.

Die von Hankel an frisch geputzten Metallen gefundenen Werthe sind

$Zn \mid Al$	$= -20$	$Zn \mid Fe$	$= 84$
$Zn \mid Zn$	$= 0$	$Zn \mid Cu$	$= 100$
$Zn \mid Cd$	$= 19$	$Zn \mid Au$	$= 110$
$Zn \mid Pb$	$= 44$	$Zn \mid Pd$	$= 115$
$Zn \mid Sn$	$= 51$	$Zn \mid Ag$	$= 118$
$Zn \mid Sb$	$= 69$	$Zn \mid C$	$= 122$
$Zn \mid Bi$	$= 70$	$Zn \mid Pt$	$= 123.$
$Zn \mid Hg$	$= 81$		

Als Kohle war eine Platte von Gaskohle benutzt. Die von Hankel gefundenen Werthe stimmen bei denselben Metallen ziemlich gut mit den von Kohlrausch gefundenen Werthen überein.

Auch Hankel fand den Einfluss der Oberflächenänderung bestätigt, indem er für die elektrischen Differenzen ganz andere Werthe erhielt, nachdem die Metalle eine Zeit lang an der Luft gelegen hatten.

§. 52.

Elektricitätserregung bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten. Nach der ersten Entdeckung der Elektricitätserregung durch Berührung glaubte Volta, dass nur bei der Berührung zweier Metalle Elektricität erregt würde; er liess diese Ansicht jedoch fallen, als Galvani gezeigt hatte, dass auch bei Anwendung eines ganz homogenen Bogens Zuckungen

an dem Froschpräparat eintraten. Es gelang ihm dann später auch an einem besonders construirten Condensator, dem sogenannten Duplicator, die Elektricitätserregung bei dem Contact von Metallen und Wasser nachzuweisen [1]). Er fand, als er isolirte Platten von Zink, Messing, Silber, Zinn mit gehörig benetztem Holze in Berührung brachte, dass alle diese Metalle negativ elektrisch wurden.

Um die elektrische Erregung der Metalle und Flüssigkeiten direct nachzuweisen, kann man, wie Buff es gethan hat [2]), auf die Platte eines Säulenelektroskopes eine dünne Glasplatte legen, deren untere Fläche und Ränder gefirnisst sind, um die allenfallsige Oberflächenleitung des Glases abzuschneiden. Auf die von dem Firniss frei gelassene obere Glasfläche bringt man dann eine dünne Schicht der zu untersuchenden Flüssigkeit, indem man entweder eine mit derselben getränkte Scheibe von Fliesspapier darauf legt, oder indem man die Flüssigkeit mit dem Pinsel aufträgt. Darauf wird ein Draht von demselben Metalle, aus welchem die Condensatorplatte gefertigt ist, mit einer isolirten Handhabe zugleich mit der auf der Glasplatte befindlichen Flüssigkeit und mit der Platte des Condensators in Berührung gebracht. Die elektrische Erregung findet dann statt an der Stelle, wo der Draht die Flüssigkeit berührt; von dort aus verbreitet sich die eine Elektricität in der Flüssigkeit, die andere über der Platte des Condensators, so lange, bis die Dichtigkeit der Elektricität an dem Punkte, wo der Draht die Condensatorplatte berührt, gleich ist der Dichtigkeit der Elektricität auf dem Drahte. Nimmt man dann den Draht fort und hebt die Glasplatte ab, so verbreitet sich die vorher an der Oberfläche der Condensatorplatte angehäufte Elektricität in das Elektroskop, und die Bewegung des Goldblättchens gibt die Art der auf dem Metalle durch die Berührung mit der Flüssigkeit erregten Elektricität.

Nach diesem Verfahren hat Buff eine Anzahl Metalle und Flüssigkeiten geprüft, und folgende Resultate erhalten.

Es werden bei Berührung mit

Wasser	Zink stark, Platin schwach negativ elektrisch.
verd. Schwefelsäure	Zink, Eisen, Kupfer negativ, Zink am stärksten, Kupfer am schwächsten; Gold, Platin positiv.
verd. Salpetersäure	Eisen, Zink negativ, Platin, Gold positiv, Kupfer wird nicht elektrisch.
concentr. Salpetersäure	Zink negativ, sehr schwach, Platin, Gold, Kupfer, Eisen positiv.
Kalilauge	alle Metalle negativ.
concentrirte Lösung von Zinkvitriol	Zink stark, Kupfer schwach negativ, Platin positiv.

1) *Volta*, Brief an Green übersetzt in dem ersten Bande von Ritter's Beiträgen.
2) *Buff*, Liebig's Annalen der Chemie etc. Bd. XLII u. XLIV.

Eine grosse Anzahl Versuche hat in ähnlicher Weise Pfaff angestellt[1]. Nach ihm sind in Berührung mit alkalischen Flüssigkeiten, wie Kalilauge, Natronlauge alle Metalle negativ.

Bei den Säuren theilten sich die Metalle in zwei Gruppen, von denen die einen meist positiv, die anderen meist negativ werden, ein Resultat, welches die Versuche Buff's bestätigen. So werden nach Pfaff mit concentrirter Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure Silber, Gold, Platin stets positiv, Zink wurde stets negativ elektrisch; mit Schwefelsäure wurden ausserdem positiv Blei, Kupfer und weiches Eisen, negativ Antimon und Zinn, mit Salpetersäure positiv Stahl, Blei, Zinn und Kupfer, negativ weiches Eisen und Antimon.

Für die Lösungen von Salzen gibt Pfaff an, dass Metalle, welche in dieselben getaucht wurden, im allgemeinen der Art nach ebenso elektrisch wurden, als wenn sie mit dem Metalle, aus welchem die Salze gebildet waren, in Berührung standen; so machen die Zinksalze alle Metalle ausser Zink negativ, in einer Lösung von Goldchlorid dagegen wurden alle Metalle positiv.

Ueberblicken wir die in dem Vorigen zusammengestellten Beobachtungen, so ergibt sich zunächst in Bezug auf die Art der erregten Elektricität das wichtige Resultat, dass die Flüssigkeiten sich nicht in die für die Metalle aufgestellte Spannungsreihe einordnen lassen. Bei den Säuren finden wir z. B., dass Zink von denselben stets negativ erregt wird; das Zink steht nun an der Spitze der Spannungsreihe, wenn deshalb die Säuren in die Spannungsreihe gehörten, so müssten alle übrigen Metalle bei Berührung mit ihnen ebenfalls negativ werden. Es ist das aber nicht der Fall, vielmehr werden gerade die an dem negativen Ende der Spannungsreihe stehenden Metalle von den Säuren positiv erregt.

Dass die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe gehören, lässt sich auch leicht durch einen Versuch beweisen, welcher analog demjenigen ist, aus welchem direct das Spannungsgesetz folgte. Wenn man eine Reihe von Metallen zusammenstellt, so ist die Dichtigkeit der Elektricität auf den Endgliedern gleich Null, wenn die Endglieder aus demselben Metalle sind. Unterbricht man dagegen die Reihe an einer Stelle und taucht die Unterbrechungsstellen in eine Flüssigkeit, so ist auf den Endgliedern wieder Elektricität vorhanden, vorausgesetzt nur, dass die Unterbrechungsstellen von verschiedenem Metalle sind. Daraus folgt unmittelbar, dass die Flüssigkeiten sich nicht in die Spannungsreihe der Metalle einordnen lassen.

Man unterscheidet deshalb die Metalle und die Flüssigkeiten als Leiter erster und Leiter zweiter Classe; jene Körper, welche in die Spannungsreihe der Metalle sich einordnen, heissen Leiter erster Classe, jene, welche die Elektricität leiten, aber nicht in die Spannungsreihe gehören, heissen

---

1) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.

Leiter zweiter Classe. Wir werden später sehen, dass auch in der Art, wie diese Körper die Elektricität leiten, ein Unterschied besteht.

Früher glaubte man vielfach, dass die Elektricitätserregung der Metalle bei Flüssigkeiten gegen diejenige der Metalle bei wechselseitiger Berührung nur sehr schwach sei; schon Pfaff indess gibt an [1]), dass wenn auch im allgemeinen die elektrische Erregung der Metalle durch Flüssigkeiten schwächer sei als die der Metalle unter einander, doch in manchen Fällen die elektrische Erregung von Metallen durch Flüssigkeiten stärker sei als selbst der in der Spannungsreihe am weitesten von einander entfernten Metalle.

Es ergibt sich das direct aus einem Versuche Becquerel's [2]) an einem Zink-Platin-Condensator. Verbindet man die beiden Metalle durch einen Draht, so wird das Platin negativ, das Zink positiv; verbindet man aber die beiden Metalle durch die feuchten Finger, so wird das Zink negativ, das Platin positiv, woraus folgt, dass die negative Erregung des Zinks durch Feuchtigkeit viel grösser ist als die positive Erregung desselben durch Platin.

Péclet [3]) hat in dieser Beziehung einige Messungen angestellt unter Anwendung eines Gold-Zink-Condensators. Wurden beide Platten durch einen Draht verbunden, so zeigte nach dem Abheben der Zinkplatte das Goldblatt des Elektroskopes eine Ablenkung, welche nach einem willkührlichen Maasse gemessen gleich — 3 war; das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Elektricität des Goldes negativ war. Wurden dagegen die Platten durch die feuchten Finger verbunden, so zeigte sich nach dem Abheben der Zinkplatte die Ablenkung + 20. Die Ladung rührt in diesem Falle hauptsächlich von der Erregung des Zinks durch die Feuchtigkeit der Hand; so dass daraus folgen würde, dass die Erregung des Zinks durch diese Feuchtigkeit fast siebenmal so stark ist als diejenige des Zinks bei der Berührung mit Gold.

Auch die genauen Messungen von Kohlrausch [4]) haben den Beweis geliefert, dass die elektrischen Erregungen von Metallen und Flüssigkeiten oft diejenigen von Metallen unter einander überwiegen. Das von Kohlrausch benutzte Verfahren war demjenigen gleich, welches bei den im vorigen Paragraph beschriebenen Versuchen gedient hatte.

An einem Kupfer-Zink-Condensator wurde zunächst die Ladung bestimmt, wenn die beiden Platten direct durch einen Draht verbunden waren. Die Ladung fand sich am Torsionselektrometer in der von Kohlrausch gewählten Einheit gleich 4,17. Darauf wurde das Kupfer des Condensators

---

1) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.
2) *E. Becquerel*, Comptes Rendus. T. XXII. p. 677.
3) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.
4) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

mit dem Kupfer, das Zink mit dem Zink eines Daniell'schen Elementes verbunden, dessen Zink in einer Lösung von Zinkvitriol, dessen Kupfer in einer Lösung von Kupfervitriol stand. Die in diesem Falle vorhandenen elektromotorischen Kräfte sind der Contact des Zinks mit dem Zinkvitriol, des Kupfers mit dem Kupfervitriol und der Contact der beiden Flüssigkeiten. Letzterer ist indess zu vernachlässigen, da, wie wir später noch besonders zeigen werden, die elektromotorische Kraft bei der Berührung der Flüssigkeiten kaum merklich ist. Zink wird bei der Berührung mit Zinkvitriol negativ, die Flüssigkeit positiv; Kupfer wird bei der Berührung mit Kupfervitriol ebenfalls negativ, die Flüssigkeit positiv. Die Ladung des Zinks in der Flüssigkeit und somit auch des Zinks des Condensators ist daher proportional der Differenz zwischen den elektromotorischen Kräften zwischen Zink, Zinkvitriol und Kupfer, Kupfervitriol. An dem Torsionselektrometer zeigte sich die Ladung des Condensators gleich 4,51. Aus diesen beiden Beobachtungen folgt, da bei beiden derselbe Condensator diente,

$$Zn \mid Cu : (Zn \mid Zn\,SO_4 - Cu \mid Cu\,SO_4) = 4{,}17 : 4{,}51.$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses der elektromotorischen Kräfte $Zn \mid Zn\,SO_4$ und $Cu \mid Cu\,SO_4$ zur elektromotorischen Kraft $Zn \mid Cu$, bedarf es ausser obiger noch einer Gleichung. Um diese zu erhalten, wandte Kohlrausch die Methode von Buff an. Auf eine als Collectorplatte dienende Zinkplatte wurde eine dünne Glasscheibe gelegt, und auf diese eine mit Zinkvitriol getränkte Scheibe von Fliesspapier. Die Zinkplatte wurde dann durch einen Zinkdraht mit der Flüssigkeit verbunden. Das Zink wurde dann negativ elektrisch und am Torsionselektrometer ergab sich die Zahl 4,41. Diese Zahl ist mit den vorigen indess nicht vergleichbar, da die Verstärkungszahl des Condensators jetzt eine andere ist als vorher.

Dann wurde anstatt der mit Zinkvitriol getränkten Scheibe von Fliesspapier eine ebensolche mit Kupfervitriol getränkte auf die Glasplatte des Condensators gelegt, und die Verbindung zwischen der Flüssigkeit und der Zinkplatte durch einen Kupferdraht hergestellt. Die Zinkplatte lud sich jetzt durch die Differenz der elektromotorischen Kräfte $Zn \mid Cu$ und $Cu \mid Cu\,SO_4$, da das Kupfer bei der Berührung mit Kupfervitriol negativ elektrisch wird. Am Torsionselektrometer ergab sich für die Ladung 2,94.

Da die beiden letzten Zahlen an demselben Condensator erhalten sind, so sind sie vergleichbar, es ist deshalb

$$Zn \mid Zn\,SO_4 : (Zn \mid Cu - Cu \mid Cu\,SO_4) = 4{,}41 : 2{,}94.$$

Setzt man nun die elektromotorische Kraft $Zn \mid Cu = 4{,}17$, so ergibt sich aus diesen beiden Gleichungen

$$Zn \mid Zn\,SO_4 = 5{,}21; \quad Cu \mid Cu\,SO_4 = 0{,}70.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche fand Kohlrausch dann für einige andere Flüssigkeiten folgende Werthe:

Zink	Kupfer	100
Zink	Zinkvitriol · · —	129
Zink	Schwefelsäure —	115
Kupfer	Zinkvitriol · · —	36
Kupfer	Kupfervitriol · —	21,5,

zu welchen er später [1]) noch folgende Werthe fügte:

Amalgamirtes Zink	Schwefelsäure —	149
Platin	Salpetersäure	149.

Es ergibt sich daraus, dass in vielen Fällen die elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten jene zwischen Metallen ganz bedeutend übersteigt. Die von Kohlrausch untersuchten Fälle sind für die Praxis die wichtigsten, da gerade diese es sind, welche in den galvanischen Combinationen stets angewandt werden.

Wenn wir auch an dieser Stelle noch nicht auf die theoretische Streitfrage eingehen, welches denn eigentlich die Ursache der elektrischen Erregung ist, so müssen wir doch eine Ansicht schon hier erwähnen, welche Wiedemann neuerdings vertheidigt [2]), die Ansicht nämlich, dass eine Elektricitätserregung bei dem Contacte zwischen Metallen überhaupt nicht stattfinde, sondern dass nur bei Berührung von Flüssigkeiten mit Metallen Elektricität erregt würde. In einer anderen, später zu betrachtenden Weise ist diese Ansicht schon sehr alt; schon bald nach Volta's Entdeckung und nach der Beobachtung der chemischen Wirkungen des durch die Contactelektricität entstehenden galvanischen Stromes nahmen Viele an, dass Elektricitätserregung nur Folge von chemischer Action sei, dass nur dann bei der Berührung zweier Körper Elektricität auftrete, wenn zwischen denselben eine chemische Einwirkung vorhanden wäre, und dass die erregte Elektricität Folge dieser chemischen Action wäre. Diese Physiker mussten deshalb die elektrische Erregung zwischen chemisch indifferenten Körpern und selbstverständlich beim Contacte von Metallen leugnen. Es wird uns später leicht sein, die Unhaltbarkeit dieser Ansicht nachzuweisen. Mit dieser Ansicht erklärt sich auch Wiedemann durchaus nicht einverstanden; indess hält er die Erregung von Elektricität beim Contacte von Metallen für nicht erwiesen, und glaubt die dabei beobachtete Elektricität auf den Contact von Flüssigkeiten und Gasen mit den Metallen zurückführen zu können.

Wenn bei dem Volta'schen Fundamentalversuch nicht strenge alle Flüssigkeiten ausgeschlossen werden, so ist er allerdings nicht beweisend,

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII. p. 407.

2) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. und im theoretischen Kapitel des Bd. II.

deshalb habe ich keiner der Modificationen desselben Erwähnung gethan, bei denen ein einseitiger Contact von Flüssigkeiten und Metallen vorkommt. Aber auch die vorgeführten Versuche hält Wiedemann nicht für beweisend und hält es wenigstens für möglich, dass bei ihnen auch der Flüssigkeitscontact es sei, welcher die Elektricität erregt. Er eignet sich gewissermassen die Erklärung dieser Versuche von De la Rive an.

De la Rive glaubt [1]), dass die Feuchtigkeit der Luft die Ursache der bei dem Metallcontacte beobachteten Elektricität sei. Jeder Körper condensirt auf seiner Oberfläche Gas aus seiner Umgebung; die zu den Fundamentalversuchen benutzten Platten sind daher mit condensirter Luft und Feuchtigkeit bedeckt. Der Contact dieser Feuchtigkeit mit den Metallen macht letztere, und zwar in den meisten Fällen negativ, elektrisch, während die Feuchtigkeit selbst positiv elektrisch wird. Da beide Elektricitäten gleich dicht sind, so kann ein einzeln stehender Körper nicht elektrisch erscheinen. Wird aber mit einem solchen ein anderer in metallische Berührung gebracht, welcher durch die auf ihm condensirte Feuchtigkeit weniger stark negativ oder gar positiv erregt wird, so fliesst die negative Elektricität so lange in denselben über, bis die Dichtigkeit der negativen Elektricität in beiden gleich ist. Da zwei Platten sich immer nur in wenigen Punkten der Berührungsflächen wirklich metallisch berühren, während sonst zwischen ihnen noch jene Gas- und Feuchtigkeitsschicht sich befindet, so wird, so lange die Platten zusammen sind, die positive Elektricität der Gasschicht die negative in dem Metalle an den einander zugewandten Flächen condensiren. Hebt man nun aber die Metalle von einander ab, so wird in dem durch die Flüssigkeit stärker negativ erregten wegen des Abflusses eines Theiles der negativen Elektricität die positive jetzt überwiegen und zum Theil fortgenommen werden können; deshalb erscheint die Platte jetzt positiv elektrisch, während die andere wegen des Ueberschusses der negativen Elektricität jetzt negativ erscheint.

So bei einer Zink- und Kupferplatte. Das Zink wird von der Feuchtigkeit stärker negativ erregt als das Kupfer; legt man die Platten auf einander, so tritt durch die wirklichen Berührungspunkte derselben ein Theil der negativen Elektricität zum Kupfer; hebt man die Zinkplatte ab, so erweist sich die Kupferplatte negativ und die Zinkplatte mit ihrer Gasschicht positiv elektrisch. Der Versuch, bei welchem eine Kupferplatte und eine Zinkplatte wiederholt isolirt von einander abgehoben und an den Condensator gelegt werden, soll sich in derselben Weise erklären, indem jedesmal unmittelbar nach der Abgabe der Elektricitäten der Platten die condensirten Feuchtigkeitsschichten wieder elektromotorisch wirken. Bei dem Aufeinanderlegen der Platten wird sich daher der Process in der eben angegebenen Weise wiederholen.

---

1) *De la Rive,* Poggend. Ann. Bd. XV. Traité de l'électricité. T. II. p. 776.

Gegen diese Erklärung der Volta'schen Fundamentalversuche sind besonders Pfaff[1]) und Fechner[2]) aufgetreten, indem sie zeigten, dass Elektricität erregt wird, wenn Metalle unter der Glocke der Luftpumpe oder in Räumen, welche mit vollkommen getrocknetem Wasserstoffgas gefüllt waren, mit einander in Berührung gebracht wurden, oder indem sie nachwiesen, dass ein Messingdraht oder ein Platindraht negativ elektrisch wurden, als sie an eine vollständig mit Firniss überzogene Zinkplatte angelöthet waren.

Gegen diese Versuche könnte eingewandt werden, dass weder unter der Glocke der Luftpumpe, noch bei dem Uebertragen in vollkommen trockne, mit Wasserstoff gefüllte Räume, noch auch bei dem Ueberziehen mit Firniss die condensirte Feuchtigkeitsschicht fortgenommen wird, dass daher in allen Fällen die supponirte Erregungsursache noch fortdauere.

Es wäre jedenfalls gut, wenn derartige Versuche wiederholt würden, indem nach der Methode von Waidele[3]) Platten von den condensirten Gas- und Feuchtigkeitsschichten befreit und dann unter der Glocke der Luftpumpe oder in mit trocknem Wasserstoffgas gefüllten Räumen die Metalle zur Berührung gebracht würden. Bei solchen Versuchen könnte der Einwurf, dass auf den Metallen die condensirte Feuchtigkeitsschicht vorhanden sei, nicht gemacht werden.

Indess auch ohnedem ist, wie mir scheint, die Ansicht von Wiedemann aus mehreren Gründen nicht haltbar.

Zunächst nämlich ist es eine willkührliche Annahme, dass die condensirte Gasschicht jedes Metalles auch nach der Berührung mit dem andern seinen elektrischen Zustand ganz ungeändert beibehalte. Nehmen wir zwei Platten, eine Zink- und eine Kupferplatte, welche mit ihren Flächen auf einander liegen, so soll nach dieser Ansicht die Elektricität der Metalle sich ausgleichen. Nun durchdringen sich aber die Gasschichten der zugewandten Flächen jedenfalls theilweise; ich kann deshalb keinen Grund einsehen, weshalb sich nicht auch die Elektricitäten der Gasschichten wenigstens theilweise ausgleichen sollen. Diese Ausgleichung müsste zudem jedenfalls verschieden sein, je nachdem die Platten mehr oder weniger stark und längere oder kürzere Zeit zusammengepresst wären. Man müsste also je nachdem eine verschiedene elektrische Erregung erhalten, was nach allen vorliegenden Erfahrungen, wie wir sahen, nicht der Fall ist.

Ein zweiter gegen diese Ansicht sprechender Grund ist die nachgewiesene Richtigkeit des Gesetzes der Spannungsreihe. Will man dieses Gesetz mit der von Wiedemann acceptirten Hypothese vereinigen, so muss man annehmen, dass die Berührung mit der condensirten Gasschicht die

---

1) *Pfaff*, Revision der Lehre vom Galvano-Voltaismus. Altona 1837.

2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. XLII.

3) Man sehe im 1. Bd. §. 109.

Metalle gerade in der Reihenfolge negativ elektrisch errege, in welcher sie nach dem Spannungsgesetze positiv elektrisch werden, dass also das Zink am stärksten, das Platin oder Gold am schwächsten negativ elektrisch werde. Es müsste ferner die elektrische Differenz, welche zwei Metalle zeigen, proportional sein dem Unterschiede in der elektrischen Erregung derselben durch die condensirte Gasschicht.

Das elektromotorisch Wirksame in der auf den Metallen condensirten Gasschicht kann nur die Feuchtigkeit sein, da, wie wir später noch besonders nachweisen werden, Stickstoff und Sauerstoff bei der Berührung mit den Metallen kaum elektromotorisch wirksam sind; die Feuchtigkeit der Luft ist aber Wasser, es müsste sich daher genau dieselbe Art der elektrischen Erregung zeigen, wenn man die Metalle in Wasser taucht, d. h. auch bei der Berührung mit Wasser müsste der Unterschied in den elektrischen Erregungen zweier Metalle der elektrischen Differenz der Metalle proportional sein.

Das ist jedoch nach Versuchen von Hankel [1]) und von Gerland [2]) nicht der Fall. Hankel stellte seine Versuche nach der schon im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode an, dieselbe wurde dem Zwecke der Versuche entsprechend nur so abgeändert, dass die untere Kupferplatte durch eine Wasserfläche ersetzt wurde. Zu dem Ende wurde an die Stelle der untern Kupferplatte ein Glastrichter gebracht, dessen oberer Rand so weit abgeschliffen war, dass er einen Durchmesser von 95^{mm}, also denselben wie alle untersuchten Metallplatten erhielt. Das Rohr dieses Trichters war verlängert und dann unten Uförmig umgebogen, so dass das nach oben gebogene Ende des Rohres etwas höher war als der Rand des Trichters. Durch dieses Rohr konnte dann der Trichter mit Wasser gefüllt werden, so dass dasselbe den Rand des Trichters gerade bedeckte, so dass also die kreisförmige Wasserfläche einen Durchmesser von genau 95^{mm} besass.

Zu den Messungen wurde dann dasselbe Differenzverfahren angewandt, nach welchem die elektrischen Erregungen der Metalle bestimmt waren. Auf den Trichter wurde zunächst, ehe er mit Wasser gefüllt war, eine Zinkplatte gelegt, die Kupferplatte K bis auf $0{,}94^{mm}$ von der Zinkplatte herabgelassen, und dann in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise $K \mid Zn$ gemessen. Darauf wurde die Zinkplatte durch die eines Metalles M ersetzt und $K \mid M$ gemessen, die Differenz $K \mid Z - K \mid M$ lieferte den Werth von $M \mid Zn$.

Nun wurde der Trichter bis an den Rand mit Wasser gefüllt, die Scheibe K der Wasserfläche bis auf $0{,}94^{mm}$ genähert, und dann in das Wasser des seitlichen Rohres ein sorgfältig mit feinem Schmirgel geputztes

1) *Hankel,* Abhandl. der Königl. sächsischen Gesellsch. zu Leipzig. Mathem. Classe. Bd. VII. 1865.
2) *Gerland,* Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

oder mit einer Feile abgeriebenes Stück des Metalles M eingetaucht, welches ebenso wie die Platte K durch einen Platindraht zur Erde abgeleitet war. Indem Hankel voraussetzt, dass die der Platte K gegenüberstehende Wasserfläche sich in Bezug auf die Leitung der Elektricität, wie die vorher an derselben Stelle befindliche zur Erde abgeleitete Metallfläche verhält, nimmt er an, dass die Verstärkungszahl des jetzt hergestellten Condensators dieselbe ist, wie die des Metall-Metallcondensators. Die Richtigkeit dieser Annahmen vorausgesetzt, ist das an der Platte K gemessene Potential proportional der Summe $K \mid M + M \mid H_2 O$, und die Differenz des jetzt bestimmten Werthes und des vorher gefundenen $K \mid M$ gibt die gesuchte elektrische Erregung zwischen dem Metall M und Wasser. Da nun $K \mid M$ in der gewählten Einheit $Zn \mid Cu$ bekannt ist, so kann auch $M \mid H_2 O$ in dieser Einheit ausgedrückt werden.

Die von Hankel gefundenen Zahlen werden wir gleich mit denen von Gerland zusammenstellen; gegen die Genauigkeit der Hankel'schen Zahlen scheint mir ein Einwurf möglich, den ich in Hankel's Versuchen nicht gehoben finde, es scheint mir zweifelhaft, ob man einem solchen Metallwassercondensator dieselbe Verstärkungszahl zuschreiben darf wie dem Metall-Metallcondensator. Es setzt dies, wie schon oben erwähnt wurde, voraus, dass das Wasser bei diesen Versuchen die Elektricität ebenso gut leite, wie die metallische Verbindung der untern Platte bei dem Metall-Metallcondensator, denn nur in dem Falle wird der Potentialwerth in der Wasserfläche V_2 nach der Bezeichnung des vorigen Paragraphen bei den kurzdauernden Verbindungen

$$V_2 = H_2 O \mid M + M \mid Pt + Pt \mid A$$

gesetzt werden dürfen. Braucht die Herstellung des elektrischen Gleichgewichts im Wasser eine gewisse Zeit, so kann es vorkommen, dass in der der Platte K gegenüberliegenden Wasserfläche das Potential noch nicht den obigen Werth erreicht hat. Dann muss der nach dem angegebenen Verfahren gefundene Werth von $M \mid H_2 O$ zu klein ausfallen. Diese Unsicherheit lässt sich nicht durch längere oder kürzere Dauer der hergestellten Verbindung controliren, da nach den Versuchen von Hankel ein längeres Eintauchen die elektrischen Erregungen Metall-Wasser beträchtlich ändert, sie lässt sich nur durch eine directe Vergleichung von Metall-Metall- mit Metall-Wassercondensatoren heben.

Die von Gerland in meinem Laboratorium angestellten Versuche waren etwas anders angeordnet. Die eine Platte eines Kohlrausch'schen Condensators wurde durch ein achteckiges ganz aus Glas verfertigtes Kästchen ersetzt. Die der Metallplatte zugewandte vordere Platte dieses Kästchens war von dünnem Spiegelglase, gut mit Schellackfirniss überzogen, und so gross, dass sie die Metallplatte, wenn dieselbe der Glasplatte bis zur Berührung genähert war, rings etwas überragte. Die entgegengesetzte Wand des Kästchens war von gleicher Grösse und von der erstern etwa 1^{cm} ent-

fernt. Die den acht Seiten der Platte entsprechenden acht Seitenwände des Kästchens waren durch 1^{cm} breite Glasstreifen hergestellt, welche durch Glaserkitt an den beiden Platten wasserdicht befestigt waren. Das Kästchen war rings geschlossen, nur der die obere Seitenwand bildende Glasstreifen hatte eine Durchbohrung, durch welche das Kästchen mit Wasser gefüllt wurde, und durch welche der Metalldraht eingeführt wurde, dessen elektrische Erregung durch Wasser geprüft werden sollte. Es war auf diese Weise der Metallplatte des Condensators eine Wasserplatte von 1^{cm} Dicke gegenüber gestellt.

Bei den Versuchen wurde nun das Glaskästchen mit Wasser gefüllt, die Metallplatte der gefirnissten Vorderseite des Glaskästchens bis zur Berührung genähert, und dann ein gabelförmig gebogener isolirter Metalldraht mit der einen Zinke in das Wasser des Kästchens getaucht, mit der andern Zinke an die Metallplatte des Condensators angelegt, und die Verbindung einige Secunden unterhalten. Die Metallplatte wurde dann nach Unterbrechung der Verbindung von dem Glaskästchen entfernt, und der auf ihr vorhandene Potentialwerth am Torsionselektrometer gemessen.

Dann wurde das Glaskästchen vom Wasser entleert, neuerdings gefüllt, die Platte angeschoben und zunächst etwa $^1/_2$ Minute stehen gelassen, um zu untersuchen, ob der Condensator unelektrisch sei. Stellte sich das heraus, so wurde die Platte wieder angeschoben, mit einem zweiten Metalldraht die Verbindung der Platte mit dem Wasser hergestellt, und wieder das Potential auf der Metallplatte gemessen. Ebenso wurde mit dem Drahte eines dritten Metalls verfahren u. s. f.

Da bei einer solchen Versuchsreihe immer dieselbe Metallplatte benutzt, und diese immer bis zur Berührung an das durch eine schwache Feder gegen die Metallplatte gedrückte Glaskästchen geschoben wurde, so war bei einer solchen Reihe die Verstärkungszahl des Condensators constant, es konnte also die bei jedem Versuche stattgefundene elektrische Erregung dem beobachteten Potential proportional gesetzt werden. Sei die Metallplatte z. B. eine Zinkplatte und sei nach und nach ein Zinkdraht, ein Kupferdraht und ein Silberdraht zur Verbindung der Platte mit dem Wasser benutzt worden, und seien die beobachteten Potentialwerthe a, b, c, so ist, wenn k eine Constante bedeutet,

$$Zn \mid H_2O = k \cdot a; \quad Zn \mid Cu + Cu \mid H_2O = k \cdot b$$
$$Zn \mid Ag + Ag \mid H_2O = k \cdot c.$$

Die drei Gleichungen enthalten indess noch vier Unbekannte, sie genügen deshalb noch nicht. Bei einer zweiten Versuchsreihe wurde deshalb die Zinkplatte mit einer Kupferplatte vertauscht, und wieder in derselben Weise verfahren. Seien jetzt die beobachteten Potentiale d, e, f, und k' eine andere Constante, so wird

$$Cu \mid Zn + Zn \mid H_2O = k' \cdot d; \quad Cu \mid H_2O = k' \cdot e$$
$$Cu \mid Ag + Ag \mid H_2O = k' \cdot f.$$

Aus diesen und den vorigen Gleichungen lassen sich die gesuchten Werthe berechnen, und da mehr Gleichungen als Unbekannte vorhanden sind, auch controliren. So wird z. B.

$$Zn \mid H_2\,O = \frac{a\,(e-d)}{ae-db} \cdot Zn \mid Cu; \qquad Cu \mid H_2\,O = \frac{e\,(b-a)}{ae-db} \cdot Zn \mid Cu$$

u. s. f.

Die von Hankel und Gerland gefundenen Werthe zeigen folgende Zusammenstellung, beide gelten für frisch polirte Metalle gleich nach dem Eintauchen, sie geben die Werthe $M \mid H_2\,O$ bezogen auf $Zn \mid Cu = 100$.

	Hankel	Gerland
Aluminium	+ 12	—
Zink	+ 16	— 61,6
Kadmium	+ 11	
Zinn	— 4	
Antimon	— 3	
Wismuth	+ 3	
Eisen	— 9	
Kupfer	— 9	— 33,0
Gold	— 10	— 33,7
Palladium	— 4	
Silber	— 8	— 17,0
Platin	— 14	— 44,7.

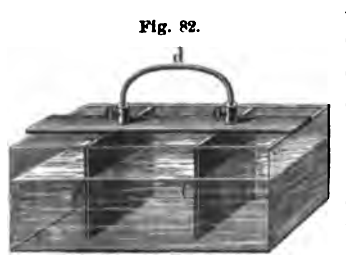
Mit Ausnahme des für Zink gefundenen Werthes stimmen die in beiden Reihen angegebenen Erregungen dem Zeichen nach und in soweit überein, dass die Reihenfolge der Metalle dieselbe ist. Dass die Hankel'schen Werthe so sehr viel kleiner sind, kann seinen Grund in dem vorhin erwähnten Umstande haben, dass der Metall-Wassercondensator eine kleinere Verstärkungszahl hat. Woher der grosse Unterschied beim Zink rührt, das lässt sich nicht erklären, er kann nicht darin liegen, dass bei den Gerland'schen Versuchen die Zinkplatte etwa nicht rein gewesen sei, da die für $Zn \mid H_2\,O$ gefundene Zahl nicht nur aus Beobachtungen an der Zinkplatte, sondern auch aus solchen an Kupfer-, Gold- und Silberplatten sich ergibt. Wir werden ausserdem an einer andern Stelle noch eine weitere Bestätigung der Gerland'schen Zahlen erhalten.

Wenn demnach über die wahren Werthe der elektrischen Erregungen der Metalle durch Wasser immerhin noch Unsicherheit vorhanden ist, so stimmen die Versuche Gerland's und Hankel's doch soweit überein, dass sie die Erklärung der elektrischen Erregungen der Metalle bei der Berührung als durch die Unterschiede in den Erregungen durch die Luftfeuchtigkeit unmöglich machen, wir müssen deshalb eine Erregung durch den Contact der Metalle allein annehmen.

§. 53.

Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten. Die Thatsache, dass die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe der Metalle gehören, setzt uns in den Stand, auch in geschlossenen Kreisen freie Elektricität zu erhalten. Verbinden wir (Fig. 82) ein Zinkblech Z durch irgend einen Draht mit einem Kupferbleche C, und tauchen dann die beiden Bleche in eine Flüssigkeit, etwa eine Lösung von Zinkvitriol, so wird durch den Contact des Kupfers mit dem Zink von der Berührungsstelle aus positive Elektricität sich über das Zink, negative sich über das Kupfer hin verbreiten. Da die Flüssigkeit nicht mit zur Spannungsreihe gehört, so können wir sie zunächst als einen elektrisch indifferenten Leiter betrachten. Die auf dem Zink erregte positive Elektricität wird daher in die Flüssigkeit übertreten, und dasselbe wird die negative Elektricität des Kupfers thun. Aus der Flüssigkeit wird sich aber auch die positive Elektricität dem Kupfer mittheilen und die negative dem Zink, so dass in Folge der leitenden, zwischen Zink und Kupfer hergestellten Verbindung eine Veränderung der Dichtigkeit der auf den beiden Platten erregten Elektricität stattfinden wird. Da nun aber die elektrische Differenz zweier sich berührender Metalle constant ist, so wird durch die bei der Berührung stattfindende elektromotorische Kraft sofort eine neue Scheidung der Elektricitäten eintreten, welche positive Elektricität von C durch den Draht d nach Z und negative Elektricität durch den Draht nach C hintreibt. Es entsteht somit eine Bewegung der beiden Elektricitäten durch den ganzen Stromkreis, indem die positive Elektricität von dem positiven Metalle Z durch die Flüssigkeit zu dem negativen Metalle C, und von diesem wieder durch den Draht d nach dem positiven Metalle Z hinfliesst, die negative Elektricität dagegen den umgekehrten Weg einschlägt.

Fig. 82.



Diese Bewegung der Elektricitäten durch einen geschlossenen Kreislauf bezeichnet man als einen galvanischen Strom; in dem galvanischen Strome bewegen sich also, wie in dem Entladungsstrome der Leydener Flasche, die beiden Elektricitäten durch den Stromkreis nach entgegengesetzten Richtungen. Wie man aber dem Entladungsstrome der Leydener Flasche eine bestimmte Richtung gibt, indem man dieselbe nach der Richtung bestimmt, welche die positive Elektricität verfolgt, so auch bei dem galvanischen Strome. Man bezeichnet als die Richtung des galvanischen Stromes ebenfalls jene, welche die positive Elektricität in ihm hat; in dem obigen Beispiele ist also die Richtung des Stromes innerhalb der Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer, ausserhalb der Flüssigkeit im Drahte vom dem Kupfer zum Zink gerichtet.

Würde man in dem obigen Beispiele die Zinkplatte durch eine andere ersetzen, welche in der Spannungsreihe zwischen dem Zink und Kupfer stände, so würde immer noch, die elektrische Unwirksamkeit der Flüssigkeit vorausgesetzt, die Richtung des Stromes, wie sich aus den obigen ganz gleichen Betrachtungen ergibt, dieselbe sein, es würden sich in dem Stromkreise aber nur geringere Mengen von Elektricitäten bewegen, der Strom würde schwächer sein.

Vertauschte man indess Z mit einem Metalle, welches gegen Kupfer negativ wäre, so würde die Richtung des Stromes umgekehrt sein und seine Stärke würde abhängen von der elektrischen Differenz der beiden Metalle.

Zu der Contactwirkung der beiden Metalle tritt nun aber noch die elektrische Erregung zwischen Metall und Flüssigkeit. In unserem Beispiele wird das Zink sowohl als das Kupfer von der Lösung negativ erregt; erstere Erregung vergrössert, letztere vermindert die in dem Stromkreise circulirende Elektricitätsmenge. Ohne schon hier auf die Theorie des galvanischen Stromes einzugehen, ist es nach dem Frühern wohl ohne weiteres ersichtlich, dass die in dem Stromkreise in Folge des Contacts Zink-Kupfer circulirende Elektricitätsmenge der elektromotorischen Kraft oder der Differenz der Potentialwerthe zwischen diesen Metallen proportional ist; setzen wir dieselbe gleich 100. Durch den Contact zwischen Zink und Zinkvitriol wird nun in der vorhin betrachteten Weise von der Berührungsstelle aus negative Elektricität in das Zink und weiter von diesem durch den Draht zum Kupfer fliessen müssen, positive Elektricität dagegen durch die Flüssigkeit zum Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink. Die Bewegung der Elektricitäten durch diesen Contact ist also dieselbe, welche sie in Folge des Zink-Kupfer-Contactes haben. Die Menge der in Folge desselben fliessenden Elektricitäten ist wieder der elektrischen Differenz zwischen Zink und Zinkvitriol proportional, und da diese, jene zwischen Zink und Kupfer gleich 100 gesetzt, gleich 129 ist, so ist die in Folge des Contactes zwischen Zink und Zinkvitriol circulirende Elektricitat gleich 129 zu setzen. Das Kupfer wird durch die Berührung mit dem Kupfervitriol negativ, von der Berührungsstelle fliesst also negative Elektricität in das Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink, positive aber durch die Flüssigkeit zum Zink und von diesem durch den Draht zum Kupfer. Die Menge der so den beiden anderen entgegengesetzt circulirenden Elektricität ist gleich 36. Man wird nun ohne weiteres zugeben, dass diese Menge sich mit einer gleich grossen aber entgegengesetzten, mit ihr nach gleicher Richtung sich bewegenden Elektricität neutralisirt, so dass dann die durch den Stromkreis sich nach gleicher Richtung bewegenden Elektricitäten sind

$$100 + 129 - 36 = Zn \mid Cu + Zn\,SO_4 \mid Zn + Cu \mid Zn\,SO_4.$$

Es ergibt sich daraus, dass die Menge der in dem Stromkreise circu-

lirenden Elektricitäten der Summe der in demselben thätigen elektromotorischen Kräfte proportional ist.

Würde nun in einem anderen Falle in dem Gefässe sich eine Flüssigkeit befinden, welche das Zink positiv elektrisch macht, das Kupfer negativ, so würde, wenn wir die Flüssigkeit mit F bezeichnen, die in dem Stromkreise circulirende Elektricitätsmenge proportional sein

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F,$$

und je nach der Grösse des Werthes $F \mid Zn + Cu \mid F$ könnte diese Summe gleich Null oder selbst negativ sein, d. h. also die wirklich circulirende Elektricität könnte derjenigen entgegengesetzt gerichtet sein, welche in Folge des Metallcontactes sich darin bewegt.

Nach den früheren theoretischen Ansichten glaubte man, dass die Contactwirkung zwischen Flüssigkeiten und Metallen verschwindend wäre gegen die Contactwirkung zwischen den Metallen; um deshalb die zuletzt erwähnte Erscheinung zu erklären, nahm man an, dass die elektrische Differenz zweier Metalle in Flüssigkeiten eine andere sein könne als in Luft, dass also z. B. die elektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer in einer Lösung von Zinkvitriol gleich 193 sei, während sie sonst gleich 100 ist. Daraus folgte dann, dass die Spannungsreihe der Metalle in den Flüssigkeiten verschieden sein konnte, je nach der Natur der Flüssigkeit, in welcher dieselben stehen, indem immer nach jener Anschauungsweise, nach welcher nur durch die Berührung der Metalle der Strom entsteht, jenes von zweien in einer Flüssigkeit stehenden das positive ist, zu welchem durch den Draht die positive Elektricität sich hinbewegt. In dieser Voraussetzung hat man die Spannungsreihen der Metalle in verschiedenen Flüssigkeiten bestimmt.

Wenn nun auch die so bestimmten Spannungsreihen nicht jene Bedeutung haben, so ist die Kenntniss derselben doch von grossem Nutzen, da sie uns sofort das elektrische Verhalten der Metalle in Flüssigkeiten erkennen lassen.

Die Spannungsreihen der Metalle in Flüssigkeiten lassen sich nur bestimmen durch Beobachtung des Stromes, wir müssen deshalb hier vorgreifend einige Wirkungen des Stromes erwähnen, welche uns in den Stand setzen, die Richtung und Stärke des Stromes zu erkennen.

Von den Wirkungen des Stromes sind zu diesem Zwecke vorwiegend geeignet die chemischen und magnetischen.

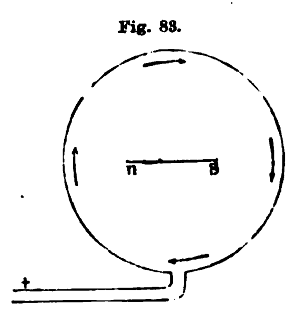
Wenn man den Draht, welcher Fig. 82 die Platten Z und C verbindet, an einer Stelle unterbricht, die Unterbrechungsstellen mit Platinblechen verbindet und nun diese in ein Gefäss mit angesäuertem Wasser taucht, so wird das Wasser von dem hindurchgehenden Strome zersetzt. Der Sauerstoff zeigt sich an dem mit der Kupferplatte verbundenen Platinblech, der Wasserstoff an dem mit dem Zink verbundenen Bleche; der Sauerstoff zeigt sich also dort, wo der positive Strom in das Wasser eintritt, an der

sogenannten positiven Elektrode, oder wie Faraday sie nennt, der Anode, während der Wasserstoff sich dort zeigt, wo der Strom das Wasser verlässt, an der negativen Elektrode oder Kathode. Man kann demnach in anderen Fällen, in denen man die Richtung des Stromes nicht kennt, dieselbe dadurch bestimmen, dass man in den Stromkreis ein Gefäss mit angesäuertem Wasser bringt, und beobachtet, an welchem der in das Wasser getauchten Bleche der Sauerstoff, an welchem der Wasserstoff auftritt; ersteres ist dann die positive, letzteres die negative Elektrode, und der Strom geht von ersterem zu letzterem.

Da die durch das Wasser fliessende Elektricität die Ursache der Wasserzersetzung ist, so wird zur Zersetzung derselben Wassermenge immer dieselbe Elektricitätsmenge erforderlich sein; wir werden deshalb in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Maass für die in dieser Zeit durch den Stromkreis fliessende Elektricität erhalten. Wenn nun bei allen vergleichenden Versuchen der Stromkreis ungeändert bleibt, und nur die Platten Z und C mit anderen vertauscht werden, so werden die durch den Stromkreis in der Zeiteinheit fliessenden Elektricitätsmengen der Summe der in dem Stromkreis vorhandenen elektromotorischen Kräfte oder der elektrischen Differenz der Metalle in der Flüssigkeit proportional sein. Wir werden also unter diesen Voraussetzungen in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Maass für die elektrische Differenz der in Flüssigkeit stehenden Metalle haben.

Die Messung der elektromotorischen Kraft nach diesem, dem sogenannten chemischen Maasse, ist nur dann mit Erfolg anwendbar, wenn man bedeutende Kräfte hat, da zur Zersetzung messbarer Wassermengen schon grosse Elektricitätsmengen erfordert werden. Ein viel empfindlicheres Prüfungsmittel für das Vorhandensein eines Stromes und ein Mittel zur Messung auch schwächerer Kräfte wird uns durch eine magnetische Wirkung des Stromes geboten, durch die Ablenkung der Magnetnadel aus dem magnetischen Meridiane. Leitet man den Draht, durch welchen ein Strom kreist, um eine im magnetischen Meridiane befindliche Nadel, so wird dieselbe aus dem Meridiane abgelenkt, so dass sie je nach der Stärke des Stromes einen mehr oder weniger grossen Winkel mit dem Meridiane bildet. Diese Ablenkung ist dem Sinne nach verschieden, je nach dem Sinne, in welchem der Strom um die Nadel kreist. Ist Fig. 83 ns die Nadel, und zugleich die Richtung des Meridianes, so dass n der Nordpol, s der Südpol der Nadel ist, und bewegt sich die positive Elektricität in der Richtung der Pfeile, so dass sie in dem Leitungsdrahte an der Nordseite der Nadel aufsteigt, über der Nadel sich von Norden nach Süden bewegt, im Süden der Nadel

Fig. 83.

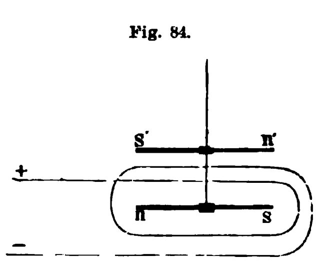


absteigt und unter derselben wieder sich von Süden nach Norden bewegt, so wird die Nadel so abgelenkt, dass der Nordpol nach Osten, der Südpol nach Westen zeigt. Bewegt sich der Strom nach der entgegengesetzten Richtung, so wird die Nadel auch nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt. Die Regel, welche die Ablenkung der Nadel durch den Strom bestimmt, ist folgende: man denke sich in der Richtung des Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, so wird der Nordpol der Nadel immer nach der linken Seite abgelenkt.

Man hat daher, um die Richtung des Stromes zu bestimmen, nur die Ablenkung einer Nadel zu beobachten, um welche in der angedeuteten Weise ein Strom geführt ist. Die Stärke des Stromes, d. h. die Menge der in jedem Augenblicke in dem Stromkreise circulirenden Elektricität lässt sich aus der Grösse der Ablenkung bestimmen, und zwar ist sie, wie wir an einer späteren Stelle nachweisen werden, der Tangente des Ablenkungswinkels proportional, wenn der Strom in einem Kreise um die Nadel geführt wird, dessen Radius gegen die Länge der Nadel sehr gross ist.

Um durch sehr schwache Ströme noch hinreichend merkbare Ablenkungen zu erhalten, führt man den Strom in mehrfachen Windungen um die Nadel und verkleinert den Radius des Stromkreises, da die ablenkende Wirkung des Stromes auf die Nadel um so grösser wird, je geringer der Abstand desselben von der Nadel ist. Die grösste Empfindlichkeit erhält dieser Apparat, wenn er eine astatische Doppelnadel enthält, d. h. zwei Magnetnadeln, welche mit einander fest und so verbunden sind (Fig. 84), dass wenn die untere sich in ihrer normalen Lage, *n* gegen Norden, *s* gegen Süden, befindet, die obere entgegengesetzt liegt. Die Nadeln sind fast gleich stark magnetisch, so dass sie nur mit einer sehr geringen Differenz ihrer magnetischen Directionskräfte in dem Meridiane zurückgehalten werden. Der Strom wird zwischen den Nadeln durch und unter denselben her geführt (Fig. 84); wie sich aus der vorhin angeführten Regel ergibt, wirkt er dann auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend. Durch vielfache Windungen und Anwendung eines möglichst astatischen Systemes kann man dann auch die schwächsten Ströme nachweisen.

Fig. 84.



Die Spannungsreihen der Metalle in den Flüssigkeiten lassen sich nun am leichtesten mit Hülfe der Ablenkungen der Magnetnadel bestimmen. Auf diese Weise sind nun auch meist die folgenden erhalten worden, welche das elektromotorische Verhalten der Metalle in den wichtigsten Flüssigkeiten angeben. Es ist auch bei diesen Reihen stets das vorhergehende Metall positiv gegen das nachfolgende, d. h. der Strom geht in dem Verbindungsdrahte von dem nachfolgenden zu dem vorhergehenden Metalle.

Spannungsreihen der Metalle in

Wasser nach Fechner[1])	Verd. Schwefelsäure nach Poggendorff[2])	Verd. Salpetersäure nach Faraday[3])	Concentr. Salpetersäure nach Faraday[4])	Concentr. Salpetersäure nach Schönbein[5])	Cyankalium nach Poggendorff[6])
+	+	+	+	+	+
Zink	Zink	Zink	Cadmium	Passives Eisen	Amalgam.Zink
Blei	Cadmium	Cadmium	Zink	Platin	Zink
Zinn	Eisen	Blei	Blei	Bleisuperoxyd	Kupfer
Eisen	Zinn	Zinn	Zinn	Silbersuperoxyd	Cadmium
Antimon	Blei	Eisen	Eisen		Zinn
Wismuth	Aluminium	Nickel	Wismuth		Silber
Kupfer	Nickel	Wismuth	Kupfer		Nickel
Silber	Antimon	Antimon	Antimon		Antimon
Gold	Wismuth	Kupfer	Silber		Blei
	Kupfer	Silber	Nickel		Quecksilber
	Silber				Palladium
	Platin				Wismuth
					Eisen
					Platin
					Gusseisen
					Kohle.

Die angeführten Spannungsreihen gelten besonders in den Flüssigkeiten, welche auf die Metalle chemisch einwirken, für den Moment des Eintauchens und unter der Voraussetzung, dass die Metalle gleichzeitig eingetaucht werden. Geschieht das nicht, oder beobachtet man erst längere Zeit nach dem Eintauchen, so findet man oft ganz andere Resultate, da die durch die Flüssigkeiten veränderten Metalle häufig ganz anders elektromotorisch wirksam sind als die nicht geänderten.

Im allgemeinen stimmen die verschiedenen Spannungsreihen unter einander und mit der früher für die Metalle aufgestellten Spannungsreihe überein, woraus sich ergibt, dass die Metalle durch die Flüssigkeiten im allgemeinen um so stärker negativ erregt werden, je näher sie dem positiven Ende der Spannungsreihe stehen. Es zeigen sich jedoch einige Abweichungen selbst bei gleichen aber verschieden concentrirten Flüssigkeiten. In concentrirter Salpetersäure steht Cadmium über Zink, Kupfer über Antimon, in verdünnter Säure stehen sie umgekehrt; es folgt daraus, dass Cadmium von concentrirter Säure stärker, von verdünnter schwächer negativ erregt wird als Zink. Sehr auffallend ist die Spannungsreihe der Metalle in Cyan-

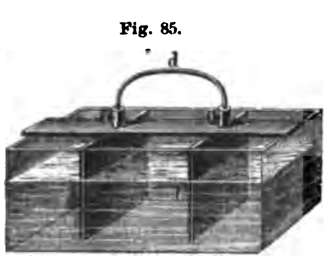
1) *Fechner*, Schweigger's Journal. Bd. LIII. Jahrgang 1828.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *Faraday*, Experimental researches. XVII. Reihe. art. 2012. Poggend. Ann. Bd. LIII.
4) *Faraday* a. a. O.
5) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLIII.
6) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXVI.

kaliumlösung, in welcher das Kupfer unmittelbar auf Zink folgt und das Eisen unmittelbar vor dem Platin steht. Es folgt daraus, dass Kupfer durch Cyankaliumlösung stärker negativ erregt wird als Zink, und überhaupt, dass diese Lösung die Metalle nicht um so stärker negativ erregt, als sie dem positiven Ende der Spannungsreihe näher stehen.

Mit Hülfe der Beobachtung des galvanischen Stromes hat Poggendorff in sehr sinnreicher Weise einen experimentellen Nachweis für das Gesetz der Spannungsreihe geliefert [1]), für das Gesetz nämlich, dass die elektrische Differenz irgend zweier der Spannungsreihe angehöriger Metalle gleich ist der Summe der elektrischen Differenzen der dazwischen liegenden Metalle.

Es folgt nämlich aus diesem Gesetze ein anderes, welches Poggendorff das elektromotorische nennt, und welches er folgendermassen formulirt. Ordnet man die Metalle in eine Reihe von dem positivsten zum negativsten und greift irgend drei Metalle aus der Reihe heraus, so muss die elektromotorische Kraft, welche die beiden äusseren in einer Flüssigkeit entwickeln, gleich sein der Summe der elektromotorischen Kräfte, welche das mittlere mit jedem der äusseren in derselben Flüssigkeit entwickelt.

Fig. 85.



Wie dieses Gesetz aus dem der Spannungsreihe folgt, ergibt sich leicht folgendermassen. Man habe Zink, Kupfer und Platin, und ordne wie in Fig. 85 zunächst Zink und Platin zu einem galvanischen Element. Die elektromotorische Kraft ist dann, wenn wir die Flüssigkeit mit F bezeichnen, gleich

$$Zn \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F = a.$$

Vertauschen wir jetzt das Platin mit Kupfer, so wird die elektromotorische Kraft

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F = b.$$

Bringen wir dann an die Stelle des Zinks Platin, so wird die elektromotorische Kraft, da das Kupfer gegen Platin positiv ist,

$$Cu \mid Pt + F \mid Cu + Pt \mid F = c.$$

Nun ist

$$b + c = Zn \mid Cu + Cu \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F + F \mid Cu + Cu \mid F,$$

und da

$$F \mid Cu = - Cu \mid F$$
$$b + c = Zn \mid Cu + Cu \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F.$$

Wenn nun das Spannungsgesetz richtig ist, dann ist

$$Zn \mid Cu + Cu \mid Pt = Zn \mid Pt,$$

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

und somit

$$b + c = Zn \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F = a.$$

Bestätigt sich demnach das elektromotorische Gesetz, so ist dadurch zugleich, wenn man überhaupt annimmt, dass der Contact der Metalle elektromotorisch wirkt, das Spannungsgesetz bewiesen.

Poggendorff hat nun in einer grossen Anzahl von Versuchen die elektromotorischen Kräfte der gebräuchlichsten Metalle mit einander verglichen; die Methode, welche er dabei anwandte, können wir erst an einer späteren Stelle auseinandersetzen; es genüge, hier einige von Poggendorff's Angaben mitzutheilen, wobei nur bemerkt werden mag, dass die Angabe der elektromotorischen Kräfte nach chemischem Maasse geschieht.

I. Flüssigkeit: verdünnte Schwefelsäure.

Metall: Zink, Zinn, Kupfer: $b = 7{,}70$; $c = 7{,}79$; $b + c = 15{,}49$; $a = 15{,}52$
Zink, Kupfer, Silber: $b = 15{,}76$; $c = 4{,}04$; $b + c = 19{,}80$; $a = 19{,}83$
Eisen, Kupfer, Silber: $b = 7{,}86$; $c = 4{,}02$; $b + c = 11{,}86$; $a = 11{,}87$.

II. Flüssigkeit: verdünnte Salpetersäure.

Amalg. Zink, Kupfer, Platin: $b = 16{,}61$; $c = 11{,}60$; $b + c = 28{,}21$; $a = 28{,}18$.

III. Flüssigkeit: Lösung von Aetzkali.

Metall: Zink, Eisen, Silber: $b = 18{,}88$; $c = 3{,}78$; $b + c = 22{,}66$; $a = 22{,}57$
Zink, Antimon, Platin: $b = 10{,}20$; $c = 13{,}66$; $b + c = 23{,}56$; $a = 23{,}67$.

IV. Flüssigkeit: Lösung von Cyankalium.

Metall: Zink, Silber, Eisen: $b = 10{,}27$; $c = 7{,}91$; $b + c = 18{,}18$; $a = 18{,}21$
Zink, Kupfer, Wismuth: $b = 0{,}98$; $c = 15{,}41$; $b + c = 16{,}39$; $a = 16{,}46$.

Die Summen $b + c$ sind also in allen Fällen bis auf äusserst kleine Bruchtheile, welche man unbedenklich den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf, den beobachteten Werthen von a gleich, so dass diese Versuche der schönste Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes, als auch des Satzes sind, dass die in dem Stromkreise sich bewegenden Elektricitäten der Summe der elektromotorischen Kräfte proportional sind.

Gerland hat das Poggendorff'sche Gesetz auch nachgewiesen, wenn die Flüssigkeit reines Wasser ist, und die Versuche zugleich benutzt, um die Richtigkeit der im vorigen Paragraphen mitgetheilten Zahlenwerthe der Erregungen Metall-Wasser zu prüfen[1]). Werden nämlich in die Gleichungen für a, b, c die Werthe $M \mid M'$ und $M \mid H_2O$, $M' \mid H_2O$, wie sie Gerland gefunden hat, eingesetzt, so müssen sich die daraus berechneten Werthe verhalten wie die nach diesem Verfahren beobachteten Werthe von a, b, c. Dass dies wirklich der Fall ist, zeigt folgende Zusammenstellung, in welcher

1) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

mit a, b, c wie vorher die beobachteten elektromotorischen Kräfte in einer willkührlichen aus den Versuchen sich direct ergebenden Einheit und darunter mit E_a, E_b, E_c die aus den Gerland'schen Zahlen sich ergebenden elektromotorischen Kräfte bezogen auf $Zn \mid Cu = 100$ angegeben sind.

Flüssigkeit: Wasser.

Zink, Kupfer, Silber: $b = 130{,}44$; $c = 24{,}54$; $b + c = 154{,}98$; $a = 155{,}21$

$$E_b = 128{,}6 \quad E_c = 24{,}7 \quad E_a = 153{,}3$$

$$\frac{a}{b} = 1{,}190 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1{,}192$$

$$\frac{c}{b} = 0{,}188 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0{,}192$$

Zink, Kupfer, Gold: $b = 154{,}13$; $c = 17{,}34$; $b + c = 171{,}47$; $a = 171{,}19$

$$E_b = 128{,}6 \quad E_c = 14{,}3 \quad E_a = 142{,}9$$

$$\frac{a}{b} = 1{,}111 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1{,}111$$

$$\frac{c}{b} = 0{,}113 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0{,}111$$

Zink, Kupfer, Platin: $b = 145{,}72$; $c = 13{,}34$; $b + c = 159{,}06$; $a = 158{,}97$

$$E_b = 128{,}6 \quad E_c = 11{,}3 \quad E_a = 139{,}9$$

$$\frac{a}{b} = 1{,}091 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1{,}088$$

$$\frac{c}{b} = 0{,}092 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0{,}088.$$

Als Mittelwerthe einer grössern Anzahl Versuche erhielt Gerland für die Verhältnisse der elektromotorischen Erregungen zu Zink-Wasser-Kupfer

von.	Zink-Wasser-Silber	1,194	berechnet	1,192
„	Zink-Wasser-Gold	1,113	„	1,111
„	Zink-Wasser-Platin	1,085	„	1,088.

Wie man sieht, stimmen die so gefundenen Zahlen mit den frühern fast vollkommen überein.

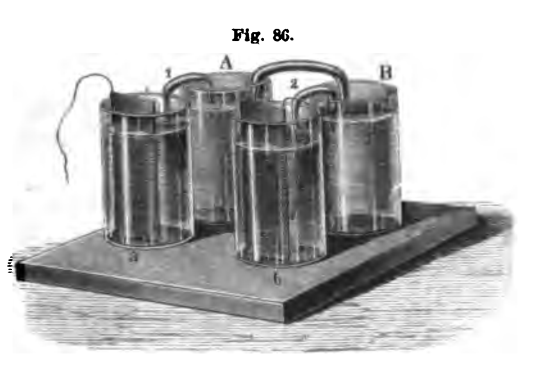
§. 54.

Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten. Dass auch Flüssigkeiten bei der Berührung elektromotorisch auf einander wirken, ist zuerst von Nobili[1]) nachgewiesen; die ausgedehntesten und sichersten Versuche aber verdanken wir Fechner. Fechner[2]) stellte seine Versuche folgendermassen an. Von den vier Gefässen a, b, A, B, Fig. 86, werden die beiden vorderen a und b mit derselben Flüssigkeit, Brunnenwasser,

1) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XIV. Annales de chim. et de phys. T. XXXVIII.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

Kochsalzlösung oder dergl. gefüllt. Die Gefässe *A* und *B* werden mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt. Um die Gefässe in leitende Verbindung zu bringen, dienen die 3 Ωförmig gebogenen Röhren, deren umgebogene Theile bis zu capillaren Oeffnungen ausgezogen werden. Das Niveau der Flüssigkeiten in den Gefässen *a*, *b* war bei dem Beginne der Versuche immer etwas höher als in den Gefässen *A* und *B*, damit, wenn die gebogenen Röhren als Heber wirkten, nur Flüssigkeit von *a* nach *A* und von *b* nach *B* fliessen konnte, so dass die Flüssigkeit der Gefässe *a* und *b* nicht verunreinigt werden konnte. Die Röhren 1 und 2 waren stets mit derselben Flüssigkeit gefüllt, welche sich in den Gefässen *a* und *b* befand; die Röhre, welche die Gefässe *A* und *B* verband, wurde mit einer der in den beiden Gefässen enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt, also mit einer der Flüssigkeiten, deren elektromotorisches Verhalten gegen einander geprüft werden sollte.

Fig. 86.



In die Gefässe *a* und *b* tauchten in jedes eine Platinplatte, welche mit den Enden eines Galvanometerdrahtes, also eines Drahtes, welcher in vielfachen Windungen um eine Magnetnadel ging, verbunden waren. Die Platinplatten müssen möglichst sorgfältig und gleichartig gereinigt sein, da man sonst bei Beobachtung eines elektrischen Stromes nicht sicher sein kann, dass derselbe wirklich in dem Contact der Flüssigkeiten seinen Grund hat. Besitzen die beiden Platinplatten nur die geringste Verschiedenheit, so entsteht schon ein Strom, wenn sie in dieselbe Flüssigkeit tauchen, weshalb man immer, wenn man sichere und zuverlässige Resultate erhalten will, erst untersuchen muss, ob nicht schon ein Strom entsteht, wenn die beiden Platinplatten in eine und dieselbe Flüssigkeit tauchen. Bei der Anordnung von Fechner kann man sich von dieser Homogenität der Platten überzeugen, indem man vor dem eigentlichen Versuche die beiden Gefässe *a*, *b* durch eine den anderen gleiche Röhre verbindet, welche mit der in denselben Gefässen enthaltenen Flüssigkeit gefüllt ist. Man wird bei ähnlichen Versuchen finden, dass es äusserst schwierig ist, die Platten vollkommen gleichartig zu machen, wenn man sie vorher auch noch so gleichartig behandelt hat. Wenn indess die Platten wirklich aus ganz gleichem Platin hergestellt sind, so stellt sich die Gleichartigkeit der Platten immer nach einiger Zeit her, was man daran erkennt, dass die Galvanometernadel nicht mehr abgelenkt wird. War diese Gleichartigkeit erreicht, so setzte Fechner die Röhren 1 und 2 ein, welche *a* mit *A* und *b* mit *B* verbanden,

und wartete, ob nicht allenfalls durch dieses Einsetzen eine Ungleichartigkeit der in den Gefässen *a* und *b* enthaltenen Flüssigkeit hervorgebracht wurde. Man erkennt das daran, ob nach dem Einsetzen der Röhren 1 und 2, während die Verbindungsröhre zwischen *a* und *b* noch nicht fortgenommen ist, die Nadel des Galvanometers abgelenkt wird oder nicht. Bleibt sie in Ruhe, so kann man sicher sein, dass die Flüssigkeiten in *a* und *b* gleichartig sind.

Hierauf wurde dann die Röhre 3 eingesetzt, welche mit einer der beiden in *A* und *B* enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt war, und die Ablenkung der Nadel beobachtet.

Bezeichnen wir nun die Flüssigkeiten in den Gefässen *a* und *b* mit *F*. in *A* mit F_1, in *B* mit F_2, so sind die in dieser Combination vorhandenen elektromotorischen Kräfte

$$F \mid F_1 + F_1 \mid F_2 + F_2 \mid F.$$

Wenn sich ein Strom zeigt, so folgt deshalb, dass die Flüssigkeiten auf einander elektromotorisch wirken, und zugleich, dass dieselben nicht in eine Spannungsreihe gehören.

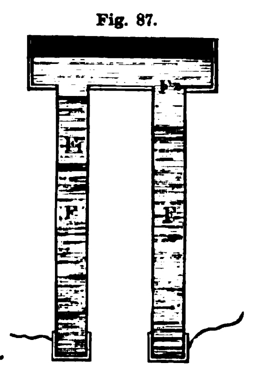
Fechner beobachtete nun bei allen seinen Versuchen eine Ablenkung der Nadel, woraus also folgt, dass die von ihm untersuchten Flüssigkeiten sich nicht in eine Spannungsreihe ordnen lassen. Wir lassen hier einige Angaben Fechner's folgen.

Flüssigkeit in *a* und *b*	Flüssigkeit in *A*	Flüssigkeit in *B*	Richtung des Stromes in der Flüssigkeit
Brunnenwasser	Salpetersäure	Lösung von	
„	„	Kochsalz	*B* zu *A*
„	„	Salmiak	desgl.
„	„	Kali	desgl.
„	„	Zinkvitriol	desgl.
„	„	Kupfervitriol	desgl.
„	„	Salpeter	desgl.
„	„	Glaubersalz	desgl.
„	„	Schwefelsäure	*A* zu *B*
„	Schwefelsäure	Kochsalz	*B* zu *A*
„	„	Salmiak	desgl.
„	„	Kupfervitriol	desgl.
„	„	Salpeter	desgl.
„	„	Glaubersalz	desgl.
„	Salzsäure	Kochsalz	*B* zu *A*
„	„	Salmiak	desgl.
„	„	Kali	desgl.
„	„	Salpeter	desgl.
„	„	Schwefelsäure	*A* zu *B*

Die Reihenfolge, in welcher die Lösungen jedesmal angegeben sind, zeigt zugleich die Grösse der resultirenden elektromotorischen Kraft an; sie sind von der stärkeren zu der schwächeren geordnet.

Wild hat später gezeigt[1]), dass gewisse Flüssigkeitsgruppen sich in Spannungsreihen ordnen. Er wandte zu seinen Versuchen den Apparat Fig. 87 an. In den Boden eines Holzkästchens waren zwei Glasröhren eingesetzt, welche unten mit Metalkapseln, welche galvanisch verkupfert waren, verschlossen waren. Die Metallkapseln waren mit den Enden eines Galvanometerdrahtes verbunden und auf ihre Homogenität geprüft. In die Glasröhren wurde zunächst bis zu einer gewissen Höhe dieselbe Flüssigkeit F gebracht; dann wurde die eine Röhre bis nahe unter den Boden des Kästchens mit einer zweiten Flüssigkeit F_1 so gefüllt, dass sie sich mit F nicht mischte; schliesslich wurde dann mit derselben Vorsicht die andere Röhre und das Kästchen mit einer dritten Flüssigkeit F_2 gefüllt. Die Resultate, welche Wild aus seinen Versuchen zieht, sind nun folgende:

Fig. 87.



1) Die Flüssigkeiten befolgen im allgemeinen unter einander nicht das Volta'sche Spannungsgesetz.

2) Die elektrischen Differenzen zwischen verschiedenen Lösungen ändern sich mit der Concentration der Lösungen.

3) Auch gelöste Verbindungen gleicher Ordnung befolgen im allgemeinen nicht das Spannungsgesetz.

4) Dagegen gehorchen alle neutralen schwefelsauren Salze nach der Form $R\,SO_4$ dem Spannungsgesetze; eine Ausnahme davon macht das neutrale schwefelsaure Ammon, denn die Combination

$$Cu\,SO_4 \mid (NH_4)_2\,S\,O_4 \mid K_2\,SO_4 \mid Cu\,SO_4$$

gab einen Strom, welcher in der Lösung von dem schwefelsauren Ammon zum schwefelsauren Kali ging.

5) Zu der Spannungsreihe der neutralen schwefelsauren Salze gehören nicht die Salze, welche nach der Form $R_2\,(SO_4)_3$ zusammengesetzt sind, denn die Combination

$$\overrightarrow{}$$

$$Zn\,SO_4 \mid K_2\,SO_4 \mid Al_2\,(SO_4)_3 \mid Zn\,SO_4$$

gab einen wie der über der Combination stehende Pfeil gerichteten Strom in den Flüssigkeiten.

6) Die Säuren gehorchen im allgemeinen nicht dem Spannungsgesetze, und ebenso nicht die Salze gleicher Basis, aber verschiedener Säure.

7) Die Haloidsalze KCl, KBr, KS befolgen das Spannungsgesetz.

1) *Wild*; Poggend. Ann. Bd. CIII.

Die Resultate Wild's wurden später von L. Schmidt erweitert[1]; die Versuche wurden ganz nach der Methode von Wild angestellt und ergaben:

1) Nicht nur die neutralen schwefelsauren Salze nach der Form $R\,SO_4$, sondern auch die salpetersauren Salze von der Form $R\,NO_3$ und die Chlormetalle RCl folgen unter sich dem elektrischen Spannungsgesetze.

2) Die Spannungsreihe der schwefelsauren, salpetersauren Salze und der Chlormetalle fällt zusammen mit der Spannungsreihe der Metalle. So ist die Spannungsreihe

der schwefelsauren Salze	ihrer Metalle	der salpetersauren Salze	ihrer Metalle
$Zn\,SO_4$	Zn	$Zn\,(NO_3)_2$	Zn
$Fe\,SO_4$	Fe	$Pb\,(NO_3)_2$	Pb
$Cu\,SO_4$	Cu	$Fe\,(NO_3)_2$	Fe
		$Cu\,(NO_3)_2$	Cu
		$Ag\,NO_3$	Ag.

Mit Hülfe der Untersuchung der schwefelsauren und salpetersauren Salze und der Chlorverbindungen gelang es dann Schmidt, eine Anzahl noch nicht bestimmter Metalle in die Spannungsreihe einzuordnen. Er gibt dieselben folgendermassen an: Mangan, Natrium, Zink, Zinn, Magnesium, Calcium, Kalium, Blei, Eisen, Kupfer, Strontium, Barium, Silber.

Schliesslich gibt Schmidt an, dass bei Anwendung von Salzen gleicher Basis aber verschiedener Säuren die Richtung des Stromes gleich derjenigen sei, welche bei Anwendung der Säuren allein sich zeigte, dass also der Art nach die elektrische Differenz zweier verschiedener Salze gleicher Basis gleich ist der elektrischen Differenz ihrer Säuren.

In sehr ausgedehnter Weise hat kürzlich Worm Müller[2]) die elektromotorischen Kräfte zwischen Alkalien und Säuren und den aus ihnen gebildeten Salzen untersucht. Als allgemeines Resultat seiner sehr zahlreichen Versuche gibt er dabei an, dass stets die Säure positiv ist gegen das Alkali, dass also stets der Strom durch die Berührungsstelle vom Alkali zur Säure geht. Dieser Satz gilt auch, wenn man ein Salz entweder mit dem betreffenden Alkali oder mit der betreffenden Säure zur Berührung bringt. Das Salz ist positiv gegen das Alkali, aber negativ gegen die Säure, die Wirkung des Salzes ist also gegenüber einem seiner Bestandtheile qualitativ gerade so, wie wenn der andere Bestandtheil allein vorhanden wäre. Quantitativ dagegen überwiegt die Wirkung der freien Bestandtheile, also des Alkalis und der Säure gegen jenes eines der Bestandtheile und des Salzes. Die Grösse der elektromotorischen Kräfte hängt wesentlich von der Concentration der auf einander einwirkenden Lösungen ab.

---

1) *L. Schmidt,* Poggend. Ann. Bd. CIX.

2) *Worm Müller,* Untersuchungen über Flüssigkeitsketten. Leipzig 1869. Poggend. Ann. Bd. CXL.

§. 55.

Elektricität bei Berührung von Metallen und Gasen. Die Elektricitätserregung bei der Berührung von Metallen und Gasen ist schon früh bei den später zu betrachtenden Ladungserscheinungen in galvanischen Combinationen beobachtet, aber nicht richtig erkannt worden, indem man für diese Erscheinungen andere Erklärungen aufsuchte; Matteucci[1]) und Schönbein[2]) behaupteten zuerst, dass diese Erscheinungen in einer Bedeckung der Metalle mit Gasen ihren Grund haben. Buff[3]) hat dann mit dem Condensator gezeigt, dass reines Zink gegen solches, welches mit einer Wasserstoff-Atmosphäre bedeckt ist, sich negativ verhält. Am einfachsten und ausführlichsten wurde aber die elektrische Erregung der Metalle durch Gase von Grove nachgewiesen[4]).

Die Anordnung des Versuches, welche Grove als die bequemste angibt, ist folgende. In die beiden seitlichen Tubuli einer dreifach tubulirten Woulf'schen Flasche sind mit eingeriebenen Glasstöpseln zwei unten offene Glasröhren O und H Fig. 88 eingesetzt. In den Glasröhren befindet sich ein Platinblech, welches an einem in dem Glase eingeschmolzenen Drahte befestigt ist. Dieser Platindraht reicht aus der oben rund zugeblasenen Röhre heraus und steht in Verbindung mit zwei kleinen Platinnäpfchen, welche etwas Quecksilber enthalten. Die Platinstreifen in den Röhren sind platinirt, d. h. mit einer dünnen Schicht von Platinschwamm bedeckt.

Fig. 88.



Die Flasche wird dann etwas über die Hälfte mit schwach durch Schwefelsäure angesäuertem Wasser gefüllt, die mittlere Oeffnung verschlossen, und durch Umkehr der Flasche bewirkt, dass die Röhren sich mit dem angesäuerten Wasser füllen. Darauf wird die Flasche wieder wie vorher hingestellt, und, da die Röhren so tief in die Flasche hineinreichen, dass ihre Mündung in die Flüssigkeit taucht, so bleiben sie mit Wasser gefüllt. Durch in die Flasche geführte Röhrenleitungen wird dann die Röhre H bis nahe über dem Pfropfen mit Wasserstoff, die Röhre O ungefähr halb so weit mit Sauerstoff gefüllt.

1) *Matteucci,* Comptes Rendus. T. VI. p. 741.
2) *Schönbein,* Poggend. Ann. Bd. XLVII.
3) *Buff,* Liebig's Annalen. Bd. XLI.
4) *Grove,* Philosophical Magazin. vol. XIV. Jahrg. 1839. Poggend. Ann. Bd. XLVII. Philosophical Magazin. vol. XXI. 1842. Poggend. Ann. Bd. LVIII. Philosophical Transactions for the year 1843. Poggend. Ann. Ergänzungsband II. Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.

Verbindet man dann die beiden Quecksilbernäpfe mit einem Galvanometerdraht, so wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt, und zwar so, dass sie einen Strom nachweist, welcher durch die Flüssigkeit von dem Platinbleche, welches mit Wasserstoff umgeben ist, zu dem mit Sauerstoff umgebenen Platinbleche fliesst, der also ausserhalb von *O* durch das Galvanometer nach *H* fliesst. Zugleich sieht man, wie in beiden Röhren die Flüssigkeit aufsteigt, in dem Rohre *H* etwa doppelt so rasch als in dem Rohre *O*. Das Aufsteigen der Flüssigkeit hat seinen Grund darin, dass der durch die Flüssigkeit circulirende Strom die Flüssigkeit in Wasserstoff und Sauerstoff zersetzt. Der Wasserstoff steigt in dem Rohre *O*, der Sauerstoff in *H* auf. Oberhalb der Flüssigkeit sind dann sowohl in *O* als *H* Sauerstoff und Wasserstoff mit Platin in Berührung; die beiden Gase verbinden sich daher in Folge der Contactwirkung oder der katalytischen Kraft des Platins zu Wasser; da nun zwei Volume Wasserstoff mit einem Volumen Sauerstoff sich zu Wasser verbinden, so folgt, dass das Volumen des Wasserstoffs in *H* doppelt so rasch sich vermindern muss als das des Sauerstoffs in *O*.

Die Richtung des Stromes beweist, dass das Platin von dem Wasserstoff negativ, und wenn überhaupt, von dem Sauerstoff positiv oder schwächer negativ erregt wird. Denn da sonst in der Kette alles ganz gleichförmig ist, die beiden gleichen Platinplatten in derselben Flüssigkeit stehen, der einzige Unterschied nur der ist, dass das Platin in *H* von Wasserstoff, in *O* aber von Sauerstoff umgeben ist, so kann nur in dieser Verschiedenheit die Ursache des Stromes liegen. Da nun die positive Elektricität aus der Röhre *H* durch die Flüssigkeit nach *O* fliesst, die negative aber durch den Draht, so folgt, dass der Wasserstoff positiv, das Platinblech negativ wird.

Um das elektromotorische Verhalten des Sauerstoffs zu dem Platin zu untersuchen, lässt man in *O* keinen Sauerstoff eintreten, sondern die Röhre mit dem sauern Wasser gefüllt. Verbindet man dann die beiden Bleche mit einem Galvanometer, so zeigt sich in dem ersten Augenblicke der Strom fast genau so stark als vorher; er nimmt aber rasch an Stärke ab. Daraus folgt, dass die elektrische Differenz des Sauerstoffs und Platins nur sehr klein ist, denn sonst müsste der Strom gleich anfangs schwächer sein als bei dem vorigen Versuche. Der Grund der raschen Abnahme bei diesem Versuche erklärt sich leicht, er liegt wieder in der Zersetzung des Wassers, in Folge deren Wasserstoff in der Röhre *O* aufsteigt und an das Platinblech sich anlegt. Dadurch wird nach kurzer Zeit auch in *O* das Platinblech mit Wasserstoff bedeckt, und die Wirkung desselben auf das Platin muss natürlich die elektromotorische Wirkung in der Röhre *H* aufheben.

Leitet man in die Röhre *O* Sauerstoff, während man die andere mit Wasser gefüllt lässt, so beobachtet man, wenn überhaupt, nur einen äusserst

schwachen Strom von der früheren Richtung, woraus folgt, dass das Platin von dem Sauerstoff nur äusserst schwach positiv erregt wird[1]).

Chlor und Brom, sowie ozonhaltiger Sauerstoff erregen aber, wie Schönbein gezeigt hat, das Platin kräftig positiv[2]).

Grove hat eine grosse Anzahl von Gasen und Dämpfen mit verschiedenen Metallen untersucht[3]) und gezeigt, dass man die Gase mit den Metallen in eine Spannungsreihe ordnen kann. Diese Reihe ist von dem negativsten angefangen:

Chlor	Stickstoffoxyd	Aetherische Oele	Kohlenoxyd
Brom	Kohlensäure	Oelbildendes Gas	Wasserstoff
Jod	Stickstoff	Aether	Metalle, welche das Wasser zersetzen.
Superoxyde	Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen	Alkohol	
Sauerstoff	Kampher	Schwefel	
		Phosphor	

Diese Spannungsreihe ist folgendermassen zu verstehen: wird eines der das Wasser nicht zersetzenden Metalle, wie Platin, Gold, Silber etc. mit einem der über denselben stehenden Gase in Berührung gebracht, so wird dasselbe positiv; wird es mit einem der unterhalb stehenden Gase oder Dämpfe in Berührung gebracht, so wird es negativ, die elektrische Erregung des Metalles ist um so stärker, je weiter das Gas von ihm in der Spannungsreihe entfernt ist. Um in der oben angegebenen Weise einen kräftigen Strom zu erhalten, wird man daher die Metallbleche in der einen der beiden Röhren mit einem unterhalb derselben stehenden Gase, in der anderen mit einem möglichst weit darüber stehenden umgeben.

Die Grösse der bei der Berührung von Gasen und Metallen auftretenden elektromotorischen Kräfte werden wir bei einer späteren Gelegenheit betrachten.

Aus dem in den letzten Paragraphen Mitgetheilten ergibt sich, dass stets dann, wenn zwei Körper, welche die Elektricität leiten, mit einander in Berührung gebracht werden (bei den Gasen müssen wir die auf der Metalloberfläche condensirten Gasschichten als leitend ansehen), in Folge der Berührung Elektricität auftritt. Es ist indess nicht erforderlich, dass beide Körper leiten, damit bei Berührung derselben Elektricität auftritt. Schon Fechner[4]) gibt mehrere Erfahrungen an, welche beweisen, dass Metalle in Berührung mit Isolatoren, wie Schwefel, elektrisch werden. Vor kurzem hat nun Buff[5]) nachgewiesen, dass auch zwei schlechte Leiter in Berührung mit

1) *Schönbein*, Poggend. Ann Bd. LXII.
2) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. LXXII u. LXXIV.
3) *Grove*, Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.
4) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus, zugleich als III. Band der II. Auflage seiner Uebersetzung von Biot's Physik p. 21.
5) *Buff*, Liebig's Ann. Bd. CXIV.

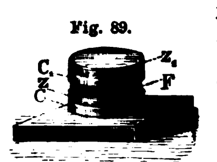
einander elektrisch werden, und zwar in demselben Sinne, als wenn die beiden Körper an einander gerieben werden. Wir können deshalb ganz allgemein den Satz aufstellen, dass, wenn irgend zwei heterogene Substanzen sich berühren, Elektricität auftritt, indem die eine positiv, die andere ebenso stark negativ elektrisch wird. Buff schliesst daraus, dass die Quelle der bei der Reibung entstehenden Elektricität zunächst in der Berührung zu suchen ist, und dass die Reibung dabei nur insofern wirke, als durch dieselbe immer andere Stellen der Körper mit einander in Berührung treten, während man von den Stellen, welche in Berührung waren, die Elektricitäten ansammeln kann.

§. 56.

Die Volta'sche Säule. In den vorigen Paragraphen haben wir die Elektricitätserregungen der verschiedensten Combinationen betrachtet, und bereits an einer Stelle den Satz aufgestellt und bewiesen, dass die an den Enden einer galvanischen Combination auftretenden elektrischen Differenzen, oder die in einem Stromkreise circulirenden Elektricitäten proportional sind der Summe der in dieser Combination vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Aus diesem Satze, verbunden mit der Erfahrung, dass die Flüssigkeiten nicht zur Spannungsreihe der Metalle gehören, ergibt sich die Anordnung zur Verstärkung der bei der Berührung auftretenden Elektricitäten, welche zuerst Volta angewandt hat, und welche darnach den Namen der Volta'schen Säule erhalten hat. Dieselbe ist geeignet, ohne weitere Hülfsmittel die bei der Berührung auftretende Elektricität nachzuweisen.

Legt man auf ein Plattenpaar C, Z Fig. 89 von Kupfer und Zink, von denen das Kupfer mit der Erde in leitender Verbindung steht, eine mit schwach sauerm Wasser angefeuchtete Tuchplatte F und auf diese ein zweites Plattenpaar C_1 Z_1 u. s. f., so wird zunächst, da die Kupferplatte mit der Erde in leitender Verbindung steht, der Werth des elektrischen Potentials auf der Kupferplatte gleich 0 sein müssen. Die Zinkplatte erhält aber durch die Berührung mit der Kupferplatte eine gewisse Menge positiver Elektricität, welche sich zugleich durch Leitung über alle darüber liegenden Platten verbreitet. Da in Folge der zwischen den Metallen thätigen elektromotorischen Kraft eine ganz bestimmte Differenz der Werthe der elektrischen Potentiale vorhanden sein muss, so muss, da das Potential auf dem Kupfer gleich 0 ist, der Werth des Potentials auf der Zinkplatte und allen darüber befindlichen Platten nach der Bezeichnung des §. 50 gleich $2\ Zn \mid Cu$ sein, wofür wir das Zeichen $E_{z,c}$ einsetzen wollen.

Fig. 89.



Die auf der Zinkplatte liegende feuchte Tuchscheibe wird nun durch die Berührung mit dem Zink ebenfalls positiv erregt, und bezeichnen wir die Differenz der Potentialwerthe auf der feuchten Tuchscheibe und der Zinkplatte mit $E_{F \mid Z}$, so muss auf der Tuchscheibe in Folge der Berührung

mit dem Zink der Potentialwerth steigen auf $E_{z|c} + E_{F|Z}$. Ganz denselben Werth des Potentials erhalten dann auch in Folge dieser Contacte die auf der Tuchscheibe weiter aufgeschichteten Platten.

Liegt nun auf der feuchten Tuchscheibe die Kupferplatte C_1, so wird in Folge der zwischen dem Kupfer und der Flüssigkeit thätigen elektromotorischen Kraft das Kupfer negativ erregt; der Werth des elektrischen Potentials, welcher dem Kupfer durch Leitung mitgetheilt ist, muss deshalb um die Differenz der Potentialwerthe, welche in Folge der Berührung zwischen Kupfer und Flüssigkeit vorhanden ist, kleiner werden. Bezeichnen wir diese Differenz mit $E_{C|F}$, so wird der Werth des elektrischen Potentials auf der Kupferplatte C_1

$$E_1 = E_{z|c} + E_{F|Z} - E_{C|F}.$$

Wird dann auf die Kupferplatte wieder eine Zinkplatte, auf diese ein feuchter Leiter und weiter eine Kupferscheibe gelegt, so erhält die obere Kupferplatte den Potentialwerth $2E_1$. Denn da stets swischen zwei sich berührenden Zink- und Kupferplatten dieselbe Differenz $E_{z|c}$ der Potentialwerthe vorhanden sein muss, so steigt durch die Berührung des Zinks mit dem Kupfer auf ersterem der Werth des Potentials um diese Differenz, derselbe wird also $E_1 + E_{z|c}$. Auf dem feuchten Leiter steigt aus demselben Grunde der Werth des Potentials um $E_{F|Z}$, er wird also $E_1 + E_{z|c} + E_{F|Z}$, und auf der darüber liegenden Kupferplatte nimmt er wieder um $E_{Z|F}$ ab, er wird also dort

$$E_2 = E_1 + E_{z|c} + E_{F|Z} - E_{c|F} = 2\,E_1.$$

Schichten wir weiter Zink, feuchten Leiter, Kupfer auf, so wiederholt sich die elektrische Erregung, so dass, wenn wir $n$mal Kupfer, Zink und feuchten Leiter auf einander geschichtet und auf die n. Combination wieder eine Kupferplatte legen, das elektrische Potential auf derselben wird

$$E_n = n\,E_1.$$

Der Werth des elektrischen Potentials oder auch die Dichtigkeit der Elektricität auf einer mit ihrem einen Ende zum Erdboden abgeleiteten Volta'schen Säule wächst also nach ihrem andern Ende hin der Anzahl der Plattencombinationen, oder der einzelnen Elemente, wenn wir jede einzelne Combination Kupfer, Zink, feuchten Leiter als Element bezeichnen, proportional; und zwar ist, wenn das untere Ende abgeleitet ist, und die Platten in der Reihenfolge Kupfer, Zink, feuchter Leiter etc. auf einander geschichtet sind, die auf der Säule verbreitete Elektricität positiv.

Wäre bei der eben betrachteten Anordnung das obere Ende abgeleitet, oder wären die Platten in der Reihenfolge *Zn, Cu*, feuchter Leiter auf einander geschichtet, so würde über die ganze Säule freie negative Elektricität verbreitet gewesen und auf der obern Grenze der n Combination wäre der Werth des Potentials

$$-E_n = -nE_1$$

gewesen, wie sich unmittelbar ergibt.

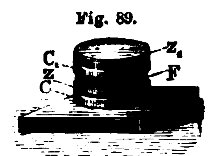
einander elektrisch werden, und zwar in demselben Sinne, als wenn die beiden Körper an einander gerieben werden. Wir können deshalb ganz allgemein den Satz aufstellen, dass, wenn irgend zwei heterogene Substanzen sich berühren, Elektricität auftritt, indem die eine positiv, die andere ebenso stark negativ elektrisch wird. Buff schliesst daraus, dass die Quelle der bei der Reibung entstehenden Elektricität zunächst in der Berührung zu suchen ist, und dass die Reibung dabei nur insofern wirke, als durch dieselbe immer andere Stellen der Körper mit einander in Berührung treten, während man von den Stellen, welche in Berührung waren, die Elektricitäten ansammeln kann.

§. 56.

Die Volta'sche Säule. In den vorigen Paragraphen haben wir die Elektricitätserregungen der verschiedensten Combinationen betrachtet, und bereits an einer Stelle den Satz aufgestellt und bewiesen, dass die an den Enden einer galvanischen Combination auftretenden elektrischen Differenzen, oder die in einem Stromkreise circulirenden Elektricitäten proportional sind der Summe der in dieser Combination vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Aus diesem Satze, verbunden mit der Erfahrung, dass die Flüssigkeiten nicht zur Spannungsreihe der Metalle gehören, ergibt sich die Anordnung zur Verstärkung der bei der Berührung auftretenden Elektricitäten, welche zuerst Volta angewandt hat, und welche darnach den Namen der Volta'schen Säule erhalten hat. Dieselbe ist geeignet, ohne weitere Hülfsmittel die bei der Berührung auftretende Elektricität nachzuweisen.

Legt man auf ein Plattenpaar C, Z Fig. 89 von Kupfer und Zink, von denen das Kupfer mit der Erde in leitender Verbindung steht, eine mit schwach sauerm Wasser angefeuchtete Tuchplatte F und auf diese ein zweites Plattenpaar C_1 Z_1 u. s. f., so wird zunächst, da die Kupferplatte mit der Erde in leitender Verbindung steht, der Werth des elektrischen Potentials auf der Kupferplatte gleich 0 sein müssen. Die Zinkplatte erhält aber durch die Berührung mit der Kupferplatte eine gewisse Menge positiver Elektricität, welche sich zugleich durch Leitung über alle darüber liegenden Platten verbreitet. Da in Folge der zwischen den Metallen thätigen elektromotorischen Kraft eine ganz bestimmte Differenz der Werthe der elektrischen Potentiale vorhanden sein muss, so muss, da das Potential auf dem Kupfer gleich 0 ist, der Werth des Potentials auf der Zinkplatte und allen darüber befindlichen Platten nach der Bezeichnung des §. 50 gleich $2\ Zn \mid Cu$ sein, wofür wir das Zeichen E_z einsetzen wollen.

Fig. 89.



Die auf der Zinkplatte liegende feuchte Tuchscheibe wird nun durch die Berührung mit dem Zink ebenfalls positiv erregt, und bezeichnen wir die Differenz der Potentialwerthe auf der feuchten Tuchscheibe und der Zinkplatte mit $E_{F \mid Z}$, so muss auf der Tuchscheibe in Folge der Berührung

mit dem Zink der Potentialwerth steigen auf $E_{z|c} + E_{F|Z}$. Ganz denselben Werth des Potentials erhalten dann auch in Folge dieser Contacte die auf der Tuchscheibe weiter aufgeschichteten Platten.

Liegt nun auf der feuchten Tuchscheibe die Kupferplatte C_1, so wird in Folge der zwischen dem Kupfer und der Flüssigkeit thätigen elektromotorischen Kraft das Kupfer negativ erregt; der Werth des elektrischen Potentials, welcher dem Kupfer durch Leitung mitgetheilt ist, muss deshalb um die Differenz der Potentialwerthe, welche in Folge der Berührung zwischen Kupfer und Flüssigkeit vorhanden ist, kleiner werden. Bezeichnen wir diese Differenz mit $E_{C|F}$, so wird der Werth des elektrischen Potentials auf der Kupferplatte C_1

$$E_1 = E_{z|c} + E_{F|Z} - E_{C|F}.$$

Wird dann auf die Kupferplatte wieder eine Zinkplatte, auf diese ein feuchter Leiter und weiter eine Kupferscheibe gelegt, so erhält die obere Kupferplatte den Potentialwerth $2E_1$. Denn da stets zwischen zwei sich berührenden Zink- und Kupferplatten dieselbe Differenz $E_{z|c}$ der Potentialwerthe vorhanden sein muss, so steigt durch die Berührung des Zinks mit dem Kupfer auf ersterem der Werth des Potentials um diese Differenz, derselbe wird also $E_1 + E_{z|c}$. Auf dem feuchten Leiter steigt aus demselben Grunde der Werth des Potentials um $E_{F|Z}$, er wird also $E_1 + E_{z|c} + E_{F|Z}$, und auf der darüber liegenden Kupferplatte nimmt er wieder um $E_{Z|F}$ ab, er wird also dort

$$E_2 = E_1 + E_{z|c} + E_{F|Z} - E_{c|F} = 2E_1.$$

Schichten wir weiter Zink, feuchten Leiter, Kupfer auf, so wiederholt sich die elektrische Erregung, so dass, wenn wir $n$mal Kupfer, Zink und feuchten Leiter auf einander geschichtet und auf die n. Combination wieder eine Kupferplatte legen, das elektrische Potential auf derselben wird

$$E_n = nE_1.$$

Der Werth des elektrischen Potentials oder auch die Dichtigkeit der Elektricität auf einer mit ihrem einen Ende zum Erdboden abgeleiteten Volta'schen Säule wächst also nach ihrem andern Ende hin der Anzahl der Plattencombinationen, oder der einzelnen Elemente, wenn wir jede einzelne Combination Kupfer, Zink, feuchten Leiter als Element bezeichnen, proportional; und zwar ist, wenn das untere Ende abgeleitet ist, und die Platten in der Reihenfolge Kupfer, Zink, feuchter Leiter etc. auf einander geschichtet sind, die auf der Säule verbreitete Elektricität positiv.

Wäre bei der eben betrachteten Anordnung das obere Ende abgeleitet, oder wären die Platten in der Reihenfolge *Zn*, *Cu*, feuchter Leiter auf einander geschichtet, so würde über die ganze Säule freie negative Elektricität verbreitet gewesen und auf der obern Grenze der n Combination wäre der Werth des Potentials

$$-E_n = -nE_1$$

gewesen, wie sich unmittelbar ergibt.

Biot hat diesen Satz experimentell geprüft[1]), indem er das obere Ende von Säulen mit einer verschiedenen Anzahl Platten, deren unteres Ende vollkommen zum Erdboden abgeleitet war, mit einem Condensator in leitende Verbindung brachte, dann nach aufgehobener Verbindung die von der Condensatorplatte entfernte Collectorplatte mit der Standkugel einer Torsionswage berührte, und dann die Kugel in der Torsionswage untersuchte. Wurde die Collectorplatte immer an demselben Punkte berührt, so war die der Standkugel ertheilte elektrische Dichtigkeit dem elektrischen Potential an dem obern Ende der Säule proportional. Es zeigte sich in der That, dass der Werth des Potentials am oberen Ende der Anzahl der Plattencombinationen proportional war.

Die elektrische Dichtigkeit änderte sich bei gleicher Plattenzahl mit der Natur des feuchten Leiters, sie war unabhängig von der Grösse der Platten, zwei Sätze, welche sich unmittelbar aus dem Früheren ergeben.

Fechner[2]) hat mit Hülfe einer so construirten Säule einen interessanten Versuch gemacht, um das Verhältniss zwischen den Elektricitätsmengen zu bestimmen, welche bei dem Contact zweier Metalle an der Berührungsstelle angehäuft wird, und welche sich frei über dem Metalle verbreitet, um also gewissermassen die Verstärkungszahl der als Condensatorplatte betrachteten Zink-Kupfer-Platte zu bestimmen. Legt man auf die obere Kupferplatte der Säule von n Paaren eine isolirte Zinkplatte und berührt diese mit einer isolirten Kupferplatte nur in wenig Punkten, so gibt die Kupferplatte am Elektroskop geprüft positive Elektricität an, welche durch Leitung auf die Kupferplatte übergeht, da das obere Ende der Säule den Potentialwerth nE_1 hat.

Legt man dagegen die Kupferplatte auf die Zinkplatte und hebt sie in der Weise ab, wie man die Platte bei dem Volta'schen Fundamentalversuch abhebt, so zeigt eine Prüfung der Platte am Elektroskop, dass die Platte negativ elektrisch ist. Durch den Contact mit der Zinkplatte wird das Kupfer negativ elektrisch, der grösste Theil dieser negativen Elektricität sammelt sich an der Berührungsfläche an, während ein geringer Theil sich verbreitet und von der positiven Elektricität nE_1 neutralisirt wird. Hebt man nun die Platte ab, so wird sie positiv oder negativ erscheinen, je nachdem die Dichtigkeit der negativen Elektricität nach ihrer Verbreitung auf der Kupferplatte kleiner oder grösser ist als nE_1. Fechner fand nun, dass in diesem Falle die Kupferplatte nach dem Abheben bei Säulen von 50—100 Plattenpaaren noch negativ war, ja, dass es einer Säule von ungefähr 700 Plattenpaaren bedürfe, um die an der Berührungsfläche angehäufte negative Elektricität zu neutralisiren. Es ist also nur ungefähr der sieben-

1) *Biot*, Fechner Lehrbuch des Galvanismus p. 38.

2) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus p. 49. Poggend. Ann. Bd. XLI.

hundertste Theil der bei der Berührung erregten Elektricität, welche sich frei über die galvanische Combination verbreitet.

Die Vertheilung der freien Elektricität in einer Volta'schen Säule, welche an ihren beiden Enden isolirt ist, ist eine andere, auf ihr sind beide Elektricitäten in gleicher Menge vorhanden, und da von je zwei Berührungsstellen aus die beiden Elektricitäten nach entgegengesetzten Seiten abfliessen, so folgt, dass die eine Hälfte der Säule positiv, die andere negativ elektrisch ist. Um die Vertheilung sofort zu übersehen, denken wir uns zwei Säulen aufgebaut, beide auf isolirtem Fusse, die eine in der eben angenommenen Reihenfolge *Cu Zn F, Cu Zn F* u. s. f., so dass sie oben mit der Kupferplatte auf dem feuchten Leiter schliesst, die andere in umgekehrter Reihenfolge *Zn Cu F, Zn Cu F* u. s. f., so dass sie oben mit einer Zinkplatte schliesst. Werden nun die oberen Enden beider Säulen zum Erdboden abgeleitet, so wird die erste an ihrem unteren Ende negativ elektrisch und den Potentialwerth $-nE_1$ haben, die andere wird an ihrem unteren Ende positiv elektrisch sein und der Werth des Potential ist $+nE_1$. Setzen wir nun die beiden Säulen mit ihren abgeleiteten Enden auf einander, so zwar, dass die zweite auf die erste zu stehen kommt, dann erhalten wir eine Säule von $2n$ Elementen in der Reihenfolge *Cu Zn F, Cu Zn F* u. s. f., welche in ihrer Mitte die elektrische Dichtigkeit 0 hat, da die Mitte abgeleitet ist, und in welcher von der Mitte an nach unten hin die negative Elektricität bis zu dem Potentialwerthe nE_1 wächst, während von der Mitte an nach oben hin die positive Elektricität bis zu demselben Werthe zunimmt. An diesem elektrischen Zustande der Säule wird sich, da in der Mitte der Werth des Potentials gleich 0 ist, und da sich von beiden Seiten nach der Mitte hin in jedem Augenblicke die gleiche Menge entgegengesetzter Elektricitäten bewegt, nichts ändern, wenn die Ableitungen zur Erde fortgenommen werden. Es folgt somit, dass auf den Enden einer isolirten Säule von $2n$ Elementen die Dichtigkeit der Elektricität gleich nE ist, halb so gross als auf dem isolirten Ende einer Säule, deren anderes Ende abgeleitet ist, dass das eine Ende positiv, das andere negativ elektrisch und dass die Mitte nicht elektrisch ist.

Man kann diesen Satz auch direct ableiten, indem man die elektrischen Dichtigkeiten auf den Platten untersucht, welche sie erhalten, wenn das unterste Ende ebenfalls isolirt ist. Setzen wir zu dem Ende die elektrischen Differenzen

$$E_{z|c} = 2a \quad E_{F|z} = 2b \quad E_{c|F} = 2c,$$

so wird in Folge des früher bewiesenen Satzes, dass die elektrischen Differenzen zweier sich berührender Substanzen constant und unabhängig sind von dem elektrischen Zustande des einen derselben, in der unten abgeleiteten Säule, wir wir schon vorher erhielten, von unten nach oben der elektrische Zustand sein

$$
\begin{aligned}
Cu &= 0 \ldots\ldots\ldots\ldots &&= 0\\
Zn &= 2a\\
F &= 2a + 2b\\
Cu &= 2a + 2b + 2c \ldots\ldots\ldots &&= E_1\\
Zn &= 2a + 2b + 2c + 2a\\
F &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b\\
Cu &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c \ldots\ldots &&= 2E_1\\
Zn &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a\\
F &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b\\
Cu &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c \;. &&= 3E_1.
\end{aligned}
$$

Ist dagegen das Kupfer nicht abgeleitet, so behält es die negative Elektricität $- a$ und das erste Zink erhält nur $+ a$; die auf dem Zink liegende feuchte Scheibe bewirkt, dass das Zink $- b$, die feuchte Scheibe $+ b$ erhält u. s. f., so dass folgendes Schema den elektrischen Zustand der isolirten Säule angibt, welche mit der soeben betrachteten die gleiche Plattenzahl hat:

$$
\begin{aligned}
Cu &= + a + b + c + a + b + c + a + b + c = && 3\frac{E}{2}\\
F &= + a + b + c + a + b + c + a + b - c\\
Zn &= + a + b + c + a + b + c + a - b - c\\
Cu &= + a + b + c + a + b + c - a - b - c = && \frac{E}{2}\\
F &= + a + b + c + a + b - c - a - b - c\\
Zn &= + a + b + c + a - b - c - a - b - c\\
Cu &= + a + b + c - a - b - c - a - b - c = - && \frac{E}{2}\\
F &= + a + b - c - a - b - c - a - b - c\\
Zn &= + a - b - c - a - b - c - a - b - c\\
Cu &= - a - b - c - a - b - c - a - b - c = - && 3\frac{E}{2}.
\end{aligned}
$$

Wie man sieht, ist die elektrische Differenz der auf einander folgenden Platten genau dieselbe, wie in dem vorigen Falle; da aber die negative Elektricität nicht abfliesst, kann die Dichtigkeit der positiven Elektricität an dem oberen Ende nur halb so gross sein.

Von der Richtigkeit dieser Schlüsse kann man sich leicht durch den Versuch überzeugen. Man baue, wie Fig. 90, auf einem isolirten Stativ zwischen drei Glassäulen eine Säule von 100 Plattenpaaren auf, *Cu Zn F; Cu Zn F* u. s. f., so dass die Säule oben wieder mit der auf den letzen feuchten Leiter gelegten Kupferplatte endet, und befestige an den beiden die Säule begrenzenden Kupferplatten Drähte. Legt man dann an den Draht der oberen Platte ein Elektroskop an, so divergirt dasselbe mit positiver, legt man es an den unteren Draht, mit negativer Elektricität.

Legt man das Elektroskop an einen der Drähte, während man den anderen ableitend berührt, so wird die Divergenz der Goldblättchen bedeutend stärker.

Einer solchen Volta'schen Säule kann man sich als einer allerdings nur schwachen Elektrisirmaschine bedienen, und mit der von ihr gelieferten Elektricität alle jene Erscheinungen hervorbringen, welche wir bei der Reibungselektricität kennen gelernt haben; so kann man mit derselben die elektrischen Anziehungen und Abstossungen zeigen, einen Ladungsapparat laden u. s. f., so dass man dadurch, wenn es dessen nach dem Vorigen noch bedürfte, den Beweis für die Identität der Reibungselektricität und Berührungselektricität liefern könnte.

Fig. 90.



Verbindet man das obere Ende der Säule mit dem unteren durch einen Metalldraht, so circulirt durch den Draht und die Säule ein Strom, welcher von dem positiven oberen Pole zu dem negativen unteren durch den Draht geht und in der Säule von dem unteren zu dem oberen Pole geht. Die untere Kupferplatte ist hierbei elektromotorisch unwirksam, da nach dem Spannungsgesetze dieselbe elektromotorische Kraft auftritt, wenn wir die obere Kupferplatte direct mit der unteren Zinkplatte durch einen Draht verbinden. Man kann sie daher fortnehmen und den Aufbau der Säule mit der Zinkplatte beginnen. Man erkennt dann sofort, dass hier der Strom ganz in demselben Sinne circulirt, wie bei dem einfachen Elemente, von dem positiven Metalle durch die Säule zu dem negativen Endmetalle, ausserhalb aber von dem negativen Endmetalle zu dem positiven. Nennen wir nun jenen Pol bei der Säule, und diese Benennung werden wir auch später beibehalten, den positiven, welcher isolirt positive Elektricität enthält, und von welchem aus der positive Strom durch den Verbindungsdraht geht, so wird das in der Spannungsreihe negativere Endmetall stets den positiven, das in der Reihe positivere Endmetall stets den negativen Pol bilden. Als Spannungsreihe gilt dann immer jene, welche die Metalle zeigen, wenn sie in der betreffenden Flüssigkeit stehen, mit welcher die Säule aufgebaut ist.

§. 57.

Trockne Säulen. Einer besonderen Art der Volta'schen Säulen, der Zamboni'schen oder trocknen Säulen müssen wir hier erwähnen, theils weil sie häufig als Beweis angesehen wurden, dass es durchaus keiner Feuchtigkeit bei Erregung der Contactelektricität bedürfe, theils wegen ihrer Wichtigkeit für die Construction der empfindlichen Elektroskope.

Zur Herstellung solcher Säulen[1]) kann man unächtes Gold- und Silberpapier benutzen. Ersteres besteht aus Papier, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Kupferschicht, letzteres aus solchem, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Zinnschicht bedeckt ist. Man klebt zwei solcher Bogen mit ihrer Rückseite auf einander, so dass die eine Seite eines so combinirten Bogens Zinn, die andere Kupfer ist. Mehrere solcher Bogen werden auf einander gelegt, so dass die Zinn- und Kupferschichten sich berühren; dann zertheilt man sie mit einem Oblatenmesser in lauter Scheiben von etwa 2 Cent. Durchmesser. Derartiger Scheiben schichtet man in einer trocknen Glasröhre, deren eines Ende mit einer Messingkapsel verschlossen ist, etwa 2000 auf einander, wobei man dafür sorgt, dass stets in derselben Reihenfolge Kupfer, Zinn, Papier auf einander folgen. Man schliesst dann die Glasröhre, indem man auf das andere Ende ebenfalls eine Messingkapsel aufsetzt, von welcher ein mit einem Metallplättchen versehener Stift in die Röhre hineinragt, welcher den Zweck hat, die Papierscheiben gehörig zusammen zu pressen.

Anstatt Zinn- und Kupferpapier kann man auch manche anderen Materialien anwenden; so bestrich Zamboni die Rückseite eines Zinnpapieres mit Mangansuperoxyd; es gelingt das am besten, wenn man möglichst fein gepulverten Braunstein mit etwas Gummiwasser anmacht, ihn dann mit einem Pinsel aufträgt und, um ihn recht gleichmässig zu vertheilen, mit einem Korkpfropf verreibt.

Wie man sieht, wird auch hier die Messingkapsel, an welcher die letzte Zinnschicht anliegt, den negativen, diejenige, an welcher die letzte Kupfer- oder Braunsteinschicht anliegt, den positiven Pol bilden, da diese Säule gerade so angeordnet ist, wie die zuletzt betrachtete Volta'sche Säule. Die Dichtigkeit der freien Elektricität an den Messingkapseln kann bei sehr grosser Plattenzahl ziemlich beträchtlich sein, indess dauert es, wenn man die Pole einmal entladen hat, wegen der geringen Leitungsfähigkeit des lufttrocknen Papieres, immer einige Zeit, bis die elektrische Dichtigkeit der Pole wieder die frühere geworden ist. Deshalb zeigt sich auch bei Verbindung der beiden Pole nur ein äusserst schwacher Strom. Aus demselben Grunde hängt auch die Dichtigkeit der freien Elektricität an den Polen ab von dem Feuchtigkeitszustande der Luft; eine Säule kann, je nachdem das Papier mehr oder weniger trocken ist, in feuchte Luft gebracht, stärkere oder schwächere Spannung zeigen. Kann die Feuchtigkeit der Luft zu dem Papier dringen und dasselbe feuchter machen, so wird dadurch die Leitungsfähigkeit des Papieres verbessert, es kann mehr Elektricität zu den Polen

1) Derartige Säulen wurden zuerst construirt von Behrens. Gilbert's Annalen Bd. XXIII; sie werden Zamboni'sche genannt, weil Zamboni sich vielfach mit denselben beschäftigte. Gilbert's Annalen Bd. XLIX, Bd. LI, Bd. LX.

fliessen, und die Dichtigkeit der Elektricität kann dort grösser werden. Da indess in feuchter Luft die Elektricität sich rascher zerstreut als in trockner Luft, so verlieren in gleichen Zeiten auch die Pole mehr Elektricität. Ueberwiegt der erste Umstand, so wird die Dichtigkeit der Elektricität an den Polen nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes grösser sein, überwiegt der zweite, so wird sie kleiner sein, denn der Gleichgewichtszustand ist immer dann erreicht, wenn in gleichen Zeiten die Pole aus der Säule immer so viel Elektricität erhalten, als sie an die Luft abgeben.

Ueber die Verwendung der trocknen Säulen zu dem Behrens'schen oder Bohnenberger'schen Elektroskope brauchen wir hier nichts hinzuzufügen, wir können in Bezug darauf auf den vorigen Abschnitt verweisen.

Man hat, wie erwähnt, geglaubt, dass diese Säulen bei Abwesenheit aller Feuchtigkeit elektromotorisch wirken, indem man glaubte, dass die Elektricität nicht durch Leitung an die Pole käme, sondern dadurch, dass die an den Berührungsstellen jedes Paares angesammelte Elektricität auf die folgenden influenzirend wirkte. Die Möglichkeit dieser Wirkungsweise muss allerdings zugegeben werden, wie man leicht durch Erwägung der möglichen Influenzen ersieht[1]). Indess ist diese Anschauung nicht die richtige, wie sich unmittelbar daraus ergibt, dass die Säulen ihre Wirksamkeit vollständig verlieren, wenn man das Papier seiner hygroskopischen Feuchtigkeit beraubt, indem eine Säule nach und nach unwirksam wird, wenn man sie in einer Flasche neben Chlorcalcium aufbewahrt[2]). Die Säule liefert deshalb keinen directen Beweis für die Elektricitätserregung durch den Contact der Metalle allein; indess ist selbstverständlich die Nothwendigkeit der Gegenwart von Feuchtigkeit auch kein Beweis dagegen, da die Feuchtigkeit nothwendig ist, damit das Papier leitet.

§. 58.

Verschiedene Formen der Volta'schen Säule. Die Volta'sche Säule hat einige grosse Unbequemlichkeiten, welche ihren Gebrauch zur Herstellung dauernder und kräftiger galvanischer Ströme sehr beschränken. In Folge des starken Druckes, den die aufgehäuften Metallplatten auf die unteren feuchten Tuchscheiben ausüben, wird die Feuchtigkeit aus denselben heraus gepresst. Die an der Säule herablaufende Flüssigkeit dient nun dazu, der zu den Polenden abfliessenden Elektricität eine Leitung darzubieten, in welcher sich die positive und negative wieder vereinigen; in Folge dessen tritt eine Schwächung der an den Polen angesammelten Elek-

---

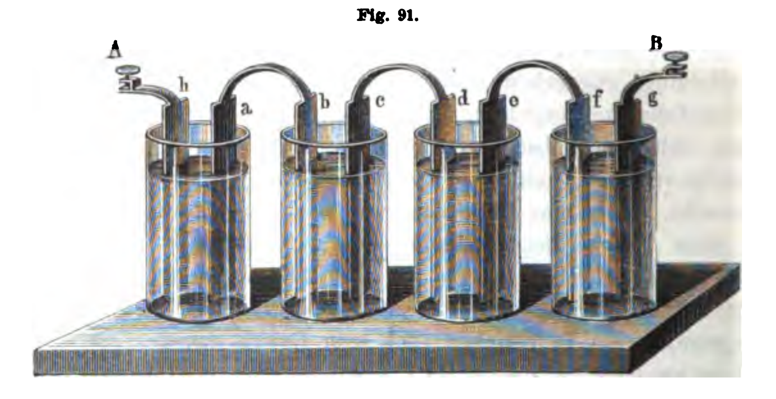
1) *Jäger,* Gilbert's Annalen Bd. XLIX und LII. Man sehe auch Wiedemann, Galvanismus §. 30. Bd. I.

2) *Erman,* Gilbert's Annalen Bd. XXV.

tricität und dadurch auch eine Schwächung des Stromes ein, welcher den die Pole verbindenden Draht durchfliesst. Durch das Austrocknen der Tuchscheiben wird ferner die Leitungsfähigkeit der Säule vermindert; dasselbe geschieht dadurch, dass das angesäuerte Wasser die Zinkplatten angreift, dass sich schwefelsaures Zinkoxyd bildet, welches als krystallinischer Ueberzug die Oberfläche des Metalles bedeckt. Auch deshalb wird bei dieser Säule die elektrische Dichtigkeit an den Polen bald sehr klein.

Schon Volta hat daher anstatt der vorhin beschriebenen andere Formen der Säule angewandt[1]). Zunächst baute er die Säulen zwischen horizontalen Glasträgern horizontal, wodurch das Auspressen der feuchten Tuchscheiben und somit das rasche Austrocknen vermindert wurde. Um die Bedeckung des Zinkes mit dem Salze und die Nebenschliessungen von Pol zu Pol zu vermindern, construirte er die Tassen- oder Bechersäule Fig 91. Anstatt der runden Metallscheiben dienen zu derselben rectanguläre Metallstreifen

Fig. 91.



a, b, c. Dieselben sind U-förmig gebogen, der eine verticale Schenkel des U ist von Zink und an den horizontalen Theil des Kupferstreifens angelöthet. In dem letzten Becher zur Rechten steht dem letzten Zinkstreifen gegenüber ein Kupferstreifen, welcher bei *B* eine Klemme zur Aufnahme des Drahtes trägt; ebenso steht in dem ersten Becher dem Kupfer gegenüber ein Zinkstreifen, welcher ebenfalls mit einer Klemmschraube versehen ist.

Wie man sieht, ist im übrigen die Anordnung dieses Apparates ganz die der Säule, es folgen sich *Zn F Cu, Zn F Cu*, etc. Bei der Verbindung von *A* und *B* geht der positive Strom von *B* nach *A*, es ist also *B* der positive, *A*, das Zinkende, der negative Pol der Säule. Ist die Säule nicht geschlossen, so ist bei *A* freie negative, bei *B* freie positive Elektricität.

Da die einzelnen Zink-Kupferpaare in verschiedenen Bechern stehen, so findet ausser durch den Verbindungsdraht keine leitende Verbindung

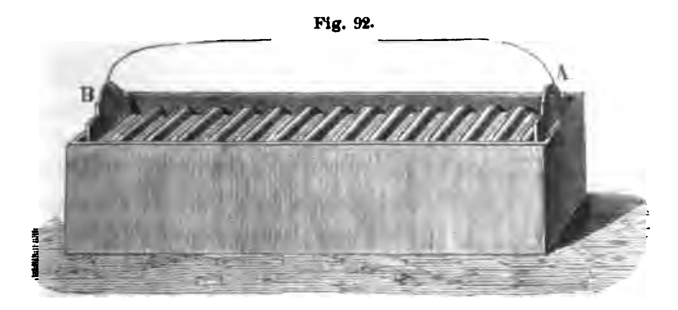
1) *Volta*, Gilbert's Annalen Bd. VI.

von Pol zu Pol statt, und da die Metalle in den Flüssigkeiten selbst stehen, so kann ein Austrocknen der feuchten Leiter und ein Ansetzen des krystallinischen Salzes an den Zinkstreifen nicht stattfinden, die Leitung in der Säule wird mit der Zeit nicht allmählich schlechter.

Der Aufbau einer Volta'schen, auch einer Tassensäule, von vielen Elementen ist immer eine langwierige Arbeit, besonders da man die einmal zusammengesetzten Säulen nach jedem längeren Gebrauche wieder aus einander nehmen muss, weil sie auch in der letzten Form allmählich an Kraft verlieren, und weil sie sonst zu rasch verbraucht werden. Man hat deshalb die Apparate mehrfach geändert, um sie so bequemer zum Gebrauche zu machen.

Der Cruickshank'sche Trogapparat[1]) (Fig. 92) braucht nicht nach dem Gebrauche aus einander genommen zu werden, er wird ausser Thätigkeit

Fig. 92.



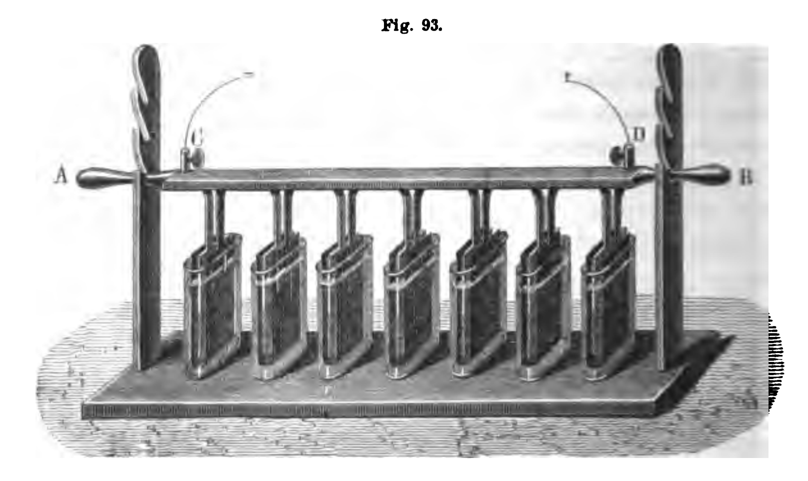
gesetzt, indem man einfach das mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser aus dem Apparate ausgiesst. Quadratische Kupfer- und Zinkplatten sind ihrer Fläche nach, je eine Kupfer und Zinkplatte zusammengelöthet. Dieselben sind, in der Fig. 92 angegebenen Weise, in einen Holztrog eingesetzt, so dass sie in die Fugen der Seitenwände eingreifen. Häufig sind sie auch in diese Fugen eingekittet. Um den Apparat in Thätigkeit zu setzen, giesst man nur in die Zwischenräume von je zwei Plattenpaaren das angesäuerte Wasser. Die letzten Platten A, B brauchen natürlich keine Doppelplatten, sondern nur die eine von Zink, die andere von Kupfer zu sein. Wenden die Platten alle nach A ihre Kupferseite, nach B ihre Zinkseite, so muss in dem Falle A eine Zinkplatte, B eine Kupferplatte sein, und wie man sieht, ist dann wie bei der Volta'schen Säule das Zinkende der negative, das Kupferende der positive Pol.

Die Wollaston'sche Säule[2]) ist eine Verbesserung der Volta'schen Tassensäule. Er befestigte (Fig. 93) die einzelnen Zink- und Kupferpaare an einem Holzrahmen A, B, so dass sie alle zugleich aus den Bechern herausgehoben und wieder hineingelassen werden können. Zugleich gab er, um

1) *Cruickshank,* Gilbert's Annalen Bd. VII.
2) *Wollaston,* Gilbert's Annalen Bd. LIV.

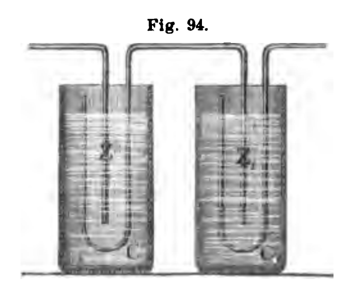
die Oberfläche des Kupfers zu vergrössern, und so, wie wir später nachweisen werden, die Leitungsfähigkeit der Säule zu verbessern, den Metallen

Fig. 93.



die in Fig. 94 in vergrössertem Maassstabe dargestellte Form. Die Kupferplatte C umgibt die Zinkplatte Z, welche eine Grösse von mehreren Quadratcentimetern hat, von beiden Seiten; sie ist dann mit einem Kupferstreifen, gerade wie bei der Tassensäule, an das folgende Zink Z_1 angelöthet, welches seinerseits von der Kupferplatte C_1 umgeben ist. Die Kupferstreifen, welche die Kupfer- und Zinkplatten verbinden, sind isolirt an dem Holzrahmen AB befestigt. Der letzte Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube D, der mit der ersten Zinkplatte verbundene Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube C in leitender Verbindung. D ist demnach wieder der positive, C der negative Pol.

Fig. 94.



Der Holzrahmen AB ruht auf den Einschnitten der Holzständer, welche an den Seiten der Säule auf demselben Fussbrette stehen, auf welchem die Säule steht; verschiedene Einschnitte in den Ständern gestatten die Metalle ganz ausserhalb der Flüssigkeit aufzuhängen oder mehr oder weniger tief einzusenken.

Die Wollaston'sche Anordnung der Metalle ist später noch mannigfach abgeändert worden. So wandte Young[1]) doppelte Zink- und doppelte Kupferplatten an, Fig. 95, so dass sowohl das Zink auf beiden Seiten von Kupfer, wie auch das Kupfer auf beiden Seiten von Zink umgeben ist. Die Zinkplatten ZZ sind mit einander durch den Zinkstreifen z, mit den

1) *Young*, Philosophical Magazin Bd. X. 1837. Poggend. Ann. Bd. XL.

folgenden, unter sich durch den Kupferstreifen *k* verbundenen Kupferplatten *KK* durch den Streifen *a* in metallische Verbindung gebracht.

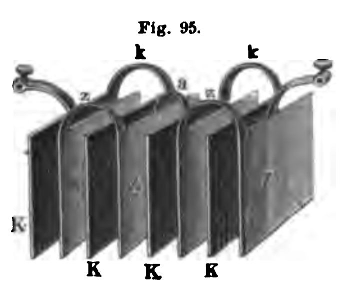


Fig. 95.

Wenn es sich bei diesen Apparaten nur darum handelt, einen kräftigen galvanischen Strom in dem die Pole verbindenden Drahte zu erhalten, so ist es nicht nothwendig, die einzelnen Metallcombinationen, wie es Wollaston that, in besondere Gefässe zu tauchen, sondern man kann sie dann, ohne eine merkliche Schwächung des Stromes, in dieselbe Flüssigkeit, also in einen grossen Trog setzen. Der Grund ist, wie wir später nachweisen werden, der, dass der Widerstand, welchen die Elektricität in der Flüssigkeit findet, sehr viel bedeutender ist als derjenige im Schliessungsdrahte. Wenn aber der an den Polen angesammelten Elektricität zwei Wege zur Ausgleichung geboten werden, welche verschiedenen Widerstand leisten, so ist die durch jeden Weg strömende Elektricitätsmenge dem Widerstande des Wegs umgekehrt proportional. Eine Vereinfachung der Wollaston'schen Einrichtung ist es daher, wenn man anstatt der einzelnen Gefässe nur einen gemeinsamen Trog anwendet.

Will man die einzelnen Gefässe beibehalten, so kann man, wie es Oersted[1]) that, die Kupferplatte selbst als Gefäss anwenden. Oersted gab seiner Säule die Form Fig. 96. Die Kupferplatten erhielten die Gestalt von unten geschlossenen Doppelcylindern *K*, die Zwischenräume zwischen den äusseren und inneren Kupfercylindern werden mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt und dann werden die Zinke ebenfalls in Form von Cylindern, welche unten aber offen sind, in den ringförmigen Zwischenraum hineingesetzt. Um die metallische Berührung des Kupfers mit dem eingesetzten Zinkcylinder zu verhindern, kann man dem letzteren unten einen Korkring geben. Die Cylinder tragen angesetzte Streifen, welche oben Quecksilbernäpfchen tragen, in welche man die Enden der Drähte, welche die aufeinanderfolgenden Zink- und Kupfercylinder mit einander verbinden, oder die Enden der den Stromkreis schliessenden Drähte einsetzt.



Fig. 96.

Eine noch bedeutendere Verminderung des Widerstandes als die Elemente von Wollaston, Young und Oersted darbieten, erreicht man mit manchen anderen Anordnungen, so ganz besonders mit der Anordnung von Hare[2]). Derselbe wickelt zwei durch Tuchstreifen vor metallischer Berührung bewahrte Bleche, eines von Kupfer, das andere von Zink, von vielleicht 0,5

1) *Oersted*, Schweigger's Journal Bd. XX. Jahrg. 1818.
2) *Hare*, Gilbert's Annalen Bd. LXXI.

Meter Breite und mehreren Metern Länge um einen Holzcylinder. Dieselben werden dann in einen mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Holzeimer gesetzt. Verbindet man die Enden des Kupfers und des Zinks durch einen kurzen Draht, so circulirt durch denselben ein äusserst kräftiger Strom. Weil man mit einem solchen Apparat leicht Drähte zum Glühen bringen kann, nennt man sie Calorimotoren.

Fig. 97.



Ausser den angegebenen hat man noch Säulen der verschiedensten Formen gebildet[1]), deren Beschreibung indess überflüssig ist.

Nur erwähnen müssen wir hier noch, dass man anstatt Kupfer und Zink mehrfach andere Metalle und zuweilen auch wohl andere Flüssigkeiten als verdünnte Schwefelsäure angewandt hat.

Man benutzt anstatt des reinen amalgamirtes Zink als positives Metall. Man erreicht dadurch einen doppelten Vortheil. Zunächst ist der Zinkverbrauch bedeutend kleiner, da amalgamirtes Zink für sich von der verdünnten Schwefelsäure nicht aufgelöst wird, das Zink also nur nach Maassgabe des benutzten Stromes durch die mit dem Strome auftretenden chemischen Processe verbraucht wird.

Zweitens aber ist die elektrische Differenz zwischen Kupfer und amalgamirtem Zink eine grössere als zwischen Kupfer und gewöhnlichem Zink, indem das amalgamirte Zink gegen gewöhnliches selbst positiv elektrisch ist, eine Erfahrung, welche um so auffallender ist, da das Quecksilber in den Spannungsreihen zu den negativen Metallen gehört, und für welche man noch keine stichhaltige Erklärung gefunden hat. Einen ähnlichen Einfluss zeigt das Quecksilber auch bei der Amalgamirung anderer Metalle, es verändert deren Stellung in der Spannungsreihe, jedoch nicht alle nach der positiven Seite. So ist nach Poggendorff[2]) amalgamirtes Zinn und amalgamirtes Blei positiver als gewöhnliches Zinn und gewöhnliches Blei, dagegen amalgamirtes Cadmium gegen gewöhnliches negativ, und ebenso auch amalgamirtes Eisen negativ gegen nicht amalgamirtes.

Als negatives Metall hat man in der Kette Platin oder platinirtes, d. h. mit Platinschwamm überzogenes Silber angewandt[3]). Ketten aus amalgamirtem Zink, verdünnter Schwefelsäure und platinirtem Silber, Smee'sche Ketten, sind viel kräftiger als Zinkkupferketten. In diesen Ketten ist das Platin in Form des Platinschwammes an die Stelle des Kupfers getreten, und man hat es daher versucht, an die Stelle des theuren Silbers andere

1) Unter Andern *Faraday,* Experimental researches. X. Reihe. Poggend Ann. Bd. XXXVI. Man sehe auch *Wiedemann,* Galvanismus Bd. I. §. 142 ff.

2) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. L.

3) *Smee,* Philosophical Magazin Bd. XVI. Poggend. Ann. Bd. LI. p. 379.

Metalle als Unterlage für das Platin zu wählen. Nach Paterson[1]) soll das Eisen dazu vorzüglich geeignet sein, welches man dadurch platinirt, dass man es einfach in eine Lösung von Platin in Königswasser taucht.

Auch Eisen allein hat man als negatives Metall in der Kette angewandt[2]) und gefunden, dass trotzdem, dass Eisen in den Spannungsreihen näher bei dem Zink steht als das Kupfer, die aus Zink, verdünnter Schwefelsäure und Eisen gebildeten Ketten wirksamer sind als die Zink-Kupfer-Ketten. Den Grund dieser auffallenden Erscheinung werden wir später kennen lernen.

Als Flüssigkeiten hat man anstatt der verdünnten Schwefelsäure mehrfach andere angewandt: verdünnte Salpetersäure, Kupfervitriollösung, Zinkvitriollösung, Salmiaklösung u. a. m. Die Ketten werden dadurch nicht wesentlich geändert[3]).

§. 59.

Die constanten Ketten. Die sämmtlichen in dem vorigen Paragraphen beschriebenen und mit ihnen alle Ketten, welche aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit construirt sind, haben den grossen Fehler, dass sie bald nach ihrer Zusammenstellung von viel schwächerer Wirkung sind als zu Anfang. Der Grund dieser Schwächung liegt hauptsächlich darin, dass sich in Folge des die Kette durchfliessenden Stromes in der Kette selbst eine elektromotorische Kraft ausbildet, welche einen dem Strome der Kette entgegengesetzten Strom erzeugt. Der durch die Kette selbst hindurchfliessende Strom zersetzt nämlich die zwischen den Metallen befindliche Flüssigkeit und besonders das Wasser, die Bestandtheile des Wassers, Sauerstoff und Wasserstoff, werden dadurch zu den Metallen geführt und bedecken dieselben. Da nun in der Kette der Strom stets von dem positiven zu dem negativen Metalle, also von dem Zink zum Kupfer fliesst, so setzt sich der Wasserstoff an dem Kupfer ab, der Sauerstoff am Zink. Letzterer oxydirt das Zink, das gebildete Zinkoxyd verbindet sich mit der Schwefelsäure und löst sich dann als schwefelsaures Zinkoxyd in dem Wasser auf. Der Wasserstoff dagegen wird von der Oberfläche des Kupfers condensirt und bedeckt dieselbe in ähnlicher Weise, wie der Wasserstoff sich am Platin der Grove'schen Gaselemente verdichtet. Da nun das Kupfer, wie alle negativen Metalle der Ketten, das Wasser für sich nicht zersetzen kann, so tritt hier wie in den Gassäulen eine elektromotorische Kraft auf, welche einen Strom veranlasst, der in der Flüssigkeit von dem Kupfer zum Zink fliesst, also

1) *Paterson*, Mechanics Magazin vol. XXXIII. Dove's Repertorium Bd. VIII. p. 3.

2) *Roberts*, Philosophical Magazin vol. XVI. Poggend. Ann. Bd. XLIX. Siehe auch Poggend. Ann. Bd. LV. p. 337.

3) Eine Zusammenstellung der vielfachen Modificationen der Volta'schen Säule siehe ausser Wiedemann a. a. O. auch Dove's Repertorium Bd. VIII. p. 1 ff. von Beetz.

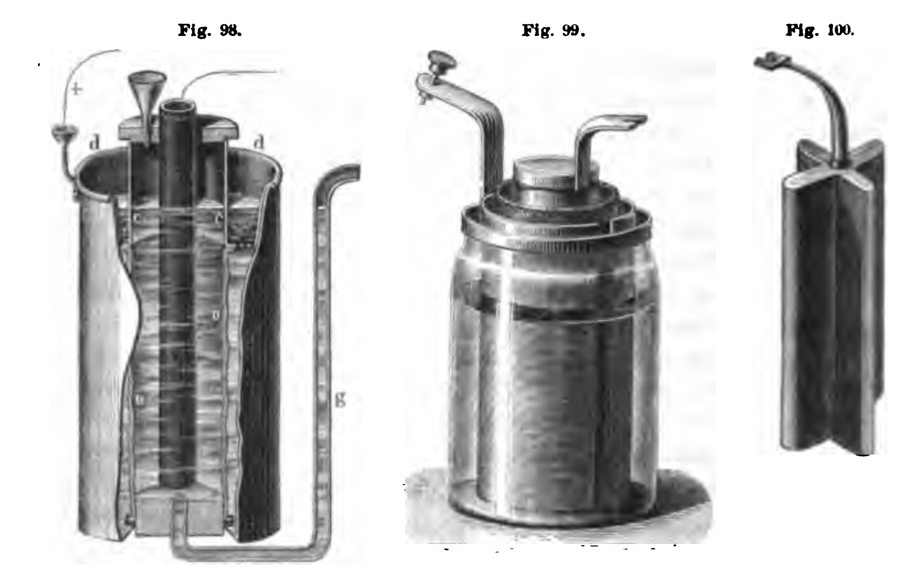
demjenigen entgegengesetzt, welcher durch die sonst in der Kette vorhandenen elektromotorischen Kräfte erzeugt wird.

Um diesen Fehler zu verbessern, muss man deshalb dafür sorgen, dass während der Wirkung des Stromes das negative Metall nicht mit Wasserstoff bedeckt wird. Man hat dazu früher manche Mittel angewandt, welche theils auf mechanischem, theils auf chemischem Wege das Anlegen des Wasserstoffes an dem negativen Metalle verhindern sollten[1]); indess wurde hierdurch die Wirkungsabnahme der Kette nur etwas verzögert, nicht aber verhindert.

Der Erste, welcher diese Schwächung der Kette vollständig verhinderte, und welcher Ketten aufbaute in der ausgesprochenen Absicht, die durch Bedeckung der negativen Metalle mit Wasserstoff auftretende elektromotorische Kraft zu beseitigen, war Daniell[2]), indem er verhinderte, dass in der Umgebung des negativen Metalles Wasserstoff auftritt. Die Form, welche Daniell seiner Batterie gab, ist folgende.

In einen Kupfercylinder, dessen Boden in der Mitte durchlöchert ist, ist ein Stück einer Ochsengurgel *o* (Fig. 98) aufgehängt, welches unten durch einen Korkpfropf geschlossen ist, der zugleich die Oeffnung des

Fig. 98. Fig. 99. Fig. 100.



Kupfercylinders verschliesst. Die Ochsengurgel ist oben an einem Cylinder *c* befestigt, der sich in der Mitte des siebförmigen Deckels *d* befindet.

1) Man sehe darüber Dove's Repertorium. Bd. VIII. p. 5, auch Wiedemann's Galvanismus Bd. I. §. 146 f.

2) *Daniell,* Philosophical Transactions 1836 u. 1837. Poggend. Ann. Bd. XLII. und Bd. LX.

Durch die Mitte des Korkpfropfens reicht in die Ochsengurgel das gebogene Glasrohr *g*. Der Kupfercylinder wird dann mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol gefüllt und, um dieselbe immer concentrirt zu erhalten, der Deckel mit Krystallen des Salzes bedeckt. Die Ochsengurgel wird mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. In die Schwefelsäure taucht dann ein amalgamirter Zinkcylinder, welcher in dem hölzernen Deckel des Cylinders *c* befestigt ist. In diesem Deckel befindet sich zugleich ein Trichter, der den Zweck hat, frische verdünnte Schwefelsäure nachzufüllen. Ist die Schwefelsäure nämlich eine Zeit lang im Gebrauch, so löst sie in Folge der mit dem Strome verbundenen chemischen Processe Zink auf; die Lösung des schwefelsauren Zinkoxydes ist schwerer als die Schwefelsäure; sie sinkt deshalb zu Boden und bei dem Nachfüllen der Schwefelsäure fliesst sie dann durch das gekrümmte Rohr *g* ab.

An dem Kupfercylinder und an dem Zink sind entweder Metallstreifen, an denen Klemmschrauben befestigt werden können, oder es sind daran Quecksilbernäpfchen angebracht, welche die Enden der Leitungsdrähte aufnehmen.

Die Form des Daniell'schen Elementes ist mehrfach geändert worden; die jetzt gebräuchlichste Form zeigt Fig. 99. In einem Glasgefässe steht ein hohler, unten und oben offener Kupfercylinder, in diesem ein unten geschlossener Cylinder von porös gebrannter Porcellanmasse, sogenannte Thonzellen, und in diesen steht das Zink, entweder in Form eines massiven oder hohlen Cylinders, oder in Form eines Kreuzes Fig. 100. An dem Kupfer sowohl als an dem Zink sind Metallstreifen befestigt, an denen die Klemmschrauben zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht werden.

Das Glas wird dann mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, die Thonzelle mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt.

Um die Richtung des Stromes in diesem Elemente bei Verbindung des Zinks mit dem Kupfer zu bestimmen, haben wir nur die in demselben thätigen elektromotorischen Kräfte aufzusuchen. Dieselben sind

$$Hg\,Zn \mid Cu + H_2\,SO_4 \mid Hg\,Zn + Cu\,SO_4 \mid H_2\,SO_4 + Cu \mid Cu\,SO_4.$$

Die elektromotorische Kraft zwischen den beiden Flüssigkeiten ist nach den Untersuchungen Fechners zu vernachlässigen. Nach den Untersuchungen von Kohlrausch (§. 52) ist nun

$$Zn \mid Cu = 100,\ H_2\,SO_4 \mid Hg\,Zn = 149,\ Cu \mid Cu\,SO_4 = -21{,}5.$$

Setzen wir nun in Ermangelung genauerer Zahlen $Hg\,Zn \mid Cu$ ebenfalls gleich 100, so ist die Summe der elektromotorischen Kräfte

$$100 + 149 - 21{,}5,$$

woraus folgt, dass der positive Strom in dem Verbindungsdrahte von dem Kupfer zum Zink, im Elemente durch die Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer geht; es ist also auch hier das negative Metall der positive Pol.

Die Constanz der Daniell'schen Kette ist eine Folge der in derselben

vor sich gehenden chemischen Processe; wir werden dieselben an einer anderen Stelle ausführlich betrachten; hier sei nur erwähnt, dass ebenso, wie die verdünnte Schwefelsäure, auch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd zersetzt wird, und dass es in dieser das Salz ist, welches in seine Bestandtheile zerlegt wird. Dasselbe zerfällt in SO_4 und in *Cu*, und das Kupfer schlägt sich auf den Kupfercylinder nieder; es tritt hier also an dem negativen Metalle überhaupt kein Wasserstoff auf, so dass die elektromotorische Kraft zwischen Wasserstoff und Kupfer gar nicht zur Thätigkeit kommen kann. Daraus ergibt sich, dass die Kette so lange von constanter Wirksamkeit sein muss, als die Kupferlösung hinreichend concentrirt ist.

Die verdünnte Schwefelsäure nimmt man in diesen Elementen 1 Theil Schwefelsäure auf 12—20 Theile Wasser, concentrirtere anzuwenden ist nicht rathsam, da sonst die Zinkcylinder, wenn sie etwa an einer Stelle nicht gut amalgamirt sind, zu stark angegriffen werden.

Man kann ohne die elektromotorische Kraft der Kette zu schmälern anstatt der Schwefelsäure auch eine Lösung von Zinkvitriol anwenden. Daraus folgt, dass die an dem ursprünglichen Daniell'schen Elemente angebrachte Röhre *g* zum Ablassen der entstandenen Lösung und das Nachfüllen neuer Schwefelsäure zum Constanthalten der elektromotorischen Kraft nicht erforderlich ist.

Da, wie wir später sehen werden, die Wirksamkeit eines Elementes nicht allein von der Grösse der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der Leitungsfähigkeit der Elemente abhängig ist, so müssen die Thonzellen möglichst dünn und nicht zu dicht gebrannt sein; einmal schwach gebrannte möglichst poröse Zellen sind die besten, da die Porzellanmasse selbst nicht leitend ist, sondern nur die die Poren ausfüllende Flüssigkeit. Es ist gut, wenn man bei der Füllung immer zuerst die Thonzellen mit der Schwefelsäure füllt, so dass die Poren vollständig mit ihr gefüllt sind, ehe man auswärts die Lösung von Kupfervitriol einfüllt, so dass in die Thonmasse ebenfalls nur durch Diffusion das Kupfersalz eindringen kann. Der Grund ist, weil sonst der bei der Auflösung des Zinks bleibende, die dem Zink stets beigemischten fremden Metalle enthaltende Zinkschlamm, welcher sich an die Innenwand der Thonzelle anlegt, das Kupfer aus seiner Lösung ausfällt und an und in der Wand der Zelle bedeutende Kupferniederschläge bewirkt, welche die Thonzellen bald unbrauchbar machen. Um denselben ganz zu verhindern, ist es gut[1]), den Boden und die Seitenwand bis zu der Höhe, bis zu welcher der Zinkschlamm sich absetzt, mit Stearin zu tränken.

Die Form der Daniell'schen Kette ist mehrfach geändert worden, besonders um lange Zeit möglichst constante, wenn auch schwache Ströme zu erhalten. Alle diese Modificationen kommen darauf hinaus, die Mischung

1) *Place,* Poggend. Ann. Bd. C.

der beiden Flüssigkeiten möglichst zu verlangsamen, was entweder durch eine besondere Anordnung der Diaphragmen wie von Buff[1]) und Siemens[2]) erreicht wird, oder dadurch, dass man ohne Diaphragmen die Flüssigkeiten ihrem specifischen Gewichte nach über einander schichtet, wie es in dem von Meidinger[3]) construirten Elemente geschieht. Meidinger stellt auf den Boden eines Glasgefässes Fig. 101, welches bei *a* etwas verengert ist, einen Kupferring *K*, von welchem aus ein innerhalb des Gefässes mit Guttapercha umhüllter Draht durch den Deckel des Gefässes bis *p* heraufgeführt ist. Auf die Verengerung des Gefässes bei *aa* ist ein Zinkring gestellt, von welchem ein Draht *n* aus dem Gefässe hervorragt.

Durch eine mittlere Durchbohrung des Deckels ist eine Glasröhre *R* in das Gefäss herabgesenkt, bis etwa in die Mitte des Kupferringes, welche unten eine enge Oeffnung hat. Die Röhre wird mit Krystallen von Kupfervitriol und dann das ganze Gefäss mit einer Lösung von schwefelsaurer Magnesia gefüllt. Das Kupfersalz löst sich dann in der Salzlösung und die Kupferlösung sinkt, sobald sie hinreichend concentrirt und dadurch specifisch schwerer geworden ist als die Bittersalzlösung, auf den Boden des Gefässes und umspült den Kupferring. Da die Kupferlösung in jene des

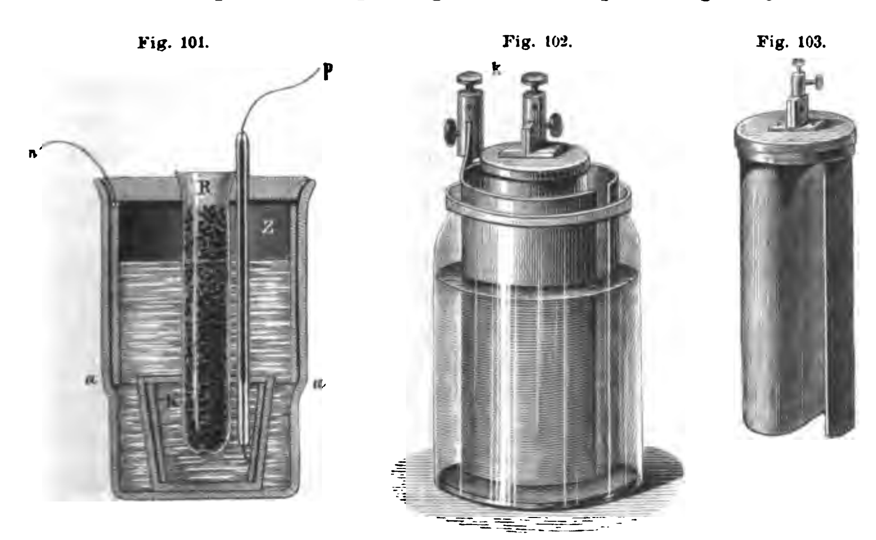


Fig. 101. Fig. 102. Fig. 103.

Bittersalzes nur sehr langsam diffundirt, so bleibt das Element sehr lange constant, wenn nur dafür gesorgt wird, dass in der Röhre *R* stets hinreichender Vorrath von Kupfervitriol ist.

Bedeutend kräftiger und ebenso constant als die Daniell'schen sind

1) *Buff*, Liebig's Annalen Bd. LXXXV.
2) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CVIII. p. 608.
3) *Meidinger*, Poggend. Ann. Bd. CVIII.

die Grove'schen Elemente [1]). Die äussere Form derselben, wie sie jetzt allgemein gebräuchlich sind (Fig. 102), ist derjenigen der Daniell'schen ganz ähnlich. In ein ebensolches Glasgefäss wird ein unten und oben offener Zinkcylinder gestellt, in diesen eine Thonzelle und in die letztere ein *S*förmig gebogenes Platinblech Fig. 103. Letzteres ist in einem unten mit Schwefel ausgegossenen Holzdeckel befestigt, welcher, wenn das Blech in die Thonzelle eingesetzt ist, dieselbe bedeckt. Statt der Holzdeckel wendet man auch solche von Porzellan an. Die Deckel haben in ihrer Mitte einen kleinen Schlitz, durch welchen ein an das Blech angenieteter plattgeklopfter Platindraht hindurchreicht, der zwischen zwei auf dem Deckel befestigte Kupferstreifen eingeklemmt ist, welche die Klemmschraube zur Aufnahme der Leitungsdrähte tragen. Der Zinkcylinder trägt eine ebensolche Klemmschraube. Das Glas wird mit verdünnter Schwefelsäure und die Thonzelle mit ganz concentrirter Salpetersäure gefüllt, so dass also in diesem Elemente die Reihenfolge der elektromotorisch wirksamen Substanzen ist, Zink, Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin.

Die Richtung des Stromes ergibt sich wieder aus einer Betrachtung der elektromotorischen Kräfte; dieselben sind, wenn Zink und Platin mit einander durch einen Draht verbunden sind,

$$Hg\,Zn \mid Pt + H_2\,SO_4 \mid Hg\,Zn + HNO_3 \mid H_2\,SO_4 + Pt \mid HNO_3$$

oder in Zahlen, wenn wir wieder für $Hg\,Zn \mid Pt$ in Ermangelung einer genauern Zahl $Zn \mid Pt$ einsetzen, nach Kohlrausch

$$123 + 149 + 149,$$

da wir auch hier die elektrische Differenz zwischen den Flüssigkeiten vernachlässigen dürfen.

Es ergibt sich daraus, dass durch den Draht die positive Elektricität von dem Platin zum Zink, in der Flüssigkeit vom Zink zum Platin geht. Es ist also auch hier das in der Spannungsreihe negativere Metall der positive Pol, das positive Metall der negative Pol. Zugleich ergibt sich, dass die resultirende elektromotorische Kraft in dem Grove'schen Elemente ungefähr 1,8 mal so gross ist, als in dem Daniell'schen, denn in Letzterem ist dieselbe gleich 227,5, in dem Grove'schen dagegen 421.

Die Constanz der Grove'schen Kette beruht auf der oxydirenden Wirkung der concentrirten Salpetersäure; der bei der Zersetzung des Wassers frei werdende Wasserstoff entzieht der Salpetersäure Sauerstoff und bildet mit demselben Wasser. Die Salpetersäure wird dabei zu Stickoxyd reducirt, welches sich theils unter Bildung von Untersalpetersäure in der Salpetersäure löst und dieselbe grün färbt, theils aus der Flüssigkeit entweicht und an der Luft sich zu den braunen Dämpfen der Untersalpetersäure oxydirt.

Die elektromotorische Kraft der Grove'schen Kette bleibt deshalb im

1) *Grove*, Comptes Rendus T. VIII. p. 567. Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

wesentlichen ungeändert, so lange noch hinreichend Salpetersäure zugegen ist, um den bei der Zersetzung des Wassers frei werdenden Wasserstoff zu oxydiren.

Wegen ihrer bedeutend grösseren Stärke ist die Grove'sche Kette der Daniell'schen überlegen, sie hat indessen gegenüber derselben zwei Nachtheile; der erste ist, dass sie wegen der Verwendung des Platin und auch der Salpetersäure bedeutend theurer ist als die Daniell'sche; der zweite liegt in der Gasentwickelung, welche während ihres Gebrauches stattfindet. Die sauren Dämpfe der Untersalpetersäure sind sowohl der Gesundheit nachtheilig, als auch verderben sie die metallischen Apparate, mit denen man arbeitet. Aus dem letzteren Grunde ist es rathsam, bei dem Gebrauche diese Batterie in einem besonderen, mit einem Abzuge versehenen Raume aufzustellen.

Die grosse Kostbarkeit der Grove'schen Kette, welche hauptsächlich in der Verwendung des Platin ihren Grund hat, hat dazu geführt, das Platin durch Kohle zu ersetzen.

Die Anwendung der Kohle wurde zuerst vorgeschlagen von Cooper[1]) in die Praxis ist sie indess erst übergegangen, seit Bunsen die nach ihm benannte Zinkkohlenkette, die Bunsen'sche Säule oder Bunsen'sche Kette construirt hat[2]). In der Bunsen'schen Kette, wie sie jetzt gebräuchlich ist, wird die Kohle in Form hohler, unten und oben offener, Cylinder angewandt, welche die Stelle der Kupfercylinder in der Daniell'schen Säule einnehmen. Die Kohlen, wie sie zuerst nach Bunsen's Angaben von Brettbauer in Marburg verfertigt wurden, erhält man, indem man 2 Theile backende Steinkohle mit 1 Theil Coaks mischt und in den betreffenden Formen von Eisenblech bei mässigem Feuer glüht. Die so hergestellten Cylinder werden dann in ganz concentrirte Zuckerlösung getaucht, getrocknet, und nach dem Trocknen in einem mit Kohlenstücken gefüllten bedeckten feuerfesten Kasten der mehrstündigen Einwirkung einer starken Weissglühhitze ausgesetzt. Die so gefertigte Kohle ist vollkommen homogen, wenig porös, nicht im mindesten abfärbend, klingend und ganz fest. Sie leitet die Elektricität wie die Metalle, und ordnet sich in die Spannungsreihe, in welcher sie noch negativer ist als das Platin.

In den Bunsen'schen Elementen steht die Kohle in einem Glase (Fig. 104) in dem Kohlencylinder steht ebenso eine poröse Thonzelle und in dieser das amalgamirte Zink, entweder in der Form eines hohlen oder massiven Cylinders oder eines Zinkkreuzes. Das Glasgefäss wird mit concentrirter Salpetersäure, die Thonzelle mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt.

Um den Leitungsdraht mit der Kohle zu verbinden, wird um dieselbe ein Messing- oder Kupferring gelegt und mit einer Schraube *s* festgezogen;

---

1) *Cooper*, Philosophical Magazin. vol. XVI. 1840. *Dove's* Repert. Bd. VIII.
2) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. LIV u. LV.

an diesem Ringe ist der Metallstreifen befestigt, an welchem die Klemme zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht ist. Damit in Folge der Capillarität die Salpetersäure in der Kohle nicht zu hoch steige und so den um die Kohle gelegten Kupferstreifen angreife, wird der obere Theil der Kohle in heissem Wachs getränkt. Die Leitungsfähigkeit der Kohle wird dadurch nicht merklich vermindert. Indess hindert auch dies auf die Dauer die Oxydirung des Kupfers nicht, weshalb es vortheilhaft ist, im Innern der Ringe an das Kupfer ein Stück Platinblech anzulöthen, welches von der Salpetersäure nicht angegriffen wird [1].

Fig. 104.



In sehr ausgedehnter Weise wird zu den Bunsen'schen Ketten jetzt die in den Steinkohlengasretorten abgesetzte Kohle verwandt, welche sehr compact und hart ist, deshalb besser leitet und in Form von Platten verwandt werden kann. Bei den mit solcher Kohle hergestellten Elementen steht in dem mit verdünnter Schwefelsäure passend gefüllten Glase der unten und oben offene Zinkcylinder, im Innern desselben die mit concentrirter Salpetersäure gefüllte Thonzelle, in welcher sich die Kohle befindet. Um die Kohle in die Leitung einzuführen, genügt es, oben in dieselbe ein kleines Loch einzubohren, in welches entweder ein mit einer Klemmschraube versehener Kupferzapfen eingesteckt oder welches mit Quecksilber gefüllt wird, in das dann die Leitungsdrähte eingetaucht werden. Diese Art der Verbindung lässt die Kohle ebenso leicht in die Leitungen einfügen, wie irgend ein Metall, so dass die Bunsen'schen Ketten in dieser Form ebenso bequem sind wie die Grove'schen.

Die Richtung des Stromes ist bei diesen Elementen dieselbe, wie bei den Grove'schen, d. h. der positive Strom geht von der negativen Kohle zu dem Zink durch den die beiden verbindenden Draht, wie sich schon daraus ergibt, dass das Zink gegen Kohle positiv, gegen die Schwefelsäure negativ ist.

Ein anderes Ersatzmittel für das Platin ist Eisen. Taucht man Eisen in ganz concentrirte Salpetersäure, so geht es in den sogenannten passiven Zustand über, es wird von der Salpetersäure nicht mehr angegriffen und durch den Contact mit der Salpetersäure sehr stark positiv elektrisch. Es kann daher die Stelle des Platin vertreten; indess muss dann immer dafür gesorgt werden, dass es von ganz concentrirter Säure umgeben ist, da

1) *Wiedemann,* Galvanismus. B. I. §. 155.

verdünnte Salpetersäure das Eisen lebhaft angreift und durch Berührung negativ elektrisch macht.

Um die störenden untersalpetersauren Dämpfe bei den Grove'schen und Bunsen'schen Elementen zu vermeiden, hat man an Stelle der Salpetersäure andere oxydirende Flüssigkeiten, so besonders Chromsäure, oder eine Lösung von doppeltchromsaurem Kali mit Schwefelsäure anzuwenden versucht, die Resultate sind jedoch nicht befriedigend ausgefallen, wenigstens ist die Salpetersäure nicht dadurch verdrängt worden[1]).

Eine constante Kette mit nur einer Flüssigkeit ist kürzlich fast gleichzeitig von Pincus[2]) und Warren de la Rue und Hugo Müller[3]) construirt worden. In einem Glascylinder wird unten ein kleines Gefäss von dünnem Silberblech eingesetzt, von welchem der Leitungsdraht isolirt aus dem Glasgefäss herausgeführt ist. Das Silbergefäss wird mit Chlorsilber gefüllt und dann der Glascylinder mit verdünnter Schwefelsäure oder Kochsalzlösung, in welche dann das Zink getaucht wird. Die Abscheidung des Wasserstoffs am Silber wird hier durch das Chlorsilber verhindert, welches durch den abgeschiedenen Wasserstoff reducirt wird. Der Wasserstoff tritt mit dem Chlor zu Salzsäure zusammen, und das Silber scheidet sich in Form eines feinen Pulvers aus. Die Wirkung des Elementes ist demnach so lange constant, als hinreichend Chlorsilber zur Zersetzung vorhanden ist. Diese Kette wirkt in ähnlicher Weise wie die Daniell'sche, indem statt des Wasserstoffs ein Metall abgeschieden wird, sie hat vor der Daniell'schen den Vorzug, dass das zu zersetzende Salz in fester Form angewandt und deshalb die Constanz der Kette nicht durch Mischung der Lösungen gestört werden kann. Sie ist indess viel theuerer als die Daniell'sche Kette, ohne eine grössere Kraft zu besitzen.

Es bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, dass man die Daniell'schen, Grove'schen und Bunsen'schen Elemente ebenso zu Säulen zusammenstellen kann, wie die im vorigen Paragraph betrachteten inconstanten Ketten. Um einen der Volta'schen Tassensäule ganz ähnlichen Apparat zu haben, verbindet man von einer Anzahl Elemente jedes vorhergehende Kupfer oder Platin oder Kohle mit dem folgenden Zink. Fig. 105 stellt schematisch eine solche Zusammenstellung dar. Es versteht sich nach dem Vorigen von selbst, dass auch hier das letzte Kupfer oder Platin der positive, das letzte Zink der negative Pol ist, dass also in dem Leitungsdrahte der Strom vom Platin zum Zink geht, während in jedem Elemente der Strom von dem positiven Zink zu dem negativen Platin geht.

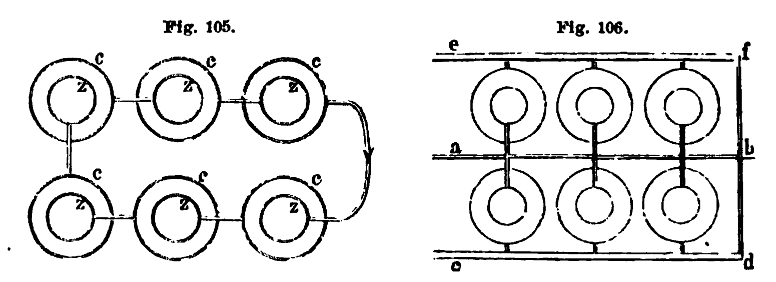
Ebenso kann man auch eine Anzahl Elemente zu einem dem Hareschen Calorimotor ähnlichen Apparate zusammensetzen, also zu einem Elemente,

1) Man sehe darüber *Dove's* Repertorium. Bd. VIII. p. 19 und *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 158.

2) *Pincus*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

3) *Warren de la Rue* und *H. Müller*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

dessen Metalle eine grosse Oberfläche haben. Man verbindet dann alle Zinke mit einander und ebenso alle Kupfer. Fig. 106 zeigt eine solche



Anordnung, die Zinke sind alle mit einem Metallstreifen verbunden, der an dem mittleren Stabe *ab* eines Holzrahmens befestigt ist, die Kupfer oder Kohlen sind alle mit den an den äusseren Stäben *cd* und *ef* befestigten Metallstreifen verbunden, welche sich auf dem Querstabe *df* vereinigen. Auf diese Weise sind alle Kupfer und alle Zinke mit einander in metallischer Verbindung, die Zusammenstellung wird sich also verhalten wie ein Element, dessen Oberfläche die sechsfache jedes einzelnen ist.

Wir haben die zuletzt beschriebenen Elemente constante genannt, und in der That sind sie, so lange die Kupfersalzlösung so concentrirt ist, dass sie merklich blau gefärbt ist, und die Salpetersäure nicht zu verdünnt ist, keinen bedeutenden Schwächungen unterworfen; kleinere Aenderungen ihrer Wirksamkeit finden jedoch, wie wir später sehen werden, statt.

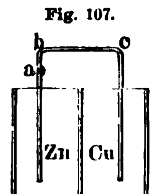
§. 60.

Das Ohm'sche Gesetz. Wir haben bereits früher erwähnt, dass bei der Verbindung der beiden Pole einer Volta'schen Combination in dem Verbindungsdrahte, wie auch in dem Elemente selbst, ein elektrischer Strom entsteht, indem die positive Elektricität durch den Stromkreis nach der einen, die negative Elektricität nach der anderen Richtung sich bewegt. Wir haben an jener Stelle auch bereits erwähnt, dass je nach der Grösse der in dem Stromkreise vorhandenen elektrischen Differenzen der Strom eine verschiedene Stärke haben könne, indem wir sahen, dass je nachdem verschiedene Mengen Elektricität durch den Leiter fliessen können. Als die Stromstärke bezeichneten wir damals beiläufig die Menge Elektricität, welche in gleichen Zeiten durch den Leiter fliesst. Wir wollen sie jetzt genauer dahin definiren, dass die Stromstärke an einer bestimmten Stelle des Stromkreises gleich sein soll der Elektricitätsmenge, welche an dieser Stelle in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliesst. Es ist jetzt unsere Aufgabe, zu untersuchen, von welchen Umständen dieselbe abhängig ist. Es wird am besten sein, wenn wir dabei jenen Weg einschlagen, welcher zur Entdeckung der die Stärke des Stromes bestimmenden Gesetze geführt hat, indem wir ähnlich wie der berühmte Entdecker, nach

welchem dieses oberste Gesetz des Galvanismus benannt ist, G. S. Ohm, aus den Gesetzen der Elektricitätsleitung untersuchen, von welchen Umständen die in dem Stromkreise in gleichen Zeiten circulirende Elektricitätsmenge abhängt[1]). Der Weg, welchen wir dabei einschlagen, ist der von Kirchhoff[2]) angegebene.

Es sei gegeben ein Daniell'sches Element, welches, wie im vorigen Paragraph gezeigt wurde, wenigstens in kurzen Zeiträumen einen constanten Strom liefert. An dem Zink desselben bei a (Fig. 107) sei ein kurzer dicker Kupferdraht angelöthet. In Folge der elektromotorischen Kräfte erhält dann der positive Pol c eine gewisse Menge positiver und der negative Pol b eine ebenso grosse Menge negativer Elektricität, seien diese Mengen, oder vielmehr die an den Polen c und b vorhandenen Werthe der elektrischen Potentiale gleich $\pm E$.

Fig. 107.



Nun werden die Pole b und c durch einen Draht von der Länge l und dem Querschnitte q mit einander verbunden; da nach dem vorigen Abschnitt stets, wenn ein Leiter mit einem elektrisirten Körper in Berührung kommt, die Elektricität auf den ersteren übergeht, so wird von beiden Polen Elektricität auf den Draht abfliessen und auf der Oberfläche desselben sich ansammeln. Wären nun b und c nur einmal mit einer gewissen Elektricitätsmenge geladen, so würde dieser Uebergang von Elektricität von b und c auf den Draht und so weiter so lange dauern, bis die Elektricität sich über alle verbundenen Leiter vertheilt hätte, dass der Werth des Potentials überall derselbe geworden wäre. Das ist nun aber nicht der Fall, sondern sobald von b und c Elektricität in den Draht abgeflossen ist, fliesst von den Berührungsstellen $Zn \mid Cu$, $F \mid Zn$, $Cu \mid F$ durch die Flüssigkeiten wieder Elektricität zu den Polen, und von diesen dann, da der Potentialwerth an denselben jedenfalls grösser ist als auf dem Drahte, wieder Elektricität auf den Draht ab. Der Draht erhält also von c in jedem Augenblicke positive, von b aber negative Elektricität. Da nun jeder Abfluss von b und c auf den Draht sofort wieder durch neuen Zufluss ersetzt wird, so folgt, dass nach einiger Zeit in dem ganzen Stromkreis ein stationärer Zustand eingetreten sein muss, in welchem das Potential der freien Elektricität an jedem Punkte des Stromkreises einen ganz bestimmten Werth hat. Nach Eintritt dieses Zustandes, das ergibt sich zugleich schon, muss das Ende c des Drahtes bc nach wie vor den Potentialwerth $+E$, das Ende b dagegen den Potentialwerth $-E$ besitzen, und auf dem Drahte muss der Werth des Potentials nach irgend einem Gesetze aus $+E$ in $-E$ übergehen, in allen Punkten eines und desselben Umkreises aber derselbe sein.

---

1) *G. S. Ohm,* Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet. Berlin 1827.
2) *Kirchhoff,* Poggend. Ann. Bd. LVIII.

Daraus folgt weiter, dass dieser stationäre Zustand kein Gleichgewichtszustand sein kann, dass die Elektricität in dem Stromkreise nicht in Ruhe sein kann. Denn betrachten wir irgend einen Querschnitt des Drahtes *cb*, so ist von dem aus gegen *c* gerechnet auf dem Drahte jedenfalls freie positive, gegen *b* hin freie negative Elektricität vorhanden. Die an der einen Seite vorhandene freie positive Elektricität wird eine gewisse Menge der in dem betrachteten Querschnitte vorhandenen Elektricitäten scheiden, die positive nach *b* hin abstossen, die negative nach *c* hin anziehen; dieser Abstossung und Anziehung wirkt die auf der anderen Seite des Querschnittes vorhandene freie Elektricität nicht entgegen, sie wird vielmehr von derselben unterstützt, da die Elektricität dort negativ ist, und somit die negative Elektricität des Querschnittes nach *c*, die positive nach *b* hin treibt. Dasselbe gilt für alle Querschnitte, so dass also im Drahte eine stetige Bewegung der positiven Elektricität nach *b*, der negativen nach *c* hin stattfindet. Da nun aber das elektrische Potential in *c* und *b* constant bleibt, so folgt, dass in der Flüssigkeit eine stetige Bewegung der Elektricitäten in entgegengesetzter Richtung, der positiven nach *c*, der negativen nach *b* hin stattfinden muss.

Daraus, dass in dem Stromkreise ein stationärer Zustand vorhanden sein muss, d. h. dass ebenso wie bei *b* und *c* auch an allen Punkten des ganzen Systems das elektrische Potential einen bestimmten und während der Dauer des Stromes constanten Werth haben muss, folgt weiter, dass durch jeden Querschnitt des Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen hindurchfliessen müssen, dass also in dem ganzen Stromkreise die Stromstärke dieselbe sein muss.

Denn wäre das nicht der Fall, würde durch irgend einen Querschnitt eine grössere Menge von Elektricität fliessen, als durch einen benachbarten, so würde in dem zwischen beiden enthaltenen Theile des Leiters eine Anhäufung von Elektricität, somit eine Dichtigkeitszunahme eintreten, der stationäre Zustand und mit diesem die Constanz des Stromes wäre gestört.

Wie gross nun die Elektricitätsmenge ist, welche durch jeden Querschnitt fliesst, das hängt von den Werthen des elektrischen Potentials auf den verschiedenen Punkten des Leiters ab; kennen wir das Gesetz, nach welchem sich die Werthe des Potentials im Leiter ändern, so erhalten wir daraus sofort auch die Menge der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricitätsmenge.

Denn denken wir uns an irgend einer Stelle durch den Leiter eine Niveaufläche gelegt, welche dem Potentialwerthe V entspricht, und ist dV die Aenderung des Potentialwerthes, wenn wir uns in der Richtung der Normalen der Niveaufläche um dN von derselben entfernen, so ist zunächst

$$\mp \frac{dV}{dN}$$

die Kraft, mit welcher die auf dem Leiter vorhandene Elektricität auf die

Einheit der in einem Punkte der Niveaufläche vorhandenen Elektricität einwirkt, worin das obere Zeichen für die positive, das untere für die negative Elektricität gilt. Sind beide Elektricitäten gleichzeitig vorhanden, so werden dieselben auseinander getrieben, indem die eine nach der einen, die andere nach der gerade entgegengesetzten Richtung getrieben wird. Wir machen nun die Annahme, dass die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Elektricität dieser Kraft folgend durch den Leiter bewegt, in jedem Augenblicke direct der Grösse dieser Kraft proportional ist, oder was dasselbe ist, dass die Bewegung der Elektricität eben nur so lange dauert, als die Kraft wirksam ist. Diese Annahme fällt mit der Voraussetzung zusammen, dass, wenn die Kraft eine Zeit hindurch constant wirkt, die Bewegung der Elektricität keine beschleunigte sein kann, dass sie also in ihrer Bahn einen so grossen Widerstand findet, dass sie keine messbare Zeit nach dem Aufhören der wirksamen Kraft die ihr durch dieselbe ertheilte Geschwindigkeit beibehält. Sie bewegt sich demnach in dem Leiter, wie ein Körper in einem widerstehenden Medium von im Verhältniss zu der des Körpers sehr grosser Dichtigkeit. Diese Annahme ist ein Ausdruck der Erfahrung, dass in der That sofort jede Bewegung der Elektricität aufhört, wenn die treibende Kraft gleich Null wird, wenn also das Potential in dem Leiter constant wird, denn wie wir im vorigen Abschnitt sahen, tritt dann sofort in den Leitern das elektrische Gleichgewicht ein.

Die Menge der in der Zeiteinheit durch ein Element $d\omega$ der Niveaufläche hindurchfliessenden Elektricität ist unter dieser Voraussetzung direct der Geschwindigkeit, welche die Elektricität an der Stelle besitzt, proportional, wir können sie daher ausdrücken durch

$$e = \mp k \cdot \frac{dV}{dN} \cdot d\omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I},$$

wenn k eine von der Natur des Leiters abhängige Constante, nämlich die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit der Niveaufläche hindurchtretende Elektricitätsmenge ist, wenn die bewegende Kraft der Einheit gleich ist.

In der Gleichung I bezieht sich nach der vorhin gemachten Bemerkung das obere Vorzeichen auf die positive, das untere auf die negative Elektricität; die Gleichung gibt also sofort zu erkennen, dass durch die Niveaufläche gleichzeitig gleiche Mengen positiver Elektricität nach der einen, negativer Elektricität nach der entgegengesetzten Richtung fliessen.

Denken wir uns jetzt eine zweite, der ersten sehr nahe Niveaufläche, welche dem Potentialwerth V' entspricht, und in derselben ein dem Elemente $d\omega$ entsprechendes Element $d\omega'$. Das entsprechende Element soll so bestimmt sein, dass wir durch alle Punkte der Begrenzung von $d\omega$ Linien so legen, dass sie alle zwischen den beiden betrachteten Niveauflächen liegenden Niveauflächen und diese selbst in normaler Richtung treffen. Das von diesen Linien aus der zweiten Niveaufläche vom Potentialwerthe V' herausgeschnittene Element soll das Element $d\omega'$ sein. Die

durch dieses Element in der Zeiteinheit fliessende Elektricitätsmenge ist dann gerade wie bei der ersten

$$e' = \mp k' \frac{dV'}{dN} \cdot d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{Ia}$$

Nach Eintritt des stationären Zustandes muss nun durch die zweite Niveaufläche, soweit sie im Leiter befindlich ist, genau dieselbe Elektricitätsmenge hindurchfliessen, wie durch die erste. Da aber eine Bewegung der Elektricität nur nach der Richtung der Normalen der Niveauflächen stattfindet, so verlässt die durch ein Element $d\omega$ in den Zwischenraum zwischen zwei Niveauflächen eintretende Elektricität diesen Zwischenraum nur durch das entsprechende Element $d\omega'$ der zweiten Niveaufläche. Jener stationäre Zustand kann daher nur bestehen, wenn $e = e'$, also

$$k \frac{dV}{dN} d\omega = k' \frac{dV'}{dN} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II}$$

oder wenn, im Falle es sich um einen homogenen Leiter handelt, für welchen $k = k'$ ist,

$$\frac{dV}{dN} d\omega = \frac{dV'}{dN} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IIa.}$$

Die Gleichung, welche der Ausdruck des stationären Zustandes ist, gibt uns die erste, und in einzelnen Fällen allein ausreichende Beziehung zur Bestimmung des Ganges des Potentialwerthes. Sie beweist uns aber gleichzeitig, dass im Innern des Leiters überhaupt keine freie Elektricität vorhanden ist, dass die einzige freie, die Bewegung bedingende Elektricität die auf der Oberfläche des Leiters vorhandene ist. Wir haben nämlich §. 32 allgemein den Satz aufgestellt und für die Kugel bewiesen, dass die in einem gegebenen rings geschlossenen Volumen vorhandene Elektricitätsmenge gleich ist der über die ganze Oberfläche ausgedehnten Summe der in jedem Elemente der Oberfläche zu demselben senkrechten nach aussen gerichteten Kräfte dividirt durch 4π. Wir erhalten demnach die Menge der freien Elektricität, welche in dem von den beiden Elementen $d\omega$ und $d\omega'$ und den die Grenzen derselben verbindenden Normalen umschlossenen Volumen vorhanden ist, wenn wir die Kräfte bestimmen, welche auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche dieses Volumens nach aussen gerichtet sind, und diese alle summiren. Zur Oberfläche senkrechte Kräfte wirken aber überhaupt an diesem Raume nur auf die Elemente $d\omega$ und $d\omega'$, da die übrige Begrenzung durch Linien gebildet ist, welche überall normal zu den Niveauflächen sind, so dass also an allen Punkten dieser Begrenzung die Richtung der Kraft der Begrenzungsfläche selbst parallel ist.

Die auf das Element $d\omega$ wirkende gegen das zweite Element, also nach innen gerichtete Kraft ist nun, wie wir sahen,

$$\mp \frac{dV}{dN} d\omega.$$

Die von der zweiten Niveaufläche fort, also nach aussen gerichtete

Kraft ist demnach von gleicher Grösse, nur mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehen, also

$$\pm \frac{dV}{dN} d\omega.$$

Die auf das zweite Element $d\omega'$ von der ersten Niveaufläche fort, also nach aussen gerichtete Kraft ist

$$\mp \frac{dV'}{dN'} d\omega'.$$

Die Summe beider somit

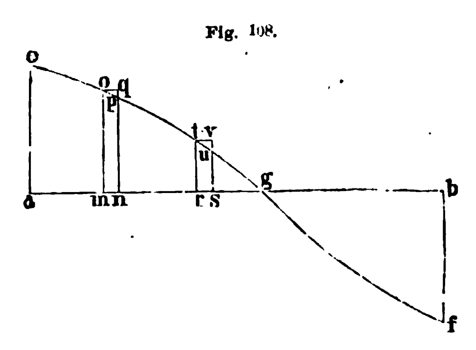
$$\pm \left(\frac{dV}{dN} \cdot d\omega - \frac{dV'}{dN'} d\omega'\right).$$

Nach Gleichung IIa ist aber der Werth dieser Klammer gleich Null, somit kann zwischen zwei entsprechenden Elementen zweier Niveauflächen und damit überhaupt in einem homogenen, von einem constanten elektrischen Strome durchflossenen Leiter keine freie Elektricität vorhanden sein, oder die gesammte freie Elektricität ist die auf der Oberfläche der Leiter nach elektrostatischen Gesetzen angeordnete Elektricität. Die von dieser aus auf die neutrale im Innern des Leiters vorhandene Elektricität ausgeübte Wirkung ist, wie wir es schon vorhin allgemein ableiteten, die treibende Kraft des Stromes.

Wenden wir uns jetzt dazu, den Gang der Potentialwerthe in einem Stromkreise näher zu untersuchen, um die Menge der strömenden Elektricität in ihrer Abhängigkeit von der Beschaffenheit des Stromkreises zu bestimmen. Wir beschränken uns dabei auf lineare Stromkreise, das heisst Stromkreise, deren Querschnitt überall derselbe und gegen die Länge nur ein geringer ist. Wir haben bei dieser Untersuchung nur den Strom der positiven Elektricität ins Auge zu fassen, da, wie schon oben gezeigt wurde, die Menge der nach der entgegengesetzten Richtung fliessenden negativen Elektricität jener genau gleich ist.

Wir denken uns einen linearen Stromkreis, der überall die gleiche Beschaffenheit hat, welcher in *ab* Fig. 108 als gerade Linie dargestellt ist, (wäre er geschlossen, so würden *a* und *b* zusammenfallen), in welchem in Folge einer elektromotorischen Kraft, bei der Berührung von *a* und *b*, die Elektricität in Bewegung gesetzt wird. Wir würden einen solchen z. B. erhalten, wenn wir eine kreisförmige, mit Flüssigkeit gefüllte Röhre an einer Stelle durch eine Zink-Kupferplatte so unterbrechen, dass die Flüssigkeit an der einen Seite mit dem Zink, an der anderen Seite mit dem Kupfer in Berührung wäre.

Fig. 108.



Die Berührungsfläche zwischen Zink und Kupfer können wir dann als den Sitz der elektromotorischen Kraft ansehen, die positive Elektricität fliesst vom Kupfer durch die Berührungsfläche zum Zink und durch die Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer. Sei in Folge der elektromotorischen Kräfte der Werth des Potentials an dem einen Ende a des Leiters, also etwa der am Zink anliegenden Flüssigkeitsschicht gleich $+E$, an dem anderen Ende b gleich $-E$.

Da wir einen überall ganz gleich beschaffenen Leiter voraussetzen, so muss nach Eintritt des stationären Zustandes der Werth des Potentials in einem zur Axe des Leiters senkrechten Querschnitt des Leiters überall derselbe sein, oder es müssen diese durch den Leiter geführten Schnitte Niveauflächen sein. Die Werthe des Potentials müssen sich aber von Querschnitt zu Querschnitt ändern, und indem man von a nach b fortschreitet, stetig von $+E$ in $-E$ übergehen. Denken wir uns den jedem Querschnitt des Leiters entsprechenden Werth des Potentials durch eine an der betreffenden Stelle errichtete Senkrechte, die positiven nach oben, die negativen nach unten dargestellt, und die Endpunkte dieser Senkrechten durch eine stetige Linie egf Fig. 108 verbunden, so werden uns die Ordinaten dieser Curve an jeder Stelle den Werth des Potentials an der betreffenden Stelle geben. Da die Querschnitte des Leiters Niveauflächen sind, so fällt die Längsrichtung des Leiters mit den Normalen der Niveauflächen zusammen: wir können demnach in den Gleichungen I und Ia an Stelle der Elemente $d\omega$ und $d\omega'$ der Niveauflächen einfach den Querschnitt q des Leiters einsetzen; wir erhalten dann für die durch einen von a um x entfernten Querschnitt m in der Zeiteinheit hindurchfliessende Menge der positiven Elektricität

$$e = -\frac{dV}{dx} \cdot k \cdot q,$$

wenn wir den Potentialwerth bei m mit V bezeichnen und, da die Richtung der Normale mit jener der x zusammenfällt, dN mit dx vertauschen.

Aus eben dem Grunde, weil in allen Querschnitten des Leiters die Richtung der Normalen mit der Längsrichtung x des Leiters zusammenfällt, bedeutet der Quotient $\frac{dV}{dx}$ die Neigung der die Potentialwerthe darstellenden Curve egf über dem betrachteten Querschnitte m. Denn dV ist die Zunahme des Werthes von V, welche bei einem Fortschreiten um dx in der Richtung von a nach b, also wenn n ein um dx von m entfernter Querschnitt ist, von m nach n stattfindet. Ist nun np gleich dem Werthe von V bei n, so ist $dV = np - mo = -pq$ und

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{pq}{oq} = -\operatorname{tang}\alpha,$$

wenn wir mit α den Winkel poq, also den Neigungswinkel der Curve gegen die Abscissenaxe bei m bezeichnen.

Für die durch einen zweiten Querschnitt r des Leiters, bei welchem das Potential den Werth V' hat, in der Zeiteinheit hindurchfliessende Elektricitätsmenge erhalten wir

$$e' = -\frac{dV'}{dx} \cdot kq,$$

worin gerade wie eben

$$\frac{dV'}{dx} = -\frac{nv}{vt} = -\operatorname{tang} \alpha'.$$

Nach Eintritt des stationären Zustandes ist nun für alle Querschnitte

$$e = e', \quad \frac{dV}{dx} = \frac{dV'}{dx'}, \quad \operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang} \alpha'$$

oder es ist über allen Querschnitten des Leiters die Neigung der die Potentialwerthe darstellenden Curve eine gerade Linie, da nur eine gerade Linie an allen Stellen gegen eine andere Gerade dieselbe Neigung besitzt. Wir erhalten dieselbe, wenn wir die Endpunkte der die Potentialwerthe bei a und b darstellenden Senkrechten durch eine Gerade verbinden.

Für den Werth V des Potentials an einer um x von a entfernten Stelle erhalten wir, da E der Werth des Potentials bei a, also für $x = 0$ ist,

$$V = E - \operatorname{tang} \alpha \,.\, x$$

und den Werth von tang α in dieser Gleichung erhalten wir aus der Bedingung, dass wenn x gleich der Länge des Leiters ist, $V = -E$ wird. Bezeichnen wir die Länge des ganzen Leiters mit l, so ist

$$-E = E - \operatorname{tang} \alpha \,.\, l$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{2E}{l}$$

und damit schliesslich

$$V = E - \frac{2E}{l} \cdot x.$$

Es folgt somit, dass die Abnahme des Potentials der Elektricität, oder wie es Ohm nennt, das Gefälle der Elektricität in einem homogenen Schliessungsbogen der Differenz der Potentialwerthe oder der elektrischen Differenz an den Polen direct, dagegen der Länge des Bogens umgekehrt proportional ist. Die Potentiale nehmen in einer arithmetischen Progression ab, wenn die auf dem Schliessungsbogen gemessenen Abstände von dem positiven Pol in einer arithmetischen Progression zunehmen.

Wird $x = {}^1/_2\, l$, so wird $V = 0$; auf der dem positiven Pole zugewandten Hälfte des Schliessungsbogens hat also das Potential einen positiven Werth, welcher bis zu Null abnimmt, von da ab ist gegen den negativen Pol das Potential negativ, und das negative Potential wächst bis $-E$. Bringen wir mit irgend einem Punkte des Schliessungsbogens durch einen langen dünnen Draht einen Leiter in Verbindung, so muss nach §. 33 dieser Leiter denselben Potentialwerth annehmen wie der abgeleitete Punkt; liegt der abgeleitete Punkt zwischen $x = 0$ und $x = {}^1/_2\, l$, so muss demnach der Leiter positiv elektrisch werden, an andern Stellen dagegen negativ. Die Thatsache, dass man durch Verbindung mit der ersten Hälfte des Leiters einen Körper positiv laden kann, spricht man häufig so aus, dass

diese Hälfte des Leiters freie positive Elektricität besitze, während auf der andern Hälfte freie negative Elektricität sei.

Um das Gefälle zu bestimmen, bedarf es nur der Beobachtung zweier Potentiale V' und V'' an Punkten des Leiters, deren Abstände von dem positiven Pole respective x' und x'' sind, denn man hat dann

$$V' = E - \frac{2E}{l} x'$$

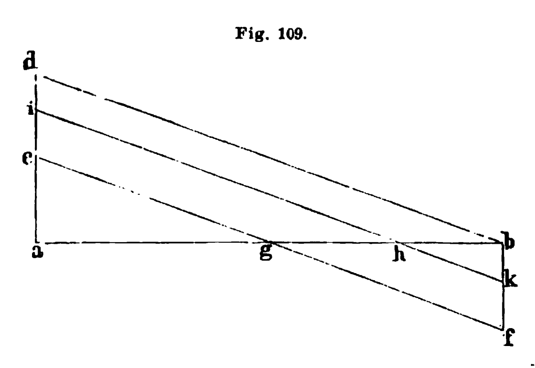
$$V'' = E - \frac{2E}{l} \cdot x'',$$

und daraus

$$\frac{V' - V''}{x'' - x'} = \frac{2E}{l}.$$

Wenn irgend ein Punkt des Schliessungskreises, z. B. der Punkt h (Fig. 109) mit dem Erdboden in leitende Verbindung gebracht wird, so muss der Werth des Potentiales dort gleich Null sein; nichtsdestoweniger bleibt, wie wir wissen, die elektrische Differenz der Pole und somit das Gefälle constant; wir erhalten deshalb die Potentialcurve, wenn wir durch h die mit ef parallele ihk ziehen. Das Potential an dem entfernteren Pole steigt also auf ai, an dem näheren nimmt es ab auf bk.

Fig. 109.



Ist der Pol b selbst abgeleitet, so ist das Potential dort gleich Null, und die durch b gelegte mit ef parallele db gibt uns die Potentialcurve. An dem Pole a wird also das Potential der Elektricität verdoppelt, ein Satz, den wir schon bei Betrachtung der Volta'schen Säule ableiteten.

Setzen wir nun den gefundenen Werth des Gefälles in den für die Elektricitätsmenge, welche einen Querschnitt des Leiters durchströmt, erhaltenen Ausdruck ein, so wird

$$e = -k \cdot q \cdot \frac{dV}{dx} = k \cdot q \cdot \frac{2E}{l} = \frac{2E}{\frac{l}{k \cdot q}},$$

es ergibt sich also, dass die Stromstärke, oder die durch einen Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fliessende Elektricitätsmenge der Differenz der Werthe des elektrischen Potentials an den Enden des Schliessungskreises oder der elektromotorischen Kraft direct proportional ist, dass sie dagegen der Länge des Leiters, dem reciproken Werthe dessen Querschnittes und des Coefficienten k umgekehrt proportional ist. Den Quotienten

$$\frac{l}{k \cdot q} = w,$$

welcher sich auf den Schliessungsbogen bezieht, nennt man den Widerstand des Leiters, und erhält so das Ohm'sche Gesetz in der einfachsten Form, die Stromstärke ist der elektromotorischen Kraft direct, dem Widerstande des Schliessungskreises umgekehrt proportional. Der Widerstand des Schliessungskreises ist der Länge desselben direct, dem Querschnitte und dem Coefficienten k umgekehrt proportional. Die Bedeutung des Coefficienten k, den wir vorher als die Elektricitätsmenge definirten, welche durch die Flächeneinheit der Niveaufläche fliesst, wenn die bewegende Kraft der Einheit gleich ist, können wir jetzt fasslicher definiren als die Elektricitätsmenge, welche die Querschnittseinheit des Schliessungsbogens durchfliesst, wenn die Differenz der Potentialwerthe zweier um die Längeneinheit von einander entfernter Querschnitte des Leiters gleich der Einheit ist. Man bezeichnet ihn als die specifische Leitungsfähigkeit der Substanz, aus welcher der Leiter besteht. Den reciproken Werth derselben

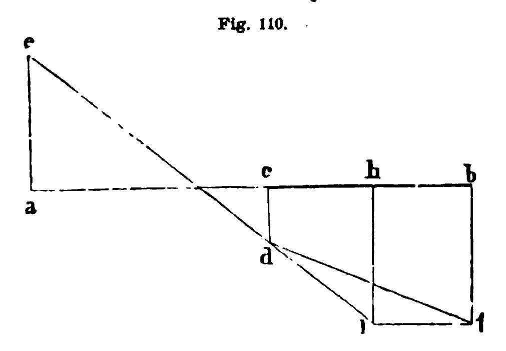
$$\frac{1}{k} = r$$

nennt man den specifischen Leitungswiderstand der Substanz. Führen wir diesen Werth ein, so ist der Widerstand eines Leiters seiner Länge, seinem specifischen Widerstande direct, seinem Querschnitte umgekehrt proportional.

Wir haben bisher den einfachsten Fall betrachtet, einen Schliessungskreis von gleichartiger Beschaffenheit, in welchem sich an einer einzigen Stelle eine elektromotorische Kraft befindet; wir gelangen in ganz ähnlicher Weise zu den Gesetzen der Stromstärke, wenn der Leiter aus verschiedenen Stücken besteht.

Sei zu dem Ende der Leiter ab (Fig. 110) aus zwei Stücken ac und cb zusammengesetzt, welche die Längen $ac = l$, $cb = l'$, die Querschnitte q und q', und die Leitungsfähigkeiten k und k' haben; zunächst befinde sich an der Grenze c noch keine elektromotorische Kraft, sondern auch jetzt sei nur bei der Berührung von a und b eine elektromotorische Kraft thätig, welche dem Pole a den Potentialwerth $+E$, dem Pole b $-E$ ertheile.

Fig. 110.



Für die Gefälle in diesem zusammengesetzten Leiter ergibt sich zunächst Folgendes. Da bei gleichem Gefälle die durch einen Querschnitt des Leiters strömende Elektricitätsmenge dem Querschnitte q und der Leitungsfähigkeit k proportional ist, so muss, weil in dem constanten Strom auch jetzt durch alle Querschnitte des zusammengesetzten Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen hindurchfliessen müssen, das

Gefälle in den verschiedenen Theilen des Leiters verschieden sein. Bezeichnen wir nun die Differenz der Potentialwerthe zweier um die Längeneinheit im ersten Leiter von einander entfernter Punkte mit ε, im zweiten mit ε', so ist die durch den Querschnitt des ersten Leiters fliessende Elektricitätsmenge

$$e = \varepsilon \,.\, k \,.\, q,$$

die durch den Querschnitt des zweiten Leiters fliessende

$$e' = \varepsilon' \,.\, k' \,.\, q'.$$

Diese beiden Mengen müssen gleich sein, es ist also

$$\varepsilon k q = \varepsilon' k' q'; \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{k' q'}{k q}.$$

Da nun, wie sich aus dem Vorigen unmittelbar ergibt, ε und ε' die Gefälle in diesen Theilen des Leiters sind, so folgt, dass die Gefälle in verschiedenen Theilen des Schliessungsbogens den Leitungsfähigkeiten und Querschnitten dieser Theile umgekehrt proportional sind.

Die Gefälle werden also in diesem Falle durch die gebrochene Linie *cdf* (Fig. 110) dargestellt; die Neigungen ihrer einzelnen Theile verhalten sich umgekehrt wie die Producte aus den Leitungsfähigkeiten in die Querschnitte der Leiter.

Bezeichnen wir den Werth des Potentials in dem Punkte c mit V_1, so ist das Gefälle in dem Leiter cb, wie man unmittelbar sieht,

$$\frac{V_1 - (-E)}{l'} = \frac{V_1 + E}{l'},$$

und die Stromstärke in demselben

$$k' \cdot q' \,\frac{V_1 + E}{l'}.$$

Wir können uns nun den Draht cb durch einen anderen ch ersetzt denken, dessen Querschnitt und Leitungsfähigkeit gleich q und k ist, dessen Länge $ch = l''$ durch die Gleichung bestimmt ist

$$\frac{l''}{k \,.\, q} = \frac{l'}{k' \,.\, q'}.$$

Die Stromstärke wird dadurch nicht geändert, aber das Gefälle wird dann, da wir jetzt einen homogenen Leiter haben, in allen Stellen dasselbe. Es wird dann

$$\frac{2E}{l + l''}.$$

Das Gefälle ist dann der elektrischen Differenz direct, der auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reducirten Gesammtlänge des Leiters umgekehrt proportional; in Fig. 110 ist es dargestellt durch die Gerade *ci*.

Die Potentialwerthe an den einzelnen Stellen des Leiters lassen sich jetzt leicht bestimmen, auf einem um x von a entfernten Querschnitte des Leiters ist derselbe

$$V = E - \frac{2E}{l + l''} \cdot x.$$

Wird $x = l$, so wird $V = V_1$, somit ist

$$V_1 = E - \frac{2E}{l + l''} \cdot l.$$

Ist nun V_1 gegeben, so erhalten wir den Werth des Potentiales V' in einem Punkte des Leiters l', welcher um x' von c entfernt ist,

$$V' = V_1 - \frac{V_1 + E}{l'} \cdot x'.$$

Aus dem für die auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reducirte Länge berechneten Gefälle ergibt sich nun für die Stromstärke

$$e = k \cdot q \frac{2E}{l + l''} = \frac{2E}{\frac{l}{kq} + \frac{l'}{k'q'}},$$

oder wenn wir die Widerstände

$$\frac{l}{kq} = w, \quad \frac{l'}{k'q'} = w'$$

nennen,

$$e = \frac{2E}{w + w'}.$$

Die Stromstärke ist also einfach der elektromotorischen Kraft direct und der Summe der Widerstände umgekehrt proportional. Haben wir eine ganze Reihe von Leitern, so ergibt sich in ganz derselben Weise wie eben, dass der Nenner in dem Ausdrucke für die Stromstärke die Summe aller Widerstände wird.

Setzen wir jetzt voraus, dass in dem Berührungspunkte c eine neue elektromotorische Kraft vorhanden sei, welche in gleichem Sinne wirkend wie die erste, in den Berührungsflächen die Potentiale $\pm E_1$ hervorriefe. Es sei (Fig. 111) ab wieder der durch seine reducirte Länge dargestellte Leiter; ae das elektrische Potential in a, bf in b, und cf die Potentialcurve, wenn nur die elektrische Differenz $2E$ vorhanden wäre; es sei ce' das Potential $+ E_1$ in c. Denken wir uns den Leiter jetzt von c aus als gerade Linie dargestellt, so würde derselbe cc' sein, wenn $bc' = ac$. Ist dann $c'f''$ das Potential $- E_1$, so würde $e'f''$ die Potentialcurve darstellen, wenn nur diese elektromotorische Kraft vorhanden wäre. Um nun die sämmtlichen Potentialwerthe auf der Linie ab darstellen zu können, machen wir $cf' = c'f''$ und ziehen $h''f'$ parallel zu $e'f''$, dann stellen die Linien $e'h'$ und $h''f'$ die Werthe des Potentials auf dem Leiter in Folge der elektromotorischen Kraft $2E_1$ dar.

Ist die reducirte Länge des Leiters L, so ist das Potential der Elektricität in einem Querschnitte, welcher um x von a entfernt ist, in Folge der ersten elektromotorischen Kraft

$$V = E - \frac{2E}{L} \cdot x.$$

Bezeichnen wir den Abstand des Punktes c von a mit d, so ist sie in demselben Punkte in Folge der zweiten elektromotorischen Kraft

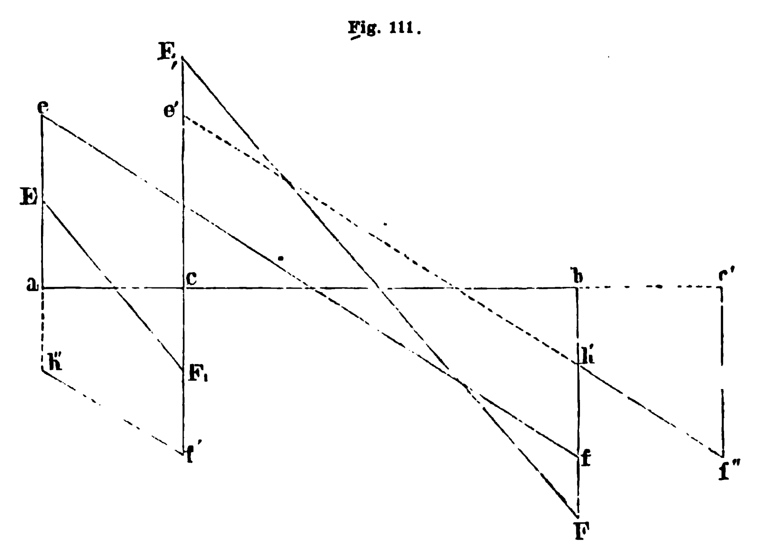
$$V' = E_1 - \frac{2E_1}{L}(x - d).$$

Es müssen sich nun in jedem Punkte die beiden Potentialwerthe summiren, so dass also der resultirende Potentialwerth in dem betreffenden Punkte ist

$$V + V' = E + E_1 - \frac{2E + 2E_1}{L} \cdot x + \frac{2E_1}{L} \cdot d.$$

Bestimmen wir so die Potentialwerthe für jeden Querschnitt des Leiters, und verbinden die Endpunkte durch eine stetige Linie mit einander, so

Fig. 111.



muss auch diese Linie eine gerade überall gegen ab gleich geneigte Linie sein, da die Ordinaten dieser Curve erhalten werden, indem wir an jedem Punkte die Ordinaten zweier gerader Linien summirt haben. Die beiden Linien E_1F und EF_1 stellen, die erstere für das Stück cb, die zweite für das Stück ac, die Potentialwerthe dar. Um die Neigung der Linie gegen ab zu bestimmen, haben wir nur die Potentialwerthe zweier an derselben Seite von c liegender Punkte zu bestimmen, und die Differenz dieser Werthe durch den Abstand der beiden Punkte zu dividiren. Wir haben so für den Potentialwerth des Punktes x

$$U = V + V' = E + E_1 - \frac{2E + 2E_1}{L} \cdot x + \frac{2E_1}{L} \cdot d.$$

Für den Potentialwerth des um x_1 von a entfernten Punktes haben wir

$$U_1 = V_1 + V'_1 = E + E_1 - \frac{2E + 2E_1}{L} \cdot x_1 + \frac{2E_1}{L} \cdot d,$$

somit

$$\frac{U - U_1}{x_1 - x} = \frac{2E + 2E_1}{L}.$$

Das Gefälle oder die Abnahme der Potentialwerthe ist also der Summe der elektromotorischen Kräfte direct, und der reducirten Länge des Leiters umgekehrt proportional.

Für die Stromstärke, oder für die Menge der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricität erhalten wir demnach

$$e = \frac{2E + 2E_1}{\frac{L}{kq}},$$

so dass also die Stromstärke der Summe der elektromotorischen Kräfte direct, dem Widerstande des Leiters umgekehrt proportional ist.

Ist nun in dem Stromkreise eine beliebige Anzahl elektromotorischer Kräfte und eine beliebige Anzahl von Leitern vorhanden, so erhalten wir für die Stromstärke

$$e = \frac{\Sigma E}{\Sigma w},$$

wenn ΣE die algebraische Summe aller elektromotorischen Kräfte, die einander entgegengesetzt gerichteten natürlich mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen, und Σw die Summe aller Widerstände bedeutet.

Es ergibt sich also aus dieser Untersuchung das allgemeine Gesetz, dass in einer galvanischen Combination die Stromstärke der algebraischen Summe der elektromotorischen Kräfte direct, derjenigen der hinter einander eingeschalteten Widerstände umgekehrt proportional ist.

Wir haben bei der Ableitung des Ohm'schen Gesetzes lineare Leiter vorausgesetzt. Dasselbe behält indess seine Gültigkeit auch, wie das Kirchhoff[1]) gezeigt hat, wenn man anders geformte Leiter anwendet. Zunächst erkennt man leicht, dass auch dann, wenn der Querschnitt des Leiters gross ist, aber in den Endflächen desselben der Werth des Potentials überall derselbe ist, dass auch dann die zu den Endflächen parallelen Querschnitte des Leiters Niveauflächen sein werden, dass man also auf diese das Gesetz unmittelbar anwenden kann. Einen solchen Leiter erhält man z. B., wenn man einen parallelepipedischen Trog an irgend einer Stelle senkrecht zu seiner Längsaxe durch eine Membran in zwei Theile theilt, in den einen Theil eine Lösung von Zinkvitriol, in den andern eine solche von Kupfervitriol bringt, und nun in letzteres der Membran parallel eine Kupferplatte, in ersteres eine Zinkplatte taucht, und die beiden Platten durch einen Draht verbindet. In dem flüssigen Theil des Stromkreises haben

1) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. LXIV u. LXXV.

dann Zink- und Kupferplatte bestimmte Potentialwerthe, und die ihnen parallel durch die Flüssigkeit gelegten Flächen sind Niveauflächen. Für den flüssigen Theil des Leiters gelten also alle vorhin abgeleiteten Sätze über den Gang des Potentials sowie die daraus sich ergebenden Folgerungen.

Sind die Querschnitte des Leiters nicht constant, oder ist der Werth des Potentials in einem und demselben Querschnitte nicht überall derselbe, wie z. B. wenn wir in einen linearen Stromkreis einen Körper von grösserem Querschnitt einschalten, in welchen der Strom nur an einem Punkte eintritt, an einem andern austritt, so ist der Gang der Potentialwerthe schwieriger zu bestimmen, indess das Gesetz für die Stromstärke bleibt auch dann dasselbe, es ist immer die in der Zeiteinheit durch irgend einen Querschnitt des Leiters fliessende Elektricitätsmenge gleich dem Quotienten aus der Summe der elektromotorischen Kräfte dividirt durch die Summe der Widerstände.

§. 61.

Experimentelle Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch. Die Ohm'sche Theorie kann auf eine doppelte Weise experimentell geprüft werden; einmal, indem man die elektrischen Potentialwerthe an den verschiedenen Punkten des Stromkreises und somit das Gefälle der Elektricität untersucht, dann aber, indem man durch die Wirkungen des Stromes das schliessliche Resultat der Theorie, die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande einer Prüfung unterzieht.

Den ersten Weg, die Ohm'sche Theorie zu bestätigen, schlug Kohlrausch ein. Schon früher indess, schon vor Ohm, war auf dem Schliessungsbogen der Kette freie Elektricität nachgewiesen; der Erste, dem das gelang, war Ermann; er schloss[1]) eine aus vielen Plattenpaaren bestehende Säule mit einer mit Wasser gefüllten Röhre oder mit einer feuchten Hanfschnur von 0,6 — 1,5 Meter Länge. Die Röhre hatte mehrere nach oben gerichtete Oeffnungen; wurde nun an einen durch die Oeffnungen in das Wasser getauchten Draht oder direct an die Hanfschnur der Knopf eines sehr empfindlichen Elektroskopes gelegt, so zeigte dasselbe in der Nähe des positiven Poles positive, in der Nähe des negativen Poles negative Elektricität; das Potential derselben nahm mit dem Abstande des untersuchten Punktes von den Polen ab, so dass in der Mitte ein Indifferenzpunkt vorhanden war, in welchem das elektrische Potential Null war.

Auch Ohm selbst[2]) hat derartige Versuche mit demselben Resultate angestellt. Genauere Messungen, welche zu einer Bestimmung der elektrischen Potentiale an den verschiedenen Punkten und des Gefälles der

1) *Ermann,* Gilbert's Annalen Bd. VIII u. X.
2) *Ohm,* Poggend. Ann. Bd. VII.

Elektricität hätten führen können, waren erst möglich, als Kohlrausch in seinem Torsionselektrometer und dem Condensator die Mittel angegeben hatte, auch äusserst geringe Werthe des elektrischen Potentials mit Genauigkeit zu messen.

Mit Hülfe dieser Apparate gelang es Kohlrausch nun auch, durch Messung der elektrischen Potentialwerthe auf dem Schliessungsbogen eines Daniell'schen Elementes die Ohm'sche Theorie auf das Vollständigste zu verificiren [1]).

Zunächst untersuchte Kohlrausch die Veränderung der elektrischen Potentialwerthe auf einem einfachen Leiter; als Schliessungsbogen eines Daniell'schen Elementes wurde ein sehr feiner langer, in Form eines Zickzacks, dessen einzelne Glieder gleiche Länge hatten, mit Stecknadeln auf einem leichten Holzrahmen befestigter Draht angewandt. Ein Punkt dieses Drahtes wurde zur Erde abgeleitet, indem er mit dem Drahte, welcher die Condensatorplatte des Condensators zur Erde ableitete, verbunden war. Die Condensatorplatten waren von gleichem Metall. Wird nun ein anderer Punkt des Leiters mit der Collectorplatte verbunden, so ladet sich dieselbe soweit mit Elektricität, dass der Werth des elektrischen Potentials auf der Collectorplatte gleich jenem des abgeleiteten Querschnitts ist. Wird also immer derselbe Condensator angewandt, so ist die Ladung dem Werthe des elektrischen Potentials an den untersuchten Stellen proportional.

An dem einfachen Schliessungsbogen fand nun Kohlrausch Folgendes.

1) Wird ein Punkt des Drahtes abgeleitet und ein anderer dem positiven Pole näherer, am Condensator geprüft, so zeigt die Collectorplatte positive Elektricität, lag der geprüfte Punkt dem negativen Pole näher, so war die Ladung negativ.

2) Lag dieselbe Drahtlänge zwischen dem abgeleiteten und dem geprüften Punkte, so war auch die Ladung am Condensator dieselbe, wo auch im Uebrigen die beiden Punkte auf dem Drahte lagen; die Differenz der elektrischen Potentiale zwischen zwei um dieselbe Strecke von einander entfernten Punkten des Schliessungsbogens ist also auf dem ganzen Schliessungsbogen constant, oder auch das Gefälle ist überall dasselbe.

3) Dasselbe Resultat ergab sich aus folgendem Versuche; wurde ein Punkt zur Erde abgeleitet und eine Anzahl anderer von demselben verschieden weit entfernter Punkte untersucht, so war die Ladung des Condensators von denselben ihren Abständen von dem abgeleiteten Punkte einfach proportional.

Es wurden nun gleiche Längen verschieden dicken Silberdrahtes gewogen, um die Verhältnisse ihrer Querschnitte zu bestimmen, dieselben dann mit ihren Enden zusammengeschmolzen und aus ihnen ein Zickzack gebildet, welches zur Hälfte aus dem feinern, zur Hälfte aus dem dickern

---

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

Drahte bestand, und mit demselben die Kette geschlossen. Es ergab sich, als gerade wie oben geprüft wurde:

1) In einem einzelnen der beiden Theile dieses Bogens war das Gefälle constant.

2) Wurde das eine Ende eines Zickzacks des feinen Drahtes abgeleitet und das andere geprüft, so fand man den Potentialwerth V; wurde mit der dickern Hälfte des Zickzacks ebenso verfahren, so zeigte sich der Potentialwerth v. Die Potentialwerthe V und v waren den Querschnitten der Drähte umgekehrt proportional. Da an den abgeleiteten Punkten der Werth des Potentials immer Null ist, so geben V und v die Differenzen der Potentialwerthe zweier gleich weit auf dem dünnen und solcher auf dem dickern Draht von einander entfernten Punkte. Diesen Differenzen der Potentialwerthe ist aber das Gefälle auf jedem der Drähte proportional, die Gefälle verhalten sich also auf zwei Stücken eines Leiters aus verschieden dickem Drahte desselben Metalles umgekehrt wie die Querschnitte der Stücke.

Als Kohlrausch ferner Drähte verschiedener Metalle untersuchte, deren specifische Leitungsfähigkeiten auf andere Weise bestimmt waren, ergab sich ebenfalls, dass die Gefälle den Producten aus den specifischen Leitungsfähigkeiten und den Querschnitten umgekehrt proportional waren.

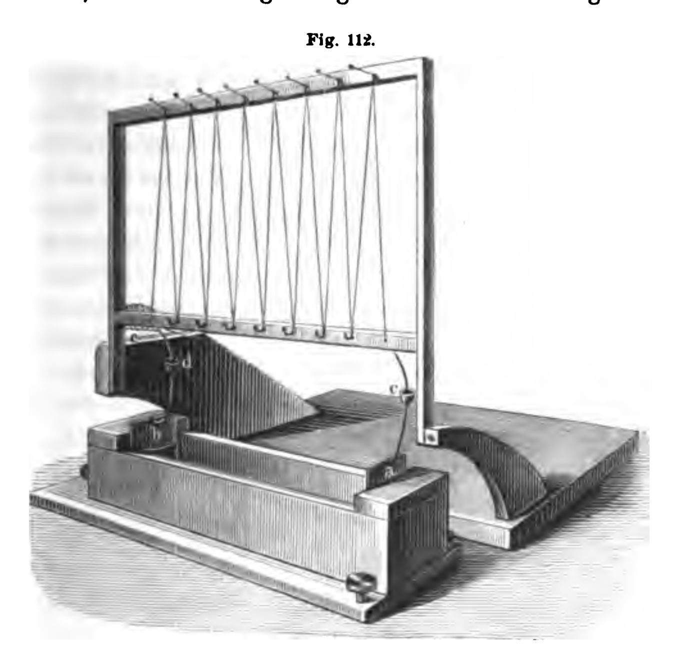
Um zu untersuchen, ob auch in den flüssigen Theilen des Schliessungsbogens, also der zwischen Kupfer- und Zinkplatte vorhandenen Flüssigkeit, die Gefälle der Ohm'schen Theorie folgen, wandte Kohlrausch ein Element von prismatischer Form an. In einem mit Wachs wasserdicht gemachten Holzkasten von viereckigem Querschnitt wurde an dem einen Ende eine Kupferplatte eingetaucht, an dem andern Ende, von einem Thonbecher umschlossen, eine Zinkplatte. Der Thonbecher wurde mit einer Lösung von Zinkvitriol, der Holzkasten mit einer solchen von Kupfervitriol angefüllt. Wurde dann ein Querschnitt der Kupferlösung zum Boden abgeleitet und eine Anzahl anderer geprüft, so zeigte sich auch hier ein constantes Gefälle; lag die untersuchte Stelle dem Zink näher als die abgeleitete, so war die Ladung positiv und um so stärker, je näher sie dem Zink war. Auch diese Resultate waren also mit der Theorie vollkommen im Einklang.

Zur vollständigsten Prüfung der Ohm'schen Theorie bestimmte nun Kohlrausch die elektromotorische Kraft seines Daniell'schen Elementes und die auf gleichem Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reducirte Länge des ganzen Stromkreises, berechnete daraus die Werthe des elektrischen Potentials an den verschiedenen Punkten des Schliessungsbogens, und verglich die berechneten Resultate mit dem Versuche.

Den dazu benutzten Apparat zeigt Fig. 112. Der Holztrog ist das schon vorhin erwähnte Daniell'sche Element, a ist die Kupferplatte, b die in der Thonzelle stehende Zinkplatte; an a und b sind dicke Kupferdrähte gelöthet, welche in den Quecksilbernäpfchen c und d endigen. In die-

selben tauchten, wenn der Strom geschlossen werden sollte, die Enden des zickzackförmigen Drahtes. Der Holzrahmen, auf welchem der Draht aufgewunden war, konnte zurückgeschlagen und so die Kette geöffnet werden.

Fig. 112.



Um nun die in dem Elemente vorhandene elektromotorische Kraft zu bestimmen, verfuhr Kohlrausch in der bereits §. 51 angegebenen Weise. Bei geöffneter Kette wurde das Quecksilbernäpfchen d abgeleitet und c mit der Zinkplatte eines Zink-Kupfer-Condensators verbunden. Man erhielt dann, da db ein Kupferdraht war, in dem Condensator die Ladung

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 + Zn \mid Cu,$$

wo F und F_1 die beiden Flüssigkeiten bedeuten, also die Summe der in dem Daniell'schen Elemente thätigen elektromotorischen Kräfte vermehrt um $Zn \mid Cu$. Um $Zn \mid Cu$ zu bestimmen, wurde dann die Kupferplatte des Condensators direct mit der Zinkplatte verbunden. Die Platten des Condensators wurden an dem Torsionselektrometer geprüft und die Ladungen bei constanter Elongation durch die Torsionen verglichen (§. 24). Nach den Bemerkungen des §. 51 p. 371 sind dann die gesuchten Potentialwerthe den in der Torsionswage gemessenen Elektricitäten, somit den Quadratwurzeln aus den Torsionen proportional. Auf diese Weise fand Kohlrausch

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 + Zn \mid Cu = 12{,}96$$

$$Zn \mid Cu = 4{,}17,$$

somit die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette

$$a = Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 = 8{,}79.$$

Nun wurde nach einer später anzugebenden Methode der ganze Stromkreis in allen seinen Theilen durch auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reducirte Längen ausgedrückt. Das Zickzack, welches eine Länge von 172,77 hatte, fand sich so gleich der reducirten Länge 474; die Lösung von Kupfervitriol, deren Länge gleich 9 war, wurde 540, und die Lösung von Zinkvitriol, deren Länge gleich 1 war, wurde 103,5.

Nun wurde die Kette geschlossen, das Quecksilbernäpfchen *d* durch einen Kupferdraht zur Erde abgeleitet und die elektrischen Potentiale an verschiedenen Punkten des Zickzacks und der Flüssigkeit am Condensator geprüft, indem die zu untersuchenden Punkte durch einen Kupferdraht mit der Collectorscheibe verbunden, und bei constanter Elongation durch die Torsionen die Ladungen des Condensators verglichen wurden.

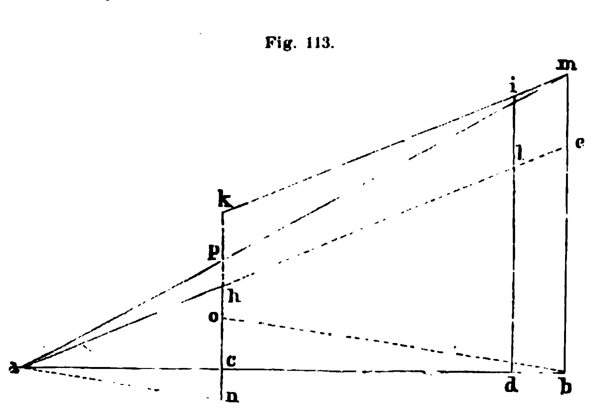
Auf diese Weise wurden folgende Resultate erhalten; die erste Columne enthält in reducirten Längen die Abstände von dem abgeleiteten Punkte *d* über das Zickzack hin und dann weiter über die Flüssigkeit wieder zu *d* zurück, die zweite die beobachteten, die dritte die nach der Theorie berechneten Werthe des Potentials.

Abstände λ	Potentialwerthe V beobachtet	Potentialwerthe V berechnet
118,5	0,85	0,93
237	1,85	1,86
355,5	2,69	2,80
474	3,70	3,73
610,3	5,03	4,80
745,3	5,99	5,86
879	6,93	6,91
1014	7,96	7,98.

Um die Berechnung der Potentialwerthe zu übersehen, denken wir uns Fig. 113 in *ab* den ganzen Stromkreis von dem Zink an in reducirten Längen dargestellt, *ac* sei das Zickzack, *cd* der Kupfervitriol, *db* der Zinkvitriol, so dass *b* die Grenze zwischen dem Zinkvitriol und dem Zink darstellt. Nun sei *bm* der an der Grenze des Zinks vorhandenen, von dem Contacte des Zinks mit dem Kupfer und mit dem Zinkvitriol herrührenden elektrischen Differenz proportional; wäre nur diese elektromotorische Kraft in der Kette vorhanden, so würde *am* die Potentialcurve sein. Nun ist aber an der Grenze des Kupfers und Kupfervitriols ebenfalls eine elektromotorische Kraft vorhanden, welche das Kupfer negativ, die Flüssigkeit positiv macht; ist *no* dieser elektromotorischen Kraft proportional, so würden die Geraden *na* und *ob* die Potentialcurven vorstellen, wenn nur diese Kraft thätig wäre. Machen wir nun $pk = oc$, $ph = cn$, so werden *ah* und *km* die wirklich auf dem Stromkreise vorhandenen Potentialwerthe darstellen. In dem Zickzack wird also der Werth des Potentials von dem

Punkte a, wo sie Null ist, so zunehmen, als wenn die Summe der elektromotorischen Kräfte in der Kette $bc = bm - hk$ einfach an der Grenze des Zinkvitriols vorhanden wäre, als wenn also ac die Potentialcurve wäre. An der Kupferplatte machen die elektrischen Potentiale einen Sprung; da indess die Werthe derselben in dem Kupfervitriol dadurch untersucht werden, dass man in dasselbe einen Kupferdraht eintaucht, so wird, da auch hier das Kupfer von der Flüssigkeit negativ erregt wird, der beobachtete Werth des Potentials nur derjenige sein, wie wenn die elektrische Differenz hk nicht vorhanden wäre, wie wenn also überhaupt in dem Schliessungskreise nur die elektrische Differenz bc vorhanden wäre.

Fig. 113.



Bezeichnen wir nun die reducirte Länge des Schliessungskreises mit l, die Abstände der untersuchten Punkte von dem abgeleiteten a mit λ, so ist der Werth des Potentials V

$$V = \frac{a}{l} \cdot \lambda = \frac{8{,}79}{1117{,}5} \cdot \lambda.$$

Die Tabelle zeigt, wie genau die beobachteten mit den so berechneten Werthen des Potentials übereinstimmen, so dass also in diesen Versuchen die vollste Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes gegeben ist.

§. 62.

Experimentelle Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes durch Messung der Stromstärke. Sehr viel bequemer lässt sich die Richtigkeit des Ohm'schen Gesetzes durch Beobachtung der Stromstärke nachweisen; seit Einführung der constanten Ketten ist die Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes ein Collegienversuch geworden. Die Uebereinstimmung seiner Theorie mit der Erfahrung hat zuerst Ohm selbst nachgewiesen [1]); er benutzte zu seinen Versuchen die später zu erwähnenden Thermoelemente. Die ausgedehntesten, in der verschiedensten Weise variirten Versuche, welche dem Ohm'schen Gesetze die allgemeinste Anerkennung sicherten, rühren von Fechner her [2]), deren Genauigkeit um so bewundernswürdiger ist, da Fechner nur inconstante Ketten benutzen konnte, deren Veränder-

1) *Ohm*, Schweigger's Journal. Bd. XLVI. 1826. Bd. XLIX. 1827.
2) *Fechner*, Maassbestimmungen über die galvanische Kette. Leipzig 1831.

lichkeit leicht das Ohm'sche Gesetz vollständig verdeckt. Mit Hülfe constanter Ketten hat dann viel später Pouillet [1]) das Gesetz bestätigt und durch seine Versuche demselben die Anerkennung der französischen Physiker verschafft.

Die Stärke des galvanischen Stromes beurtheilt man, wie wir schon früher erwähnten, nach den Wirkungen desselben; vorzüglich sind es zwei Wirkungen, welche man zur Messung derselben benutzt, nämlich die chemischen und magnetischen. Um die chemischen Wirkungen zu benutzen, schaltet man in den Schliessungsbogen der Säule einen Wasserzersetzungsapparat ein, etwa den Apparat Fig. 114, eine Flasche mit weitem Hals, durch deren Korkpfropfen zwei Platindrähte *a* und *b* gehen, an welchen Platinbleche einander parallel in das die Flasche füllende schwach mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser hinabhängen. Das Wasser wird dann in seine Bestandtheile, Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt. Um die entwickelten Gase aufzufangen, ist durch den Kork eine mehrfach gebogene Glasröhre geführt, deren anderes Ende unter einer mit Wasser oder Quecksilber gefüllten calibrirten Glasglocke mündet. Um die bei verschiedenen Versuchen in gleichen Zeiten erhaltenen Gasvolumina vergleichbar zu machen, reducirt man sie auf gleichen Druck und auf gleiche Temperatur.

Fig. 114.



Bezeichnen wir nun die elektromotorische Kraft des bei einem bestimmten Versuche gebrauchten galvanischen Stromes mit E, die Summe der Widerstände mit W, so erhalten wir für die Menge der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektricität

$$e = \frac{E}{W}.$$

Befindet sich in dem Stromkreise eine Zersetzungszelle, so wird in derselben in der Zeiteinheit durch die strömende Elektricität eine gewisse Quantität J Knallgas entwickelt; da die strömende Elektricität es nun ist, welche das Wasser zersetzt, so wird die entwickelte Knallgasmenge der Menge derselben proportional, oder wenn a eine Constante bedeutet,

$$J = a \cdot e = \frac{a\,E}{W}$$

1) *Pouillet*, Comptes Rendus. Tome IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.

sein müssen. Bezeichnen wir nun als Einheit der Stromstärke jene, welche in der Zeiteinheit die Volumeinheit Gas entwickelt, so ist J die Stromstärke in chemischem Maasse ausgedrückt. Dieses Maass wollen wir zunächst festhalten, und die Stromstärke gleich setzen der Anzahl Cubikcentimeter Knallgas bei 0° C. und 760mm Druck, welche der Strom in einer Minute erzeugen kann.

Setzen wir nun jene elektromotorische Kraft gleich der Einheit, welche in einem Stromkreise, dessen Gesammtwiderstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke erzeugt, so muss, wenn das Ohm'sche Gesetz richtig ist,

$$J = \frac{E_1}{W}$$

sein, wo E_1 die elektromotorische Kraft in der angegebenen Einheit, also in chemischem Maasse bedeutet.

Um die Stromstärke durch ihre magnetischen Wirkungen zu messen, wendet man am besten die von Pouillet angegebene Tangentenbussole [1]) an. Dieselbe in der jetzt gewöhnlichsten, ihr von W. Weber gegebenen Form (Fig. 115) besteht aus einem an einer Stelle aufgeschnittenen Kupferringe *i* von circa drei Decimeter Durchmesser, welcher vertical auf einem Dreifuss befestigt ist. Der Aufschnitt des Ringes befindet sich in dem Fusse, und die eine Seite steht mit der Klemmschraube *a*, die andere mit *b* in Verbindung, so dass, wenn mit den Klemmschrauben Drähte verbunden werden, welche zu den Polen einer Kette führen, durch den Ring ein Strom kreist. Auf demselben Fusse ist eine verticale Säule befestigt, welche oben eine Bussole trägt. Dieselbe besteht aus einer kleinen, etwa drei Cent. langen Magnetnadel, welche an einem Coconfaden befestigt ist, der von dem drehbaren Stifte *t* in der Glasröhre *r* hinabhängt. Die Nadel ist an beiden Seiten durch einen feinen Messingdraht oder Glasfaden verlängert, dessen Enden auf eine Kreistheilung zeigen, deren Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte des Kupferringes zusammenfällt. Die Kreistheilung befindet sich in einem Gehäuse, welches, um die Bewegung der Magnetnadel durch Luftströmungen zu verhindern, mit einer Glasplatte bedeckt ist.

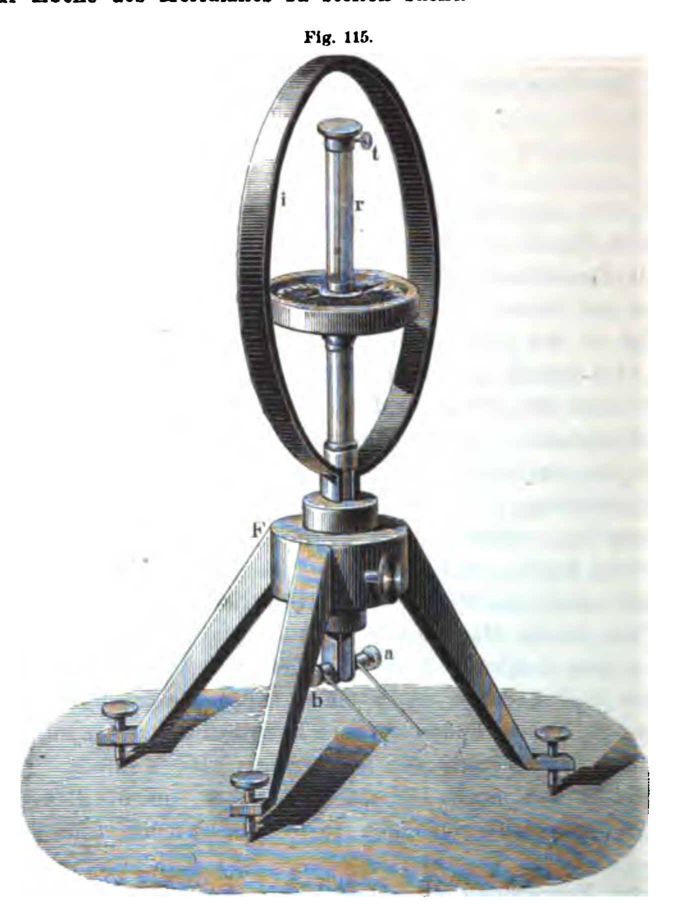
Die ganze Vorrichtung ist schliesslich in dem mit Stellschrauben versehenen Dreifusse um eine verticale Axe drehbar befestigt.

Um den Apparat zu benutzen, stellt man ihn zunächst mit Hülfe der Stellschrauben an dem Fussbrette vertical, und so, dass die Ebene des Ringes derjenigen des magnetischen Meridianes parallel ist, was man daran erkennt, dass die Nadel der Ringebene parallel ist. Wir setzen voraus, dass die Nadel dann genau auf Null und 180° zeigt.

1) *Pouillet*, Poggend. Ann. Bd. XLII. Die oben beschriebene ist im Wesentlichen die Weber'sche. Poggend. Ann. Bd. LV.

Verbindet man jetzt *a* und *b* mit den Polen einer Kette, so dass durch den Ring in dem einen oder anderen Sinne ein Strom kreist, so wird die Nadel nach der einen oder andern Seite aus dem Meridiane abgelenkt, woraus sich ergibt, dass jetzt auf die Nadel ein Kräftepaar wirkt, welches die Nadel senkrecht zur Ebene des Stromkreises, also senkrecht zur Ebene des Meridianes zu stellen sucht.

Fig. 115.



Bezeichnen wir diese abstossende Kraft mit i, so werden wir annehmen dürfen, dass diese der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektricität e proportional ist, dass also

$$i = b \cdot e,$$

da eben die durch den Draht strömende Elektricität es ist, welche die Ablenkung hervorruft. Die Constante b wird abhängen von der Form des Apparates, insbesondere von dem Durchmesser des Ringes, von dem wir hier nur bemerken wollen, dass er wenigstens fünfmal so gross sein muss, als die Länge der Nadel.

Sobald die Nadel aus dem Meridiane abgelenkt ist, wirkt der Erdmagnetismus auf dieselbe ein und sucht sie zurückzuziehen, die Nadel wird deshalb so weit abgelenkt werden, bis das Drehungsmoment, welches der Strom ihr ertheilt, gleich ist dem Drehungsmomente, welches der Erdmagnetismus ihr ertheilt, vorausgesetzt, dass wir die Torsion des Fadens vernachlässigen dürfen. Bilde nun die Nadel *ns* Fig. 116 mit der Meridianebene *NS* den Winkel φ. Die von dem Strome ausgeübte, zur Meridianrichtung senkrechte Kraft sei proportional *sr*, so wird, wenn *uv* zur Richtung der Nadel senkrecht ist,

Fig. 116.

$$su \,.\, ms = rs \,.\, \cos rsu \,.\, ms = i \,.\, \cos\varphi \,.\, ms$$

das Drehungsmoment sein, welches der Strom der Nadel ertheilt.

Ist dann *st* proportional der Kraft T, mit welcher der Erdmagnetismus die Nadel zurückzuziehen sucht, so ist

$$sr \,.\, ms = st \,.\, \sin stv \,.\, ms = T \,.\, \sin\varphi \,.\, ms$$

das vom Erdmagnetismus der Nadel ertheilte Drehungsmoment.

Ist die Nadel im Gleichgewicht, so muss

$$i \,.\, \cos\varphi = T \,.\, \sin\varphi$$

sein, woraus folgt

$$i = T \cdot \operatorname{tang}\varphi; \quad e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \operatorname{tang}\varphi.$$

Ist nun in unserm Stromkreise die elektromotorische Kraft E, der Widerstand W, so muss nach dem Ohm'schen Gesetz

$$e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \operatorname{tang}\varphi = \frac{E}{W}.$$

Die Messung der Stromstärke mit der Tangentenbussole ist derjenigen mit dem Voltameter in den meisten Fällen weit vorzuziehen, einmal weil sie weit empfindlicher ist, dann aber auch ganz besonders, weil sie uns den Strom in jedem Augenblicke zu verfolgen gestattet, während die Messung mit dem Voltameter uns nur den Mittelwerth der Stromstärke in einem gewissen Zeitraume gibt. Das Instrument hat nur insofern jetzt für uns eine gewisse Unbequemlichkeit, als es uns die Stromstärke nicht sofort in einer leicht definirbaren Einheit gibt. Wir werden zwar im nächsten Abschnitt, wenn wir die Theorie des Instrumentes vervollständigen, sehen, wie wir mit demselben die Stromstärke in sogenanntem absoluten Maasse, wie das des Magnetismus, erhalten; für jetzt können wir diese Einheit aber noch nicht bestimmen. Nichts ist indessen leichter, als mit der Tangentenbussole die Stromstärke auch in chemischem Maasse zu erhalten, man hat

zu dem Ende nur aufzusuchen, welches die Stromstärke in chemischem Maasse ist, die den Ablenkungswinkel hervorruft, dessen Tangente gleich 1 ist, welche also $\varphi = 45^0$ macht. Bezeichnen wir diese Stromstärke in chemischem Maasse mit A, so ist die Stromstärke J, welche die Ablenkung φ hervorruft, in chemischem Maasse, da die Stromstärke den Tangenten der Ablenkungswinkel proportional ist,

$$J = A \,.\, \text{tang}\, \varphi.$$

Um die Constante A, welche man füglich mit Müller [1]) den Reductionsfactor der Tangentenbussole nennen kann, zu bestimmen, hat man nur gleichzeitig eine Tangentenbussole und ein Voltameter in den Stromkreis einzuschalten. Ist dann J die in der Zeiteinheit entwickelte Gasmenge, φ die beobachtete Ablenkung, so ist

$$A = \frac{J}{\text{tang}\,.\,\varphi}.$$

Der so bestimmte Reductionsfactor gilt nur für das Instrument, für welches er bestimmt ist, und nur an dem Orte, an welchem er bestimmt ist. Denn wie wir oben sahen, ist

$$\text{tang}\, \varphi = \frac{b\,.\,e}{T}$$

der Ablenkungswinkel, hängt also ab von der Constanten b des Instrumentes und der horizontalen Intensität T des Erdmagnetismus.

Um nun durch Messung der Stromstärke das Ohm'sche Gesetz zu bestätigen, kann man ganz einfach folgendermassen verfahren. Man schliesst ein Bunsen'sches Element mit der Tangentenbussole und beobachtet die Ablenkung φ; ist E die elektromotorische Kraft desselben, W der Widerstand, so ist in chemischem Maasse

$$J_0 = A \,.\, \text{tang}\, \varphi_0 = \frac{E}{W}.$$

Nun schaltet man einen Draht von der Länge l, dem Querschnitt q und dem specifischen Widerstande r ein, dann muss

$$J = A \,.\, \text{tang}\, \varphi = \frac{E}{W + \frac{rl}{q}}.$$

Darauf schaltet man einen zweiten und dritten etc. Draht hinter einander ein, so dass der Strom alle nach einander durchlaufen muss, deren Längen und Querschnitte l', q', l'', q'' etc. sind. Man erhält dann

$$J' = A\,.\,\text{tang}\,\varphi' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}};\; J'' = A\,.\,\text{tang}\,\varphi'' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'} + \frac{rl''}{q''}}$$

u. s. w. Man reducirt alle Drähte auf gleichen Querschnitt, und berechnet

1) *Müller*, Lehrbuch der Physik, theilweis nach Pouillet bearbeitet. 5. Aufl. Bd. II. §. 79.

dann aus je zweien der gefundenen Stromstärken den Widerstand W, ausgedrückt in Längen des Drahtes vom Querschnitt q, und die so gefundenen Werthe für W müssen alle gleich sein. Die beiden ersten Beobachtungen geben z. B.

$$\frac{J_0}{J} = \frac{\text{tang}\,\varphi_0}{\text{tang}\,\varphi} = \frac{W + \frac{rl}{q}}{W}$$

$$W = \frac{J \,.\, r \,.\, l}{q\,(J_0 - J)}\,.$$

Dasselbe W muss die Combination irgend zweier anderer Beobachtungen geben.

In anderer Weise führen dieselben Beobachtungen zu einer Prüfung des Gesetzes, indem man mit dem aus den beiden ersten bestimmten W

$$E = W J_0$$

bestimmt, und mit diesem Werthe von E dann diejenigen J', J'' etc. berechnet.

Man bildet dann eine Kette aus n Bunsen'schen Elementen, indem man jedes Zink mit der folgenden Kohle verbindet, und schliesst mit der Tangentenbussole. Da der Widerstand der Tangentenbussole gegen den in der Flüssigkeit der Elemente verschwindend klein ist, so ist, da der Strom jetzt n Flüssigkeiten durchlaufen muss, der Widerstand im Schliessungskreise $n \,.\, W$ geworden; da aber zugleich die elektromotorische Kraft die $n$fache geworden, so muss

$$J^0 = \frac{nE}{nW} = J_0.$$

Schaltet man jetzt die Drähte $l\,l'$ .. ein, so muss

$$J = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q}},\quad J' = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}}$$

sein.

Man verbindet dann bei den Elementen alle Kohlen mit einander und alle Zinke; dadurch entsteht ein Element von $n$fachem Querschnitt, der Widerstand muss dann $\frac{1}{n}$ des früheren sein; beim Schliessen mit der Tangentenbussole muss dann

$$J^{00} = \frac{E}{\frac{1}{n}W} = \frac{nE}{W} = nJ_0$$

sein, und nach Einschaltung der Drähte l, l' ... muss

$$J = \frac{E}{\frac{1}{n}W + \frac{rl}{q}} = \frac{nE}{W + n\frac{rl}{q}},\quad J' = \frac{nE}{W + n\left(\frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q}\right)}$$

sein.

Mit einiger Vorsicht bei den Versuchen wird man alle von der Theorie geforderten Resultate in unzweideutiger Weise erhalten.

Nach der Ohm'schen Theorie hängt die Stromstärke nicht allein von der Grösse der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der Grösse des Widerstandes ab, und die soeben betrachteten Beispiele zeigen schon, dass eine Vergrösserung der elektromotorischen Kraft durch Vermehrung der Elemente bei sonst gleich bleibendem Schliessungskreise nicht immer eine Verstärkung des Stromes zur Folge hat, weil mit derselben zugleich der Widerstand der in den Elementen enthaltenen Flüssigkeiten, der sogenannte wesentliche Widerstand zunimmt.

Haben wir z. B. n Elemente, deren Flüssigkeiten jede den Widerstand W leistet, so wird die Stromstärke im Schliessungskreise vom Widerstande w bei Anwendung eines Elementes sein

$$J = \frac{E}{W + w}.$$

Schalten wir nun die Elemente hinter einander ein, so wird

$$Jn = \frac{nE}{nW + w}.$$

Je nach dem Verhältnisse w zu W kann nun der Strom merklich stärker sein als J oder nicht. Ist w beträchtlich, so ist der Werth des Zählers in diesem Ausdrucke der $n$fache, der Nenner nicht, der Strom Jn ist also stärker als J und um so stärker, je grösser w im Verhältniss zu W ist; wenn W nur ein verschwindender Bruchtheil von w ist, dann ist die Stromstärke die $n$fache geworden; ist w aber klein gegen W, so ist der Strom kaum geändert. In dem Falle müsste man die Elemente alle neben einander, die Zinke mit den Zinken, die Kohle mit den Kohlen verbinden. Da man dann ein Element von $n$fachem Querschnitte hat, so ist

$$Jn' = \frac{E}{\frac{1}{n} W + w} = \frac{nE}{W + nw}.$$

Wie man sieht, ist der Strom jetzt der $n$fache, wenn w nur ein verschwindend kleiner Theil von W ist.

Es ergibt sich demnach aus dem Ohm'schen Gesetze, dass die Stromstärke abhängt von dem Verhältniss der Widerstände im Schliessungskreise zu dem wesentlichen Widerstande der Elemente. Es fragt sich daher, wie man eine gegebene Zahl von n Elementen bei einem gegebenen Widerstande w combiniren muss, damit man den stärksten Strom erhält, welcher möglich ist[1]).

Ist die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich E, der Widerstand desselben gleich W, so würde, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet würden, die Stromstärke sein

$$J = \frac{nE}{nW + w}.$$

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LV.

Würde man nun aber je x Elemente neben einander verbinden, und so $\frac{n}{x}$ Elemente von $x$facher Oberfläche erhalten, so wäre die elektromotorische Kraft jetzt $m\,E = \frac{n}{x} \cdot E$. Der Widerstand jedes Elementes wird dann $\frac{W}{x}$, und da jetzt $\frac{n}{x}$ solcher Elemente hinter einander verbunden sind, so ist die Stromstärke jetzt

$$J = \frac{\frac{n}{x} \cdot E}{\frac{n}{x^2} W + w}.$$

Es ist nun nicht schwer, den Werth von x zu bestimmen, für welchen J ein Maximum wird; sei derselbe x', und der Werth von J dann

$$J' = \frac{\frac{n}{x'} E}{\frac{n}{x'^2} \cdot W + w} = \frac{n x' E}{n W + x'^2 w}.$$

Für einen anderen Werth x'', der grösser oder kleiner sein mag als x', ist dann die Stromstärke

$$J'' = \frac{n x'' E}{n W + x''^2 w}.$$

Die Differenz $J' - J''$ muss nun, wenn J' ein Maximum sein soll, immer positiv sein; für diese Differenz erhalten wir

$$J' - J'' = nE \cdot \frac{n x' W + x' x''^2 w - n x'' W - x'' x'^2 w}{(n W + x'^2 w)\,(n W + x''^2 w)}$$

$$J' - J'' = nE \,.\, (x' - x'') \frac{n W - x' \,.\, x'' w}{(n W + n'^2 w)\,(n W + x''^2 w)}.$$

Da nun in diesem Ausdrucke der Factor $x' - x''$ das Zeichen ändert, wenn $x'' \gtrless x'$ ist, so kann diese Differenz nur dann für jeden Werth von x'' positiv sein, wenn der andere mit x' und x'' behaftete Factor zugleich sein Vorzeichen ändert; daraus folgt, dass er für $x' = x''$ gleich 0 sein muss. Wir erhalten also den dem Maximumwerthe von J entsprechenden Werth von x aus der Gleichung

$$n W - x'^2 w = 0, \quad \frac{n}{x'^2} W = w.$$

Die Stromstärke J erhält ihren grössten Werth J', wenn der wesentliche Widerstand gleich dem des Schliessungsbogens ist. Man hat also, wenn man den möglich stärksten Strom bei einer gegebenen Zahl von Elementen und gegebenem Schliessungskreise erhalten will, die Elemente so zu combiniren, dass der wesentliche Widerstand gleich ist dem des Schliessungskreises. Die Zahl x der Elemente, welche man zu einem Elemente zusammensetzen muss, ist dann

$$x = \sqrt{n \frac{W}{w}},$$

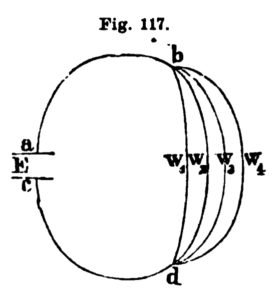
also gleich der Quadratwurzel aus dem Verhältniss des wesentlichen Widerstandes, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet sind, zu dem Widerstande des Schliessungsbogens.

Auch dieser Satz kann leicht durch Versuche bestätigt werden, wie es von Poggendorff und Anderen geschehen ist.

§. 63.

Stromverzweigung. Bei unseren bisherigen Untersuchungen haben wir immer angenommen, dass der Stromkreis einfach sei, das heisst das die Verbindung der beiden Pole durch eine einzige Schliessung gebildet würde, und dann in dieser die Stromstärke bestimmt. Es ist nun noch der Fall zu untersuchen, dass der Stromkreis zum Theil aus mehreren Zweigen bestehe, und die Stromstärke in dem ungetheilten Stücke des Schliessungsbogens, sowie in den einzelnen Zweigen zu bestimmen.

Fig. 117.



Wir betrachten zunächst, um die Aufgabe zu übersehen, den einfachsten schon von Ohm untersuchten Fall.

Es sei Fig. 117 E ein galvanisches Element, dessen elektromotorische Kraft gleich E sei; der Stromkreis $abdc$, welcher die Pole verbindet, sei zwischen b und d verzweigt, so dass die Verbindung der Punkte b und d durch n Drähte (in der Fig. 4) hergestellt sei.

Der Widerstand des unverzweigten Theiles des Bogens $bacd$ sei gleich W.

Die Länge, der specifische Widerstand und Querschnitt der einzelnen Drähte sei $l_1\, r_1\, q_1,\ l_2\, r_2\, q_2, \ldots l_n\, r_n\, q_n$, so dass die Widerstände derselben sind

$$w_1 = \frac{l_1\, r_1}{q_1},\ w_2 = \frac{l_2\, r_2}{q_2} \ldots\ldots w_n = \frac{l_n\, r_n}{q_n};$$

es soll die Stromstärke J in dem unverzweigten Theile und in den einzelnen Zweigen des Schliessungsbogens bestimmt werden.

Um dahin zu gelangen, denken wir uns die Drähte der Zweige sämmtlich durch andere ersetzt, deren Länge für alle dieselbe und gleich l, deren specifischer Leitungswiderstand für alle ebenfalls derselbe und gleich r ist, deren Querschnitte s aber so gewählt sind, dass die Widerstände der einzusetzenden Drähte gleich sind den Widerständen der Drähte, welche sie ersetzen sollen. Ist demnach s_1 der Querschnitt des Drahtes, welcher den Draht w_1 ersetzt, so soll

$$\frac{l\,.\,r}{s_1} = w_1 = \frac{l_1\, r_1}{q_1},$$

demnach

$$s_1 = \frac{l\,.\,r\,.\,q_1}{l_1\, r_1} = \frac{l\,.\,r.}{w_1}$$

sein, so dass also die Querschnitte dieser Drähte dem Widerstande, welchen sie dem Strome leisten sollen, umgekehrt proportional sind.

Die sämmtlichen, die Verbindung von b und d vermittelnden Drähte werden jetzt dem Strome einen eben solchen Widerstand leisten, als befände sich zwischen b und d ein Draht, dessen Länge gleich l, dessen specifischer Leitungswiderstand gleich r, und dessen Querschnitt Q gleich der Summe aller Querschnitte $s_1 + \cdots s_n$ wäre. Der Widerstand eines solchen Drahtes würde gleich

$$\frac{r \, . \, l}{Q} = \frac{r \, . \, l}{s_1 + s_2 + \cdots s_n}$$

sein.

Der Widerstand, welchen dann der gesammte Schliessungsbogen leistet, ist

$$W + \frac{rl}{s_1 + s_2 + \cdots s_n},$$

die Stromstärke in dem ungetheilten Stücke des Schliessungsbogens demnach

$$J = \frac{E}{W + \frac{rl}{s_1 + s_2 + \cdots s_n}}.$$

Setzen wir nun für $s_1 \ldots$ die oben bestimmten Werthe ein, so wird

$$J = \frac{E}{W + \frac{r \, . \, l}{\frac{rl}{w_1} + \frac{rl}{w_2} + \cdots \frac{rl}{w_n}}} = \frac{E}{W + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}}}$$

$$J = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2 w_3 \cdots w_n}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}}}$$

Nehmen wir jetzt der Einfachheit wegen $n = 4$ an, so wird

$$J = \frac{E(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3)}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}.$$

Die Stromstärke in den einzelnen Zweigen erhalten wir jetzt durch Anwendung folgender zwei Sätze: Erstens muss die Summe der in allen Zweigschliessungen vorhandenen Stromstärken gleich sein der Stromstärke in dem ungetheilten Bogen. Es folgt das aus dem Satze, dass die Stromstärke in allen Querschnitten eines Leiters dieselbe sein muss, und daraus, dass wir alle Zweige durch einen Draht von der Länge l und dem Querschnitte $Q = s_1 + s_2 \ldots.$ ersetzt denken können.

Zweitens muss die Stromstärke in jedem Zweige dem Widerstande dieses Zweiges umgekehrt proportional sein. In den, die vorhandenen Zweige ersetzenden Drähten gleicher Länge und gleichen specifischen Widerstandes wird sich der Strom nämlich so vertheilen, dass durch jeden ein dem Querschnitte desselben proportionaler Theil geht. Da nun die Querschnitte dieser Drähte den Widerständen in den einzelnen Zweigen umgekehrt proportional sind, und da die Stromstärke in den einzelnen Zweigen genau gleich derjenigen in den sie ersetzenden Drähten sein muss, so folgt,

dass die Stromstärke in jedem Zweigdrahte dem Widerstande desselben umgekehrt proportional sein muss.

Sind demnach $i_1\ i_2 \ldots$ die Stromstärken in den einzelnen Drähten, so ist

$$i_1 + i_2 + \cdots i_n = J$$

$$i_1 : i_2 : \cdots i_n = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \cdots \frac{1}{w_n}.$$

Es ist demnach auch weiter

$$i_n : J = \frac{w_1 w_2 w_3 \cdots w_n}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}} : w_n$$

$$i_n = \frac{J \,.\, w_1 w_2 \ldots w_{n-1}}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}}.$$

Bei 4 Zweigen wird demnach z. B.

$$i_4 = \frac{E \,.\, w_1 w_2 w_3}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

$$i_3 = \frac{E \,.\, w_1 w_2 w_4}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

so dass also die einzelnen Glieder in dem Ausdrucke für J die Stromstärken der einzelnen Zweige geben und zwar jedes Glied die Stromstärke desjenigen Zweiges, dessen Widerstand im Zähler fehlt.

Ohm[1]) hat durch Versuche die Richtigkeit dieser Formeln dargethan und darin eine neue Bestätigung für die Theorie geliefert.

Unter Anwendung derselben Principien lassen sich die Stromstärken bestimmen, wenn die Zweige anders geordnet sind, nicht alle in einem Punkte zusammentreffen, oder in den Zweigen selbst elektromotorische Kräfte vorhanden sind. Verschiedene Probleme dieser Art sind besonders von Poggendorff[2]) und Lenz[3]) behandelt worden.

Alle diese Fälle lassen sich leicht mit Hülfe zweier Sätze von Kirchhoff[4]) ableiten, welcher in denselben das Problem der Stromverzweigung ganz allgemein gelöst hat. Die beiden Sätze sind:

1) Hat man eine Anzahl sich in einem Punkte c kreuzender Ströme a, a_1, a_2, b, b_1, b_2 Fig. 118, so muss die algebraische Summe aller Stromstärken, die zu dem Punkte hinströmenden mit entgegengesetztem Vorzeichen als die von demselben fortströmenden genommen, gleich 0 sein. Bezeichnen wir also die Stromstärken mit $Ja\ Ja_1\ Ja_2\ Jb\ Jb_1 \ldots$ so muss $Ja + Ja_1 + Ja_2 + Jb + Jb_1 + Jb_2 = \Sigma J = 0$ sein. Der Satz folgt un-

1) Ohm, Die galvanische Kette. S. 170. Schweigger Journal. Bd. XLIX. Jahrg. 1827.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV, LV, LXVII. Letztere Mittheilung enthält eine von W. Weber gegebene Lösung des Problems der Stromverzweigung.

3) Lenz, Bulletin phys. math. de l'Acad. de St. Petersbourg. T. III. Dove's Repertorium. Bd. VIII.

4) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. LXIV, LXXII, LXXV.

mittelbar daraus, dass, wenn das nicht der Fall wäre, im Punkte c eine Anhäufung der Elektricität stattfände, somit die Ströme in ihrem Verlaufe gestört würden.

Diesen Satz hatten wir in dem soeben von uns betrachteten Falle unter der Form

$$J = i_1 + i_2 + \cdots i_n,$$

welcher in der Kirchhoff'schen Form heisst: die Summe der nach und von dem Punkte b oder d gehenden Ströme, die fortgehenden mit dem negativen Vorzeichen versehen, muss gleich 0 sein.

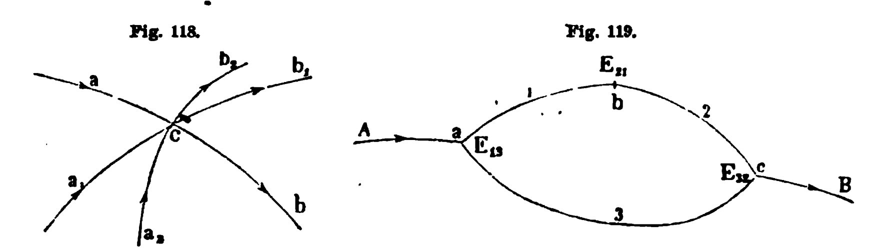


Fig. 118. Fig. 119.

2) Der zweite Satz bezieht sich auf Ströme, welche einen geschlossenen Kreis bilden. Bilden die Drähte 1, 2 ... n einen geschlossenen Kreis, und ist die Stromstärke in denselben resp. $J_1\ J_2 \ldots J_n$, der Widerstand der Drähte resp. $w_1\ w_2 \ldots w_n$, so muss die Summe der Producte $J_1 w_1 + J_2 w_2 + \ldots.. J_n w_n$ gleich sein der Summe der in dem Kreise thätigen elektromotorischen Kräfte. Dabei sind die bei dem Durchschreiten des Kreises nach einer Richtung entgegengesetzt gerichteten Ströme und entgegengesetzt gerichteten elektromotorischen Kräfte mit entgegengesetztem Vorzeichen zu nehmen.

Dieser Satz ergibt sich folgendermassen. Es befinde sich z. B. in einem Stromkreis AB (Fig. 119) ein ringsgeschlossener Zweig der Drähte 1, 2, 3, und an den Grenzen, wo die Drähte zusammenstossen, seien elektromotorische Kräfte E_{12}, E_{23}, E_{31} vorhanden. Nun sei der Werth des elektrischen Potentials an den Grenzen des Drahtes 1 bei a gleich E_1 und bei b e_1, an den Grenzen des Drahtes 2 bei b und c gleich E_2 und e_2, an denen des Drahtes 3 bei c und a gleich E_3 und e_3.

Die Stromstärken in diesen drei Drähten sind dann

$$J_1 = \frac{E_1 - e_1}{w_1},\quad J_2 = \frac{E_2 - e_2}{w_2},\quad J_3 = \frac{E_3 - e_3}{w_3}.$$

Daraus folgt, indem wir jede Stromstärke mit dem zugehörigen Widerstand multipliciren und summiren,

$$J_1 w_1 + J_2 w_2 + J_3 w_3 = E_1 - e_1 + E_2 - e_2 + E_3 - e_3.$$

Nun ist, welches auch sonst der elektrische Zustand des Kreises sein mag,

$$E_1 - e_3 = E_{13},\quad E_2 - e_1 = E_{21},\quad E_3 - e_2 = E_{32},$$

da unter allen Umständen die Differenzen der Potentialwerthe an den Berührungsstellen zweier heterogener Leiter dieselben, und zwar die von uns sogenannten elektromotorischen Kräfte sind.

Demnach ist, wenn wir die Summe der in dem Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte mit ΣE, die Summe der Producte Jw mit ΣJw bezeichnen, in einem geschlossenen Kreise

$$\Sigma Jw = \Sigma E.$$

Wäre in dem eben betrachteten Falle in dem Kreise keine elektromotorische Kraft thätig, so müssten die Stromstärken J_1 und J_2 in den beiden nach einander eingeschalteten Drähten gleich sein, sei sie J, und der Kirchhoff'sche Satz würde dann

$$J(w_1 + w_2) + J_3 w_3 = 0$$
$$J(w_1 + w_2) = - J_3 w_3.$$

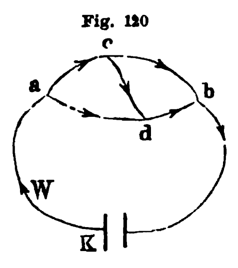
Die Stromstärken in den beiden Zweigen müssten sich umgekehrt verhalten wie die Widerstände, und beide Ströme müssten von a nach c gerichtet sein.

Wäre der Zweig 1, 2, 3 ein für sich bestehender Stromkreis, so müsste nach dem Ohm'schen Gesetze die Stromstärke in allen drei Zweigen dieselbe sein; sei sie J. Nach Kirchhoff ist dann

$$J(w_1 + w_2 + w_3) = \Sigma E$$
$$J = \frac{\Sigma E}{w_1 + w_2 + w_3}$$

die einfache Form des Ohm'schen Gesetzes.

Mit Hülfe der beiden Kirchhoff'schen Sätze ist es nun nicht schwierig, die Stromstärken in Zweigströmen, selbst in verwickelten Fällen zu lösen. Wir wollen dieselben nur zur Behandlung zweier Probleme benutzen, welche wir im Folgenden anwenden werden.



Es sei Fig. 120 ein Stromkreis bKa gegeben, der zwischen a und b durch die Zweige acb und adb, welche unter sich durch die Brücke cd verbunden sind, geschlossen ist. Nun soll die Stromstärke in allen Theilen, besonders in der Brücke bestimmt werden.

Es sei in	aKb	ac	cb	ad	db	cd
Stromstärke	J	i_1	i_2	i_3	i_4	i
Widerstand	W	w_1	w_2	w_3	w_4	w

die elektromotorische Kraft gleich E.

Aus den Kirchhoff'schen Sätzen folgt nun

$$J - i_1 - i_3 = 0 \quad J - i_2 - i_4 = 0$$
$$i_1 - i_2 - i = 0 \quad i_3 + i - i_4 = 0$$
$$i_1 w_1 + iw - i_3 w_3 = 0 \quad iw + i_4 w_4 - i_2 w_2 = 0$$
$$JW + i_1 w_1 + i_2 w_2 = E$$
$$JW + i_3 w_3 + i_4 w_4 = E.$$

Wie man sieht, haben wir hier 8 Gleichungen für die 6 zu bestimmenden Grössen, das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert daher

$$J = \frac{E\,[w\,(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3)\,(w_2 + w_4)]}{D}$$

$$i_1 = \frac{E\,[w\,(w_3 + w_4) + w_3\,(w_2 + w_4)]}{D}; \quad i_2 = \frac{E\,[w\,(w_3 + w_4) + w_4\,(w_1 + w_3)]}{D}$$

$$i_3 = \frac{E\,[w\,(w_1 + w_2) + w_1\,(w_2 + w_4)]}{D}; \quad i_4 = \frac{E\,[w\,(w_1 + w_2) + w_2\,(w_1 + w_3)]}{D}$$

$$i = \frac{E\,(w_2\,w_3 - w_1\,w_4)}{D},$$

worin der allen Ausdrücken gemeinschaftliche Nenner ist

$$D = Ww(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + W(w_1 + w_3)(w_2 + w_4) + w(w_1 + w_2)(w_3 + w_4) + w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2).$$

Die Stromstärke i in der Brücke hängt, wie man sieht, ausser von der Grösse der elektromotorischen Kraft und dem Gesammtwiderstande der Leitung wesentlich ab von der Differenz

$$w_2\,w_3 - w_1\,w_4,$$

also dem Widerstande in den Zweigen, zwischen welchen die Brücke ausgespannt ist. Ist diese Differenz gleich Null oder

$$w_2\,w_3 = w_1\,w_4,$$

so ist in der Brücke gar kein Strom vorhanden; das ist der Fall, wenn

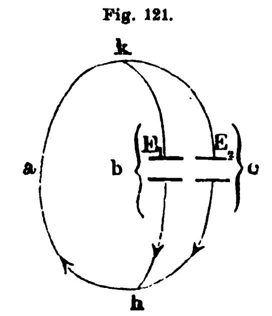
$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

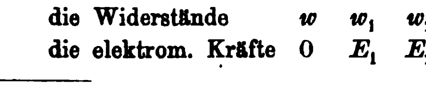
Macht man daher in den Zweigen *ac* und *cb* die Widerstände einander gleich, so folgt, wenn in der Brücke kein Strom vorhanden ist, dass auch $w_3 = w_4$ ist.

Dieser Satz wird in dem Wheatston'schen Verfahren zur Bestimmung des Leitungswiderstandes angewandt.

Als zweite Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze wollen wir ein zuerst von Poggendorff[1]) behandeltes Problem wählen, welches wir später bei der Messung elektromotorischer Kräfte benutzen werden. Zwei Elemente E_1 und E_2 sind in der Weise (Fig. 121) mit einander verbunden, dass die Leitungen b und c, in welchen die Elemente eingeschaltet sind, in h und k zusammenstossen und die Punkte h und k durch eine Leitung a mit einander verbunden sind. Man soll die Stromintensitäten in den drei Zweigen a, b, c bestimmen. Es seien in

Fig. 121.





	a	b	c
die Stromstärken	i	i_1	i_2
die Widerstände	w	w_1	w_2
die elektrom. Kräfte	0	E_1	E_2.

1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LIV.

Nun haben wir nach den Kirchhoff'schen Sätzen

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$iw + i_1 w_1 = E_1;\ iw + i_2 w_2 = E_2;\ i_1 w_1 - i_2 w_2 = E_1 - E_2,$$

wenn wir voraussetzen, dass die Ströme in beiden Zweigen in Folge der in ihnen vorhandenen elektromotorischen Kräfte zugleich nach h oder nach k fliessen. Ist die elektromotorische Kraft in einem der Zweige, z. B. c, anders gerichtet, so würde das Vorzeichen von i_2 und E_2 das entgegengesetzte werden.

Das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert uns

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{ww_1 + ww_2 + w_1 w_2}$$

$$i_1 = \frac{E_1 (w + w_2) - E_2 w}{ww_1 + ww_2 + w_1 w_2};\ i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{ww_1 + ww_2 + w_1 w_2}.$$

Diese Ausdrücke sind mit den von Poggendorff auf anderem Wege erhaltenen gleich und durch die Versuche bestätigt worden.

§. 64.

Bestimmung der elektrischen Leitungsfähigkeit fester Körper. Die Intensität des elektrischen Stromes hängt nach dem Ohm'schen Gesetze ab von der Grösse der elektromotorischen Kraft und von der Grösse des Widerstandes, welchen der Schliessungsbogen der Kette dem Strome entgegensetzt. Letzterer hängt ab von der Länge des Bogens, dem Querschnitte desselben und von der specifischen Leitungsfähigkeit oder dem reciproken Werthe derselben, dem specifischen Leitungswiderstande. Um daher die Stärke eines Stromes im Voraus angeben zu können, müssen wir sowohl die Grösse der elektromotorischen Kraft der zur Stromerzeugung benutzten Kette, als auch die Grösse des Widerstandes im Schliessungskreise bestimmen können.

Wir suchen zunächst die Leitungsfähigkeit der Schliessungsbogen zu bestimmen; und da wir die Abhängigkeit derselben von den Dimensionen des Schliessungsbogens bereits kennen, haben wir nur noch das specifische Leitungsvermögen der verschiedenen Substanzen aufzusuchen.

Die Leitungsfähigkeit oder den Leitungswiderstand eines Drahtes kann man entweder nach absolutem oder nach relativem Maasse bestimmen. Nach absolutem Maasse gemessen, ist die Einheit des Widerstandes der Widerstand jenes Schliessungsbogens, in welchem die Einheit der elektromotorischen Kraft, nach absolutem Maasse gemessen, die Einheit der Stromstärke, ebenfalls nach absolutem Maasse gemessen, erzeugt. Die Einheit des Widerstandes ist demnach abhängig von den gewählten Einheiten der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft und mit diesen gegeben. Wir werden in den folgenden Abschnitten sehen, in welcher Weise W. Weber diese Einheiten bestimmt und auf das absolute Maass des Magnetismus zurückführt. Auf der Weber'schen Einheit beruht auch die von der British Asso-

ciation vor einiger Zeit vorgeschlagene Einheit des Widerstandes, welche gleich 10 Millionen Weber'schen Einheiten ist[1]). Wir werden auch auf diese Einheit im letzten Abschnitte zurückkommen, hier sei nur erwähnt, dass die British Association Etalons hat anfertigen lassen, welche diesem Widerstande genau entsprechen, welche man von dem Secretär des zur Bestimmung des Widerstandes niedergesetzten Comités, Herrn Fleeming Jenkin 6 Duke Street Adelphi London, für 2 Livre Sterling 10 Schilling beziehen kann. Die Etalons sind aus Drähten einer Platin-Silber-Legirung hergestellt, welche auf eine Rolle aufgewickelt sind.

Wenn man den Widerstand nach relativem Maasse bestimmt, so setzt man den Widerstand eines Drahtes eines bestimmten Metalles bestimmter Länge und bestimmten Querschnittes gleich eins, und vergleicht mit diesem Drähte der andern Metalle von gleichen Dimensionen. Welchen Draht man dabei als Einheit wählt, ist vom theoretischen Standpunkte ganz gleichgültig, man hat sich dabei nur von praktischen Rücksichten leiten zu lassen, nämlich eine Einheit zu wählen, welche überall leicht wieder zu finden ist, und welche durch den Gebrauch, durch Aussetzen an der Luft und durch andere Umstände nicht leicht geändert wird.

Es sind zu dem Ende verschiedene Vorschläge gemacht worden, von denen der Jacobi's lange Zeit die weiteste Annahme gefunden hat. Jacobi schlug vor, die Leitungsfähigkeit eines cylindrischen Kupferdrahtes von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Durchmesser als Einheit zu wählen. Später hat sich herausgestellt, dass dieses Maass nicht vergleichbar hergestellt werden kann, da sehr geringe Verunreinigungen des Kupfers, und selbst verschiedene Härte des Drahtes den Widerstand des gewählten Etalons verändern. Es würden daher nur Etalons aus demselben Kupfer und von demselben Verfertiger dargestellt vergleichbar sein, und deshalb sandte Jacobi[2]) einen bestimmten Draht an verschiedene Physiker mit der Aufforderung, einen diesem gleichen oder vielmehr aus diesen für 1^m Kupferdraht von 1^{mm} Durchmesser berechneten Widerstand als Einheit zu nehmen. Es wurden daher die nach diesem Originalmaasse in Leipzig verfertigten Etalons, wenigstens in Deutschland, als Einheit angewandt. Später zeigte sich indess, dass auch diese Etalons verschiedene Werthe haben können, und deshalb hat Siemens[3]) vorgeschlagen, als Etalon das schon früher von Pouillet[4]) angewandte Quecksilber zu wählen, und als Einheit des Widerstandes den Widerstand eines Quecksilberprismas von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt zu nehmen. Als Vorzug dieses Maasses

1) Poggend. Ann. Bd. CXXIV. *Fleeming Jenkin,* Poggend. Ann. Bd. CXXVI.

2) *Jacobi.* Man sehe Weber's Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

3) *Siemens,* Poggend. Ann. Bd. CX. In dieser Abhandlung gibt Siemens gleichzeitig ausführlich das Verfahren zur Herstellung von Quecksilberetalons an.

4) *Pouillet,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.

gibt Siemens die leichte Reproducirbarkeit an, da man leicht Quecksilber in hinreichender Menge und grösster Reinheit erhalten kann, da überdies sehr geringe Verunreinigungen den Widerstand des Quecksilbers bedeutend weniger verändern als den eines anderen Metalles, und da bei einem solchen Quecksilberetalon niemals in Folge verschiedener Molekularstructur wie bei den festen Körpern eine Verschiedenheit der Leitungsfähigkeit eintreten kann. Das Siemens'sche Maass ist das jetzt am allgemeinsten angenommene.

Andere haben als Einheit der Leitungsfähigkeit oder des Widerstandes das Silber vorgeschlagen und angewandt, welches vor dem Kupfer den Vorzug hat, dass es die am besten leitende Substanz ist, welche man bisher kennt, so dass also auf Silber bezogen alle übrigen die Leitungsfähigkeit oder den Widerstand ausdrückende Zahlen kleiner oder grösser als die gewählte Einheit sind. Zugleich sind nach den Versuchen von Langsdorf[1]) Drähte aus chemisch reinem Silber auf folgende Weise immer von gleichem Widerstande zu erhalten. Das chemisch reine geschmolzene Silber wird in einen Stift ausgegossen und dann im Zieheisen zu Draht ausgezogen. Vor jedem neuen Ziehen und nach dem letzten Ziehen, welches zweimal durch dasselbe Loch geschehen muss, wird der Draht mehrfach ausgeglüht und zuletzt der glühende Draht recht gleichmässig in kaltes Wasser getaucht. Der Draht hat dann ein specifisches Gewicht von 10,429.

Später ist von Matthiessen[2]) eine Legirung von zwei Gewichtstheilen Gold und einem Gewichtstheil Silber vorgeschlagen worden und als Vorzug angeführt, dass wenn man nur käuflich reines Gold und reines Silber nimmt, der Widerstand der Legirung fast genau derselbe ist, wie sich Matthiessen durch Messung an acht Drähten, welche an den verschiedensten Orten dargestellt waren, überzeugte. Matthiessen hat indessen seinen Vorschlag zu Gunsten der von der British Association vorgeschlagenen Einheit später fallen lassen[3]).

Bis jetzt hat noch keine dieser Widerstandseinheiten sich ganz allgemeine Geltung verschaffen können, wir wollen im Folgenden mit Rücksicht darauf, dass wir die Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle mit Wiedemann und Franz auf Silber gleich 100 bezogen haben, auch die elektrische Leitungsfähigkeit auf Silber gleich 100 beziehen, oder als Einheit des Widerstandes den eines Silberdrahtes von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Durchmesser festsetzen. Wir werden indess am Schlusse dieses Paragraphen die Werthe der verschiedenen Einheiten zusammenstellen.

Um hiernach die elektrische Leitungsfähigkeit der übrigen festen Körper mit derjenigen des Silbers zu vergleichen, hat man in den Stromkreis

---

1) *Langsdorf,* Liebig's Annalen. Bd. LXXXV. Man sehe Wiedemann Galvanismus. Bd. I. §. 86.

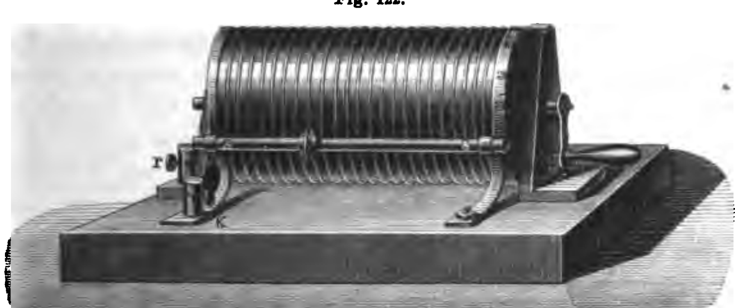
2) *Matthiessen,* Poggend. Ann. Bd. CXII.

3) *Matthiessen,* Poggend. Ann. Bd. CXXV.

einmal den Silberdraht einzuschalten, die Stromstärke zu beobachten, und dann den zu untersuchenden Draht, und wieder die Stromstärke zu beobachten. Nach dem Ohm'schen Gesetze kann man dann das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten berechnen. Oder man kann die zu vergleichenden Drähte zugleich in Zweigleitungen einschalten. In den meisten Fällen ist es jedoch bequemer, anstatt die beiden Drähte direct mit einander zu vergleichen, den zu untersuchenden Draht mit einem Rheostaten zu vergleichen, welchen man nach dem Normaldrahte graduirt hat, da man mit dem Rheostaten den Widerstand zwischen weiten Grenzen variiren kann.

Den ungefähr gleichzeitig von Wheatstone[1]) und Jacobi[2]) construirten Rheostaten zeigt Fig. 122. Auf eine Rolle von trocknem Holze oder Marmor,

Fig. 122.



oder Serpentin ist ein feiner möglichst gleichförmig dicker Neusilberdraht spiralförmig aufgewickelt. Das eine Ende des Drahtes an der Seite der Walze, an welcher die Kurbel befestigt ist, ist in der nichtleitenden Rolle befestigt, das andere an die metallische Axe der Rolle gelöthet. Die Axe der Rolle liegt in Zapfenlagern von Messing, welche vergoldet sind. Auf dem Fussbrette des Apparates ist ein Messingstäbchen *ss* an Federn befestigt, welches ein auf demselben verschiebbares Rädchen von Messing trägt. Der Rand des Messingrädchens ist eingekerbt, so dass der Draht des Rheostaten gerade in die Kerbe hineinpasst. Die Federn, welche das Stäbchen tragen, drücken das Rädchen fest gegen den auf der Walze befindlichen Draht. Wird nun die Walze nach der einen Seite gedreht, so wird das Rädchen, indem es den Windungen des Drahtes folgt, nach rechts hin geschoben, wird die Walze entgegengesetzt gedreht, so wird das Rädchen nach der anderen Seite geschoben.

Mit dem Messingstäbchen *ss* ist eine Klemmschraube *k* zur Aufnahme des Zuleitungsdrahtes in leitender Verbindung, und die zweite Klemmschraube *r*, welche den zur Fortleitung des Stromes dienenden Draht aufnimmt, ist

---

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LIV u. LIX.

mit dem metallischen Zapfenlager der Walze und so mit dem dort an die Axe gelötheten Neusilberdrahte in Verbindung.

Wird nun der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet, so dass der Strom etwa bei k eintritt, so geht er von da zu dem Messingrädchen, von diesem auf den Draht des Rheostaten über, durchläuft die Windungen desselben von der Stelle an, welche mit dem Rädchen in Berührung ist, bis zu dem an der Axe der Walze angelötheten Ende, geht von der Axe der Walze durch das Zapfenlager zu der zweiten Klemmschraube r und von dieser im Stromkreise weiter.

Indem man nun das Rädchen an der Walze durch Drehung derselben verschiebt, schaltet man mehr oder weniger grosse Strecken des Neusilberdrahtes in den Stromkreis ein. Um diese Strecken nach Windungen und Bruchtheilen der Windungen leicht zählen zu können, ist zunächst auf dem Messingstäbchen eine den Windungen des Drahtes entsprechende Theilung angebracht, welche die einzelnen in den Stromkreis eingeschalteten Windungen zählt; der Nullpunkt der Theilung befindet sich deshalb an dem Ende des Stäbchens, welches dem an die Axe der Walze gelötheten Drahtende zunächst ist. Um die Bruchtheile der eingeschalteten Windungen zu bestimmen, ist auf dem einen Rande der Walze eine Theilung, und auf dem Zapfenlager ein nonienartiger Index angebracht.

Dieser Apparat erfüllt somit seinen Zweck, in den Stromkreis beliebige bekannte Widerstände einzuschalten, auf die einfachste Weise; er hat indess mehrere Mängel, welche eine sehr grosse Genauigkeit mit ihm zu erreichen nicht gestatten. Der hauptsächlichste Fehler ist der, dass der Contact des Rädchens und des Drahtes auch bei der grössten Vorsicht nicht an allen Stellen genau derselbe sein kann, so dass der Uebergang des Stromes von dem Rädchen auf den Draht des Rheostaten nicht überall mit der gleichen Leichtigkeit erfolgt. Es kommt dadurch bei Anwendnng des Apparates ein variabler Widerstand in den Stromkreis, der um so schlimmer ist, da man die Grösse desselben gar nicht bestimmen kann.

Zu genauen Messungen ist der Rheochord von Poggendorff[1]), besonders in der ihm von Wiedemann[2]) gegebenen Einrichtung geeignet. Die Wiedemann'sche Einrichtung desselben zeigt Fig. 123. Zwei feine Platindrähte a und b sind auf einem Brette parallel neben einander ausgespannt; sie gehen bei c, d, e und f über kupferne Lager. An die Lager c und d sind sie durch aufgeschraubte kupferne Platten fest angedrückt. Jenseits der beiden Lager e und f sind an die Drähte seidene Schnüre angeknüpft, welche über die Rollen g geführt sind und an welchen die die Drähte spannenden Gewichte befestigt sind. Auch auf diese Lager werden zur

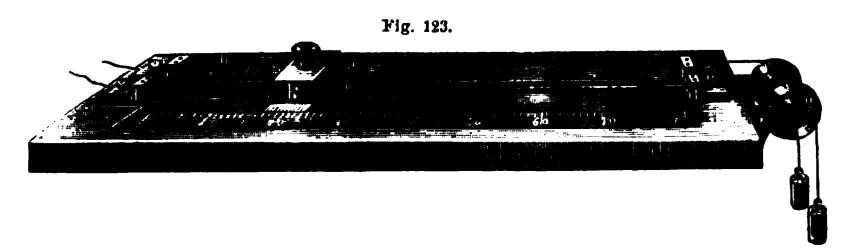
1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LII.

2) *Wiedemann,* Galvanismus Bd. I. §. 82. Andere Formen des Rheochordes sehe man: *E. du Bois-Reymond,* Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1862.

Festlegung der Drähte kupferne Platten aufgeschraubt. Die Lager *c* und *d* tragen die Klemmschrauben zur Einschaltung des Apparates in den Stromkreis.

Den Drähten parallel ist auf dem Brette ein in Millimeter getheilter Maassstab befestigt, an welchem der mit einem Nonius versehene Schieber

Fig. 123.



sich bewegen lässt. Dieser Schieber trägt nach der von Neumann angegebenen Einrichtung einen Kasten von Eisenblech, dessen den Lagern zugewandte Wände aus parallelen Glasplatten bestehen, in welchen sich Löcher befinden, so dass eben die Drähte durch sie hindurchgehen können. Der Kasten wird dann mit Quecksilber gefüllt. Wenn nun der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet wird, so geht der Strom durch den einen Draht bis zu dem Quecksilberkasten durch das Quecksilber zu dem andern Draht und von diesem in dem Stromkreis weiter. Verschiebt man also den Kasten auf den Drähten, so schaltet man dadurch verschiedene, an der Theilung genau bestimmbare Längen von Platindraht ein.

Um den Widerstand des Rheostaten zu vergrössern, spannte Poggendorff mehrere solche Drahtsysteme neben einander auf, welche dann hinter einander eingeschaltet werden, indem man direct den zweiten Draht mit dem dritten verbindet und die stromleitenden Drähte an den ersten und vierten Draht anbringt.

Andere ebenfalls zu genauen Messungen geeignete Rheostaten, in welchen anstatt der Drähte Quecksilbersäulen benutzt werden, haben Jacobi[1]) und Müller[2]) in Wesel construirt.

Da man nicht von vornherein sicher sein kann, dass der Widerstand der Drähte an allen Stellen derselbe ist, muss man sie vor dem Gebrauche zu Widerstandsmessungen erst nach dem gewählten Etalon graduiren. Man thut das am besten, indem man die verschiedenen Längen des Rheostatdrahtes direct mit dem Etalon vergleicht.

Man schaltet dazu den auf den Nullpunkt der Theilung gestellten Rheostaten, ein Galvanometer, welches sehr schwache Ströme anzeigt und kein Messapparat zu sein braucht, und den Etalon in den Stromkreis ein und

1) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

2) *Müller*, Programm des Gymnasiums in Wesel 1857. Man sehe Wiedemann, Galvanismus Bd. II. Nachträge. §. 8.

beobachtet am Galvanometer die Stromstärke. Darauf schaltet man, ohne sonst am Stromkreise das Geringste zu ändern, den Etalon aus demselben aus, und schaltet dann durch Verschiebung des Schiebers am Rheochord oder durch Drehung der Walze am Rheostaten, eine solche Drahtlänge ein, dass die Stromstärke wieder genau dieselbe ist wie vorher. Vorausgesetzt, dass die elektromotorische Kraft des Elementes sich nicht geändert hat, ist dann der Widerstand der eingeschalteten Drahtlänge genau derselbe wie jener des Etalons. Um sich zu vergewissern, dass die elektromotorische Kraft dieselbe geblieben ist, wird dann der Rheostat wieder auf 0 gestellt und neuerdings der Etalon eingeschaltet. Die Stromstärke muss dann ganz dieselbe sein wie bei dem ersten Versuche.

Man schaltet dann, während im Uebrigen die Anordnung wie bei dem ersten Versuche ist, irgend ein Stück des Rheostaten, dass indess kleiner sein soll als das eben für den Widerstand des Etalon erhaltene, in den Stromkreis ein und beobachtet die Stromstärke. Darauf schaltet man wieder den Etalon aus und statt dessen ein so grosses Stück des Rheostatdrahtes wieder ein, dass die Stromstärke wieder dieselbe ist. Findet man dann, von welchem Punkte des Rheostatdrahtes man bei ferneren Versuchen auch ausgeht, immer die gleiche Länge des Drahtes dem Widerstande des Etalons gleich, so ist der Rheostatdraht an allen Punkten gleich, und der Widerstand eines eingeschalteten Theiles der Länge desselben proportional. War dann die Länge c dem Etalonwiderstande gleich, so ist bei Einschaltung einer Länge l der Widerstand derselben $\frac{1}{c}\,l$.

Findet man dagegen bei diesen Versuchen verschiedene Werthe c, wenn man von verschiedenen Punkten des Rheostaten ausgeht, so muss man sich für die Widerstände der verschiedenen Stücke eine Tabelle entwerfen, ähnlich wie bei einem Thermometer, dessen Rohr nicht genau cylindrisch ist.

Ganz dasselbe Verfahren kann nun auch dazu dienen, die Leitungsfähigkeit eines beliebigen Drahtes zu bestimmen, wenn man den Rheostaten graduirt hat. Man schaltet statt des Etalondrahtes den zu untersuchenden Draht ein und verfährt gerade wie vorher. Bezeichnen wir dann mit R den gesuchten Widerstand des Drahtes und mit l die Länge des Rheostatdrahtes, welche denselben ersetzt, so ist in der gewählten Einheit

$$R = \frac{1}{c}\,l.$$

Ist dann r der specifische Leitungswiderstand, L die Länge, Q der Querschnitt des untersuchten Drahtes, so ist

$$R = r \cdot \frac{L}{Q} = \frac{l}{c}$$

$$r = \frac{l}{c} \cdot \frac{Q}{L}.$$

War der benutzte Etalon ein Silberdraht von 1^{m} Länge und 1^{mm} Durch-

messer, so gibt r sofort den specifischen Leitungswiderstand bezogen auf Silber gleich 1, denn r gibt dann die Anzahl Meter Silberdraht von 1^{mm} Durchmesser, welche einen Draht des untersuchten Metalles von 1^{m} Länge und 1^{mm} Durchmesser ersetzt. Hatte der Etalondraht dagegen eine Länge λ und einen Querschnitt σ, so ist in der gewählten Einheit

$$c = \frac{\lambda}{\sigma}$$

und dann wird der specifische Leitungswiderstand der untersuchten Substanz bezogen auf Silber gleich 1,

$$r = \sigma \cdot \frac{l}{\lambda} \cdot \frac{Q}{L}.$$

Der reciproke Werth von r ist dann die Leitungsfähigkeit der untersuchten Substanz, jene des Silbers gleich 1 gesetzt; multipliciren wir denselben mit 100, so erhalten wir die Leitungsfähigkeit der Substanz, jene des Silbers gleich 100 gesetzt.

Nach dieser Methode hat Ohm[1]) für eine Reihe von Substanzen die Leitungsfähigkeiten bestimmt.

Eine etwas davon verschiedene und zwar einfachere Methode wandte Lenz an[2]). Man beobachtet die Stromstärke, wenn der Stromkreis in irgend einer Weise geschlossen, der auf den Nullpunkt eingestellte Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet ist. Sei dieselbe gleich J, so ist, wenn E die elektromotorische Kraft und W der Widerstand ist,

$$J = \frac{E}{W}.$$

Man schaltet dann eine Länge l des Rheostatdrahtes ein, und beobachtet die Stromstärke J'. Der Widerstand der Länge l ist in unserer Einheit ausgedrückt $\frac{l}{c}$; demnach ist

$$J' = \frac{E}{W + \frac{l}{c}}.$$

Aus diesen beiden Beobachtungen folgt

$$W = \frac{l}{c} \cdot \frac{J'}{J - J'}.$$

Hat man auf diese Weise W bestimmt, so hat man nur den Rheostaten wieder auf 0 zu stellen und ohne sonst was am Schliessungsbogen zu ändern, den zu untersuchenden Draht einzuschalten und wieder die Stromstärke zu beobachten. Ist der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes R, so ist

$$J'' = \frac{E}{W + R},$$

1) *Ohm*, Schweigger's Journal Bd. XLVI. 1826.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.

mit der ersten Beobachtung combinirt wird dann

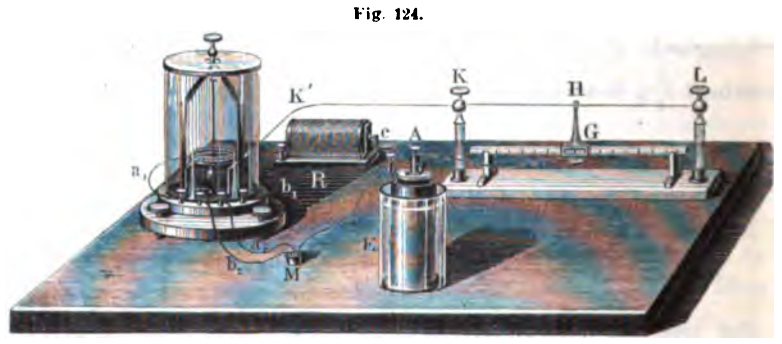
$$R = W \cdot \frac{J - J''}{J''} = \frac{l}{c} \cdot \frac{J'}{J''} \cdot \frac{J - J''}{J - J'}.$$

Wie man sieht, hat man so für jede Bestimmung, nachdem der Werth von W einmal erhalten ist, nur eine Beobachtung zu machen.

Ein anderes Verfahren wurde zuerst von dem älteren Becquerel[1]) und in etwas anderer Weise von Pouillet[2]) und dem jüngeren Becquerel[3]) zu ausgedehnten Versuchen über die Leitungsfähigkeit angewandt. Zur Beobachtung des Stromes diente ein sogenanntes Differentialgalvanometer; dasselbe ist ein Galvanometer, in welchem die Magnetnadel von zwei Drähten gleicher Dicke und in einer gleichen Anzahl von Windungen umgeben ist. Lässt man dann durch beide Drähte einen Strom in entgegengesetzter Richtung gehen, so wirken die beiden Drähte auf die Magnetnadel in entgegengesetztem Sinne ablenkend ein. Ist daher der Strom in den beiden Windungen genau gleich stark, so wird die Magnetnadel des Galvanometers gar nicht abgelenkt.

E. Becquerel schaltete nun in die beiden Zweige eines Stromes, deren einer einen Rheostaten enthielt, während in den andern der zu untersuchende Draht eingeschaltet war, ein Differentialgalvanometer ein; ist der Widerstand in beiden Zweigen derselbe, so ist es auch die Stromstärke. Wenn also die Nadel des Galvanometers nicht abgelenkt wurde, so folgte, dass der Widerstand beider Zweige derselbe war. Die Anordnung der Apparate zeigt Fig. 124. Von dem positiven Pole A des Elementes E theilt sich

Fig. 124.



der Strom sofort in zwei Theile, der eine Ac durchläuft den Rheostaten R, tritt bei b_1 in die einen Windungen des Galvanometers, bei b_2 aus denselben wieder heraus und kehrt über M zu dem negativen Pole des Elementes

1) *Becquerel,* Ann. de chim. et de phys. T. XXXII. Poggend. Ann. Bd. VIII.
2) *Pouillet,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.
3) *Edm. Becquerel,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.

zurück. Der andere Zweigstrom geht von dem positiven Pole aus und tritt in den auf einem metallischen Maassstabe gleitenden metallischen Schieber G und von diesem, dessen oberes Ende mit sanfter Reibung an demselben reibt, in den zu untersuchenden Draht, welcher zwischen den Säulen L und K ausgespannt ist. Von hier aus läuft der Strom durch den Draht KK', tritt bei a_1 in die anderen Windungen des Galvanometers, verlässt dieselben bei a_2 und kehrt über M zu dem negativen Pole des Elementes zurück.

Ist nun zwischen KL ein Draht eingeschaltet, so wird zunächst der Schieber GH auf den Nullpunkt der Theilung gestellt und der Rheostat so regulirt, dass die Nadel im Galvanometer nicht abgelenkt wird. Dann schaltet man durch Verrückung des Schiebers eine genau gemessene Länge des zu untersuchenden Drahtes ein, und bewirkt durch Regulirung des Rheostaten, dass die Nadel im Galvanometer wieder auf 0 kommt. Der Widerstand des eingeschalteten Drahtstückes ist dann genau gleich dem des in den andern Zweig eingeschalteten Rheostatdrahtes.

Indem man dann verschiedene Längen KH in den einen Zweig einschaltet, erhält man mehrere sich gegenseitig controllirende Werthe der Leitungsfähigkeit des untersuchten Drahtes, aus denen man, wenn sie nicht vollkommen übereinstimmen, das Mittel nimmt.

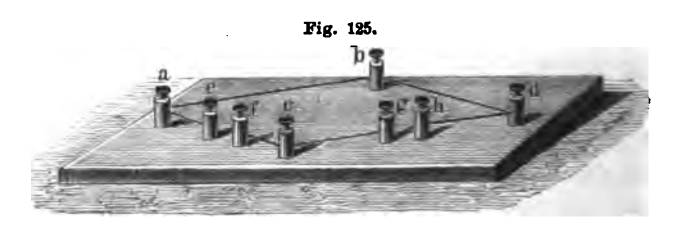
Diese Methode ist einer grossen Genauigkeit fähig, einer grösseren als die vorher beschriebenen, besonders da man in derselben von etwaigen Aenderungen der elektromotorischen Kraft ganz und gar unabhängig ist. Die Genauigkeit der Methode, ja die Zulässigkeit hängt aber wesentlich von der Güte des Differentialgalvanometers ab. Sind nämlich die beiden Windungen einander nicht ganz genau gleich, so hebt sich die Wirkung derselben auf die Nadel nicht bei gleicher, sondern bei verschiedener Stromstärke auf. Daraus folgt dann, dass bei Aufhebung der Einwirkung beider Drähte auf die Nadel die Widerstände in beiden Zweigen nicht gleich, sondern verschieden sind, dass sie sich verhalten umgekehrt wie die Stromstärken, bei denen die Wirkung auf die Nadel sich aufhebt. Kann man dieses Verhältniss bestimmen, so kann man jedoch auch dann richtige Resultate ableiten.

Von dieser Schwierigkeit frei ist die Methode von Wheatstone[1]), welche deshalb eine noch grössere Genauigkeit zu erreichen gestattet. Wheatstone wendet eine Stromverzweigung mit einer Brücke an, die nach ihm benannte Brücke (Fig. 125). Auf einem Brette sind 8 Klemmschrauben aufgestellt, von denen 4, $a, b, c, d,$ an den Ecken eines Rhombus stehen. Die 4 anderen, e, f, g, h, stehen in zwei zusammenstossenden Seiten dieses Rhombus, so dass $ae = fc = cg = hd$ ist. Nun sind die Klemmschrauben a und b sowie b und d durch ganz genau gleiche Drähte verbunden, so dass die Widerstände dieser beiden genau gleich sind. Ebenso sind ae, fc, cg, hd durch

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

genau gleiche Drähte verbunden, so dass die Widerstände $ae + fc$ gleich sind $cg + hd$. Wird nun zwischen die Klemmschrauben b und c eine Brücke mit einem Galvanometer, zwischen e und f der zu untersuchende Draht, zwischen g und h der Rheostat eingeschaltet und werden dann die Klemmschrauben a und d mit den Polen einer Säule verbunden, so ist der Strom

Fig. 125.



in der Brücke gleich 0, wenn der gesammte zwischen a und c befindliche Widerstand sich zu dem zwischen c und d befindlichen verhält wie der Widerstand ab zu bd (voriger Paragraph). Da nun die beiden letzten Widerstände gleich sind, so müssen es auch die ersten sein. Daraus folgt also, dass der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes demjenigen des Rheostaten genau gleich ist, wenn der Strom in der Brücke verschwindet.

Nach dieser Methode sind von Wheatstone selbst und später mit kleinen Abänderungen von Svanberg[1]), Matthiessen[2]), Arndtsen[3]) viele Messungen angestellt worden.

Die Wheatstone'sche Methode ist von W. Thomson etwas modificirt worden[4]), um auch sehr kleine Widerstände mit grösserer Sicherheit und Genauigkeit vergleichen zu können; bei sehr kleinen Widerständen kann nämlich nach dem einfachen Wheatstone'schen Verfahren durch eine Ungleichheit in den Verbindungen der Drähte mit den Klemmen e, f, g, h eine Ungenauigkeit eintreten. Die Wheatstone'sche Methode constatirt nämlich die Gleichheit der Widerstände zwischen den Klemmen e, f einerseits und jenen g, h andererseits. Ist nun die Verbindung in einer dieser Klemmen weniger vollkommen als in der andern, so dass dort ein Uebergangswiderstand vorhanden ist, so sind nicht die Widerstände in den eingeschalteten Drähten einander gleich, sondern der Widerstand des einen Drahtes ist gleich dem des andern vermehrt um den in der betreffenden Verbindung stattfindenden Uebergangswiderstand.

Die Modification von Thomson besteht darin, dass er in der Wheatstone'schen Brücke zwischen f und g noch eine Zweigleitung einschaltet, und die Brücke zwischen b und dieser Zweigleitung einsetzt. Das Schema der

1) *Svanberg,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIV.

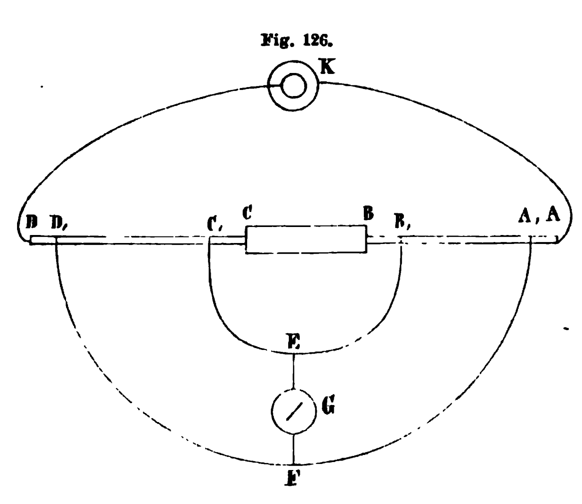
2) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. C. mitgetheilt von Kirchhoff. Bd. CIII. Bd. CIX. Bd. CX.

3) *Arndtsen,* Poggend. Ann. Bd. CIV. Bd. CV.

4) *W. Thomson,* Philosophical Magazin series IV. Vol. XXIV.

Thomson'schen Anordnung zeigt Fig. 126. Sei AB der Etalon, CD der mit demselben zu vergleichende Draht. Dieselben werden durch einen kurzen Draht mit einander verbunden, und dann in den Stromkreis $KADK$ eingeschaltet. Es werden dann an zwei Punkten des Etalons, A_1 und B_1, zwischen denen der Widerstand genau bekannt ist, und welche so gelegen sind, dass der Widerstand $A_1 B_1$ jedenfalls kleiner ist als der Widerstand CD, die Enden A_1 und B_1 der Zweige $B_1 E C_1$ und $A_1 F D_1$ angeklemmt. Das Ende C_1 des ersten Zweiges wird an einem Punkte C_1 des zu untersuchenden Drahtes CD ebenfalls fest angeklemmt, während das Ende D_1 an einer auf CD verschiebbaren Klemme befestigt wird. Zwischen den Punkten E und F dieser beiden Zweige, welche so liegen, dass die Widerstände $EC_1 = EB_1$ und $FD_1 = FA_1$, wird dann die Brücke EF mit dem Galvanometer G ausgespannt. Wird dann die Klemme D_1 so weit verschoben, dass in der Brücke EF der Strom verschwindet, so ist der Widerstand A_1 B_1 genau gleich dem von C_1 D_1. Der Widerstand des Ueberganges in den Klemmen A_1, B_1, C_1, D_1 kommt dann nur für die durch die Zweige fliessenden Ströme in Betracht, da die Klemmen nur von diesen Zweigströmen passirt werden; den Widerstand der Zweige kann man aber immer so gross machen, dass der Uebergangswiderstand in den Klemmen dagegen jedenfalls verschwindet.

Fig. 126.



Um die Richtigkeit des diesem Verfahren zu Grunde liegenden Satzes, dass, wenn die Brücke die Zweige halbirt, aus dem Verschwinden des Stromes in der Brücke die Gleichheit der Widerstände A_1 B_1 und C_1 D_1 folgt, nachzuweisen, gehen wir am bequemsten von den §. 60 abgeleiteten Sätzen über das Gefälle des Potentials aus. Damit nämlich der Strom in der Brücke verschwinde, muss das Potential der Elektricität in den Punkten E und F, welche durch die Brücke verbunden werden, denselben Werth haben, da nach dem Ohm'schen Gesetze die Stromstärke in einem Leiter der Differenz der Potentialwerthe am Ende desselben einfach proportional ist.

Um die Werthe des Potentials bei E und F zu berechnen, wenden wir einfach die §. 60 abgeleiteten Gleichungen für den Gang der Potentialwerthe an, da diese Gleichungen auch für die Zweige einer verzweigten

Stromleitung ihre Gültigkeit behalten. Man erkennt das unmittelbar daraus, dass in den sämmtlichen Zweigen der Strom ebenso constant sein muss, wie in dem unverzweigten Leiter, dass somit auch in den Zweigen das Gefälle constant sein muss.

Bezeichnen wir nun die Potentialwerthe an den verschiedenen Punkten des Leiters mit den dort hingeschriebenen Buchstaben, und die Widerstände in den einzelnen Stücken des Leiters

in $A_1 B_1$, $C_1 D_1$, $A_1 F$, $F D_1$, $B_1 E$, $E C_1$, $B_1 C_1$
mit R W w_2 w_3 w_4 w_5 w_1,

so erhalten wir zunächst

$$F = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{w_2 + w_3} \cdot w_2 = \frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3}$$

und ebenso

$$E = B_1 - \frac{B_1 - C_1}{w_4 + w_5} \cdot w_4 .$$

Zur Bestimmung von B_1 und C_1 haben wir

$$B_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} \cdot R = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W}$$

$$C_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} (R + w_1) = \frac{A_1 W + D_1 (R + w_1)}{R + w_1 + W} .$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich

$$E = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} .$$

Die Bedingung, dass in der Brücke der Strom verschwinde, ist, wie erwähnt, die Gleichheit der Potentialwerthe E und F oder

$$\frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3} = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} .$$

Aus dieser Gleichheit der Potentialwerthe, also aus dem Verschwinden des Stromes, ergibt sich aber nach einigen leicht durchzuführenden Rechnungen

$$(A_1 - D_1) \left\{ W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_2 - w_4 w_3) \right\} = 0.$$

Da nun die Differenz der Potentialwerthe A_1 und D_1 nicht gleich 0 sein kann, so folgt weiter

$$W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_2 - w_4 w_3) = 0$$

und daraus

$$W = R \frac{w_3}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} \frac{w_5 w_2 - w_4 w_3}{w_4 + w_5} .$$

Ist nun, wie vorausgesetzt wurde,

$$w_2 = w_3, \quad w_4 = w_5,$$

so ist das zweite Glied der Gleichung auf der rechten Seite gleich Null, und es folgt

$$W = R.$$

Setzen wir in der Gleichung für W den Widerstand w_1 gleich Null, lassen wir also B_1 und C_1 zusammenfallen, so erhalten wir die einfache Wheatstone'sche Brücke.

Die Thomson'sche Methode gestattet gleichzeitig nicht nur dem Etalon R gleiche Widerstände W abzugleichen, sondern auch Widerstände W zu bestimmen, welche in einem beliebigen Verhältnisse zu einander stehen. Man hat dazu nur nöthig die Verhältnisse

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{w_5}{w_4}$$

dem gesuchten Verhältnisse gleich zu machen. Ist $w_3 = n \cdot w_2$, $w_5 = n \cdot w_4$, so folgt aus dem Verschwinden des Stromes in der Brücke, dass auch

$$W = n \cdot R$$

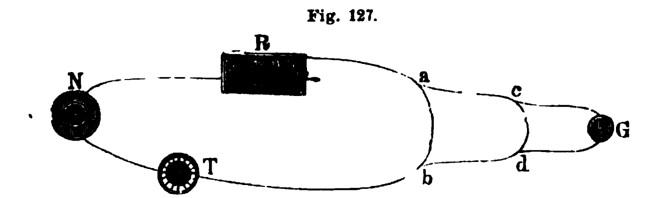
ist. Wie man sieht ist das Verfahren sehr geeignet, um Widerstände herzustellen, welche eine bestimmte Anzahl der gewählten Widerstandseinheiten enthalten.

Die grösste Sorgfalt ist bei diesem Verfahren auf die Herstellung der Zweige zu verwenden; Thomson stellte dieselben aus dünnen mit einer isolirenden Umhüllung versehenen Drähten her, welche neben einander zu einer Spirale gewunden waren.

Eine von diesen verschiedene, wie die Lenz'sche auf Messung der Stromstärken beruhende Methode hat Bosscha angegeben, welche Schröder van der Kolk[1]) zu einer grossen Anzahl Messungen, und besonders zur Vergleichung der Widerstände mehrerer Etalons benutzt hat.

Die Methode beruht auf folgendem Princip. Man theilt einen Strom in zwei Zweige bei b Fig. 127, welche sich bei a wieder vereinigen. In

Fig. 127.



den ungetheilten Stromkreis ist eine Tangentenbussole T eingeschaltet und ein Rheostat R. Ist nun in dem Zweige ab der Widerstand gleich w, in $bdca$ gleich w_1, so verhalten sich die Stromstärken in diesen beiden Zweigen $i : i_1 = w_1 : w$. Demnach ist

$$i_1 = (i_1 + i)\frac{w}{w + w_1} = J \cdot \frac{w}{w + w_1},$$

wenn wir mit $J = i_1 + i$ die Stromstärke in dem ungetheilten Stromkreise, welche in der Tangentenbussole beobachtet wird, bezeichnen.

Schaltet man nun in den Zweig $bdca$ einen Widerstand r ein, so wird,

1) *Schröder van der Kolk*, Poggend. Ann. Bd. CX.

wenn J dieselbe bleibt, i_1 abnehmen. Verstärkt man aber durch Ausschaltung eines Widerstandes in dem ungetheilten Stromkreise die Stromstärke, so kann man bewirken, dass in dem Zweige trotz Einschaltung von r die Stromstärke wieder die frühere wird. Sei das der Fall, wenn in dem ungetheilten Kreise die Stromstärke J_1 wird. Dann besteht zwischen i_1 und J_1 die Beziehung

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r} \cdot J_1.$$

Aus diesem und dem vorigen Werthe von i_1 folgt dann

$$\frac{r}{w + w_1} = \frac{J_1}{J} - 1 = \frac{J_1 - J}{J}.$$

Schaltet man nun einen anderen Widerstand r_1 anstatt r ein, und ist bei einer Stromstärke J_2 in dem ungetheilten Kreise diejenige im Zweige *bdca* wieder gleich i_1, so ist jetzt

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r_1} \cdot J_2.$$

Hiernach und aus dem zuerst gefundenen Werthe von i_1 hat man

$$\frac{r_1}{w + w_1} = \frac{J_2 - J}{J}.$$

Aus den beiden Werthen für r und r_1 erhalten wir dann für das Verhältniss derselben

$$\frac{r_1}{r} = \frac{J_2 - J}{J_1 - J}.$$

Ist demnach r ein Etalondraht, so ist hierdurch sofort der Widerstand von r_1 in den gewählten Einheiten gegeben; vertauscht man dann r_1 mit anderen Drähten r_2.., so liefert jede neue Beobachtung den Widerstand eines Drahtes.

Die Methode ist um so genauer, je grösser die Differenzen $J_2 - J$ sind, da die unvermeidlichen Beobachtungsfehler dann einen um so kleineren Einfluss haben. Dieser Unterschied ist um so grösser, je grösser r_1 im Verhältniss zu w_1 ist; da nun aber in diesem Zweige sich immer ein empfindliches Galvanometer befinden muss, so kann der Widerstand w_1 nicht sehr klein sein, deshalb ist in dieser Form die Methode nur bei der Messung bedeutender Widerstände einer grossen Genauigkeit fähig. Diesen Uebelstand hat Schröder van der Kolk in sehr einfacher Weise dadurch beseitigt, dass er das Galvanometer nicht in dem Zweige *bdca*, sondern in einer an diesem Stromzweige angebrachten Zweigleitung *dGc* aufstellte.

Auch dann folgt aus der Gleichheit der Ablenkung der Galvanometernadel in G, dass die Stromstärke in dem Zweige *bdca* dieselbe ist; das Galvanometer vermehrt dann aber den Widerstand w_1 nicht, sondern es vermindert ihn, gerade so, als wenn der Querschnitt des Stückes *dc* um einen gewissen Werth vergrössert worden wäre.

Es ist nicht zu leugnen, dass die Methode von Bosscha vor den übrigen angeführten Methoden den Vorzug in so weit verdient, dass man den

Widerstand nicht durch Vergleichung mit einem Rheostaten, sondern aus Veränderungen der Stromstärke bestimmt, weil es deshalb nicht der umständlichen Graduirung des Rheostaten bedarf.

Bei Anwendung des Poggendorff'schen Rheochordes mit dem Neumann'schen Quecksilbercontact wird indess, wenn jene Graduirung einmal vorgenommen ist, die erreichbare Genauigkeit nach der Wheatstone'schen Methode wohl dieselbe sein. Deshalb geht Schröder van der Kolk zu weit, wenn er jene Methode für verwerflich hält[1]).

In folgender Tabelle stellen wir die hauptsächlichsten der früher erwähnten Widerstandseinheiten zusammen. Dieselben sind meist nach der Methode von Thomson von dem Comité der British Association zur Feststellung des von der Gesellschaft adoptirten Etalons mit jenem Etalon verglichen[2]). Die Zahlen für Silber sind nach der Angabe Matthiessen's[3]), sie gelten für reines hartgezogenes Silber, jene für den Jacobi'schen Etalon sind aus der Bestimmung W. Weber's eines ihm gehörigen Etalons in absoluten Maasse abgeleitet[4]).

Die Tabelle ist derart angeordnet, dass die in den einzelnen Columnen angegebenen Zahlen den Werth der in derselben Horizontalreihe angegebenen Einheit in der über der betreffenden Columne verzeichneten Einheit bedeuten.

Tabelle der verschiedenen Widerstandseinheiten.

	1 Meter Silberdraht von 1mm Durchm.	Etalon von Jacobi	10000000000 Einheiten von W. Weber	1 Meter Quecksilber von 1□mm Querschn. Siemens' Einheit	Einheit der Brit. Assoc.
1 Meter Silberdraht 1mm Durchm. . .	1	0,03723	0,02225	0,02147	0,02048
Etalon von Jacobi	26,86	1	0,598	0,5745	0,5500
10^{10} Einheiten von W. Weber . . .	44,94	1,672	1	0,9607	0,9191
1 Meter Quecksilber 1□mm Querschnitt.	46,57	1,7408	1,041	1	0,9536
Einheit der Brit. Assoc.	48,83	1,818	1,088	1,0486	1

1) Eine Vergleichung der bei den verschiedenen Methoden der Widerstandsmessungen erreichbaren Genauigkeit gibt W. Weber in seiner Abhandlung: Zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. X.

2) *Fleeming Jenkin,* Poggend. Ann. Bd. CXXVI. *Siemens,* Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

3) *Matthiessen,* Poggend. Ann. Bd. CXXV. p. 497.

4) *W. Weber,* Zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Ges. der Wissens. Bd. X.

Zu diesen Angaben ist indess zu bemerken, dass sie strenge nur für die verglichenen Etalons gelten, und dass andere Experimentatoren die Werthe der einzelnen Widerstände etwas anders finden. So gibt W. Weber[1]) als Werth der Siemens'schen Einheit in absoluten Einheiten $10^{10} \cdot 1{,}025$, und Siemens selbst bestimmt die Silbereinheit zu 0,02268 Quecksilbereinheiten oder die Quecksilbereinheit zu 44,08 Silbereinheiten[2]). Die Angaben nach Weber's Einheit und jener der British Association sollten eigentlich genau dieselben sein, da, wie vorhin erwähnt wurde, die Einheit der British Association gleich 10^{10} Weber's Einheiten sein soll. Der grosse Unterschied zwischen den Bestimmungen W. Weber's und denen der Brit. Assoc. spricht wenig für die Genauigkeit der letztern.

Die in obiger Tabelle angegebenen Zahlen sind nach der Vergleichung eines von W. Weber hergestellten Etalons mit dem vom Comité der British Association ausgeführten Etalon gegeben.

§. 65.

Leitungsfähigkeit fester Körper. Die festen Körper lassen sich ebenso wie in Bezug auf die Leitungsfähigkeit für Reibungselektricität, so auch in Bezug auf den galvanischen Strom in zwei Gruppen theilen, in solche, welche den Strom leiten, und in Nichtleiter. Dabei zeigt sich dann, dass ganz dieselben Körper, welche die Reibungselektricität leiten, auch den galvanischen Strom leiten, dass ebenso die im vorigen Abschnitte aufgestellten Nichtleiter auch den galvanischen Strom nicht leiten[3]). Ausser den Metallen leiten die Elektricität Graphit, Kohle, jedoch nicht die reine Zuckerkohle[4]), einige Schwefelmetalle und einige Superoxyde, wie Bleisuperoxyd.

Genauer untersucht sind von diesen Körpern nach den im vorigen Paragraphen angegebenen Methoden nur die Metalle und deren Legirungen. Folgende Tabelle enthält eine Anzahl von Bestimmungen der Leitungsfähigkeiten mehrerer Metalle, einiger Legirungen und einiger Kohlen.

---

1) *W. Weber*, a. a. O.

2) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CX.

3) *Faraday*, Experimental researches IV. Reihe art. 380. ff. Poggend. Ann. Bd. XXXI.

4) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CIV. p. 557.

Tabelle der Leitungsfähigkeiten der Metalle.

Silber = 100 bei 0°.

Namen der Metalle	Beobachter				Riess. Abgeleitet aus der Verzögerungskraft siehe §. 42	Leitungsfähigkeit für Wärme nach Wiedemann u. Franz
	Ohm	Lenz	Ed. Becquerel	Matthiessen		
Silber	100	100	100	100	100	100
Kupfer	280	73,4	91,51	77,43	66,7	73,6
Gold	161	58,6	64,96	55,91	59,0	53,2
Natrium	—	—	—	37,43	—	—
Aluminium	—	—	—	33,76	—	—
Zink	93	—	24,06	27,39	—	28,1
Magnesium	—	—	—	25,47	—	—
Calcium	—	—	—	22,14	—	—
Cadmium	—	—	24,57	22,10	25,7	—
Kalium	—	—	—	20,84	—	—
Lithium	—	—	—	19,00	—	—
Eisen	48,8	13,1	12,35	14,44	11,9	11,9
Palladium	—	—	13,97	12,64	12,2	—
Zinn	47	22,6	14,01	11,45	9,9	14,5—15,2
Platin	48	10,3	7,93	10,53	10,3	8,4
Blei	27	10,7	8,27	7,77	7,0	8,5
Strontium	—	—	—	6,71	—	—
Antimon	—	6,5	—	4,29	—	—
Quecksilber	—	3,4	1,73	1,63	—	—
Wismuth	—	1,9	—	1,19	—	1,8
Neusilber	—	—	—	7,67	5,95	—
Leg. v. 32 Wism. 1 Antim.	—	—	—	0,884	—	—
Leg. v. 12 Wism. 1 Zinn	—	—	—	0,519	—	—
Graphit	—	—	—	0,0693	—	—
Gaskohle	—	—	—	0,0386	—	—

Die in der vorigen Tabelle zusammengestellten, nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Zahlenwerthe stimmen mit Ausnahme der von Ohm gegebenen Werthe ziemlich gut überein.

Die Abweichung der Ohm'schen Werthe ist indess in der Wirklichkeit nicht so gross als sie in der Tabelle erscheint, da Ohm nicht als Einheit den von ihm untersuchten Silberdraht, sondern Kupfer zu Grunde legt. Ohm's Silberdraht war offenbar kein reines Silber, denn sonst hätte er die Leitungsfähigkeit des Silbers nicht als fast ein Drittel des Kupfers finden

müssen. Die bedeutende Abweichung der in der Tabelle befindlichen Zahlen rührt daher, dass die von Ohm direct gegebenen Zahlen auf Silber als Einheit umgerechnet wurden und dabei Ohm's Silber als Einheit genommen ist. Um die Ohm'schen Zahlen mit den anderen vergleichbar zu machen, hätte man für die Zahl 100, welche Ohm dem Kupfer beilegt, die aus den anderen Beobachtungen sich ergebende Mittelzahl für Kupfer auf Silber gleich 100 gesetzt annehmen und hiernach die Ohm'schen Zahlen umrechnen müssen.

Vergleicht man die Mittelwerthe der von den übrigen Beobachtern gefundenen Werthe zunächst mit den Werthen, welche sich aus Riess' Untersuchungen über die Wärmewirkungen des Entladungsschlages ergeben, es sind die reciproken Werthe der Verzögerungskraft, so ergibt sich, dass die von Riess für die Verzögerungskräfte der Metalle gefundenen Werthe den Leitungswiderständen für den galvanischen Strom gleich sind, und daraus, dass die Leitungsfähigkeit der Metalle für den galvanischen Strom dieselbe ist, wie für Reibungselektricität.

Aus einer Vergleichung der Zahlen für die galvanische Leitungsfähigkeit mit den von Wiedemann und Franz erhaltenen Zahlen für die Wärmeleitungsfähigkeit ergibt sich ferner, dass auch diese beiden Eigenschaften für die Metalle gleich sind, so zwar, dass von zwei Metallen dasjenige, welches die Wärme besser leitet, auch in demselben Verhältnisse die Elektricität besser leitet.

Die Unterschiede zwischen den einzelnen von den verschiedenen Beobachtern erhaltenen Zahlen sind indess viel zu gross, als dass man sie aus den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern erklären könnte.

Die Unterschiede rühren zum Theil her von geringen fremden Beimischungen bei den Metallen. Oft können Spuren eines anderen Metalles oder einer Beimischung die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend verändern, wie Matthiessen beim Kupfer nachgewiesen hat[1]). Er gibt bei dieser Untersuchung die Leitungsfähigkeit des durchaus reinen Kupfers, abweichend von dem in der Tabelle angeführten zu 93,08 an. Schon die geringe Menge Sauerstoff, welche das Kupfer, wenn es an der Luft geschmolzen ist, unter Bildung von Oxydul absorbirt, welches in dem Kupfer sich löst, verändert, wie die Hämmerbarkeit, so auch die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend. Reines, aber an der Luft geschmolzenes Kupfer gab eine Leitungsfähigkeit von nur 69,37. Kupfer, welches 0,05 Procent Kohle enthielt, gab 74,91, mit 0,13 Procent Phosphor 67,67, mit geringer Menge Arsen 57,8. Spuren von Zink brachten die Leitungsfähigkeit des Kupfers auf 83, ein halbes Procent Eisen auf 34,56. Ja selbst eine geringe Menge des besser leitenden Silbers verminderte die Leitungsfähigkeit des Kupfers.

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX.

Aehnliches, wenn auch nicht in so hohem Maasse, wird auch bei den anderen Metallen stattfinden; Matthiessen hat über das Verhalten von Legirungen ausgedehnte Untersuchungen angestellt[1]), welche das mit einigen Ausnahmen bestätigen. Er findet, dass man die Metalle in zwei Gruppen theilen muss. Die Legirungen aus Metallen der einen Gruppe ändern die Leitungsfähigkeiten der Metalle nicht, die Leitungsfähigkeit lässt sich aus dem Volumnen jedes in der Legirung vorhandenen Metalles berechnen, in der Weise, dass wenn v_1 und v_2 die angewandten Volumina der Metalle, c_1 und c_2 die Leitungsfähigkeiten derselben sind, die Leitungsfähigkeit c der Legirung ist

$$c = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + v_2}.$$

Zu dieser Gruppe gehören Blei, Zinn, Cadmium, Zink.

Eine geringe Beimengung eines dieser Metalle zu einem anderen derselben Gruppe wird daher die Leitungsfähigkeit nur wenig von jener des reinen Metalles verschieden ausfallen lassen.

Die zweite Gruppe besteht aus jenen Metallen, welche mit einander oder mit solchen der ersten Gruppe legirt, die Elektricität schlechter leiten als jene Rechnung ergibt; zu ihr gehören Wismuth, Antimon, Platin, Palladium, Eisen, Aluminium, Gold, Kupfer. Bei diesen kann also eine geringe Beimengung eine erhebliche Veränderung zur Folge haben, was Matthiessen's Versuche auch beweisen.

Ein sehr eigenthümliches Verhalten zeigt das Quecksilber, da ganz geringe Mengen fremder Metalle die Leitungsfähigkeit desselben grösser machen, als die in oben angegebener Weise angestellte Rechnung ergibt, während grössere Mengen fremder Metalle es in die zweite Gruppe stellen, die Leitungsfähigkeit also verschlechtern.

Die Leitungsfähigkeit der Metalle hängt indess nicht lediglich von ihrer chemischen Reinheit, sondern auch wesenslich von ihrer physikalischen Beschaffenheit ab.

Spannung, Härte und Dichtigkeit ändert die Leitungsfähigkeit ab; verstärkte Spannung scheint nach Versuchen von Mousson[2]) die Leitungsfähigkeit allgemein zu vermindern, Vergrösserung der Dichtigkeit sie bald zu vermehren, bald zu vermindern. Die Leitungsfähigkeit des Eisens ist nämlich um so kleiner, zu je dünnerem Drahte es ausgezogen ist, während die Leitungfähigkeit des Kupfers um so grösser wird. Ein gehärteter Stahldraht leitet schlechter als ein nicht gehärteter; wird derselbe angelassen, so nimmt die Leitungsfähigkeit wieder zu; die Leitungsfähigkeit des Kupfers wird durch Härten ebenfalls, aber auch durch Anlassen vermindert.

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX. und *C. Vogt*, Poggend. Ann. CXXV.
2) *Mousson*, Wiedemann Galvanismus Bd. I. §. 103.

Die Leitungsfähigkeit hartgezogener Drähte wird nach Mousson und Pouillet[1]) durch Ausglühen vermindert bei Stahl und Kupfer, nach Edm. Becquerel[2]) dagegen bei Silber, Kupfer, Gold, Eisen, Platin vermehrt. Nach Becquerel ist

	Leitungsfähigkeit von	
	hartgez.	geglüht
Silber	93,448	100,000
Kupfer	89,048	91,439
Gold	64,385	65,454
Eisen	12,124	12,246
Platin	8,042	8,147

Nach den Versuchen von Siemens[3]) und von Matthiessen[4]) ist das geglühte Kupfer ebenfalls besser leitend als das hartgezogene.

Von bedeutendem Einfluss auf die Leitungsfähigkeit ist nach den Versuchen von Lenz[5]), Becquerel[6]), Arndtsen[7]), Matthiessen[8]), Müller in Wesel[9]) u. A. die Temperatur der Metalle; sie nimmt mit steigender Temperatur stetig ab. Nach den Versuchen von Lenz lässt sich die Leitungsfähigkeit c eines Metalles bei der Temperatur t, wenn man diejenige desselben Metalles bei 0^0 mit c_0 bezeichnet, darstellen durch die Formel

$$c = c_0 (1 - at + bt^2),$$

worin a und b Constanten sind, welche für jedes Metall einen verschiedenen Werth haben.

Becquerel und Arndtsen dagegen finden, dass sich die Leitungsfähigkeit darstellen lässt durch

$$c = c_0 (1 - at),$$

dass also die Annahme derselben der Temperaturzunahme proportional ist. Der Coefficient a hat nach Becquerel für jedes Metall einen anderen Werth, er schwankt zwischen 0,004349 für Blei und 0,00104 für Quecksilber. Arndtsen findet dagegen für a Werthe, welche alle zwischen 0,00327 und 0,00413 liegen, so dass er am Schlusse seiner Abhandlung die Vermuthung ausspricht, es möchte der Coefficient für alle Metalle wohl derselbe sein, wenn man absolut reine Metalle anwenden könnte.

1) *Pouillet,* Wiedemann Galvanismus. Bd. I. §. 103.
2) *Ed. Becquerel,* Poggend. Ann. Bd. LXX.
3) *Siemens,* Poggend. Ann. Bd. CX.
4) *Matthiessen,* Poggend. Ann. Bd. CXXII. Bd. CXXV.
5) *Lenz,* Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.
6) *Ed. Becquerel,* Poggend. Ann. Bd. LXX.
7) *Arndtsen,* Poggend. Ann. Bd. CIV.
8) *Matthiessen,* Poggend. Ann. Bd. CXV. *Matthiessen* und *C. Vogt,* Poggend. Ann. Bd. CXXII.
9) *Müller* in Wesel, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Die Vermuthung ist in der That durch die Versuche Matthiessen's bestätigt worden, welcher für 10 von ihm untersuchte Metalle die Formel findet:

$$c = c_0 \left(1 - 0{,}0037674\, t + 0{,}00000834\, t^2\right).$$

Matthiessen findet also wie Lenz, dass die Abnahme der Leitungsfähigkeit nicht einfach der Temperaturzunahme proportional ist, sondern dass sie weniger rasch abnimmt als die Temperatur wächst.

Wenn die Formel von Matthiessen auch in höheren Temperaturen ihre Gültigkeit hätte, so würde sich daraus ergeben, dass die Leitungsfähigkeit bei der Temperatur 226° ein Minimum wäre und von da ab wieder zunähme, dass sie bei 452° wieder gleich derjenigen bei 0° wäre.

Dem widersprechen aber die Versuche von Müller in Wesel, welcher für einen Eisendraht, Kupferdraht und Platindraht folgende Widerstände angibt.

Eisendraht		Kupferdraht		Platindraht	
Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.
21°	690	21°	864	21°	1985,5
285°	1660	glüht eben	2100	glüht eben	4300
beginnt anzulaufen	2250	karmoisin	2450	roth	4700
gleichm. dunkelgrau	2460	ziegelroth	3300	hellroth	5050
glüht schwach	3058	hellroth	4700	orange	5400
glüht dunkelroth	3200	21°	910	hellgelb	6000
glüht hellroth	3650			21°	1984.
glüht ganz hellroth	4550				
glüht noch heller	4880				
21°	727				

Hiernach nimmt also mit steigender Temperatur die Leitungsfähigkeit der Metalle stetig ab, so dass die Formeln von Matthiessen nur als empirische, innerhalb der Beobachtungsgrenzen gültige betrachtet werden dürfen.

Die Formeln von Arndtsen, nach denen die Abnahme der Leitungsfähigkeit der Temperaturzunahme proportional ist, geben ein solches Minimum nicht an, es wäre daher möglich, dass diese das Gesetz der Abnahme der Leitungsfähigkeit richtiger darstellen; indess lassen sich die in der That mit vieler Vorsicht von Matthiessen angestellten Versuche nicht durch eine lineare Function der Temperatur darstellen. Erneuerte Versuche müssen darüber entscheiden, welcher von den Ausdrücken der Wahrheit näher kommt.

Es ergibt sich aus allem dem, dass die Leitungsfähigkeit der festen Körper eine sehr complicirte Function ist, so dass man nur bei der grössten Vorsicht übereinstimmende Resultate erwarten kann.

§. 66.

Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten. Die Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten hat im allgemeinen mit einer Schwierigkeit zu kämpfen, welche darin begründet ist, dass die Flüssigkeiten durch den Strom zersetzt werden und dass die an den Elektroden sich absetzenden gasförmigen Zersetzungsproducte eine elektromotorische Kraft, die sogenannte Polarisation zur Folge haben, welche der den Strom erregenden entgegengesetzt gerichtet ist und so die Stromstärke vermindert. Man kann deshalb nicht einfach, wie bei der Bestimmung des Widerstandes der festen Körper, die zu untersuchende Flüssigkeit an Stelle des Drahtes einschalten, der sie ersetzen soll, da der Strom nicht allein durch den Widerstand der Flüssigkeit, sondern auch durch die eben erwähnte elektromotorische Kraft geschwächt wird.

Durch einen sehr einfachen von Horsford[1]) angewandten Kunstgriff kann man indess den störenden Einfluss dieser elektromotorischen Kraft leicht eliminiren und den Widerstand einer Flüssigkeit direct mit dem eines Drahtes vergleichen. Man schaltet zu dem Ende in den Stromkreis ausser einem Galvanometer zugleich einen Rheostaten und ein mit der Flüssigkeit gefülltes Gefäss ein, in welchem die Elektroden einander parallel verschiebbar sind, und beobachtet am Galvanometer die Stromstärken, wenn die Elektrodenplatten eine gewisse Strecke von einander entfernt sind. Man beobachtet dann einen Strom, dessen Stärke von dem Gesammtwiderstande des Schliessungskreises und von der Differenz der elektromotorischen Kräfte in der Batterie und an den Elektroden in der zu untersuchenden Flüssigkeit abhängig ist. Man entfernt darauf die Elektroden in der Flüssigkeit um eine bestimmte Grösse weiter von einander; in Folge des grösseren Widerstandes wird dann die Stromstärke kleiner; man schaltet dann in dem Rheostaten eine solche Drahtlänge aus, dass die Stromstärke wieder die frühere wird. Dann ist jedenfalls der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes gleich dem Widerstande jener Flüssigkeitsschicht, welche jetzt mehr zwischen den Elektroden ist, als bei dem ersten Versuche. Denn wenn auch die elektromotorische Kraft an den in die Flüssigkeit tauchenden Platten abhängig ist von der Stromstärke, so muss sie doch jetzt genau dieselbe sein, wie bei dem ersten Versuche, da die Stromstärke jetzt wieder dieselbe ist. Da also die im Stromkreise vorhandene elektromotorische Kraft der früheren gleich ist, so muss auch der Gesammtwiderstand der Leitung derselbe sein, es ist also der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes gleich dem der weiter eingeschalteten Flüssigkeit.

Horsford benutzte bei seinen Versuchen einen viereckigen Trog von Holz, 30 Cent. lang, 7,5 Cent. breit und ebenso tief, der im Innern dick mit Schellackfirniss überzogen war. Auf demselben lagen zwei Brettstücke,

---

1) *Horsford,* Poggend. Ann. Bd. LXX.

von denen das eine fest sass, das andere verschiebbar war; dieselben trugen die in die Flüssigkeit tauchenden Platten, deren Grösse gleich dem Querschnitt des Kastens war. Die Platten waren an Kupferstreifen geklemmt, welche mit den übrigen Theilen des Stromkreises verbunden waren. Bei dem ersten Versuche wurden dann die Platten 2,5 Cent. von einander entfernt, die Stromstärke beobachtet und dann in der vorhin angegebenen Weise verfahren, indem die Platten 5, 10, 15 .. Cent. von einander entfernt wurden und die Vergrösserung des Widerstandes durch Verkürzung des eingeschalteten Rheostatdrahtes aufgehoben wurde.

Nach derselben Methode oder einer nur wenig davon verschiedenen sind später von Schmidt[1]) und Wiedemann[2]) Messungen angestellt worden.

Die Methode von Ed. Becquerel[3]) beruht auf demselben Princip. Er schaltete in beide Zweige eines durch ein Differentialgalvanometer gehenden Stromes Säulen der zu untersuchenden Flüssigkeiten ein, in den einen Zweig ausserdem ein Rheochord. In dem einen Zweige war der Abstand der Elektroden in der Flüssigkeit constant, in dem andern konnte er verkleinert werden. Um dann die Stromstärke in beiden Zweigen wieder gleich zu machen, wurde eine solche Länge des Rheostatdrahtes eingeschaltet, dass die Ablenkung der Galvanometernadel wieder aufgehoben wurde. Der Widerstand des eingeschalteten Drahtes ist dann dem der ausgeschalteten Flüssigkeit gleich.

Eine andere Untersuchungsmethode ist von Becker[4]) angewandt worden. Derselbe bestimmte zunächst durch Einschaltung zweier Drahtlängen des im Stromkreis eingeschalteten Rheostaten von bekanntem Widerstande w_1 und w_2 den Widerstand W des übrigen Schliessungkreises, also den wesentlichen Widerstand. Ist J_1 und J_2 die in beiden Fällen beobachtete Stromstärke, so ist

$$J_1 = \frac{E}{W + w_1}; \quad J_2 = \frac{E}{W + w_2}; \quad W = \frac{w_2 J_2 - w_1 J_1}{J_1 - J_2}.$$

Darauf wurde die zu untersuchende Flüssigkeit in den Stromkreis gebracht, ohne sonst an dem Stromkreise etwas zu ändern, und durch Ausschalten zweier Längen l_1 und l_2 des Rheostatdrahtes der Strom wieder auf die Stärke J_1 und J_2 gebracht. Bezeichnen wir nun die an den Elektroden in der Flüssigkeit auftretende elektromotorische Kraft mit e, den Widerstand der Flüssigkeit mit r, so ist jetzt

$$J_1 = \frac{E - e}{W + r - l_1}, \qquad J_2 = \frac{E - e}{W + r - l_2},$$

woraus sich r unmittelbar ergibt.

---

1) *Schmidt*, Poggend. Ann. Bd. CVII.

2) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX. p. 229 und Galvanismus Bd. I. §. 112.

3) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.

4) *Becker*, Liebig's Annalen. Bd. LXXIII u. LXXV.

Die Methode ist jedoch nicht einwurfsfrei, da sie die Voraussetzung macht, dass e, also die Grösse der Polarisation, von J unabhängig sei, eine Voraussetzung, welche, wie wir später zeigen werden, unrichtig ist. Deshalb sind nur jene Resultate über die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten annehmbar, welche bei constanter Stromstärke, also nach einem dem Horsford'schen ähnlichen Verfahren erhalten sind.

Nach diesen Methoden ist die Leitungsfähigkeit oder der Leitungswiderstand einer Anzahl von Flüssigkeiten bestimmt worden. Wir lassen einige Angaben auf Seite 487 folgen. Becquerel gibt die Leitungsfähigkeit jene des Silbers gleich 100000000 gesetzt, Horsford den Widerstand jenen des Neusilbers an dem von ihm benutzten Rheostaten gleich 1 gesetzt. Um diese Zahlen mit anderen vergleichen zu können, gibt er an, dass der Widerstand dieses Neusilbers auf chemisch reines Silbers bezogen gleich 12,4014 sei, was mit den Angaben von Matthiessen nahe übereinstimmt. Wiedemann setzt den Widerstand des Platins gleich 1.

Die Temperaturen, bei welchen diese Widerstände bestimmt sind, liegen zwischen 15°—20° C.

Es ergibt sich aus diesen Messungen, dass die Widerstände in den Flüssigkeiten gegen diejenigen der Metalle im allgemeinen sehr gross sind. Der Widerstand in wässerigen Lösungen hängt ab von dem Salzgehalte der Lösung, und zwar wird er im allgemeinen kleiner, wenn der Salzgehalt zunimmt. Daraus ergibt sich, dass die Leitungsfähigkeit des Wassers sehr klein sein muss. Noch mehr folgt das aus der Angabe Becquerel's, dass bei sehr verdünnten Lösungen der Widerstand in demselben Verhältnisse abnimmt, wie der Salzgehalt zunimmt.

Ein sehr eigenthümliches Verhalten zeigt nach Horsford und Wiedemann die verdünnte Schwefelsäure; bei dieser nimmt der Widerstand mit dem Gehalte an Schwefelsäure bis zu einem Minimum ab, welches bei einer Säure vom specifischen Gewichte 1,30 erreicht wird. Concentrirtere Säuren zeigen wieder einen stärkeren Widerstand, und einfaches Schwefelsäurehydrat leitet fast gar nicht.

Auf die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten ist nach den Versuchen von Hankel[1]), Wiedemann und Becker die Temperatur von Einfluss, und zwar in entgegengesetzter Weise als bei den Metallen; die Leitungsfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur zu.

Wiedemann findet z. B. für die Kupfervitriollösung

187,02 Gr. Salz in 1000 Cubikcent. Wasser bei	20,2° C.	1907000
„ „ „ „ „ „ „ „	26,2 „	1715000
„ „ „ „ „ „ „ „	37,5 „	1419000
„ „ „ „ „ „ „ „	51,5 „	1163000
„ „ „ „ „ „ „ „	60 „	1047000
„ „ „ „ „ „ „ „	75,6 „	894000

1) *Hankel,* Poggend. Ann. Bd. LXIX.

Horsford Namen der Flüssigkeiten	Widerstand	Becquerel Namen der Flüssigkeiten	Leitungsfähigkeit	Wiedemann Namen der Flüssigkeiten	Widerstand
Schwefelsäure 1,10 spec. Gewicht	75673	Kupfervitriollösung gesättigt	5,42	Lösung von Kupfervitriol in 1000	
„ 1,15 „ „	67770	Kochsalzlösung gesättigt	31,52	Cubikcentimeter Wasser	
„ 1.20 „ „	56180	Lösung von salpetersaurem Kupfer		enthaltend:	
„ 1,24 „ „	56180	gesättigt	8,99	31,17 Gramm $Cu\,SO_4 + 5\,H_2\,O$	7805000
„ 1,30 „ „	56180	Zinkvitriollösung gesättigt	5,77	62,34 „ „ „	4202000
„ 1,40 „ „	82520	Schwefelsäure 220 Cubikcentimeter		77,92 „ „ „	3514000
Kupfervitriollösung in 100 Cubik-		Wasser und 20 Cubikcentimeter		93,51 „ „ „	3178000
centimeter 15,093 Gramm Salz	972320	$H_2\,SO_4$	88,68	124,68 „ „ „	2567000
in 100 Cubikcentimeter 7,547 Gr.		Salpetersäure, käufliche	93,77	155,85 „ „ „	2181000
Salz	1410200			187,02 „ „ „	1936000
Kochsalzlösung in 500 Cubikcenti-				Schwefelsäure, enthaltend in 100	
meter Wasser 27,6 Gr. Salz	577100			Cubikcentimeter Wasser:	
in dergl. 21,3 Gr.	769460			3,37 Gramm SO_3	499000
2fache Verdünnung der letzten				5,9 „ „	283500
Lösung	1488200			11,42 „ „	147200
4fache Verdünnung	2750560			22,82 „ „	88070
Chlorkaliumlösung in 500 Cubik-				45,84 „ „	79560
centimeter Wasser 27,6 Gr. Salz	578000			74,83 „ „	108300
2fach verdünnt	1103700			92,26 „ „	151900
4fach verdünnt	2006500			124,04 „ „	322700
				183,96 „ „	508000

Bei einer Temperaturerhöhung von 55° nahm also der Widerstand um mehr als die Hälfte ab.

Auf eine Schwierigkeit bei der Bestimmung der Widerstände in Flüssigkeiten, selbst wenn man die Versuche bei constanten Strömen, also constanter Polarisation anstellt, hat Beetz[1]) aufmerksam gemacht, und dieselbe bei seinen Versuchen über die Widerstände in Zinkvitriollösungen vermieden. Beim Durchgange des Stromes durch Flüssigkeiten bedecken sich entweder die Elektroden mit Gas oder es tritt ein Abscheiden der gelösten Bestandtheile an den Elektroden ein, und gleichzeitig ändert sich die Flüssigkeit, wie wir im nächsten Kapitel nachweisen werden, in der Nähe der Elektroden. Dadurch ist es möglich und selbst wahrscheinlich, dass beim Uebertritt des Stromes aus den Elektroden in die Flüssigkeit ein Widerstand des Ueberganges eintritt, der mit der Dauer des Stromes sich ändert, da mit der Dauer des Stromes die Verhältnisse in der Nähe der Elektroden sich ändern. Beetz hat daher ein Verfahren angewandt, bei welchem eine solche Aenderung nicht eintreten konnte, indem er kurz dauernde und dazu noch abwechselnd gerichtete Ströme benutzte, um zunächst für eine Flüssigkeit, nämlich Lösungen von Zinkvitriol, die Leitungswiderstände mit einer ähnlichen Genauigkeit, wie für feste Körper zu bestimmen.

Für Lösungen von Zinkvitriol hat nämlich E. Du Bois Reymond gezeigt, man sehe §. 84, dass, wenn man in dieselben den Strom durch Elektroden von amalgamirtem Zink eintreten lässt, durchaus keine Polarisation eintritt. Man kann deshalb eine mit Zinkvitriollösung gefüllte und mit amalgamirten Zinkplatten geschlossene Röhre gerade so in den Stromkreis einschalten wie einen Metalldraht, ohne dass durch Einschalten derselben in dem Stromkreise eine neue elektromotorische Kraft auftritt. In Folge dessen kann man den Widerstand dieser Flüssigkeit in einer Wheatstone'schen Brücke direct mit demjenigen eines Metalldrahtes vergleichen, und da man bei diesem Verfahren den Strom immer nur momentan geschlossen zu halten braucht, um zu constatiren, dass in der Brücke die Stromintensität gleich Null ist, so treten in der Nähe der Elektroden auch keine Aenderungen ein, welche einen Widerstand des Ueberganges bedingen. Damit indess der letztere gar nicht eintrete, ist es nach den Beobachtungen von Beetz erforderlich, dass man gut ausgekochte und dadurch von aller Luft befreite Flüssigkeit anwende, da sonst die Elektroden einen Theil der absorbirten Luft an ihrer Oberfläche verdichten, und dann durch diese condensirte Luftschicht ein Uebergangswiderstand eintritt.

Indem wir wegen der Einzelnheiten der Versuche auf die Originalarbeit von Beetz verweisen, stellen wir in folgender Tabelle einige der von Beetz gefundenen Zahlen zusammen. Als Einheit der Leitungsfähigkeit nimmt Beetz jene des Quecksilbers; um die Zahlen auf Silber zu beziehen,

1) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. CXVII.

müsste man die Zahlen nach Siemens durch 56,2, nach Matthiessen durch 60 dividiren.

Gehalt an $ZnSO_4$ in 100 Gr. Wasser	Leitungsfähigkeit bei 20° C.		Zunahme der Leitungsfähigkeit für 1° C.
	beobachtet	berechnet	
7,73	0,000002387	0,000002315	0,0000000541
13,48	3417	3408	791
24,39	4502	4502	1074
30,99	4640	4651	1216
36,83	4540	4541	1267
47,25	4016	4030	1319
53,94	3582	3585	1313

Auch hier zeigt sich also bei einer bestimmten Concentration ein Maximum der Leitungsfähigkeit, so dass sich schon daraus ergibt, dass die Annahme Becquerel's, dass die Leitungsfähigkeit einer Lösung dem Salzgehalte proportional sei, nur innerhalb sehr enger Grenzen gültig ist. Die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit vom Salzgehalt bei der Temperatur 20° lässt sich nach Beetz darstellen durch die Gleichung

$$l = a + bp - cp^2 + dp^3,$$

worin p die Menge Salz auf 100 Wasser bedeutet, und die Constanten die Werthe haben

$$a = 0{,}000000124 \qquad c = 0{,}000000007874$$
$$b = 0{,}0000004131 \qquad d = 0{,}00000000005079.$$

Die hiernach berechneten Werthe sind in der dritten Columne der Tabelle angegeben.

Beetz fand bei seinen Versuchen es bestätigt, dass die Leitungsfähigkeit mit der Temperatur wächst, und zwar zeigte sich, dass innerhalb des Intervalles von etwa 25° bis 45° die Zunahme der Temperatur proportional war. Die Zunahme hängt, wie die letzte Columne obiger Tabelle zeigt, von dem Salzgehalte ab, sie lässt sich für jeden Grad Temperaturzuwachs in dieser Abhängigkeit darstellen durch die Gleichung

$$z = A + Bp - Cp^2,$$

worin

$$A = 0{,}00000003209 \qquad B = 0{,}0000000040364$$
$$C = 0{,}00000000004073.$$

Auf andere Flüssigkeiten hat Beetz seine Versuche noch nicht ausgedehnt. Eine von ihm vorgeschlagene Methode werden wir im letzten Kapitel kennen lernen.

Paalzow hat die Unpolarisirbarkeit der amalgamirten Zinkplatten in Zinkvitriollösungen zu Messungen von Widerständen in Flüssigkeiten in

der Weise benutzt, dass er die Zuleitungsdrähte des Stromes in Gefässe mit Zinkvitriollösung führte, und die Gefässe dann durch die zu untersuchende Flüssigkeit in Verbindung brachte[1]). Es wurden zu dem Zwecke zwei weite Glasgefässe mit einer concentrirten Lösung von Zinkvitriol gefüllt und in dieselben möglichst grosse Elektroden von amalgamirtem Zink hineingesetzt. Auf diese Elektroden kamen poröse Thonzellen zu stehen, welche durch ein Heberrohr verbunden wurden. Thonzellen und Heberrohr waren mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt.

Die Zinkelektroden des Apparates wurden mit den Zuleitungsdrähten des einen Zweiges einer Wheatstone'schen Brücke verbunden, während sich im andern Zweige ein Normaletalon von 0,1 bis 50000 Siemens'schen Einheiten befand, und der Widerstand des Apparates in gewohnter Weise bestimmt.

Es wurde dann rasch das Heberrohr durch ein zweites kürzeres ersetzt, und der Widerstand wieder bestimmt; die Differenz beider Bestimmungen gab dann den Widerstand einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Länge und bestimmtem Querschnitt. Zur Controle wurde dann noch ein drittes wieder kürzeres Heberrohr angewandt.

Um sofort den Widerstand der Flüssigkeiten auf Quecksilber als Einheit erhalten zu können, waren vorher dieselben drei Heberrohre mit Quecksilber gefüllt und auf ihren Widerstand untersucht. Dividirte man dann die Differenz der Widerstände des ersten und zweiten Rohres, wenn es mit irgend einer Flüssigkeit gefüllt war, durch die Differenz, die sich bei Füllung derselben beiden Rohre mit Quecksilber ergeben hatte, so gab der Quotient direct den Widerstand der Flüssigkeit bezogen auf Quecksilber. Der Quotient aus denselben Differenzen des ersten oder zweiten und des dritten Rohres gab eine Controle der gefundenen Zahlen.

Die von Paalzow auf diese Weise gefundenen Zahlen sind folgende.

---

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

Zusammensetzung der Flüssigkeiten	Temperatur	Widerstand im Vergleich mit Quecksilber
	Schwefelsäure	
$H_2 SO_4$	15° C.	96950
$H_2 SO_4 + 14\ H_2 O$	19°	14157 } Minimum
$H_2 SO_4 + 13\ H_2 O$	22°	13310 } Minimum
$H_2 SO_4 + 499\ H_2 O$	22°	184773
	Zinkvitriol	
$Zn\ SO_4 + 33\ H_2 O$	23°	194400
$Zn\ SO_4 + 24\ H_2 O$	23°	191000 — Minimum
$Zn\ SO_4 + 107\ H_2 O$	23°	354000
	Kupfervitriol	
$Cu\ SO_4 + 45\ H_2 O$	22°	202410
$Cu\ SO_4 + 105\ H_2 O$	22°	339341
	Schwefelsaure Magnesia	
$Mg\ SO_4 + 34\ H_2 O$	22°	199180
$Mg\ SO_4 + 107\ H_2 O$	22°	324600
	Salzsäure	
$H\ Cl + 15\ H_2 O$	23°	13626
$H\ Cl + 500\ H_2 O$	23°	86697

Paalzow untersuchte ferner Gemische verschiedener Flüssigkeiten; betreffs deren Widerstände sollte man entweder vermuthen, dass derselbe das arithmetische Mittel zwischen den Widerständen der einzelnen Flüssigkeiten ist, oder dass sich der Strom zwischen den beiden Flüssigkeiten nach dem Ohm'schen Gesetz theilt. Wird eine Röhre von der Länge l und dem Querschnitt q mit gleichen Volumen zweier Flüssigkeiten von dem specifischen Widerstande k_1 und k_2 gefüllt, so würde nach dem Ohm'schen Gesetze der durch jede Flüssigkeit fliessende Theil des Stromes sein

$$c_1 = \frac{E}{k_1 \frac{2l}{q}} \qquad c_2 = \frac{E}{k_2 \frac{2l}{q}},$$

somit die Stromstärke sein

$$J = c_1 + c_2 = \frac{E}{2 \frac{l}{q}} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$$

oder der Widerstand einer solchen Röhre wäre

$$W = 2 \frac{l}{q} \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

Es zeigte sich indess, dass die Widerstände der Gemische weder mit der einen noch der andern Voraussetzung übereinstimmten, wie folgende Zahlen zeigen.

Gemische aus	k_1 und k_2	$\frac{k_1 + k_2}{2}$	$2\frac{k_1 . k_2}{k_1 + k_2}$	beobachtete Widerstände
$Zn\,SO_4 + 50\,H_2\,O$ $Cu\,SO_4 + 50\,H_2\,O$	232600 213832	223216	222840	193920
$Zn\,SO_4 + 50\,H_2\,O$ $H_2\,SO_4 + 50\,H_2\,O$	232600 25775	129187	46300	64800
$Cu\,SO_4 + 50\,H_2\,O$ $H_2\,SO_4 + 50\,H_2\,O$	213832 25775	.119803	45900	63460
$Zn\,SO_4 + 23\,H_2\,O$ $Cu\,SO_4 + 55\,H_2\,O$	194400 225254	209827	208700	192430

Wie man sieht, ist der beobachtete Widerstand immer kleiner als das arithmetische Mittel, zuweilen auch kleiner als der nach dem Ohm'schen Gesetze berechnete. Allgemeine Resultate lassen sich sonst aus den Versuchen nicht ziehen; eine Uebereinstimmung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit und der für Wärme, ähnlich wie bei den Metallen, zeigt sich nach den Versuchen von Paalzow[1]) ebenfalls nicht.

§. 67.

Bestimmung der elektromotorischen Kraft. Ausser der Kenntniss der Leitungswiderstände in einem Stromkreise bedarf es zur Bestimmung der Stromstärke auch jener der elektromotorischen Kräfte. Das Maass derselben ist durch die gewählten Einheiten der Stromstärke und des Widerstandes bereits gegeben; wir müssen als Einheit der elektromotorischen Kraft jene bezeichnen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke hervorbringt. Da wir nun als Einheit der Stromstärke jene bezeichnet haben, welche in einem Voltameter in einer Minute ein Cubikcentimeter Knallgas erzeugt, so haben wir einer galvanischen Combination die Einheit der elektromotorischen Kraft beizulegen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher, in gleicher Stärke durch ein Voltameter geführt, dort in einer Minute ein Cubikcentimeter Knallgas erzeugt.

Als ein relatives Maass kann man zur Messung der elektromotorischen Kraft auch jene einer bestimmten galvanischen Combination benutzen, etwa diejenige eines Daniell'schen Elementes. Ist diese dann nach chemischem Maasse bestimmt worden, so kann man auch alle übrigen daraus erhalten.

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIV. Paalzow's Versuche über die Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten sind von mir Bd. III. p. 289 übersehen, ich benutze diese Gelegenheit darauf hinzuweisen.

Die elektromotorische Kraft constanter Elemente lässt sich leicht und direct in chemischem Maasse erhalten durch die Methode von Ohm[1]), welche wir schon früher zur Bestimmung des Leitungswiderstandes benutzt haben. Man schliesst ein Element durch eine Tangentenbussole und ein Rheochord, in welchem der Schlitten auf 0 steht. Kennt man den Reductionsfactor der Tangentenbussole, so erhält man sofort die Stromstärke in chemischem Maasse. Sei dieselbe gleich J, und sei E die elektromotorische Kraft, W der Widerstand, so ist

$$J = \frac{E}{W};\ E = W \,.\, J.$$

Man schaltet dann eine bestimmte Länge des Rheochords ein, deren Widerstand w sei, so wird die Stromstärke eine andere J_1, nämlich

$$J_1 = \frac{E}{W + w};\ E = (W + w)\, J_1;$$

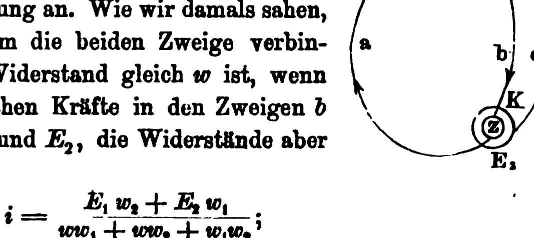
die beiden Gleichungen lassen ebenso wie W auch E bestimmen, es wird nämlich E

$$E = w \cdot \frac{J \,.\, J_1}{J - J_1} \cdot$$

Indem man dann mehrere Widerstände w nach einander einschaltet, erhält man aus je zwei Beobachtungen einen Werth für E, aus welchem man dann zur Erreichung grösserer Genauigkeit das Mittel nimmt.

Wie man sieht, liefert diese Methode sofort den gesuchten Werth in der aufgestellten Einheit; sie ist aber ebenso zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente geeignet, indem man nach einander mit den beiden Elementen dieselben Versuche macht. Man kann nach derselben aber nur die elektromotorischen Kräfte constanter Elemente bestimmen, da während der Zeit, welche zu den Versuchen gebraucht wird, die Stromstärke inconstanter Ketten in Folge der Polarisation sich zu sehr ändert.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kräfte constanter wie inconstanter Ketten ist dagegen gleich gut geeignet die von Poggendorff gegebene Compensationsmethode[2]). Zu derselben wendet man die §. 62 zuletzt angegebene Stromverzweigung an. Wie wir damals sahen, ist die Stromstärke in dem die beiden Zweige verbindenden Drahte a, dessen Widerstand gleich w ist, wenn die beiden elektromotorischen Kräfte in den Zweigen b und c (Fig. 128) gleich E_1 und E_2, die Widerstände aber resp. w_1 und w_2 sind,



$$i = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2};$$

---

1) *Ohm,* Schweigger's Journal. Bd. LVIII. Jahrg. 1830.
2) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LIV.

die Stromstärke in den beiden Zweigen ist

$$i_1 = \frac{E_1 (w + w_2) - E_2 w}{ww_1 + ww_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{ww_1 + ww_2 + w_1 w_2}.$$

Die Stromstärke in den beiden Zweigen hängt daher wesentlich von dem Verhältnisse der Widerstände $w + w_1$ zu w, oder $w + w_2$ zu w ab. Sind nun E_1 und E_2 von einander verschieden, so kann man es leicht durch Regulirung der Widerstände dahin bringen, dass i_1 oder i_2 gleich 0 wird. Habe man dadurch $i_2 = 0$ gemacht, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}.$$

Setzt man diesen Werth von E_2 in die Gleichung für i, so wird

$$i = \frac{E_1}{w + w_1}; \; E_1 = i\,(w + w_1)$$

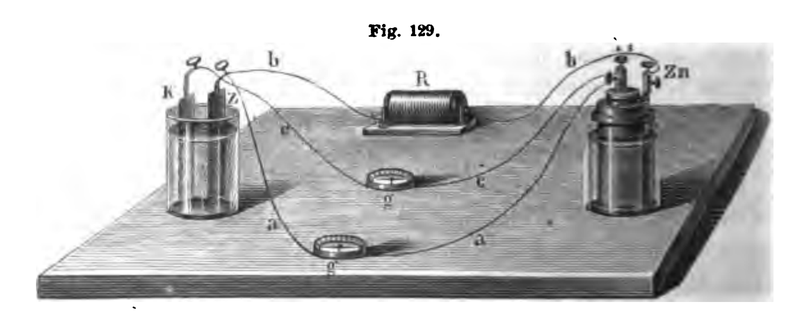
und daraus

$$E_2 = i \,.\, w.$$

Wir erhalten demnach auf diese Weise, wenn wir die Widerstände w und w_1 kennen, direct das Verhältniss der beiden elektromotorischen Kräfte E und E_1 aus der einzigen Beobachtung $i_2 = 0$. Beobachten wir aber ausserdem die Stromstärke i, so können wir sowohl E als E_1 in der gewählten Einheit erhalten.

Zur Messung elektromotorischer Kräfte nach diesem Verfahren operirte Poggendorff nun folgender Weise. An Stelle des Elementes E_1 wurde ein constantes Grove'sches Zink-Platin-Element benutzt. Die elektromotorische Kraft und der wesentliche Widerstand desselben, also der Widerstand in dem Elemente selbst, wurden nach der Ohm'schen Methode bestimmt. Dasselbe wurde dann mit dem zu untersuchenden, z. B. einem Zink-Kupfer-Elemente in der Weise Fig. 129 verbunden. Die Elemente standen,

Fig. 129.



wie es auch in Fig. 128 angenommen ist, ganz am Ende der Zweige b und c, so dass also der Zweig c (Fig. 128), dessen Widerstand wir mit w_2 bezeichneten, aus dem das Platin Pt mit dem Kupfer K verbindenden Drahte c, welcher das Galvanometer G enthält, und dem Widerstand der

Flüssigkeit in dem Elemente KZ bestand. Der Zweig b wird gebildet von dem Drahte b, welcher das Zink Z mit dem Zink Zn verbindet und in welchem der Rheochord R eingeschaltet ist, und dem Widerstande der Flüssigkeit in dem Grove'schen Elemente. Der die beiden Zweige verbindende Draht a (Fig. 128) ist auch Fig. 129 mit a bezeichnet, er verbindet das Zink des Elementes ZK mit dem Platin des Grove'schen Elementes; in ihm ist die Tangentenbussole g' eingeschaltet.

Die mit der Tangentenbussole g' gemessene Stromstärke ist in unsern Formeln mit i bezeichnet, die Stromstärke im Drahte b mit i_1, diejenige in c mit i_2.

Die Drahtverbindung KPt oder c ist für gewöhnlich geöffnet, sie dient nur dazu, den Widerstand w_1 in b so zu reguliren, dass der Strom i_2 gleich 0 wird. Zu dem Ende wird die Verbindung momentan hergestellt und, wenn das Galvanometer noch einen Strom anzeigt, der Widerstand im Stromzweige b in dem Sinne geändert, dass bei einer folgenden Schliessung von c das Galvanometer keinen Strom mehr anzeigt.

Gerade dieser Umstand ist es, welcher diese Methode zur Messung der elektromotorischen Kräfte inconstanter Ketten geeignet macht. Denn die Inconstanz beruht, wie wir sahen, darauf, dass bei Schliessung des Stromkreises die Flüssigkeit in dem Elemente zersetzt wird, und in Folge dessen die Metalle sich mit Gas bekleiden. Wird, wie in diesem Falle, die Kette nur auf Augenblicke geschlossen, und wird zugleich der durch diese Schliessung entstehende Strom fast vollständig durch den von dem andern Elemente herrührenden Strome compensirt, so wird die Flüssigkeit in dem Elemente nicht zersetzt, und die elektromotorische Gegenkraft tritt gar nicht auf. Sollte aber bei den Versuchen zur Bestimmung des zur Compensation erforderlichen Widerstandes doch in dem Elemente eine Zersetzung stattgefunden haben, so nimmt man die Platten aus demselben heraus, nachdem man annähernd den zur Compensation erforderlichen Widerstand w_1 hergestellt hat, und reinigt sie. Dann setzt man den Apparat wieder zusammen und compensirt vollständig.

Hat man nach der Methode von Ohm die elektromotorische Kraft E_1 und den Widerstand des constanten Elementes bestimmt, so hat man die Tangentenbussole nicht nöthig, da man dann E_2 aus

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}$$

hat. Es ist indessen auch dann bequemer, die Stromstärke i zu beobachten, da man dann nur den Widerstand w des Drahtes a zu bestimmen hat, um sofort E_2 zu erhalten; die Bestimmung von w_1 ist nicht erforderlich.

Hat man beides, i und w_1 beobachtet, so braucht man E_1 nicht vorher zu bestimmen, da man dann auch dieses direct erhält. Da es indess schwierig ist, w_1 mit Genauigkeit zu bestimmen, so verfährt man am besten so, dass man E_1 nach der Ohm'schen Methode, und damit zugleich w be-

stimmt, und dann die Stromstärke i nach der Compensation beobachtet. Es bedarf wohl keiner Erwähnung, dass nach geschehener Compensation es gleichgültig ist, ob der Stromzweig c geschlossen ist oder nicht, da die Stromstärke i_2 in demselben gleich 0 ist.

Die Poggendorff'sche Methode ist zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft constanter Elemente natürlich ebenso geeignet, ja noch bequemer als zu derjenigen inconstanter Elemente, da man dann den Zweig c immer geschlossen halten kann.

Durch eine kleine Modification der Poggendorff'schen Methode hat Bosscha[1]) die Messung der Widerstände w und w_1 ganz umgangen, so dass man ohne Weiteres das Verhältniss E_2 zu E_1, oder wenn man letzteres kennt, auch E_2 in der gewählten Einheit erhält. An Stelle des Galvanometers G' wird ebenfalls ein Rheochord angebracht. Hat man nun den Widerstand w_1 so abgeglichen, dass in c die Stromstärke gleich 0 ist, so schaltet man in dem Kreise a einen Widerstand l ein; dann ist in c wieder ein Strom vorhanden, und um den zu compensiren, schaltet man in b einen Widerstand l_1 ein. Da jetzt der Strom wieder in c gleich 0 ist, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1};$$

da aber vorhin war

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1},$$

so folgt auch

$$E_2 = E_1 \frac{l}{l + l_1}.$$

Die Widerstände l und l_1 lassen sich mit grosser Genauigkeit bestimmen, da es eben nur Drahtlängen des Rheochords sind, und deshalb lässt sich auf diesem Wege grosse Genauigkeit erzielen.

In etwas anderer Weise hat E. Du Bois-Reymond[2]) die Methode von Poggendorff modificirt und dadurch noch bequemer gemacht; Du Bois-Reymond verändert nicht nur den Widerstand in den Zweigen, sondern gleichzeitig in dem unverzweigten Theile, um in dem einen Zweige den Strom zum Verschwinden zu bringen. Die Anordnung von Du Bois-Reymond zeigt schematisch Fig. 130. In die Strombahn der constanten Kette E, mit welcher die elektromotorische Kraft der Kette KZ verglichen werden soll, schaltet man einen Widerstand RS, etwa ein Rheochord ein, auf welchem sich ein Schieber T befindet. Die Strombahn des zweiten Elementes KZ, welche das Galvanometer G enthält, wird dann dadurch hergestellt, dass man den einen der Drähte mit R, den andern mit dem Schieber T verbindet. Die Elemente werden dann so gestellt, dass der von E herrührende Strom in dem Zweige RKT entgegengesetzt fliesst als der von K her-

1) *Bosscha,* Poggend. Ann. Bd. XCIV.

2) *E. Du Bois Reymond,* Abhandlungen der Berliner Akademie a. d. J. 1862.

rührende Strom, und dann der Schieber T auf dem RS Rheochord so weit verschoben, dass der Strom im Zweige RKT gleich Null wird. Das Stück RT entspricht dann dem Theile a, RKT dem Zweige c, $REST$ dem Zweige b von Fig. 128. Bezeichnen wir deshalb den Widerstand in RT mit w, in $REST$ mit w_1, in RKT mit w_2, die elektromotorische Kraft in E mit E, in KZ mit K, so ist, wenn der Strom in RKT gleich Null ist,

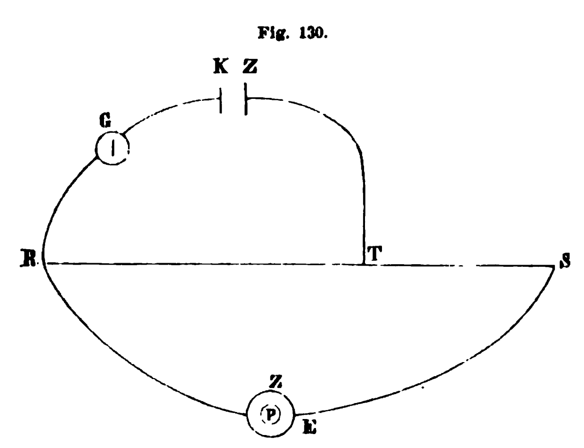


Fig. 130.

$$K = E \frac{w}{w + w_1}.$$

Man kann diese Beziehung auch leicht direct für diese Anordnung aus den Kirchhoff'schen Sätzen ableiten. Nennen wir die Stromstärken in RT i, in RES i_1, in RKT i_2, so erhalten wir für den Kreuzungspunkt T

$$i_1 + i_2 - i = 0$$

und für den Stromkreis $RKTR$

$$i_2 w_2 + iw = K,$$

für den Stromkreis $RESTR$

$$i_1 w_1 + iw = E.$$

Aus diesen 3 Gleichungen erhält man unmittelbar

$$i_2 = \frac{K(w + w_1) - Ew}{ww_1 + w_2(w + w_1)},$$

somit für $i_2 = 0$

$$K = E \cdot \frac{w}{w + w_1}.$$

Um auch bei diesem Verfahren die Widerstände w und w_1 nicht messen zu müssen, kann man mit demselben die Modification von Bosscha verbinden. Man schaltet in den Kreis $ERTSE$ zwischen E und S einen zweiten Rheochord ein, und schaltet nach einer ersten Compensation einen Widerstand l_1 an demselben ein. Der Schieber T muss dann zur Compensation neuerdings verschoben werden; ist dazu der Widerstand l einzuschalten, so ist jetzt

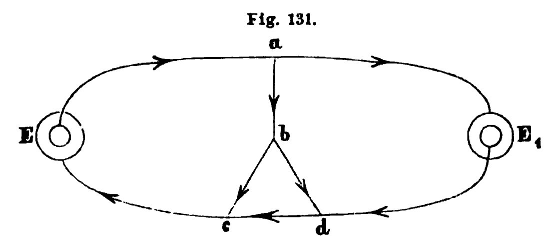
$$K = E \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1 - l},$$

da wenn der Widerstand in RT, also w um l vergrössert wird, dadurch der oben mit w_1 bezeichnete Theil $REST$ gleichzeitig um l verkleinert wird. Daraus folgt

$$K = E \frac{l}{l_1}.$$

Eine andere Modification der Poggendorff'schen Methode hat Hoorweg[1] angegeben, welche wie die Du Bois-Reymond'sche sehr geeignet ist, um geringe elektromotorische Kräfte mit grossen zu vergleichen. Hoorweg schaltet die beiden Elemente so ein, dass der Strom in den beiden die Elemente enthaltenden Zweigen dieselbe Richtung besitzt, dagegen in dem die beiden Zweige verbindenden Drahte ist der Strom des einen Elementes demjenigen des andern entgegengesetzt. Dieser Draht wird dann in zwei Zweige gespalten und dann werden die Widerstände so regulirt, dass in dem einen der Zweige der Strom gleich Null wird. Das Schema der Hoorweg'schen Anordnung zeigt Fig. 131. E ist das Normalelement, E_1 das zu vergleichende, in dem Zweige bd wird durch Abgleichen der Widerstände die Stromstärke auf Null reducirt.

Fig. 131.



Bezeichnen wir nun in den

Zweigen	aEc	ab	bc	bd	cd	$aE'd$
die Intensitäten	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
die Widerstände	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6,

so erhalten wir nach den Kirchhoff'schen Sätzen die Gleichungen

$$i_1 = i_2 + i_6 \quad i_2 = i_3 + i_4 \quad i_1 = i_3 + i_5 \quad i_6 + i_4 = i_5$$
$$i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 = E \quad i_5 w_5 + i_4 w_4 - i_3 w_3 = 0$$
$$i_6 w_6 - i_4 w_4 - i_2 w_2 = E_1 \quad i_1 w_1 + i_6 w_6 + i_5 w_5 = E + E_1.$$

Als Bedingung für $i_4 = 0$ ergibt sich aus diesen Gleichungen

$$E\,(w_3 w_6 - w_2 w_5) = E_1\,(w_1 + w_2 + w_3)\,w_5 + w_1 w_2$$

und daraus für das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte E und E_1

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5}{(w_1 + w_2 + w_3)\,w_5 + w_1 w_2}.$$

Schaltet man jetzt in cEA einen Widerstand a ein, und vergrössert dann den Widerstand dE_1a um b, so dass wieder $i_4 = 0$ wird, so ist

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5 + b\,.\,w_3}{(w_1 + w_2 + w_3)\,w_5 + w_1 w_2 + a\,(w_5 + w_2)}$$

und aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{E_1}{E} = \frac{b\,.\,w_3}{a\,(w_5 + w_2)}.$$

Man hat also nur die Widerstände in den drei bei b zusammenstossenden Zweigen, sowie a und b genau zu messen, um das Verhältniss der beiden elektromotorischen Kräfte scharf zu bestimmen.

---

1) *Hoorweg*, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Ausser diesen Methoden von Ohm und Poggendorff, welche die elektromotorische Kraft der untersuchten Elemente direct in der gewählten Einheit liefern, gibt es nun noch eine grosse Anzahl solcher, welche die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente vergleichen. Wir erwähnen von denselben nur folgende.

Man schaltet[1]) in einen Stromkreis von so grossem Widerstande, dass derjenige in den Elementen dagegen vernachlässigt werden kann, nach einander die verschiedenen zu vergleichenden Elemente ein, und beobachtet die von jedem hervorgebrachte Stromstärke. Da der Widerstand dann immer derselbe ist, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte direct wie die Stromstärken. Denn sind in zwei Fällen E und E_1 die elektromotorischen Kräfte, J und J_1 die Stromstärken und ist W der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$J = \frac{E}{W};\; J_1 = \frac{E_1}{W}$$

$$E_1 = E \cdot \frac{J_1}{J}.$$

Eine andere von Fechner angewandte Methode[2]) ist folgende. Die zu vergleichenden Elemente werden zugleich hinter einander in den Stromkreis eingeschaltet, einmal so, dass die von beiden erzeugten Ströme gleich gerichtet sind, sich also summiren; dann, dass sie entgegengesetzt gerichtet sind, sich also subtrahiren. Seien die beobachteten Stromstärken in den beiden Fällen resp. J_1 und J_2, W der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$J_1 = \frac{E_1 + E_2}{W};\; J_2 = \frac{E_1 - E_2}{W}$$

$$E_1 = {}^1/_2\, W (J_1 + J_2)\quad E_2 = {}^1/_2\, W (J_1 - J_2)$$

$$E_2 = E_1 \frac{J_1 - J_2}{J_1 + J_2}.$$

Nicht sehr von dieser verschieden ist die Methode von Regnault[3]), welcher in einem und demselben Stromkreise die zu untersuchende Kette und in entgegengesetztem Sinne eine Thermokette einschaltete, deren Elementenzahl er willkürlich ändern konnte. Der Widerstand des Stromkreises war zugleich so gross, dass derjenige der Thermoelemente dagegen vernachlässigt werden konnte. Die Löthstellen der Elemente hatten eine Temperaturdifferenz von 100°, indem die Reihe der paaren Löthstellen in einem durch schmelzendes Eis auf 0° erkalteten Gefässe, die unpaaren dagegen in geschmolzenem Wachs sich befanden, welches durch kochendes Wasser auf 100° erwärmt war.

Es wurden nun so viele Thermoelemente eingeschaltet, dass die Strom-

1) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus, zugl. 3. Bd. der 2. Aufl. seiner Uebersetzung von Biot's Physik. Leipzig 1829.

2) *Fechner*, Maassbestimmungen der galvanischen Kette.

3) *J. Regnault*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.

stärke gleich 0 wurde. Bezeichnen wir die elektromotorische Kraft des zu untersuchenden Elementes mit E, die eines Thermoelementes mit e, den Widerstand im Stromkreise mit W, so ist die Stromstärke

$$J = \frac{E - n \cdot e}{W},$$

somit wenn $J = 0$,

$$E = n \cdot e.$$

Zur leichtern Vergleichung, besonders von Combinationen von sehr grosser elektromotorischer Kraft, bestimmte nun Regnault zunächst mit möglichster Genauigkeit die elektromotorische Kraft eines Elementes Zink | Zinkvitriol | schwefelsaures Cadmium | Cadmium, und fand dieselbe gleich $55 \cdot e$. Bei Elementen von grosser elektromotorischer Kraft, Daniell'schen oder Grove'schen, wurden dann zunächst ein oder mehrere solcher Elemente eingeschaltet, und dann durch Hinzufügen der Thermoelemente der Strom vollständig neutralisirt.

Schliesslich ist noch die Methode von Wheatstone[1]) zu erwähnen. Derselbe schaltet zunächst in den Stromkreis des Elementes, mit welchem die übrigen verglichen werden sollen, eine Tangentenbussole und einen Rheostaten ein, und beobachtet die Stromstärke J; darauf wird eine bestimmte Länge l des Rheostaten eingeschaltet, so dass die Stromstärke eine andere J_1 wird. Dann ist

$$J = \frac{E}{W};\quad J_1 = \frac{E}{W + l}$$

$$E = l \cdot \frac{J \cdot J_1}{J - J_1}.$$

Dann ersetzt er das Normalelement durch das zu untersuchende, und ändert durch Verstellung des Rheostatdrahtes den Widerstand so ab, dass die Stromstärke wieder gleich J wird. Der Widerstand sei dann W_1; dann schaltet er in den Stromkreis wieder eine solche Länge l_1 des Rheostatdrahtes ein, dass die Stromstärke gleich J_1 wird. Diese beiden Beobachtungen ergeben dann

$$J = \frac{E_1}{W_1};\quad J_1 = \frac{E_1}{W_1 + l_1}$$

$$E_1 = l_1 \frac{J \cdot J_1}{J - J_1},$$

und diese Gleichung mit der vorigen combinirt gibt

$$E_1 = E \frac{l_1}{l}.$$

Wendet man daher stets dieselben Stromstärken an, und hat man einmal für das Normalelement die Länge l bestimmt, welche die Stromstärke von J auf J_1 zurückbringt, so hat man nur für irgend ein anderes

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

Element die Länge l_1 zu bestimmen, um die elektromotorische Kraft dieses Elementes mit derjenigen des Normalelementes zu vergleichen.

Da man nun aus der Untersuchung des Normalelementes die elektromotorische Kraft desselben sofort in einer bestimmten Einheit berechnen kann, so kann man auch diejenige der übrigen Elemente in dieser Einheit ausdrücken.

Nach den dargelegten Methoden sind die elektromotorischen Kräfte einer grossen Zahl der verschiedensten galvanischen Combinationen untersucht worden. Bevor wir indess einige dieser Resultate mittheilen und daraus weitere Schlüsse ziehen, wird es gut sein, zwei interessante Nachweise zu erwähnen, welche mit Hülfe derselben für die Grundgesetze des Galvanismus geführt sind.

Das erste dieser Gesetze, welches wir früher schon auf andere Weise, besonders durch die Versuche von Kohlrausch bewiesen haben, ist der Satz, dass die elektromotorische Kraft einer Combination gleich ist der Summe der in ihr vorhandenen elektromotorischen Kräfte.

Den Beweis dieses Satzes führte Wheatstone [1]) auf folgende Weise nach der soeben als die Wheatstone'sche bezeichneten Methode. In den Stromkreis eines Daniell'schen Elementes wurde ein Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet, und der Rheostat so gestellt, dass die Nadel der Tangentenbussole eine Ablenkung von 45° erhielt. Darauf wurde eine Länge l_1 eingeschaltet, so dass die Ablenkung der Nadel nur mehr 40° betrug. Derselbe Versuch wurde wiederholt, als anstatt eines 2, 3, 4 Daniell'sche Elemente hinter einander eingeschaltet wurden. Die Längen l_2, l_3, l_4 ..., welche dann erforderlich waren, um die Stromstärke wiederum von 45° auf 40° zurückzuführen, waren resp. $2l_1$, $3l_1$, $4l_1$. Es waren nämlich erforderlich, um den Strom von 45° auf 40° zu bringen, bei

1	Elemente	30	Windungen	des	Rheostaten
2	"	61	"	"	"
3	"	91	"	"	"
4	"	120	"	"	"
5	"	150	"	"	"

Da nun die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Combinationen bei dieser Methode sich direct verhalten wie die Längen, welche zur Zurückführung der gleichen Stromstärke um die gleiche Grösse erforderlich sind, so folgt, dass die elektromotorischen Kräfte sich verhalten wie die Anzahl der Elemente.

Der zweite Nachweis ist derjenige des Volta'schen Spannungsgesetzes von Poggendorff, den wir bereits §. 53 erwähnten, und für welchen wir

---

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

bereits einige der von Poggendorff gefundenen Zahlenwerthe anführten[1]. Poggendorff compensirte den Strom, welchen irgend zwei in eine Flüssigkeit getauchte Metallplatten lieferten, durch eine Grove'sche Kette und beobachtete zugleich die Stromstärke in dem Zweige c, welcher kein Element enthielt. Der Widerstand dieses Zweiges w war ein für allemal bestimmt. Als Einheit des Widerstandes nimmt Poggendorff den Widerstand eines Neusilberdrahtes von 1 Zoll Länge an, von welchem 100 pariser Zoll bei 1,6 Kilogramm Spannung und mittlerer Temperatur 4,033 Gramm wiegen. Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist jene, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der eben angegebenen Einheit gleich ist, einen Strom von einer solchen Stärke erzeugt, dass er in einer Minute 14,222 Cubikcentimeter Knallgas erzeugen würde, wenn er mit derselben Stärke durch ein Voltameter hindurch geleitet würde.

Da Poggendorff den Querschnitt jenes Drahtes nicht angibt, auch nicht das specifische Gewicht des zu demselben benutzten Neusilbers, so können wir die Einheit nicht direct in jener ausdrücken, welche wir eigentlich annehmen müssen, da wir als die Einheit des Widerstandes jenen angenommen haben, welchen ein cylindrischer Silberdraht von 1^m Länge und 1^{mm} Durchmesser besitzt. Diese Einheit würde jene elektromotorische Kraft sein, welche in einem Stromkreise, dessen Gesammtwiderstand dem des erwähnten Silberdrahtes gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher in einem Voltameter in der Minute ein Cubikcentimeter Knallgas entwickeln würde.

Wir können indess auf folgendem Wege die Poggendorff'sche Einheit mit der unsrigen vergleichen. Für die Daniell'sche Kette amalgamirtes Zink, verdünnte Schwefelsäure, Lösung von Kupfervitriol, Kupfer, also in Zeichen

$$E = Hg\,Zk \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid Cu + Cu \mid Zk$$

erhalten wir aus folgenden Beobachtungen Poggendorff's

$$Hg\,Zk \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Fe + Fe \mid Zk = 10{,}12$$
$$Fe \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid Cu + Cu \mid Fe = 8{,}685$$
$$E = Hg\,Zk \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid Cu + Cu \mid Zk = 18{,}805.$$

Andererseits gibt Bosscha[2]) für die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes in absoluten Weber'schen Einheiten

$$E_D = 10{,}258 \,.\, 10^{10}.$$

Da hier die Einheit des Widerstandes nach einem von Weber bestimmten Etalon genommen ist, so würde auf Silber bezogen nach §. 64

$$E_D = 461.$$

Die hier zu Grunde liegende Einheit der Stromstärke ist, wie im

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX. Auch die §. 53 erwähnten Versuche von Gerland sind nach der Compensationsmethode angestellt.

2) *Bosscha*, Mechanische Theorie d. Elektrolyse. Poggend. Ann. Bd. CI.

zweiten Kapitel des nächsten Abschnittes nachgewiesen wird, in runder Zahl 1,05 unserer Einheit, damit wird in unserer Einheit

$$E_1 = 484.$$

Die Schwefelsäure in dem von Bosscha untersuchten Daniell'schen Element war jedenfalls merklich concentrirter als die von Poggendorff benutzte (1 Theil Säure von 1,833 specifischem Gewicht mit 49 Gewichtstheilen Wasser); da nun die elektromotorische Kraft mit der Concentration der Säure, wenn auch nicht bedeutend zunimmt, so werden wir für die von Poggendorff untersuchte Combination in runder Zahl setzen dürfen

$$E_1 = 480.$$

Darnach ist die Poggendorff'sche Einheit

$$K = \frac{480}{18,8} \cdot e = 25,53.$$

Mit dieser Zahl sind daher die in §. 53 angegebenen Werthe der elektromotorischen Kräfte zu multipliciren, um sie auf die von uns angenommene Einheit zu bringen.

Wir haben damals das elektromotorische Gesetz nur für den Fall ausgesprochen, dass die mit einander verglichenen Metalle in ein und derselben Flüssigkeit stehen, das Gesetz gilt aber auch, wenn die beiden Metalle in zwei verschiedenen Flüssigkeiten stehen. So gibt Poggendorff folgenden Versuch:

$$Fe \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid Cu + Cu \mid Fe = 8,685$$
$$Cu \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Cu = 13,39$$

$$Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Cu\,SO_4 + Cu\,SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22,075.$$

Die directe Bestimmung ergab

$$Fe \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22,17,$$

woraus zugleich folgt, dass Schwefelsäure, Kupfervitriol und Salpetersäure entweder unter sich ebenfalls dem Spannungsgesetze folgen, oder dass die elektromotorische Erregung zwischen den Flüssigkeiten gegen die übrigen verschwindet.

Auch aus einer grossen Anzahl von Versuchen, welche Beetz angestellt hat [1]), folgt dasselbe Gesetz.

Im Folgenden stellen wir die elektromotorische Kraft der verschiedenen constanten Ketten nach den verschiedenen Experimentatoren zusammen. Als Einheit wird bei den übrigen Ketten meist die Daniell'sche gewählt, deshalb ist es nur für diese erforderlich, die Einheit nach chemischem Maasse zu bestimmen. Die von den verschiedenen Physikern nach dieser Richtung angestellten Messungen sind indess nur schwierig zu vergleichen, weil die

---

1) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC. p. 42.

von denselben gewählten Einheiten des Widerstandes schwer mit einander zu vergleichen sind.

Den von Bosscha bestimmten Werth haben wir bereits angeführt, nach diesem ist in unserer Einheit $D = 484$, oder wenn wir die Siemens'sche Quecksilbereinheit als Einheit des Widerstandes setzen, $D = 10{,}5$.

Müller [1]) erhielt für die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes, wenn als Einheit des Widerstandes ein Kupferdraht von 1^m Länge, 1^{mm} Querschnitt gesetzt wird, die Zahl 470.

Die Leitungsfähigkeit des Müller'schen Kupferdrahtes bezogen auf Silber können wir gleich 91,2 setzen, da Müller für Eisen bezogen auf Kupfer die Leitungsfähigkeit gleich 15,9 angibt, während sich im Mittel aus Beobachtungen von Buff und Matthiessen für Eisen bezogen auf Silber 14,5 ergibt. In unserer Einheit erhalten wir daher

$$D = \frac{100 . 470}{91{,}2} = 515,$$

oder mit der Siemens'schen Quecksilbereinheit $D = 11{,}06$.

Buff [2]) erhält für das Daniell'sche Element 133 Cubikcentimeter Knallgas in der Minute, wenn als Einheit des Widerstandes ein Neusilberdraht von $0{,}75^m$ Länge, $1{,}5^{mm}$ Durchmesser genommen wird, dessen specifischer Leitungswiderstand bezogen auf Silber gleich 1 er zu 12,4014 bestimmte. Auf unsere Silbereinheit berechnet gibt das

$$133 . 0{,}75 . {}^4/_9 . 12{,}4014 = 549{,}8,$$

oder mit der Siemens'schen Einheit $D = 11{,}59$.

Waltenhofen [3]) bestimmte die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes mit Zugrundelegung der Siemens'schen Widerstandseinheit zu

$$D = 12{,}04,$$

oder mit Zugrundelegung der Silbereinheit = 561.

Die Abweichung der so gefundenen Werthe ist besonders in der Unsicherheit der so verglichenen Widerstände begründet. Die grösste Sicherheit bietet wohl die Bestimmung von Waltenhofen, da dieser direct mit dem jedenfalls am sichersten vergleichbar herzustellenden Quecksilberwiderstand beobachtet hat. Waltenhofen macht indess darauf aufmerksam, dass seine Bestimmung nur für schwache Ströme gilt, da auch die constanten Ketten nicht ganz ohne Polarisation sind, welche bei starken Strömen die elektromotorische Kraft nicht unmerklich schwächt. In runder Zahl werden wir daher die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich 560 oder mit Siemens Einheit gleich 12 setzen können.

---

1) *Müller* in Freiburg, Die neuesten Fortschritte der Physik. p. 257. Braunschweig 1849.

2) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

3) *von Waltenhofen*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Für das Grove'sche Element Zink, verdünnte Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin, erhalten wir aus den Versuchen Poggendorff's in der von ihm gewählten Einheit folgenden Werth:

$$Hg\ Zk \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid Fe + Fe \mid Hg\ Zk = 10{,}12$$
$$Fe \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22{,}17$$
$$\overline{Hg\ Zk \mid H_2\,SO_4 + H_2\,SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Hg\ Zk = 32{,}29.}$$

Setzen wir die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes $D = 1$, so wird diejenige des Grove'schen

$$G = \frac{32{,}29}{18{,}8} = 1{,}717.$$

An einer andern Stelle gibt Poggendorff [1]) für das Verhältniss beider Elemente

$$G = 1{,}668 \,.\, D.$$

Für dasselbe Verhältniss fanden

Jacobi [2])	Joule [3])	Buff [4])	Lenz und Saveljew [5])	Beetz [6])	Regnault [7])
1,672	1,87	1,75	1,92	1,708	1,73

Waltenhofen [8])
1,67.

Die Versuche stimmen also ziemlich gut überein; dass sie verschieden sind, kann daher rühren, dass die Concentration der Säuren eine verschiedene war. Denn dieselbe hat einigen Einfluss auf die elektromotorischen Kräfte, wie aus folgenden Versuchen Poggendorff's, sowohl für das Daniell'sche als das Grove'sche Element hervorgeht [9]):

---

1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LIV.
2) *Jacobi,* Poggend. Ann. Bd. LVII. p. 92.
3) *Joule,* Philosophical Magazin. vol. XXIV. 1844. Dove's Repertorium Bd. VIII. p. 339.
4) *Buff,* Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
5) *Lenz* und *Saveljew,* Poggend. Ann. Bd. LXVII.
6) *Beetz,* Poggend. Ann. Bd. XC.
7) *Regnault,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.
8) *von Waltenhofen,* Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.
9) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LIII. p. 345.

Daniell'sches Element.

1 H_2 SO_4 + 12 *aq*;	Kupfervitriol gesättigt	1,00
1 „ + 8 „;	„ „	1,02
1 „ + 4 „;	„ „	1,10.

Grove'sches Element.

1 SO_3 + 4 *aq*;	rauchende Salpetersäure	2,00
1 „ + 4 „;	Salpetersäure von 1,33 sp. Gew.	1,85
1 „ + 12 „;	„ „ „ „	1,76
1 „ + 4 „;	„ „ 1,19 „	1,72
1 SO_3 + 12 „;	„ „ „ „	1,66
Salpeters. von 1,19 + 2 *aq*;	Salpeters. von 1,33 sp. Gew.	1,82
Salzsäure „ 1,2 + 2 „;	„ „ „ „ „	1,87
Zinkvitriollösung gesättigt;	„ „ „ „ „	1,71
Kochsalzlösung gesättigt;	„ „ „ „ „	1,94.

Aehnliche Resultate erhielt Waltenhofen [1]) bei Vertauschung der Salpetersäure mit Gemischen aus Schwefel- und Salpetersäure.

Es ist also sowohl die Concentration der Schwefelsäure als auch der Salpetersäure auf die elektromotorische Kraft von Einfluss. Daraus ergibt sich zugleich, dass die für ein bestimmtes Element gefundene Zahl keine allgemeine Gültigkeit haben kann, sondern nur für solche gilt, deren Flüssigkeiten genau dieselben sind.

Dass ebenso die Natur der Flüssigkeiten sowohl am positiven als am negativen Metall von Einfluss ist, selbst wenn man Flüssigkeiten wählt, welche keine Polarisation zulassen, versteht sich nach dem Früheren von selbst. Es geht das auch aus den angegebenen Versuchen von Poggendorff hervor, nach welchen Kochsalzlösung anstatt Schwefelsäure die elektromotorische Kraft eines Grove'schen Elementes beträchtlich verstärkt. Eine noch viel bedeutendere Verstärkung liefert Kalilauge an der Stelle von Schwefelsäure; die elektromotorische Kraft eines Grove'schen Elementes wird dadurch auf 2,41 *D* bis 2,53 *D* erhöht.

Für die elektromotorische Kraft des dritten constanten Elementes, des Bunsen'schen, welches aus amalgamirtem Zink, verdünnter Schwefelsäure, concentrirter Salpetersäure und Kohle besteht, sind folgende Werthe angegeben, bei welchen die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes als Einheit angenommen ist.

Poggendorff [2])	Buff [3])	Ed. Becquerel [4])
1,534 — 1,619	1,70 — 1,78	1,70.

1) *von Waltenhofen,* Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.
2) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LIV. p. 427. LVII. p. 104.
3) *Buff,* Poggend. Ann. Bd. LXXIII. Liebig's Ann. Bd. CI.
4) *Ed. Becquerel,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLVIII.

Die Zahlen stimmen also fast genau mit den für die Grove'sche Säule gefundenen überein, so dass man die elektromotorischen Kräfte dieser Ketten als merklich gleich ansehen kann. Auch bei den Bunsen'schen Säulen ändert sich die elektromotorische Kraft mit der Concentration der Säuren; die Kohle in rauchender Salpetersäure lieferte wenigstens Poggendorff denselben Werth, welchen Platin in rauchender Salpetersäure gab.

Ersetzt man in dem Bunsen'schen Elemente die Salpetersäure durch Chromsäure, so ist die elektromotorische Kraft etwas grösser. Nach Poggendorff steigt sie von 1,534 auf 1,574, während im Grove'schen Elemente die Vertauschung der Salpetersäure mit Chromsäure die elektromotorische Kraft ganz bedeutend vermindert [1]).

Eine nicht unbeträchtliche Verstärkung der Bunsen'schen Kette erhielt Waltenhofen [2]) bei Anwendung eines Gemisches von ein Raumtheil Salpetersäure mit zwei Raumtheilen concentrirter Schwefelsäure und besonders mit rauchender Schwefelsäure an Stelle der Salpetersäure. Er erhielt für diese Gemische nämlich die Werthe 1,7754 und 1,8981, während das Bunsen'sche Element mit käuflicher Salpetersäure den Werth 1,6814 lieferte.

Auf die grosse Zahl Bestimmungen von elektromotorischen Kräften der verschiedensten Combinationen können wir hier nicht eingehen, besonders deshalb, weil sich aus denselben ausser den mitgetheilten keine allgemeinen Sätze ergeben; wir verweisen deshalb auf die in diesem Paragraph citirten Originalabhandlungen und auf Wiedemann's Galvanismus, in welchem die zuverlässigsten Resultate sämmtlich zusammengestellt sind. Nur einen Punkt müssen wir hier noch erwähnen, nämlich die elektromotorische Kraft der Gassäulen, da aus den Untersuchungen von Beetz hervorgeht [3]), dass auch bei diesen ein dem von Poggendorff aufgestellten elektromotorischen analoges Gesetz besteht.

Die Gassäulen, welche Beetz zu seinen Versuchen benutzte, waren von den Grove'schen nur in so weit verschieden, dass die Röhren, in welchen die Platinbleche von den Gasen umgeben waren, jede in einem besonderen Gefässe in die verdünnte Säure, welche als Leitungsflüssigkeit diente, eintauchte. Die einzelnen Gefässe wurden dann durch umgekehrte Uförmige Röhren, welche ebenfalls mit der Leitungsflüssigkeit gefüllt waren, verbunden.

Die Bestimmungen geschahen nach der Poggendorff'schen Compensationsmethode, und als compensirendes Element diente ein Grove'sches Element. In der von Beetz angenommenen Einheit ist die elektromotorische Kraft des Grove'schen Elementes gleich 42, also des Daniell'schen gleich 24,7.

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LVII.
2) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.
3) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

In folgender Tabelle sind einige der Beobachtungen von Beetz zusammengestellt.

Die Platinbleche waren umgeben von:

	das positive	das negative	elektromotorische Kraft
1)	Wasserstoff	Sauerstoff	24,02
2)	desgleichen	Wasser	20,23
3)	Wasser	Sauerstoff	3,49
		Summe von 2 u. 3 =	23,72
4)	Wasserstoff	Kohlensäure	21,88
5)	Kohlensäure	Sauerstoff	2,12
		Summe	24,00
6)	Wasserstoff	Stickoxydul	21,18
7)	Stickoxydul	Sauerstoff	3,03
		Summe	24,21
8)	Stickoxydul	Kohlensäure	0,66
	Differenz zwischen 4 und 6		0,70
	Differenz zwischen 5 und 7		0,91
9)	Wasserstoff	Chlor	30,25
10)	Wasserstoff	Luft	20,50
11)	Luft	Chlor	9,50
		Summe von 10 u. 11 =	30,0
12)	Wasserstoff	Kohlenoxyd	12,25
13)	Kohlenoxyd	Chlor	17,15
		Summe	29,40.

Diese Zahlen beweisen schon zur Genüge das Vorhandensein des elektromotorischen Gesetzes zwischen den die Platinbleche in den Gasbatterien umgebenden Gasen.

Beetz hat es auf diese Weise bei einer grossen Zahl von Gasen bestätigt und so die Grove'sche Spannungsreihe durch Zahlen vervollständigt.

Von grossem Interesse ist das aus diesen Messungen von Beetz sich ergebende Resultat, dass die elektromotorische Kraft einer Wasserstoff-Sauerstoff-Säule fast genau gleich derjenigen eines Daniell'schen Elementes ist, während diejenige der Wasserstoff-Chlor-Säure jene des Daniell'schen Elementes noch überschreitet.

Wenn als Metall in den Gasketten Platin angewandt wurde, war die elektromotorische Kraft immer dieselbe, ob die Platten platinirt, d. h. mit Platinmoor bedeckt, oder blank waren.

Bei Anwendung anderer Metalle oder Kohle waren die elektromotorischen Kräfte bedeutend kleiner; bei Untersuchung derselben ergab sich, dass auch dann das elektromotorische Gesetz ganz in derselben Weise gültig ist, und dass die elektromotorische Kraft bei Anwendung irgend

zweier Gase zu derjenigen bei Anwendung derselben Gase und Platin in einem constanten Verhältnisse stehen. So ist bei Anwendung einer gewissen Art Kohle die elektromotorische Kraft stets 0,4687 derjenigen, welche sich bei Anwendung von Platin zeigt. So ist die elektromotorische Kraft der Wasserstoff-Sauerstoffkette bei Anwendung von Kohle 11,16; die der Wasserstoff-Chlorkette gleich 14,37.

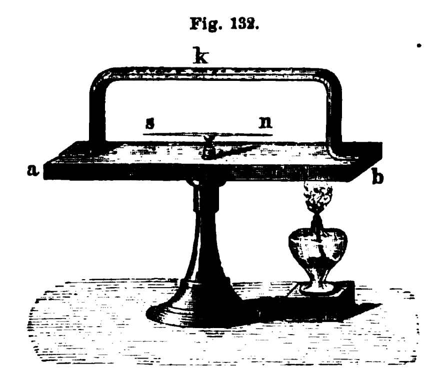
Bei Anwendung von Silber ist sie 0,0449 derjenigen, welche sich bei Platin zeigt.

Beetz sieht als Grund dieser Erscheinung die verschiedenen Grade der Verdichtung an, welche die Gase an den verschiedenen Körpern erfahren; damit stimmt allerdings überein, dass bei Anwendung von Platin die elektromotorische Kraft am grössten ist, da wir wissen, dass an Platin, als dem dichtesten Körper, die Verdichtung der Gase jedenfalls am grössten ist.

§. 68.

Thermoströme. Die bisher vorgeführten Methoden zur Erzeugung galvanischer Ströme erforderten stets zwischen den erregenden Metallen einen feuchten Leiter. Ein rein metallischer Kreis kann dem Spannungsgesetze zu Folge keinen galvanischen Strom liefern, da die an den verschiedenen Berührungsstellen der Metalle thätigen elektromotorischen Kräfte sich gegenseitig aufheben. Das gilt jedoch nur so lange, als die Temperatur an allen Stellen des metallischen Kreises und insbesondere an den Stellen, wo die verschiedenen Metalle sich berühren, dieselbe ist. Wenn das nicht der Fall ist, so tritt auch in dem rein metallischen Kreise ein Strom auf. Die erste Beobachtung dieser Art wurde im Jahre 1823 von Seebeck gemacht. Derselbe löthete auf ein Wismuthstäbchen *ab* (Fig. 132)

Fig. 132.



einen Kupferstreifen *k*, so dass das Wismuthstäbchen und der Kupferstreifen zusammen einen geschlossenen Stromkreis bildeten. Im Innern desselben schwebte auf einer auf dem Wismuth befestigten Spitze eine Magnetnadel. Sei der Apparat so aufgestellt, dass das Wismuth dem magnetischen

Meridiane parallel steht, und sei dann *n* der Nordpol der Magnetnadel. Wird dann die Löthstelle *b* erwärmt, so wird sofort die Magnetnadel aus dem Meridiane abgelenkt, und zwar so, dass das Nordende der Nadel nach Osten abweicht. Diese Abweichung beweist, dass in den Metallen ein Strom kreist, und zwar über der Nadel in der Richtung von Norden nach Süden, unterhalb von Süden nach Norden. Die Erwärmung der Löthstelle veranlasst also einen Strom, welcher durch die erwärmte Löthstelle von dem Wismuth zum Kupfer geht. Einen ganz ebenso gerichteten Strom erhält man, wenn man anstatt die Löthstelle *b* auf eine höhere Temperatur zu bringen, die Löthstelle *a* abkühlt, so dass die Temperatur derselben niedriger wird als jene von *b*. Es folgt also, dass bei dieser Combination immer dann ein Strom auftritt, wenn die beiden Stellen, an welchen die Metalle sich berühren, eine verschiedene Temperatur haben, und zwar geht der Strom an der wärmeren Berührungsstelle vom Wismuth zum Kupfer, durch die kältere Berührungsstelle vom Kupfer zum Wismuth.

Daraus folgt schon, dass der Strom die der angegebenen entgegengesetzte Richtung hat, wenn man die Löthstelle *a* erwärmt oder die Löthstelle *b* abkühlt.

Die Magnetnadel bleibt so lange abgelenkt, als die Temperaturdifferenz der Löthstelle dauert, der Strom dauert also ebenso lange fort; darin erkennen wir einen wesentlichen Unterschied zwischen dieser elektrischen Erregung und der im vorigen Abschnitt erwähnten pyroelektrischen. Letztere dauert nur so lange, wie die Aenderung der Temperatur der Krystalle dauert, sie hört auf, wenn dieselbe constant geworden ist.

Diese sogenannten Thermoströme zeigen sich nicht nur, wenn man einen metallischen Bogen von Wismuth und Kupfer an der einen Berührungsstelle erwärmt, sondern überhaupt, wenn man irgend zwei Metalle nimmt, dieselben zu einem geschlossenen Kreise verbindet, und nun eine der beiden Berührungsstellen erwärmt. Dabei zeigt sich dann, dass die Metalle sich ebenso in eine thermoelektrische Spannungsreihe einordnen lassen wie in eine Volta'sche, d. h. in eine Reihe derart, dass wenn man irgend zwei in der angegebenen Weise zu einem Bogen verbindet, und die eine der beiden Berührungsstellen erwärmt, der Strom immer durch die warme Löthstelle von dem vorherstehenden Metalle zu dem nachfolgenden geht. Der Analogie mit der Volta'schen Reihe gemäss nennt man das vorhergehende Metall dann gegen das nachfolgende negativ.

Die von Seebeck [1]) aufgestellte, in dieser Weise geordnete Reihe ist folgende.

1) *Seebeck,* Denkschriften der Berliner Akademie 1822 und 1823. Poggend. Ann. Bd. VI.

—

Wismuth
Nickel
Kobalt
Palladium
Platin (reines)
Uran
Kupfer (aus Oxyd) reducirt
Mangan
Titan
Messing No. 2
Gold (Ducatengold 6,6 *Ag* u. 4,3 *Cu* enthaltend)
Kupfer (käuflich)
Messing No. 1
Platin No. 3
Quecksilber
Blei
Zinn
Platin No. 2
Chrom (rein)
Molybdän
Kupfer (käuflich)
Rhodium
Iridium
Gold (rein)
Silber (rein aus Chlorsilber reducirt)
Zink
Wolfram
Platin (No. 1 von Geräthschaften)
Cadmium
Stahl
Eisen (rein von Berzelius)
Arsen
Antimon
Tellur.

+

Die Reihe von Hankel [1]) stimmt im Wesentlichen mit dieser überein; kleine Abweichungen erklären sich unmittelbar schon aus der Betrachtung der obigen Reihe; denn aus derselben geht hervor, dass kleine Verunreinigungen die Stellung der Metalle in der Reihe sehr wesentlich verschieben. Kupfer No. 2 und No. 3 z. B. waren beide käufliche Sorten, welche nach H. Rose's Untersuchungen von den gewöhnlichen Verunreinigungen, Schwefel, Blei, Eisen, Silber frei waren.

In die Spannungsreihe der einfachen Metalle lassen sich nach den Versuchen von Seebeck auch Metalllegirungen einordnen; dabei zeigt sich dann, dass manche Legirungen nicht zwischen den Metallen stehen, aus welchen sie zusammengesetzt sind, sondern höher oder tiefer als die einzelnen Bestandtheile. So gibt z. B. Seebeck folgende Reihe für einzelne Legirungen

—

Wismuth
Blei
Zinn
1 Wismuth 3 Zink
1 Wismuth 3 Blei
Platin No. 2
1 Wismuth 3 Zinn
Kupfer No. 2
1 Wismuth 1 Blei
Gold No. 1
Silber
1 Wismuth 1 Zinn
Zink
3 Wismuth 1 Blei
1 Antimon 1 Kupfer
1 Antimon 3 Kupfer
1 Antimon 3 Blei; 3 Antim. 1 Blei
1 Antimon 3 Zinn; 3 Antim. 1 Zinn
Stahl
Stabeisen
3 Wismuth 1 Zinn
1 Wismuth 3 Antimon
Antimon
1 Antimon 1 Zinn
3 Antimon 1 Zink

+

1) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

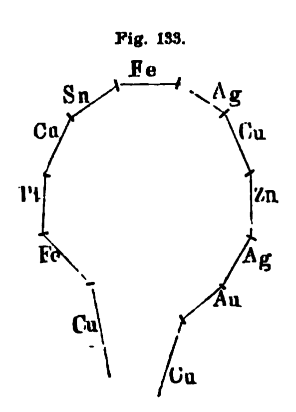
Die thermoelektrische Spannungsreihe gibt zugleich ebenso wie die Volta'sche Aufschluss über die Grösse der elektrischen Erregung bei der Erwärmung der einzelnen Berührungsstellen; auch hier wie dort gilt das Spannungsgesetz, dass die elektrische Erregung irgend zweier Metalle der Spannungsreihe gleich ist der Summe der elektrischen Erregungen aller zwischen liegenden Metalle, vorausgesetzt, dass die Temperaturdifferenz der Löthstellen dieselbe ist. Bezeichnen wir z. B. die elektrische Erregung bei einer Temperaturdifferenz von 50° zwischen Wismuth und Nickel mit $E_{Bi\,Ni}$, zwischen Nickel und Kupfer mit $E_{Ni\,Cu}$, zwischen Wismuth und Kupfer mit $E_{Bi\,Cu}$, so ist

$$E_{Bi\,Cu} = E_{Bi\,Ni} + E_{Ni\,Cu}.$$

Man kann dieses sehr leicht auf folgende Art beweisen; man nehme irgend einen Metallstab, z. B. einen Antimonstab, und bringe an seine beiden Enden die Drahtenden des Galvanometers. Man erwärme dann das eine Ende mit dem angelegten Kupferdrahte, so wird man eine bestimmte Ablenkung des Galvanometers erhalten. Ganz dieselbe Ablenkung wird man auch erhalten, wenn man zwischen den Antimonstab und den einen Kupferdraht noch einen andern Metallstab, z. B. einen Zinkstab einschiebt, und jetzt sowohl die Stellen, wo der Antimon- und Zinkstab sich berühren, als wo der Kupferdraht am Zinkstab anliegt, auf 50° erwärmt.

Becquerel [1]) hat diese Bedeutung der thermoelektrischen Reihe durch directe Vergleichung der elektromotorischen Kräfte verschiedener Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Löthstellen nachgewiesen. Er setzte zu dem Ende eine Kette aus einer Reihe von Metallen in der Art, wie Fig. 133, zusammen. Alle Stellen, an denen zwei verschiedene Metalle sich berührten, wurden auf der Temperatur 0° erhalten, ausser der Berührungsstelle jener beiden Metalle, deren thermoelektrisches Verhalten gegen einander geprüft werden sollte. Die Kette wurde dann schliesslich durch ein nach der Methode von Melloni graduirtes [2]) Galvanometer geschlossen. Da die ganze Kette ausser an der Berührungsstelle der Metalle, deren thermoelektrisches Verhalten geprüft werden sollte, die Temperatur 0° hatte, so entstand ein Strom nur dadurch, dass diese Metalle an der einen Berührungsstelle eine höhere Temperatur hatten als an der anderen, an welcher sie sich durch Vermittelung der übrigen Metalle berührten, also gerade so wie bei der Einrichtung von Seebeck. Wenn also z. B. die Löthstelle Eisen Zinn auf die Temperatur 20°

Fig. 133.



1) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XVII.
2) Man sehe Theil III. p. 144 ff.

erhöht wurde, so war die elektromotorische Kraft genau dieselbe, als wenn der Eisendraht um das Galvanometer geführt und an der andern Seite das Zinn direct berührt, und diese Berührungsstelle auf 0° erhalten worden wäre. Da nun in dieser Anordnung bei allen Versuchen der Widerstand derselbe war, so war die elektromotoriche Kraft der beobachteten Stromstärke einfach proportional. In dieser Weise beobachtete Becquerel folgende elektromotorischen Kräfte, wenn die Temperatur der erwärmten Löthstellen 20°, die aller übrigen 0° war.

Eisen — Zinn	31,24
Zinn — Kupfer	— 3,50
Eisen — Kupfer	27,96
Kupfer — Platin	8,55
Eisen — Platin	36,07
Eisen — Silber	26,20
Silber — Kupfer	2,00
Zink — Kupfer	1,00
Silber — Gold	0,50.

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dass bei der gleichen Temperaturdifferenz von 20°

$$Fe - Pt = Fe - Sn + Sn - Cu + Cu - Pt$$
$$36{,}07 \qquad 31{,}24 - 3{,}50 \qquad + \qquad 8{,}55 = 36{,}29.$$

Ebenso ist $Fe - Cu = Fe - Ag + Ag - Cu$, und so bei den anderen vergleichbaren Versuchen. Wie man sieht, stimmen die Zahlen von Becquerel zugleich mit der Seebeck'schen Spannungsreihe überein, indem von dem negativsten Metalle Platin an zu dem positivsten Eisen, in eine Reihe geordnet, die Metalle sich beinahe ebenso folgen, wie bei Seebeck.

Die Becquerel'schen Zahlen geben uns zugleich das Verhältniss der thermoelektromotorischen Kräfte der verschiedenen Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Löthstellen an. Setzen wir die thermoelektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer gleich 1, so ist dieselbe zwischen

	nach Becquerel	nach Wiedemann
Eisen und Silber	26,20	29,12
„ „ Gold	26,70	—
„ „ Zink	26,96	29,44
„ „ Kupfer	27,96	30,44
„ „ Zinn	31,24	35,20
„ „ Platin	36	—
„ „ Messing	—	86,32
„ „ Neusilber	—	61,36.

Die Zahlen von Wiedemann [1]) wurden in ähnlicher Weise bestimmt,

1) *Wiedemann*, Galvanismus. B. I. §. 413.

wie die von Becquerel; nach denselben ist die elektrische Differenz Zink-Kupfer im Verhältniss zu den übrigen Metallen etwas kleiner; die Reihenfolge der Metalle stimmt mit der Becquerel'schen indess überein.

Die thermoelektromotorische Kraft zwischen den Metallen ändert sich mit der Temperaturdifferenz der Löthstellen, sie wird grösser, wenn die letztere wächst. Für kleinere Temperaturdifferenzen ist die elektromotorische Kraft den Temperaturdifferenzen der Löthstellen proportional; erhält man also die eine Löthstelle auf der Temperatur 0⁰ und erwärmt die andere auf die Temperaturen 10⁰, 20⁰, 30⁰, so verhalten sich die beobachteten Stromintensitäten, also auch die elektromotorischen Kräfte wie 1 : 2 : 3. Ganz dasselbe ist auch der Fall, wenn man die Temperatur der einen Löthstelle nicht auf 0⁰ erhält, sondern dieselbe auf t^0 erwärmt und die andere von dieser Temperatur an um 10⁰, 20⁰ etc. erwärmt [1]).

Dieses Gesetz gilt indess allgemein nur innerhalb ziemlich enger Temperaturgrenzen; häufig reicht schon eine Temperaturdifferenz von 50⁰ hin, um zu bewirken, dass die Proportionalität nicht mehr stattfindet. Das zeigen unter anderen folgende Angaben von Wiedemann [2]).

Aus den bei den angegebenen Temperaturdifferenzen beobachteten elektromotorischen Kräften wurde durch Division mit der Temperaturdifferenz die elektromotorische Kraft für die Differenz 1⁰ berechnet.

So lange das Gesetz der Proportionalität gültig ist, müssen die so berechneten Quotienten einander gleich sein. Die Temperatur der einen Löthstelle ist immer 0⁰.

Name der Ketten	Temperaturdiff.	Elektrom. Kraft
Silber-Stahl	15⁰	2,80
	45⁰	2,79
	57⁰	2,69
	70⁰	2,64
	88⁰	2,62
Kupfer-Eisen	35⁰	3,90
	48⁰	3,80
	61⁰	3,73
	76⁰	3,61
	82⁰	3,56.

Bei der Kette Silber-Stahl ist also bis zu einer Temperaturdifferenz von 45⁰ die elektromotorische Kraft derselben proportional, bei grösserer wird die elektromotorische Kraft eine relativ kleinere, sie nimmt langsamer zu als die Temperaturdifferenz. Denselben Gang zeigt die elektromotorische

1) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XVII.

2) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 416. Man sehe auch *Regnault*, Mémoires de l'Acad. T. XXI. Abhandlung „De la mésure des temperatures."

Kraft bei der Kupfereisenkette und fast bei allen, welche darauf untersucht sind.

Bei vielen Ketten hat sich sogar gezeigt, dass bei grossen Temperaturdifferenzen die elektromotorische Kraft sogar absolut wieder kleiner wird. Bei solchen Ketten nimmt die Stromintensität bei steigender Temperaturdifferenz zu bis zu einem Maximum, sie nimmt dann ab bis zu Null, und geht sogar in die entgegengesetzte über. Schon Seebeck gibt einige dahin gehörige Angaben und Cumming fand[1]), dass, wenn Gold, Silber, Kupfer, Messing oder Zink mit Eisen zu einem Thermoelement verbunden werden, der Strom zunächst durch die erwärmte Löthstelle zum Eisen ging, dass aber, wenn die Löthstelle bis zur Rothgluth erhitzt war, der Strom die entgegengesetzte Richtung hatte. Nach Becquerel nimmt die elektromotorische Kraft Zink-Gold bis zu einer Temperaturdifferenz von 70° zu, von da ab wird sie kleiner und bei 150° ist sie gleich 0; in noch höheren Temperaturen geht der Strom nicht mehr durch die erwärmte Löthstelle vom Gold zum Zink, sondern umgekehrt, so dass also dann in der thermoelektrischen Spannungsreihe das Zink dem negativen Ende näher steht als das Gold.

Hankel[2]) und Gaugain[3]) haben dasselbe für eine grosse Zahl von Metallen gezeigt, so dass bei grossen Temperaturdifferenzen die thermoelektrische Spannungsreihe eine ganz andere ist als bei kleinen Unterschieden der Temperatur.

Die Umkehr des Stromes bei starken Erwärmungen der Löthstellen wurde zuerst von Thomson[4]) und später von Avenarius[5]) genauer untersucht. Thomson wies zuerst nach, dass diese Umkehr nicht nur von der Temperaturdifferenz der Löthstellen, sondern von der Temperatur der Löthstellen abhängt. Man erhält nämlich bei den Metallen, welche eine solche Umkehr zeigen, dieselbe nicht nur, wenn man die eine Löthstelle allein erwärmt, sondern auch dann, wenn man bei irgend einer Temperaturdifferenz der Löthstellen dann beide gleichzeitig erwärmt; es wird dann immer der Thermostrom gleich Null, wenn die halbe Summe der Temperaturen beider Löthstellen einen bestimmten, von der Natur der Metalle abhängigen Werth besitzt. Bei einem von Thomson angewandten Kupfer und Eisen war diese halbe Summe z. B. 280°, so dass also der Strom jedesmal verschwindet, wenn die Temperatur der einen Löthstelle gerade soviel über 280° erwärmt wird, wie die andere unter 280° erwärmt ist.

---

1) *Cumming,* Electro-dynamics sect. 104 p. 193. Cambridge 1827 und Cambridge Philos. Transact. for 1823 addition to p. 61.

2) *Hankel,* Poggend. Ann. Bd. LXII.

3) *Gaugain,* Annales de chim. et de phys. III. Série T. LXV.

4) *Thomson,* Philosophical Transactions of London royal society for 1856. part. III.

5) *Avenarius,* Poggend. Ann. Bd. CXIX.

Dieser Satz von Thomson wurde von Avenarius bestätigt, der dann zeigte, dass man diese Erscheinung unmittelbar ableiten könne unter der Voraussetzung, dass die bei der Berührung zweier Metalle auftretende elektromotorische Kraft eine Function der Temperatur von der Form

$$E = a + b\,t + c\,t^2$$

sei. Werden zwei Metalle zu einem Thermoelement verbunden, so wird an der Löthstelle, welche die Temperatur t_1 hat, die elektromotorische Kraft

$$E_1 = a + b\,t_1 + c\,t_1^2,$$

an der Löthstelle, deren Temperatur t_2 ist,

$$E_2 = a + b\,t_2 + c\,t_2^2.$$

Die elektromotorische Kraft des Thermostromes ist dann

$$E_2 - E_1 = b\,(t_2 - t_1) + c\,(t_2^2 - t_1^2)$$

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1)\left\{b + c\,(t_2 + t_1)\right\}.$$

Nach diesem Ausdruck wird nun die elektromotorische Kraft des Thermostromes gleich 0 einmal für $t_2 = t_1$, wenn also keine Temperaturdifferenz vorhanden ist, dann aber auch wenn

$$b + c\,(t_2 + t_1) = 0$$

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{c},$$

eine Gleichung, welche dem oben angeführten Satze von Thomson entspricht.

Zur Prüfung dieser Beziehung bestimmte Avenarius zunächst die Stromstärke einer Anzahl von Thermoelementen und suchte dann bei solchen, bei denen sich mit steigender Temperaturdifferenz wieder eine Abnahme der Stromstärke zeigte, direct die Summe $t_2 + t_1$ zu bestimmen, bei welcher der Thermostrom gleich Null war. Die von ihm abgeleitete Beziehung fand sich in allen Fällen bestätigt.

So liess sich für Silber und Eisen die Intensität der Thermoströme in einer willkürlichen Einheit darstellen durch die Gleichung

$$J = (t_2 - t_1)\left\{3{,}29424 - 0{,}00737\,(t_2 + t_1)\right\}$$

wie folgende Tabelle zeigt; t_1 war gleich 19⁰

	J	
t_2	beob.	ber.
300⁰	258	264,9
280	283	284,6
260	297	298,4
240	308	306,2
220	311,3	308,1
200	307	304,2
180	296	294,2
140	258	256,8
100	195	195,7.

Für die Summe der Temperaturen, für welche $J = 0$ sein muss, ergibt sich aus der Gleichung

$$t_2 + t_1 = \frac{3{,}29494}{0{,}00737} = 447.$$

Die Beobachtung ergab unter andern $J = 0$ für

t_2	t_1	$t_1 + t_2$
260°	186	446
289	158	447
302	145	447
312	136	448
328	118	446.

Für Kupfer und Eisen fand Avenarius in derselben Weise

$$J = (t_2 - t_1)\left\{0{,}9653 - 0{,}00175\,(t_2 + t_1)\right\}$$
$$t_2 + t_1 = 551{,}6 \text{ für } J = 0.$$

Bei Platin und Blei, Platin und Palladium trat keine Abnahme der Stromstärke mit steigender Temperaturdifferenz ein, für erstere Combination erhielt Avenarius

$$J = (t_2 - t_1)\left\{0{,}085 + 0{,}0046\,(t_2 + t_1)\right\},$$

für letztere

$$J = (t_2 - t_1)\left\{3{,}3701 + 0{,}000709\,(t_2 + t_1)\right\},$$

welche bis $t_2 = 300^0$ die Beobachtungen wiedergab.

In einer folgenden Arbeit[1]) hat Avenarius diese Beziehung noch einer weitern Prüfung unterworfen, indem er die elektromotorischen Kräfte direct nach der Methode von Kohlrausch mit dem Condensator maass.

Bei einer Versuchsreihe erhielt so Avenarius für die elektromotorische Kraft Neusilber | Stahl bei der Temperatur 18° nach der Methode von Kohlrausch den Werth 14,56 ausgedrückt in Procenten der elektromotorischen Kraft eines Daniell'schen Elementes, wobei Neusilber sich positiv gegen Stahl ergab. Bei einem aus Drähten dieser Metalle hergestellten Thermoelement ergab sich, dass der Strom durch die erwärmte Löthstelle vom Neusilber zum Stahl ging. Daraus ergibt sich, dass bei diesen Metallen die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt, da die Richtung des Stromes beweist, dass an der kalten Berührungsstelle mehr positive Elektricität auf das Neusilber übergeht als an der warmen.

Um nun die Werthe b und c in der Gleichung

$$E = a + bt + ct^2$$

zu bestimmen, wurde aus diesen Drähten dann eine Thermosäule von 20 Elementen hergestellt, und die Stromstärke in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur untersucht. Es ergab sich dabei

$$20\,(E_1 - E_2) = J = 20\,(t_2 - t_1)\left\{0{,}07992 - 0{,}000027\,(t_2 + t_1)\right\}$$

1) *Avenarius*, Poggend. Ann. Bd. CXXII.

in einer willkührlichen Einheit. Zur Bestimmung des Werthes der elektromotorischen Kraft des Thermostromes in Einheiten des Daniell'schen Elementes wurde dann die zweite Fechner'sche Methode benutzt, es wurde die Thermosäule, deren eine Löthstelle auf 245°, deren andere auf 18° erhalten wurde, einmal im gleichen einmal im entgegengesetzten Sinne mit einem Daniell'schen Elemente in den Stromkreis eingeschaltet und so Summe und Differenz der Stromstärken beobachtet. Die elektromotorische Kraft ergab sich dann gleich 8,84 Procent des Daniell'schen Elementes, woraus sich in Verbindung mit obiger Gleichung für $E_2 - E_1$ ergibt

$$E_2 - E_1 = \left\{- 0{,}002123 + 0{,}000\,000\,712\,(t_1 + t_2)\right\}(t_2 - t_1)$$

und für E bei 18°, für welche am Condensator 14,56 gefunden war,

$$14{,}56 = a - 0{,}002123 \cdot 18 + 0{,}000\,000\,712\,(18)^2,$$

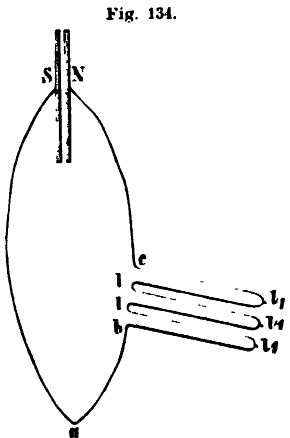
woraus sich ergibt

$$a = 14{,}598$$

$$E = 14{,}598 - 0{,}002123 \cdot t + 0{,}000\,000\,712\; t^2.$$

Zur Prüfung der so gewonnenen Gleichung untersuchte dann Avenarius die Potentialwerthe des Stahl-Neusilbercondensators, wenn die Berührungsstellen der Metalle auf verschiedene Temperaturen gebracht wurden. Die Anordnung des Versuches zeigt schematisch Fig. 134. Die beiden Condensatorplatten S und N wurden zunächst durch einen Stahldraht Sa und einen Neusilberdraht Na zur Berührung gebracht, die Berührungstelle auf 18° gehalten, und das Potential der einen Platte gemessen. Dann wurde in den Neusilberdraht zwischen b und c die schon früher benutzte Thermosäule von 20 Elementen eingeschaltet und deren Löthstellen l_1 zu verschiedenen Temperaturen t erwärmt, während die andern Löthstellen ebenfalls auf 18° gehalten wurden. Die Ladung des Condensators bei diesem Versuche setzte sich zusammen aus der durch die Berührung bei a getrennten Elektricität und aus der in Folge der Temperaturdifferenz der warmen und kalten Löthstellen abfliessenden Elektricität. Die Drähte waren so eingeschaltet, dass in Folge des letzteren Umstandes der Potentialwerth der Platten vergrössert wurde. Nach der vorher aufgestellten Gleichung mussten dann die Potentialwerthe sich darstellen lassen durch

Fig. 134.



$$E = 14{,}56 + (t - 18)\left\{0{,}002123 - 0{,}000\,000\,712\,(t + 18)\right\}.\,20.$$

Die erste Beobachtung, ohne Einschaltung der Thermosäule, diente dazu, die am Condensator gemessenen Potentialwerthe auf die frühere Einheit zu reduciren, da man bei den verschiedenen Versuchen nicht ohne weiteres die Verstärkungszahl des Condensators immer als gleich ansehen konnte.

Folgende kleine Tabelle giebt die so bestimmten und berechneten Werthe von E.

t	E beob.	E ber.
250	23,4	23,5
200	21,6	21,7
150	19,7	19,8
110	18,3	18,2.

Wie man sieht, stimmen Beobachtung und Rechnung so vollständig überein, dass dadurch die von Avenarius aufgestellte Beziehung auf das schönste bestätigt wird. Es ergibt sich daraus, dass die thermoelektromotorische Kraft eines Thermoelements bei irgend einer Temperaturdifferenz gleich ist der Differenz der elektromotorischen Kräfte der Metalle bei den verschiedenen Temperaturen der Löthstellen.

Avenarius hat ausser Stahl und Neusilber noch einige andere Metalle untersucht, und dabei den Nachweis geliefert, dass die Volta'sche Spannungsreihe der Metalle für alle Temperaturen gültig bleibt, dass somit die Verschiedenheit der thermoelektrischen Spannungsreihe und der Volta'schen Spannungsreihe ihren Grund nur darin hat, dass die elektromotorischen Kräfte bei einzelnen Metallcombinationen mit steigender Temperatur zunehmen, bei andern dagegen abnehmen. So erhält Avenarius folgende Ausdrücke für die elektromotorischen Kräfte

Zink | Stahl

$$E_1 = 96{,}42 - 0{,}001019\, t - 0{,}000002295\, t^2$$

Zink | Kupfer

$$E_2 = 82{,}92 + 0{,}0000378\, t + 0{,}0000007075\, t^2$$

Kupfer | Stahl

$$E_3 = 13{,}82 - 0{,}001062\, t + 0{,}0000001606\, t^2.$$

Addiren wir die beiden letzten Ausdrücke Glied für Glied, so muss, wenn die Volta'sche Spannungsreihe für alle Temperaturen gültig ist, die sich ergebende Summe der einzelnen Glieder gleich den entsprechenden Gliedern der Gleichung für E_1 sein. In der That ist das der Fall, denn

$$E_2 + E_3 = 96{,}74 - 0{,}001024\, t + 0{,}000002313\, t^2.$$

Aus den Versuchen von Avenarius ergibt sich weiter, dass die thermoelektrische Spannungsreihe nicht nur von der Temperaturdifferenz der Löthstellen, sondern auch von den Temperaturen selbst abhängig ist. Es folgt das unmittelbar aus der allgemeinen Form der Gleichung für die thermoelektromotorische Kraft

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1) \left\{ b + c\,(t_2 + t_1) \right\},$$

denn die Gleichung zeigt, dass jedesmal, wenn

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{c},$$

eine Umkehr des Stromes eintreten muss, somit, dass wenn $t_2 + t_1 < -\frac{b}{c}$, die Reihenfolge der Metalle in der Thermoreihe eine andere sein muss, als wenn $t_2 + t_1 > -\frac{b}{c}$.

In wie weit sich die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Temperatur durch Gleichungen zweiten Grades darstellen lasse, in wie weit also die von Avenarius gegebenen Beziehungen allgemeinere Gültigkeit haben, müssen weitere Versuche entscheiden.

Thermoelektrische Ströme zeigen sich nicht allein dann, wenn man eine von zwei Berührungsstellen verschiedener Metalle erwärmt, sondern sie lassen sich auch bei Anwendung eines Metalles hervorbringen. Seebeck[1]) zeigte schon, dass unter Umständen die Erwärmung einer Stelle eines Wismuthstabes einen elektrischen Strom erzeugen kann; Becquerel[2]) fand, dass ein Strom entstehe, wenn man in einem Drahte einen Knoten macht und nun eine neben dem Knoten befindliche Stelle des Drahtes erwärmt. Er glaubte daraus schliessen zu können, dass jedesmal, wenn man einen dünnen mit einem dicken Drahte verbinde und in der Nähe der Berührungsstelle erwärme, ein elektrischer Strom entstehe. Magnus[3]) hat aber gezeigt, dass dieser Schluss irrig sei, dass kein Strom entsteht, wenn die Drähte im Uebrigen eine gleiche physikalische Beschaffenheit, insbesondere gleiche Härte haben.

Ist dagegen nur ein geringer Unterschied in der Härte vorhanden, so tritt bei Erwärmung der Berührungsstelle der beiden Drähte immer ein Strom auf, der durch die Berührungsstelle bald von dem weichen zum harten Draht geht, bald umgekehrt.

Der Strom ging bei den Versuchen von Magnus von dem weichen zum harten Draht bei

Messing	Silber	Stahl	Cadmium	Kupfer	Gold	Platin

und lenkte die Nadel des Galvanometers ab um

55°	46°	45°	25°	18°	10°	5°.

Der Strom ging umgekehrt vom harten zu dem weichen Draht bei

	Neusilber	Zink	Zinn	Eisen
Ablenkung	34°	30°	5°	4°.

Bei Anwendung von Bleidrähten konnte kein Strom wahrgenommen werden.

---

1) *Seebeck,* Poggend. Ann. Bd. VI.

2) *Becquerel,* Traité de l'electricité T. II. p. 38.

3) *Magnus,* Denkschriften der Berliner Akademie 1851. Poggend. Ann. Bd LXXXIII.

Wie Thomson[1]) gezeigt hat, entsteht ebenso ein Strom, wenn man die Grenzstelle zwischen zwei Stücken eines und desselben Drahtes erwärmt, von denen das eine longitudinal gedehnt ist, das andere nicht; ferner, wenn man einen Draht an einer Stelle transversal presst oder hämmert und dann die eine Grenze des gehämmerten oder gepressten Stückes erwärmt.

Wenn man ferner zwei im Uebrigen ganz gleiche Drähte zusammenbringt, von denen aber der eine warm, der andere kalt ist, so entsteht ebenfalls im Augenblicke der Berührung ein Strom, der aber verschwindet, wenn die beiden Drähte gleiche Temperatur angenommen haben[2]). Dieser Strom ist häufig sogar stärker als jener, welcher zwischen harten und weichen Drähten entsteht, wie Magnus fand, als er in dieser Weise harte und weiche Drähte zusammenbrachte[3]). Nur beim Zusammenbringen von kaltem und warmem Quecksilber zeigte sich kein Strom.

Es ergibt sich also, dass bei den geringsten Verschiedenheiten an beiden Seiten der Berührungsstelle zweier Drähte, auch gleichen Metalls, bei Erwärmung der Berührungsstelle dort eine elektromotorische Kraft auftritt.

Demnach ist schon zu erwarten, dass zwischen Metallen und Flüssigkeiten ebenfalls thermoelektromotorische Kräfte thätig sein können, und ebenso zwischen verschiedenen Flüssigkeiten. Erstere sind häufig beobachtet worden, indem man in eine Flüssigkeit zugleich einen heissen und kalten Platindraht einsenkte[4]). Ich selbst habe sie beobachtet, indem ich ein flaches Gefäss mit metallischem Boden und metallischem Deckel ganz mit Flüssigkeit, z. B. Wasser oder einer verdünnten Salzlösung anfüllte, so dass der Deckel von der Flüssigkeit berührt wurde, und nun von unten gelinde erwärmte.

In ähnlicher Weise wie Avenarius die thermoelektrischen Ströme zwischen Metallen, hat Lindig[5]) jene zwischen Metallen und Flüssigkeiten untersucht; aus den Versuchen ergibt sich, dass die Aenderung der elektromotorischen Kräfte zwischen Metallen und Flüssigkeiten mit der Temperatur im allgemeinen nur sehr gering, zuweilen, wie bei amalgamirtem Zink und Schwefelsäure, nicht messbar ist. Auch hier zeigt sich, dass bei einzelnen Combinationen, wie bei Kupfer und Kupfervitriollösung, amalgamirtem Zink und Zinkvitriollössung die elektromotorische Kraft mit der Temperatur abnimmt, bei andern, wie nicht amalgamirtem Zink und Kochsalzlösung dagegen zunimmt. Bei der letztern Combination geht daher der Thermostrom durch die erwärmte Grenze von Metall zur Flüssigkeit, bei erstern umgekehrt.

---

1) *Thomson*, Philosophical Transactions of London Royal Soc. for 1856. p. III.

2) Zuerst beobachtet von Ritter. Gilbert Annalen Bd. IX. Man sehe auch Dove's Repertorium Bd. I. p. 344 ff.

3) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

4) Man sehe *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. §. 440 ff.

5) *Lindig*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

Thermoelektrische Ströme zwischen Flüssigkeiten hat Wild[1]) nachgewiesen, indem er die beiden Röhren des §. 54 beschriebenen Apparates bis zu einer gewissen Höhe mit ein und derselben Salzlösung, z. B. Kupfervitriol anfüllte, und dann in der dort angegebenen Weise auf diese Flüssigkeit eine andere, z. B. Zinkvitriol brachte, so dass in dem Apparate die Reihenfolge der Flüssigkeiten war: Kupfervitriol, Zinkvitriol, Kupfervitriol. Die eine der Stellen, wo die beiden Flüssigkeiten sich berührten, wurde erwärmt und die Ablenkung der Magnetnadel des Galvanometers beobachtet, dessen Drähte mit den Kapseln verbunden waren, welche die Röhren unten abschlossen.

Die thermoelektrischen Kräfte zwischen den Flüssigkeiten sind verglichen mit denen der Metalle bedeutend stärker als die elektromotorischen Kräfte bei der Berührung zweier Flüssigkeiten, verglichen mit denen der Metalle. So fand Wild die thermoelektromotorische Kraft zwischen

Schwefelsaurem Kupferoxyd	und	schwefels.	Kali	gleich	5,72
„	„	„	„	Magnesia	4,22
„	„	„	„	Zinkoxyd	3,61.

Das specifische Gewicht der Lösungen war 1,05 bis 1,09; als Einheit liegt die thermoelektromotorische Kraft zwischen Kupfer und Neusilber bei gleicher Temperaturdifferenz zu Grunde.

Auch verschieden concentrirte Lösungen desselben Salzes sind gegeneinander thermoelektromotorisch wirksam.

Zwischen den Flüssigkeiten, für welche Wild eine Spannungsreihe aufgestellt, besteht auch eine thermoelektromotorische Spannungsreihe.

Die Grösse der elektromotorischen Kräfte der Thermoströme, oder die den verschiedenen Temperaturen der Löthstellen entsprechenden Differenzen der elektromotorischen Kräfte der Metalle, verglichen mit der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elementes, ergibt sich für eine Anzahl Combinationen aus den vorhin angegebenen Versuchen von Avenarius.

Setzen wir das Daniell'sche Element als Einheit, so sind sie für

Neusilber — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00002123 - 0{,}0000000007172\,(t_2 + t_1)\right\}$$

Zink — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00001019 - 0{,}0000000002295\,(t_2 + t_1)\right\}$$

Kupfer — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00001062 - 0{,}0000000001606\,(t_2 + t_1)\right\}.$$

Für einzelne andere Elemente sind schon früher mehrfache Messungen vorgenommen worden.

Die erste Bestimmung der Art rührt wohl von Pouillet[2]) her; er ver-

1) *Wild,* Poggend. Ann. Bd. CIII.

2) *Pouillet,* Poggend. Ann. Bd. XLII.

glich die Widerstände mit einander, welche eingeschaltet werden mussten, einmal in einem Stromkreise einer Wollaston'schen Säule und dann eines Thermoelementes von Wismuth, Kupfer, um die Ablenkung einer Bussole auf denselben Werth zu bringen, also in beiden Fällen Ströme gleicher Stärke zu erzeugen. Die elektromotorischen Kräfte beider Ketten verhielten sich dann direct wie die Widerstände. Er fand, dass bei einer Temperaturdifferenz von 50° die elektromotorische Kraft der Thermokette 0,0053 der Wollaston'schen Säule war.

Wheatstone[1]) bestimmte nach seiner Methode das Verhältniss der elektromotorischen Kraft einer Kupfer-Wismuth-Kette bei einer Temperaturdifferenz von 100° gleich 0,0105 einer aus amalgamirtem Zink, Kupfervitriol und Kupfer zusammengesetzten Kette.

Um diese beiden Angaben auf Daniell'sche Ketten zu beziehen, benutzen wir die Angabe Becquerel's, nach welcher die elektromotorische Kraft eines Wollaston'schen Elementes gleich 0,558 derjenigen des Daniell'schen ist, und die Angabe von Regnauld, welcher diejenige der Wheatstone'schen Kette gleich 0,838 der Daniell'schen gefunden hat.

Daraus erhalten wir für die elektromotorische Kraft der Kupfer-Wismuth-Kette bei einer Temperaturdifferenz von 100°

nach Pouillet 2 . 0,0053 . 0,558 = 0,00590 D
„ Wheatstone 0,0103 . 0,838 = 0,00842 D.

Nach einer directen Vergleichung geben dieselbe an
Regnauld[2]) . . . . 0,00558 D
Neumann[3]) . . . . 0,0039 D.

Die elektromotorische Kraft einer Kupfer-Neusilber-Kette gibt Wild[4]) zu 0,001108 D an, nach Avenarius würde sie für $t_1 = 0$, $t_2 = 100^0$ gleich 0,001005 D sein.

Die Unterschiede in den obigen Zahlen können nach den vorher mitgetheilten Erfahrungen nicht auffallend erscheinen, da wir wissen, dass die geringste Verschiedenheit in der physikalischen Beschaffenheit der Metalle die Stellung derselben in der thermoelektrischen Reihe ändert.

Aus den Zahlen ergibt sich, dass die elektromotorischen Kräfte der Thermoelemente im allgemeinen gegen diejenigen bei dem Contact heterogener Substanzen nur sehr klein sind; die Intensität der von einem Elemente erzeugten Thermoströme ist deshalb nur sehr schwach.

Um kräftigere Ströme zu erhalten, verbindet man daher mehrere Thermoelemente zu einer Kette. Derartige Ketten erhält man, wenn man abwechselnd eine Anzahl Stäbchen in der Fig. 135 angegebenen Weise zusammenlöthet,

---

1) *Wheatstone,* Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Regnauld,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.
3) *Neumann.* Man sehe Wiedemann's Galvanismus Bd. I. §. 414.
4) *Wild,* Poggend Ann. Bd. CIII.

also z. B. Antimon, Wismuth, Antimon, Wismuth u. s. w. Erwärmt man dann entweder die geraden oder die ungeraden Löthstellen, so erhält man einen Strom, der bei gleichem Widerstande sich zu demjenigen eines Elementes verhält, wie die Zahl der erwärmten Löthstellen zu eins, da an jeder dieser Löthstellen eine elektromotorische Kraft thätig ist, welche mit den anderen gleich gerichtet ist.

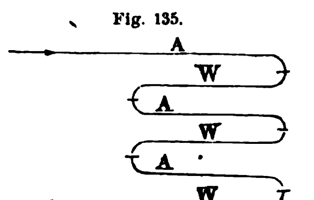


Fig. 135.

Betreffs der Construction solcher Ketten zu Thermosäulen für die Wahrnehmung sehr kleiner Temperatur-Differenzen und die Untersuchung der strahlenden Wärme haben wir im dritten Theile (p. 137) bereits das Nothwendige kennen gelernt. Es wird daher überflüssig sein, hier nochmals darauf zurück zu kommen.

Schliesslich möge noch bemerkt werden, dass nach den in diesem §. mitgetheilten Erfahrungen die elektromotorischen Kräfte der Elemente nur in sehr geringem Grade von der Temperatur beeinflusst werden können, ein Schluss, der auch durch Versuche Poggendorff's bestätigt wird[1].

Zweites Kapitel.

Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schliessungskreise.

§. 69.

Wärmeentwickelung im Schliessungskreise. Wenn man eine galvanische Batterie von grosser Oberfläche, also von geringem wesentlichem Widerstande durch einen dünnen Metalldraht schliesst, so zeigt sich alsbald in dem Drahte eine bedeutende Temperaturerhöhung, welche unter Umständen bis zum Glühen des Drahtes steigen kann. Es folgt somit, dass der durch den Draht fliessende galvanische Strom ebenso wie der Entladungsschlag der Leydener Batterie in dem Drahte Wärme erzeugt. Diese Beobachtung wurde bald nach der Entdeckung des Galvanismus gemacht, und schon Davy zeigte, dass die Erwärmung abhängig sei von dem Widerstande des Drahtes, dass sie um so stärker sei, je grösser bei gleicher Stromstärke der Widerstand des Drahtes ist.

Die Erwärmung ist zugleich abhängig von der Stromstärke und Vorsselmann de Heer[2]) glaubte schliessen zu dürfen, dass sie der Stromstärke proportional sei.

---

1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. L. p. 264.
2) *Vorsselmann de Heer,* Poggend. Ann. Bd. XLVI und Bd. XLVIII. Auch

Die ersten genaueren Untersuchungen über die Erwärmung von Drähten in einem homogenen Schliessungskreise rühren von Joule her[1]. Joule wand einen Draht um das Gefäss eines empfindlichen Thermometers und tauchte ihn mit demselben in ein Glas mit Wasser. Der Draht wurde dann in einen Stromkreis eingeschaltet, in welchem sich zugleich eine Tangentenbussole zur Messung der Stromstärke befand.

Wegen der äusserst geringen Leitungsfähigkeit des Wassers kann man die durch dasselbe bewirkte Nebenschliessung vernachlässigen und annehmen, der ganze Strom gehe durch den Draht. Die Temperaturerhöhung des Wassers wurde an dem Thermometer abgelesen und aus der bekannten Wassermenge die in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge berechnet.

Es zeigte sich nun zunächst bei Anwendung verschiedener Drähte, dass die bei constanter Stromstärke in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge dem Widerstande der angewandten Drähte direct proportional sei, welches im übrigen auch die Länge oder der Querschnitt der Drähte sein mag.

Durch gewisse theoretische Ueberlegungen schloss Joule dann daraus, dass die in gleichen Zeiten in einem und demselben Drahte entwickelten Wärmemengen bei verschiedener Stromstärke dem Quadrate der Stromstärke proportional sein müssen. Die Versuche bestätigen diesen Schluss, so dass also die in einer bestimmten Zeit in einem Drahte, durch welchen ein Strom fliesst, entwickelte Wärmemenge dem Widerstande des Drahtes und dem Quadrate der Stromstärke direct proportional ist. Bezeichnen wir demnach die in der Zeiteinheit durch einen Strom von der Intensität eins in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge mit w, so ist die in der Zeit t in einem Drahte von dem Widerstande R durch die Stromstärke J erzeugte Wärmemenge

$$W = w \,.\, J^2 \cdot R \cdot t.$$

Ist l die Länge, q der Querschnitt, s der specifische Widerstand des Drahtes, so ist

$$W = w \cdot J^2 \cdot \frac{ls}{q} \cdot t.$$

Das Joule'sche Gesetz wurde zunächst durch Versuche von Ed. Becquerel[2] und dann in ausgedehntester Weise durch die Versuche von Lenz[3] bestätigt. Lenz benutzte zu seinen Versuchen den Apparat Fig. 136. Auf

---

Ohm und Fechner nahmen dasselbe an. Man sehe Fechner, Lehrbuch des Galvanismus p. 317.

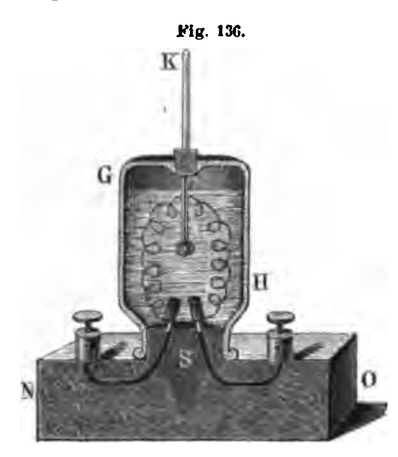
1) *Joule*, Philosophical Magazin vol. XIX. 1841. Dove's Repertorium. Bd. VIII.

2) *Ed. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.

3) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

einem Fussbrette *NO* ist der für die umgekehrt gestellte Glasflasche *GH* eingeschliffene Glasstöpsel *S* befestigt, so dass auf ihn die Flasche luft- und wasserdicht in umgekehrter Stellung befestigt werden kann. Durch den Glasstöpsel *S* sind zwei Platindrähte hindurch gebohrt und festgekittet, welche mit ihren kegelförmigen Enden in die Flasche hineinreichen. Auf die Kegel können zwei Platinklötzchen aufgeschoben, und mit ihnen kann der Draht, dessen Erwärmung untersucht werden soll, an die Platindrähte befestigt werden. Der zu erwärmende Draht ist zu einer losen Spirale aufgerollt, so dass die einzelnen Windungen sich nicht berühren. Er steht in der Flasche in der in der Figur angegebenen Weise durch seine eigene Elasticität aufrecht. Die in den Stöpsel eingekitteten Platindrähte sind durch Kupferdrähte, welche in das Fussbrett eingelassen sind, mit den Klemmen des Fussbrettes in leitender Verbindung.

Fig. 136.



Der nach oben gewandte Boden des Stöpselglases ist in seiner Mitte durchbohrt und durch diese Durchbohrung wurde ein empfindliches, genau kalibrirtes Thermometer in die Flasche eingesenkt, auf welchem noch 0°,04 Cels. abgelesen werden konnten. Das Thermometer wurde durch einen Kork in der Durchbohrung befestigt. Die Flasche wurde mit 86procentigem Spiritus gefüllt, da Wasser die Elektricität zu gut leitete, um die Nebenschliessungen vernachlässigen zu können.

Die Beobachtungen wurden von Lenz in folgender Weise ausgeführt. Zunächst wurde der Apparat 8°—10° C. unter die Temperatur der Umgebung erkaltet, dann in den Stromkreis einer Daniell'schen Batterie eingeführt, welcher ausserdem einen Rheostaten und eine Tangentenbussole enthielt, und durch Regulirung des Rheostaten dem Strome eine gewisse Stärke gegeben. War nun die Temperatur der Umgebung 16°, so wurden die Zeitpunkte bemerkt, in welchen die Temperatur des Weingeistes gleich 10°, 11° . . . 15°, 16°, 17° . . . . 22° war, während man durch rotirende Bewegung des Apparates dafür sorgte, dass die Temperatur des Weingeistes überall dieselbe war. Man erhielt auf diese Weise die Erwärmungen für sechs Zeitintervalle, von denen jede ebenso viele Grade unter als über der Temperatur der Umgebung umfasste. Dadurch war der Einfluss der umgebenden Temperatur eliminirt, da in der ersten Häfte des Versuches, während der Weingeist von 10°—16° erwärmt wurde, der Apparat von aussen ebenso viel Wärme erhielt, als er in der zweiten Hälfte nach aussen abgab. Man beobachtete also in der That die Zeit, welche der galvanische Strom brauchte, um den Weingeist um 12°, 10° . . . 2° zu erwärmen, indem

man von der Zeit, zu welcher der Apparat die Temperatur 22°, 21° ... hatte, jene abzog, zu welcher er die Temperatur 10°, 11° ... hatte.

Hierauf wurde dann der Erwärmungsapparat ausgeschaltet, der Stromkreis ohne ihn ganz in der früheren Weise geschlossen, und durch Einschalten einer Länge des Rheostatdrahtes der Strom auf die frühere Stärke gebracht. Der Widerstand des eingeschalteten Rheostatdrahtes ist dann gleich dem des erwärmten Drahtes.

Ist nun das Joule'sche Gesetz richtig, so muss die Wärmemenge W, welche in der Zeit t erzeugt wird, wenn w die in der Zeiteinheit durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge, J die Stromstärke und R der Widerstand des erwärmten Drahtes ist, sein

$$W = w \cdot R \cdot J^2 \cdot t.$$

Dieselbe Gleichung, welche für die erzeugte Wärmemenge gilt, muss hier, wo immer derselbe Apparat und dieselbe Menge von Weingeist benutzt wurde, auch für die Temperaturerhöhung gelten, da diese der erzeugten Wärmemenge proportional ist. Streng genommen ist allerdings bei der Anwendung verschiedener Drähte, da auch diese dieselbe Temperaturerhöhung erfahren, ein kleiner Unterschied vorhanden, da die Wärmecapacität und das Gewicht der Drähte verschieden ist. Lenz gibt aber an, dass der Wärmewerth des Drahtes, für welchen dieser Werth am grössten war, nur $\frac{1}{1450}$ des Wärmewerthes des Apparates betrug, woraus folgt, dass die Unterschiede in den Producten aus dem Gewichte der Drähte und ihren Wärmecapacitäten vernachlässigt und die Temperaturerhöhungen den erzeugten Wärmemengen proportional gesetzt werden dürfen.

Bedeutet nun τ die Zeit, welche erfordert wird, um eine Temperaturerhöhung des Apparates von 1° hervorzubringen, so folgt aus der vorigen Gleichung, wenn jetzt w die von der Einheit der Stromstärke bei Einschaltung eines Drahtes von der Einheit des Widerstandes in der Zeiteinheit in dem Apparate hervorgebrachte Temperaturerhöhung ist,

$$\frac{1}{w} = J^2 R \cdot \tau = \vartheta.$$

Der reciproke Werth von w oder ϑ ist nach dem Vorigen eine constante Grösse, er bedeutet jene Zeit, welche bei der Einheit der Stromstärke und des Widerstandes des eingeschalteten Drahtes die Temperatur des Apparates um 1° erhöht. Wenn demnach das Joule'sche Gesetz richtig ist, muss das Product aus dem Quadrate der Stromstärke, dem Widerstande des eingeschalteten Drahtes und der zur Erwärmung des Apparates um 1° erforderlichen Zeit eine constante Grösse sein.

Dass dem so ist, zeigen die Versuche von Lenz sehr deutlich, wie die im Folgenden mitgetheilte Tabelle zeigt. Die Zeit τ erhält man, indem man die zur Erwärmung von 12° erforderliche Zeit durch 12, die zur Er-

wärmung von 10^0, 8^0 ... erforderliche Zeit durch 10, 8 ... dividirt und aus diesen Zeiten das Mittel nimmt. In der folgenden Tabelle enthält die erste Columne die Bezeichnung der von Lenz benutzten Drähte, die zweite deren Widerstände, die dritte die angewandte Stromstärke, die vierte den in angegebener Weise erhaltenen Werth von τ, die letzte das Product $J^2 R\tau$.

Bezeichnung des Drahtes	R	J	τ Minuten	$RJ^2\tau$
Neusilberdraht I.	35,150	10,10	1,3495	4838,8
desgl.	35,29	15,35	0,5711	4734,4
desgl.	36,67	15,35	0,5286	4563,9
desgl.	35,32	20,85	0,3091	4609,2
Neusilberdraht II.	22,09	15,35	0,9166	4784,6
desgl.	22,05	20,85	0,4805	4611,6
desgl.	22,18	26,71	0,2999	4562,4
desgl.	22,62	20,85	0,4575	4514,0
Neusilberdraht III.	16,76	26,71	0,3836	4592,0
Platindraht	18,97	20,85	0,5556	4573,6
desgl.	19,24	26,71	0,3248	4457,9
Eisen	9,37	33,08	0,4353	4480,0
Kupfer	5,22	26,71	1,3010	4845,2
desgl.	5,22	33,08	0,8354	4772,1
desgl.	5,23	40,12	0,5750	4840,4
desgl.	5,26	48,07	0,3810	4640,9

Als Mittelwerth ergibt sich daraus

$$\vartheta = 4651,3.$$

Bedenkt man nun, dass kleine Fehler in den Beobachtungen in dem schliesslichen Resultat sich vielfach multipliciren, so wird man die Abweichungen in den Werthen für ϑ hinreichend erklärlich finden.

Den Wasserwerth seines Apparates gibt Lenz zu 82,6 Gr. an, demnach würde die Zeit, welche nothwendig wäre, um einem Gr. Wasser eine Temperaturerhöhung von 1^0 R. durch einen Strom, welcher bei der Einheit der Stärke durch einen Draht von der Einheit des Widerstandes geht, zu ertheilen, sein

$$\frac{4651,3}{82,6} = 56,2 \text{ Minuten};$$

für 1^0 C. wäre demnach die Zeit 45 Minuten.

Als Einheit der Stromintensität gilt ein Strom, der in einer Stunde 41,16 Cubcent. Knallgas bei 0^0 und 760^{mm} Druck liefert, und als Einheit des Widerstandes jener eines Kupferdrahtes von 6,358 Fuss engl. Länge und 0,0336 Zoll engl. Durchmesser bei 19^0 C.

Ebenso wie die festen Leiter eines Stromkreises werden auch die flüssigen in demselben enthaltenen Leiter erwärmt; die Gesetze der Wärmeentwicklung lassen sich in denselben aber nur schwierig rein darstellen, da in den flüssigen Leitern durch den Strom stets auch chemische Aenderungen hervorgebracht werden, und da diese auf den Wärmezustand der Flüssigkeit von Einfluss sind. Man kann aber unter gewissen Umständen die chemischen Aenderungen so reguliren, dass die durch diese hervorgebrachten Wärmewirkungen sich compensiren. Das ist z. B. der Fall, wenn man als Flüssigkeit eine concentrirte Lösung von Kupfervitriol nimmt, und als Elektroden Kupferbleche anwendet. Die chemischen Aenderungen der Flüssigkeit bestehen dann darin, dass an jener Elektrode, durch welche der Strom die Flüssigkeit verlässt, metallisches Kupfer abgeschieden wird; ganz dieselbe Kupfermenge wird aber von der den Strom zuführenden Elektrode wieder aufgelöst.

Da nun bei der Oxydation des Kupfers und der Bildung von schwefelsaurem Kupferoxyd ebenso viel Wärme erzeugt wird, als bei der Reduction des Kupfers aus diesem Salze verbraucht wird, so heben diese Wärmewirkungen sich auf.

In einer solchen Flüssigkeit hat nun Joule[1]) auch das von ihm für die festen Leiter aufgestellte Gesetz bestätigt gefunden; er beobachtete die Intensität des Stromes und die Temperaturerhöhung der Kupfervitriollösung; er bestimmte dann den Widerstand der zwischen den Elektroden enthaltenen Lösung und die specifische Wärme der Lösung. Zugleich bestimmte er die Correction wegen der Abkühlung der Flüssigkeit durch die Umgebung. Er konnte daraus die entwickelte Wärmemenge und jene bestimmen, welche sich entwickelt haben würde, wenn an Stelle der Lösung ein fester Körper von gleichem Widerstande eingeschaltet gewesen wäre; er fand die beiden Wärmemengen merklich gleich. Liess Joule dagegen den Strom durch angesäuertes Wasser gehen, in welches er mit Platinelektroden geleitet wurde, so war die entwickelte Wärmemenge wegen der eintretenden Gasentwicklung bedeutend kleiner.

Ed. Becquerel[2]) hat durch eine Reihe von Versuchen diese Erfahrungen bestätigt und das Joule'sche Gesetz auch in Flüssigkeiten nachgewiesen, in welchen eine Gasentwicklung eintritt. Für die Leitung durch Flüssigkeiten, in welchen Gasentwicklung eintritt, ist nämlich die beobachtete Wärmemenge gleich der Differenz der von dem Strome erzeugten und der zur Bildung der Gase verbrauchten. Ist nun N die zur Bildung von 1 Cubikcent. Gas verbrauchte Wärmemenge und q die in der Zeit t aus angesäuertem Wasser entwickelte Gasmenge, so ist die beobachtete Wärmeentwicklung

$$W = w \,.\, RJ^2 \,.\, t - N \,.\, q = M \,.\, J^2 - N \,.\, q.$$

1) *Joule*, Philosophical Magazin. vol. XIX. 1841. Man sehe betreffs dieser Versuche und der Versuche Becquerel's §. 127.

2) *Ed. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.

Nach den Angaben von Dulong und Petit wurde nun für N der Werth 2,071 eingesetzt, und dann aus der in gleichen Zeiten bei verschiedenen Stromstärken entwickelten Wärmemenge der Werth M aus

$$M = \frac{W + Nq}{J^2}$$

berechnet. Man erhielt auf diese Weise bei einer Reihe von Versuchen in der That für M merklich gleiche Werthe, nämlich bei 3 Versuchen 4,35; 3,42; 4,32.

Daraus ergibt sich dann, dass das Joule'sche Gesetz auch gültig ist für die Flüssigkeit in den galvanischen Elementen. Auch dafür hat Joule in einem Zinkplatin-Elemente, welches verdünnte Schwefelsäure enthielt, einen Nachweis geliefert. Es versteht sich von selbst, dass auch hier wegen der in der Kette statthabenden chemischen Vorgänge Correctionen an der beobachteten Wärme angebracht werden müssen, um das Gesetz zu erkennen.

Aus dem auch auf die flüssigen Leiter ausgedehnten Joule'schen Gesetze ergeben sich nun wichtige Folgerungen für die Wärmeentwicklung in dem Stromkreise einer galvanischen Kette.

Ist nämlich r der wesentliche Widerstand in einer solchen Kette, r_1 der Widerstand des Schliessungsbogens, ist ferner J die Stromstärke, so ist die in der Zeit t in der Kette selbst entwickelte Wärmemenge

$$W_1\, t = w \,.\, r \,.\, J^2 \,.\, t,$$

die im Schliessungsdrahte erzeugte Wärme

$$W_2\, t = w \,.\, r_1 \,.\, J^2 \,.\, t,$$

die im ganzen Stromkreise erzeugte Gesammtwärme ist somit

$$W \,.\, t = w\,(r + r_1) \,.\, J^2 \,.\, t = w \,.\, R \,.\, J^2 \,.\, t,$$

wenn R den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet. Bezeichnen wir nun mit E die elektromotorische Kraft der Kette, so können wir jenen Ausdruck für die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge schreiben

$$W \cdot t = w \cdot E \cdot \frac{E}{R} \cdot t.$$

Die in dem ganzen Schliessungskreise entwickelte Wärmemenge ist also dem Producte aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke direct proportional.

Wie wir nun früher sahen, ist die Stromstärke direct proportional der in der Zeiteinheit durch den Stromkreis fliessenden Elektricität, das Product

$$\frac{E}{R} \cdot t = k \cdot e$$

ist deshalb der in der Zeit t durch den Stromkreis fliessenden Elektricität e proportional; bezeichnet demnach k eine Constante, und setzen wir das Product

$$k \,.\, w = K,$$

so wird die in der Zeit t in dem Stromkreis erzeugte Wärmemenge

$$W \cdot t = K \cdot E \cdot e.$$

Dieselbe ist proportional dem Producte aus der elektromotorischen Kraft und der in der Zeit t durch den Stromkreis fliessenden Elektricität.

Die Uebereinstimmung dieses Ausdruckes mit dem von Riess für die Erwärmung des gesammten Schliessungskreises in Folge des Entladungsschlages der Leydener Batterie

$$W = K \cdot \frac{q^2}{s} = K \cdot \frac{q}{s} \cdot q,$$

worin q die Elektricitätsmenge, s die Oberfläche der Batterie, also $\frac{q}{s}$ die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie bedeutet, fällt in die Augen, denn auch in dem Ausdrucke für die Wärmeentwickelung durch den galvanischen Strom ist das Potential E der Elektricität an den Polen der Kette der Dichtigkeit der Elektricität proportional.

Noch eine bemerkenswerthe Folgerung lässt sich aus dem Joule'schen Gesetze und dessen Ausdehnung auf den ganzen Stromkreis ziehen. Wie wir später sehen werden, wird während der Bildung des galvanischen Stromes in der Kette Zink aufgelöst, und der Zinkverbrauch ist in gleichen Zeiten der Stromstärke proportional. Daraus folgt zugleich, dass der Zinkverbrauch in der Kette derselbe ist, wenn bei einer gewissen Stromstärke der Strom eine gewisse Zeit andauert, oder wenn bei doppelter Stromstärke der Strom nur die halbe Zeit dauert. Unter denselben Umständen ist aber auch die erzeugte Wärmemenge dieselbe, vorausgesetzt, dass die elektromotorische Kraft dieselbe ist. Denn ist die bei der Stromstärke J in der Zeit t erzeugte Wärmemenge gleich $W \cdot t$, so ist die bei der halben Stromstärke und gleichen elektromotorischen Kraft in derselben Zeit erzeugte Wärmemenge $\frac{1}{2}\ W \cdot t$, die in der doppelten Zeit also erzeugte Wärmemenge gleich $W \cdot t$. Daraus folgt also, dass die in einer gegebenen Kette während einer gewissen Zeit, ja überhaupt erzeugte Wärmemenge proportional ist der verbrauchten Zinkmenge, welches auch der Widerstand in dem Schliessungskreise sein mag.

Dieser Satz gilt jedoch nur so lange, als dieselbe galvanische Combination angewandt wird; ändert sich die elektromotorische Kraft derselben, so ändert sich bei gleicher Stromstärke die erzeugte Wärmemenge proportional der elektromotorischen Kraft.

Die Richtigkeit letzteren Satzes hat Poggendorff[1]), welcher zuerst auf denselben aufmerksam machte, nachgewiesen, indem er die Wärmeentwicklung in einem und demselben Drahte verglich, welche bei gleicher Stromstärke durch ein Daniell'sches und durch ein Grove'sches Element eintrat. Dieselbe war genau gleich. Da nun aber bei gleicher Stromstärke die Ge-

1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

sammtwiderstände sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte, so folgt, dass die gesammten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte. Denn denken wir uns in beiden Fällen den ganzen Stromkreis ersetzt durch Drähte gleichen Metalles und gleichen Querschnitts, so verhalten sich bei gleicher Stromstärke die Längen dieser Drähte wie die elektromotorischen Kräfte. Da nun aber in gleichen Stücken dieser Drähte die Wärmeentwicklungen dieselben sind, so folgt, dass die gesammten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die Längen der Drähte, somit wie die elektromotorischen Kräfte der beiden Batterien.

Den Satz, dass bei einer und derselben Kette die gesammte erzeugte Wärmemenge proportional ist dem in derselben stattfindenden Zinkverbrauche, hat Helmholtz [1]) dahin erweitert, dass die gesammte in dem Stromkreise erzeugte Wärmemenge gleich jener sein muss, welche durch die chemischen Processe in der Kette frei wird, so dass der galvanische Strom gewissermassen nur die in der Kette frei gewordene Wärmemenge im Stromkreise verbreiten würde. Daraus würde weiter sich ergeben, dass die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Elemente den in ihnen durch die stattfindenden Processe entwickelten Wärmemengen proportional wären. Es ergibt sich das leicht folgendermassen. Ist die Stromstärke J und die elektromotorische Kraft E, so ist nach dem Joule'schen Gesetze die in der Zeiteinheit im Stromkreise entwickelte Wärmemenge $w = K \,.\, J \,.\, E$. Wir erwähnten nun schon vorhin, dass die in den Ketten aufgelöste Menge Zink der Stromstärke proportional ist, somit auch die sämmtlichen in der Kette stattfindenden chemischen Processe. Nennen wir nun die Wärmemenge, welche von den der Einheit der Stromstärke entsprechenden chemischen Processen entwickelt wird C, so ist die von der Stromstärke J chemisch entwickelte Wärmemenge gleich $J \,.\, C$. Ist nun

$$k \,.\, J \,.\, E = J \,.\, C$$

so muss

$$k\, E = C$$

oder die elektromotorische Kraft der durch die Einheit der Stromstärke chemisch entwickelten Wärmemenge proportional sein. Der erstere dieser beiden Helmholtz'schen Sätze ist direct durch Versuche von Favre [2]) bestätigt worden, der letztere ergibt sich unmittelbar aus den im dritten Bande mitgetheilten Werthen der durch die chemischen Processe entwickelten Wärmemengen.

Zum Nachweise des erstern, von Favre übrigens unabhängig von Helmholtz aufgestellten Satzes brachte derselbe in das im dritten Bande p. 650 beschriebene Quecksilbercalorimeter eine Zink-Schwefelsäure-Platin-Kette, so dass auch der ganze Schliessungskreis sich im Innern desselben befand. Es wurde nun die Wärmemenge beobachtet, welche entwickelt wurde,

1) *Helmholtz,* Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. p. 48 ff.
2) *Favre,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XL.

während 33 Gramm Zink, also die als Mischungsgewicht 1 Gr. Wasserstoff entsprechende Zinkmenge in Zinkvitriollösung verwandelt wurde. Die Wärmemenge fand sich im Mittel gleich 18160 Wärmeeinheiten. Fast genau dieselbe Wärmemenge erhält man aber bei der Auflösung von 33 Gr. Zink zu Zinkvitriol, auch wenn dasselbe nicht in einer Kette gelöst wird. Für diese Wärmemenge erhält man nach §. 79 des dritten Bandes

Ueberführung des Zink in Oxyd	42612 W. E.
Bildung und Lösung des Salzes $Zn\,SO_4$	10398 „ „
	53010
Da nun bei dieser Auflösung 1 Gr. Wasserstoff entwickelt wird, so muss abgezogen werden die dabei verbrauchte Wärmemenge	34462 „ „
	18548.

Es werden also überhaupt bei diesem Processe 18548 Wärmeeinheiten entwickelt, fast genau mit der von Favre beobachteten übereinstimmend.

Dass sich die elektromotorischen Kräfte der constanten Ketten verhalten wie die durch die chemischen Processe in denselben entwickelten Wärmen, ergibt sich aus folgenden Zahlen.

In der Daniell'schen Kette wird für jedes Mischungsgewicht Zink, welches aufgelöst wird, ein Mischungsgewicht Kupfer reducirt; bei dieser Reduction werden verbraucht 29645 Wärmeeinheiten, es werden also in derselben frei

$$53010 - 29600 = 23410 \text{ W. E.}$$

In der Grove'schen Kette wird für jedes Atom Zink, welches aufgelöst wird, ein Molekül Salpetersäure zu Untersalpetersäure reducirt; die dabei verbrauchte Wärme beträgt, berechnet für die gleiche Menge Zink, 33 Gr., auf welche sich obige Rechnung bezieht, 6900 W. E.; in der Grove'schen Kette würden also durch den Verbrauch der gleichen Zinkmenge wie in der Daniell'schen Kette disponibel

$$53010 - 6900 = 46110 \text{ W. E.}$$

Das Verhältniss der in der Grove'schen und Daniell'schen Kette bei gleichem Zinkverbrauch, also bei gleicher Stromstärke in gleicher Zeit erzeugten Wärmemenge ist somit

$$\frac{46110}{23410} = 1{,}96,$$

eine Zahl, welche nahezu mit dem Verhältniss der elektromotorischen Kräfte dieser beiden Ketten übereinstimmt.

Mit Hülfe des Helmholtz'schen Satzes sind wir nun auch im Stande zu berechnen, wie viel Wärme durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, in der Zeit einer Minute entwickelt wird. Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke liefert in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas oder zersetzt das an Gewicht diesem gleiche Gewicht 0,53631 Milligramm Wasser. Bei dieser Zersetzung wird, wie im §. 77 gezeigt wird, 1,96647 Milligramm Zink aufgelöst. In

einer Daniell'schen Kette werden daher durch die Stromeinheit, nach den Favre'schen Bestimmungen, 1,57 Wärmeeinheiten entwickelt. Nach der Bestimmung von Bosscha ist nun die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich 480; man hat somit in die Daniell'sche Kette 480 Widerstandseinheiten einzuschalten, um die Stromstärke eins zu erhalten. In jeder Widerstandseinheit wird demnach der $^1/_{480}$ Theil der gesammten Wärme, somit 0,00328 Wärmeeinheiten entwickelt. Hiernach würde die Constante w in der Joule'schen Gleichung

$$W = w \,.\, J^2 R$$

bei Zugrundelegung der von uns gewählten Einheiten

$$w = 0{,}00328$$

sein, und die Zeit, welche nothwendig ist, um durch die Stromeinheit in der Widerstandseinheit eine Wärmeeinheit zu erzeugen, würde 303 Minuten betragen. Die Stromstärke, welche Lenz als Einheit gewählt hat, ist 0,686 der unsrigen, die Bestimmung der Widerstandseinheit aus den Dimensionen des von Lenz angewandten Drahtes ist unsicher, da die Leitungsfähigkeit des Kupfers, wie wir sahen, eine sehr verschiedene sein kann. Bosscha[1] hat deshalb die Grösse der von Lenz gewählten Widerstandseinheit aus der von Lenz gewählten Einheit der Stromstärke und der von Lenz selbst bestimmten Grösse der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elements berechnet. Lenz gibt nämlich in seiner Abhandlung an, dass in den von ihm gewählten Einheiten die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes, wie er sie benutzte, gleich 47,16 gewesen sei. Es bedurfte demnach 47,16 seiner Widerstandseinheiten, um dem Strome eines Daniell'schen Elementes die Einheit der Stärke zu geben. Da nun die Lenz'sche Stromeinheit für die Minute 0,686 Kubikcentimeter Knallgas liefert, so bedarf es in unsern Einheiten bei dem Daniell'schen Elemente nach der Bosscha'schen Bestimmung der elektromotorischen Kraft aus der Gleichung

$$\frac{480}{r} = 0{,}686; \qquad r = \frac{480}{0{,}686} = 700$$

Widerstandseinheiten, um die Lenz'sche Einheit der Stromstärke zu erhalten. Die Widerstandseinheit von Lenz ist deshalb in unsern Einheiten

$$\frac{700}{47{,}16} = 14{,}84.$$

Die Lenz'sche Widerstandseinheit ist somit 14,84 der unsrigen. Die in dieser durch die Lenz'sche Stromeinheit entwickelte Wärmemenge muss demnach 0,02243 Wärmeeinheiten sein, oder eine Wärmeeinheit muss in 44,6 Minuten entwickelt werden, eine Zahl, welcher die von Lenz gefundene fast vollkommen gleich ist.

Andere Berechnungen der entwickelten Wärmemengen und Bestätigungen der Theorie werden wir in §. 127 kennen lernen.

1) *Bosscha*, Poggend. Ann. Bd. CVIII.

§. 70.

Ableitung des Joule'schen Gesetzes aus dem Ohm'schen Gesetze. Die Wärmeentwicklung in den Leitern des galvanischen Stromes ist nach der mechanischen Wärmetheorie als eine gewisse Arbeit aufzufassen, welche die Elektricität bei dem Durchströmen des Leiters leistet. Indem die Elektricität den Widerstand des Leiters überwindet, gibt sie ihre Bewegung an die Moleküle des Leiters ab und erwärmt dadurch den Leiter. Setzen wir zunächst einen rein metallischen Leiter voraus, in welchem die Elektricität sonst gar keine Arbeit leistet, so muss die gesammte Arbeit der Elektricität als Wärme auftreten. Wenn wir die Anschauung der Elektricität als einer Flüssigkeit festhalten, können wir diese Abgabe der Bewegung derjenigen bei der Reibung zweier Körper analog ansehen, wenn ein Körper über seiner Unterlage oder eine Flüssigkeit durch enge Röhren mit gleichförmiger Geschwindigkeit hin bewegt wird, so dass in jedem Augenblicke die gesammte geleistete Arbeit nur zur Ueberwindung der Reibung benutzt wird. Um die von dem galvanischen Strome entwickelte Wärmemenge zu berechnen, haben wir demnach nur die von dem Strome geleistete Arbeit zu bestimmen.

Wie wir im §. 30 nachwiesen, ist die Arbeit, welche eine gegebene Elektricitätsmenge bei irgend einer Zustandsänderung leistet, gleich der Aenderung des Potentials der gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst. Ganz in derselben Weise können wir auch die Arbeit bestimmen, welche ein elektrischer Strom zu leisten im Stande ist[1]). Wir betrachten dabei den galvanischen Strom als einen solchen positiver Elektricität, eine Anschauungsweise, welche im schliesslichen Resultat dieselbe ist, als wenn wir den Strom als einen solchen beider Elektricitäten ansehen, welche sich durch den Leiter nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Denn es ist nach allen frühern Entwicklungen dasselbe, wenn sich durch einen Querschnitt des Leiters die Elektricitätsmenge $^1/_2\, q$ nach der einen und $-\, ^1/_2\, q$ nach der entgegengesetzten Seite bewegt, oder die Elektricitätsmenge q nur nach der Richtung des positiven Stromes sich bewegt.

Sei nun während des Stromes an irgend einer Stelle des Leiters zur Zeit t das Elektricitätselement dq. Ist der Potentialwerth der auf dem Leiter vorhandenen freien Elektricität in der Niveaufläche, in welcher sich gerade das Element dq befindet, gleich V, und ist $-\frac{dV}{dn}$ die Aenderung des Potentialwerthes parallel der Normale der Niveaufläche, so ist die das Element dq bewegende Kraft gleich

$$-\, dq \cdot \frac{dV}{dn}.$$

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XI.

Durch diese Kraft wird das Element in der Zeit dt parallel der Normale der Niveaufläche die Wegstrecke dn fortgeführt, die dieser Bewegung entsprechende Arbeit ist dann

$$-dq \cdot \frac{dV}{dn}\, dn.$$

Wird nun das Element dq durch die endliche Strecke n bewegt, so ist die dabei geleistete Arbeit gleich der Summe aller der unendlich kleinen jedem Wegeelement dn entsprechenden Arbeiten, wo für jedes Element dn die dort stattfindende Aenderung des Potentialwerths eingesetzt werden muss. Der Werth dieser Summe oder

$$-\int dq \cdot \frac{dV}{dn} \cdot dn$$

ist aber, da dq immer dasselbe ist, und $\frac{dV}{dn}\, dn = dV$ die Differenz der an den auf einander folgenden Punkten des Weges vorhandenen Potentialwerthe ist, gleich

$$dq\,(V_1 - V_2),$$

wenn V_1 der Potentialwerth der gesammten auf dem Leiter vorhandenen Elektricität beim Beginne und V_2 denselben am Ende des Weges bezeichnet.

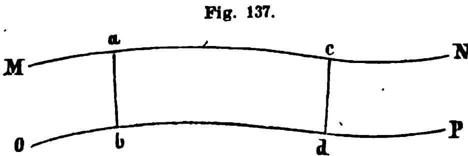
Nach der im vorigen Abschnitte eingeführten Bezeichnungsweise ist $V_1 dq$ das Potential der gesammten freien Elektricität auf das bewegte Element dq im Beginne, $V_2 dq$ dasselbe am Ende der Bewegung. Da nun der obige Werth der Arbeit für jedes Element dq gilt, welches durch denselben Weg bewegt wird, also für eine endliche Elektricitätsmenge $q = \int dq$ der Ausdruck gilt

$$q\,(V_1 - V_2),$$

so gelangen wir zu dem Satze: „Die bei einer bestimmten Bewegung einer Elektricitätsmenge von der in dem Leiter wirksamen Kraft gethane Arbeit ist gleich der bei dieser Bewegung eingetretenen Aenderung des Potentials der auf dem Leiter vorhandenen Elektricität auf die bewegte Elektricitätsmenge."

Um nun mit Hülfe dieses Satzes die in einem Stromleiter geleistete Arbeit zu bestimmen, sei Fig. 137 $MNOP$ ein Stück eines lang gestreckten Leiters, der von einem constanten Strome durchflossen sei, und seien ab und cd die Durchschnitte zweier Niveauflächen und des Leiters, denen in ab der Potentialwerth V_1, in cd der Potentialwerth V_2 entspreche. Die Arbeit, welche der Strom in einer bestimmten Zeit auf der Strecke ac leistet, ist gleich der Veränderung des Potentials der gesammten freien Elektricität auf die während der Zeit in dem Leiterstück bewegte Elektricität. Da wir einen constanten Strom voraussetzen, so sind

Fig. 137.



die Werthe der Potentiale V an den verschiedenen Stellen des Leiters immerwährend unveränderlich, ebenso tritt genau dieselbe Elektricitätsmenge, welche bei *ab* in das Stück des Leiters eintritt, auch bei *cd* wieder heraus. Bezeichnen wir nun mit J die Intensität des den Leiter durchfliessenden Stromes, so können wir mit $K \,.\, J$ die Menge der in der Zeiteinheit durch *ab* in das Leiterstück hineinfliessenden und ebenso jene der durch *cd* das Leiterstück verlassenden Elektricitätsmenge bezeichnen, worin K eine von der gewählten Einheit der Stromstärke abhängige Constante ist. In der Niveaufläche *ab* ist dann das Potential der freien auf dem Leiter vorhandenen Elektricität auf die in der Zeiteinheit bewegte gleich

$$K \,.\, J \,.\, V_1,$$

in der Niveaufläche *cd* dagegen

$$K \,.\, J \,.\, V_2.$$

Die Aenderung des Potentials der freien auf die bewegte Elektricität ist daher in dem Leiterstücke *ac* gleich der Differenz dieser beiden Werthe, somit ist die von der strömenden Elektricität geleistete Arbeit

$$L = K \,.\, J \,.\, (V_1 - V_2)$$

oder die von dem elektrischen Strome in einem beliebigen Leiterstücke in der Zeiteinheit geleistete Arbeit ist gleich der Differenz der Potentialwerthe im Anfange und am Ende des Leiterstücks multiplicirt mit der Stromstärke, das heisst mit der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricitätsmenge.

Bezeichnen wir nun den Widerstand unseres Leiterstückes mit R, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$K \,.\, J = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

$$K \,.\, J \,.\, R = V_1 - V_2$$

und damit wird die geleistete Arbeit

$$L = K^2 \,.\, J^2 \,.\, R$$

oder die in einem Leiterstücke von dem Strome geleistete Arbeit ist gleich dem Quadrate der Stromstärke multiplicirt mit dem Widerstande des Leiterstückes. Da das Leiterstück beliebig sein kann, so gilt der Satz auch für den ganzen Stromkreis, wenn dann R den Widerstand des Stromkreises bezeichnet.

Wenn nun in dem Leiterstücke R keine andere Arbeit geleistet wird, so muss diese gesammte Arbeit als Wärme auftreten; ist deshalb der Wärmewerth der Arbeitseinheit gleich A, so wird die in dem Leiterstücke in der Zeiteinheit entwickelte Wärme

$$W = A \,.\, L = A\, K^2\, J^2 \,.\, R,$$

ein Ausdruck für die entwickelte Wärmemenge, welcher genau dem Joule'schen Gesetze entspricht. Würden wir in dieser Gleichung die Constante

K bestimmen, das heisst die in dem Stromkreise circulirende Elektricitätsmenge in dem in der Elektrostatik aufgestellten mechanischen Maasse angeben können, so liesse sich nach dieser Gleichung die Wärmemenge theoretisch berechnen und mit der nach den Sätzen von Helmholtz aus der chemischen Action berechneten Menge vergleichen. Diese Messung der Elektricitätsmenge nach mechanischem Maasse können wir indess erst nach Vorführung der Inductionserscheinungen vornehmen; wir werden dann auch die im dritten Bande p. 329 bereits erwähnte Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch elektrische Messungen kennen lernen.

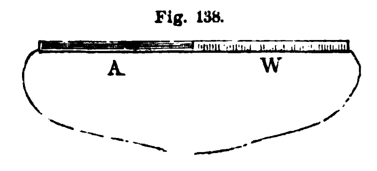
Wenn in dem betrachteten Leiterstücke noch eine andere Arbeit geleistet wird, so muss die durch den Strom entwickelte Wärmemenge um den Wärmewerth dieser Arbeit kleiner sein; wir haben im vorigen Paragraph bereits die Bestätigung dieses Satzes in den Versuchen von Joule und Becquerel kennen gelernt, welche zeigten, dass die in Flüssigkeiten erzeugte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner ist, welche zur Zersetzung der Flüssigkeiten verbraucht wird. In etwas anderer Weise hat Favre[1]) diese Folgerung durch Versuche bestätigt, wir werden diese Versuche bei Gelegenheit der Arbeitsleistungen durch den Strom besprechen. (Man sehe §. 127.)

§. 71.

Temperaturänderungen an Berührungsstellen heterogener Leiter. Ausser der Erwärmung, welche in dem ganzen einen galvanischen Strom leitenden Stromkreise stattfindet, zeigen sich noch besondere Temperaturänderungen an den Stellen, wo zwei verschiedene Metalle zusammenstossen; derartige Stellen können, wie zuerst Peltier[2]) beobachtet hat, entweder stärker oder weniger stark erwärmt werden als die übrigen Theile der Leitung, oder sogar erkältet werden.

Man nehme einen Stab *AW* Fig. 138, der zur Hälfte *A* aus Antimon, zur Hälfte *W* aus Wismuth besteht; wird an diesem Stabe die Löthstelle erwärmt, so circulirt in einem Kreise, in welchem der Stab eingeschaltet ist, ein Strom so, dass er durch die warme Löthstelle vom Wismuth zum Antimon geht. Wird dagegen die Löthstelle abgekühlt, so entsteht ein Strom, welcher durch dieselbe vom Antimon zum Wismuth geht.

Fig. 138.



Lässt man nun durch diesen Stab, dessen Temperatur gleich der der Umgebung sein möge, einen schwachen Strom gehen, welcher durch die Löth-

1) *Favre,* Comptes Rendus. T. XXXIX. p. 1212.

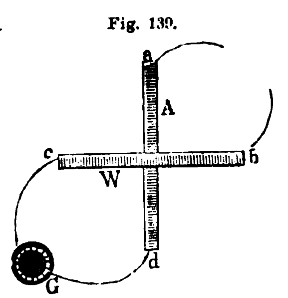
2) *Peltier,* Annales de chim. et de phys. T. LVI. Poggend. Ann. Bd. XLIII. *Dove's* Repert. Bd. I. p. 353.

stelle vom Wismuth zum Antimon geht, also wie der Thermostrom, bei Erwärmung der Löthstelle, so wird die Löthstelle unter die Temperatur der Umgebung abgekühlt. Lässt man dagegen den Strom in der Richtung vom Antimon zum Wismuth gehen, so wird die Löthstelle erwärmt.

Ganz dasselbe zeigt sich bei Anwendung irgend zweier Metalle, welche thermoelektrisch gegen einander wirksam sind; lässt man einen Strom durch die Löthstelle gehen, dessen Richtung gleich derjenigen ist, welche ein durch Erwärmung der Löthstelle erzeugter haben würde, so wird die Löthstelle abgekühlt, leitet man einen Strom hindurch, welcher gleiche Richtung mit dem durch Erkältung der Löthstelle erzeugten hat, so wird die Löthstelle erwärmt. Ein Strom also, welcher durch Zufuhr von Wärme zu einer Löthstelle erzeugt wird, verbraucht auch auf andere Weise entwickelt, bei dem Durchgange durch die Löthstelle Wärme, ein Strom dagegen, welcher durch Fortnahme von Wärme von einer Löthstelle erzeugt wird, liefert in dieser Löthstelle Wärme.

Man kann diese Erscheinung sehr leicht mit Hülfe des sogenannten Peltier'schen Kreuzes (Fig. 139) nachweisen, zwei kreuzweise über einander gelegten und in ihrer Mitte auf einander gelötheten Stäben, der eine *A* aus Antimon, der andere *W* aus Wismuth. Die Enden *a* und *b* der Stäbe verbindet man mit einer Daniell'schen Säule, die Enden *c* und *d* mit einem Galvanometer *G*. Lässt man nun den Strom der Säule durch das Kreuz von *b* nach *a*, also vom Wismuth zum Antimon gehen, so fliesst durch das Galvanometer ein Strom von *c* nach *d*, welcher nur von der Abkühlung der Löthstelle herrühren kann. Gibt man dem Strome der Säule die entgegengesetzte Richtung, so fliesst auch durch das Galvanometer ein dem vorigen entgegengesetzter Strom. Die Entstehung von Thermoströmen, wenn durch den Kreuzungspunkt der beiden Stäbe ein Strom hindurchgegangen war, beweist die Erwärmung oder Erkältung der Löthstelle.

Fig. 139.



Man kann indess schon mit weniger empfindlichen Mitteln diese Erkältung der Löthstelle nachweisen. Peltier schloss in die Kugeln eines Differentialthermometers in jede ein Thermoelement so ein, dass wenig mehr als die Löthstellen sich im Innern der Kugeln befand. Liess er nun einen Strom durch dieselben hindurchgehen, so trat eine bedeutende Verschiebung des Flüssigkeitstropfens nach der Seite ein, wo der Strom vom Wismuth zum Antimon durch die Löthstelle ging. Auch wenn ein Strom nur durch eins der Thermoelemente ging, trat die Verschiebung des Index ein, und zwar wenn der Strom vom Wismuth zum Antimon ging, trat bei schwachen Strömen eine Erkältung ein, bei stärkeren wurde das Thermoelement erwärmt, aber immer weniger, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hatte.

Schliesst man in ein Luftthermometer von Riess einen dem in Fig. 138 dargestellten ähnlichen Stab ein, so dass die Löthstelle sich im Innern der Kugel befindet, so steigt bei schwachen Strömen in der Richtung vom Wismuth zum Antimon die Flüssigkeit gegen die Kugel hin auf, ein Beweis, dass die Temperatur in der Kugel erniedrigt wird; bei stärkeren tritt eine Temperaturerhöhung ein, welche aber immer geringer ist, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, und auch geringer, als wenn bei gleichem Widerstande die Löthstelle nicht vorhanden wäre.

Einen sehr auffälligen Beweis für die Kälteerzeugung durch den galvanischen Strom hat Lenz[1]) geliefert. Er löthete eine Wismuth- und Antimonstange von circa 1 Quadratcentimeter Querschnitt in der Weise Fig. 138 aneinander, und bohrte in die Löthstelle eine kleine Vertiefung. Die Stange wurde dann auf schmelzenden Schnee gelegt, und die Vertiefung mit Wasser gefüllt. Darauf wurde der Strom eines Grove'schen Elementes von 1 Quadratfuss Oberfläche in der Richtung von dem Wismuth zum Antimon durch die Stange geleitet. Nach 5 Minuten war das Wasser vollständig gefroren und das Eis sogar auf — 4,4° C. erkaltet.

Aus dem Vorigen ergibt sich, dass die Erkältung oder Erwärmung der Löthstelle abhängig ist von der Stärke des durch sie hindurchgesandten Stromes, da je nach der Stärke desselben die Löthstelle erkaltet oder erwärmt wird. Die Abhängigkeit der Temperaturänderung der Löthstellen von der Stromstärke haben von Quintus Icilius[2]) und später Frankenheim[3]) näher untersucht; Beide gelangten zu demselben Resultate.

Quintus Icilius leitete dabei einen Strom durch 30 zu einer Kette verbundene Antimon-Wismuth-Elemente. Ging dann der Strom durch die erste, dritte etc. Löthstelle vom Antimon zum Wismuth, so ging er durch die zweite, vierte, überhaupt die paaren Löthstellen von dem Wismuth zum Antimon. Die ersteren Löthstellen werden dann stärker, die letzteren weniger stark erwärmt, als die Metalle selbst durch den galvanischen Strom erwärmt werden. Wenn man deshalb den durch die Thermokette geleiteten Strom rasch unterbricht und statt dessen die Enden der Thermokette mit einem Galvanometer verbindet, so muss durch dasselbe ein Thermostrom gehen, dessen Intensität der Temperaturdifferenz der Löthstellen, da diese jedenfalls nur klein sind, proportional gesetzt werden kann. Dieser Temperaturdifferenz sind aber die Erwärmungen und Erkältungen an den Löthstellen proportional, da dieselbe zur Hälfte Folge der erkältenden, zur Hälfte Folge der erwärmenden Wirkung an den Löthstellen ist.

Frankenheim wandte bei seinen Versuchen ein Peltier'sches Kreuz an und beobachtete den Thermostrom, welcher nach Unterbrechung des er-

---

1) *Lenz,* Poggend. Ann. Bd. XLIV.
2) *von Quintus Icilius,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIX.
3) *Frankenheim,* Poggend. Ann. Bd. XCI.

regenden Stromes durch das Galvanometer G (Fig. 139) ging. Dieser Thermostrom hat eine verschiedene Stärke, je nachdem der erregende Strom in der einen oder andern Richtung durch das Kreuz geht. Bezeichnen wir nämlich die Temperaturerhöhung der Löthstelle, welche dort nach dem Joule'schen Gesetze eintritt, der Strom mag in der einen oder andern Richtung hindurchgehen, mit a, die Temperaturänderung in Folge des besondern Verhaltens der Löthstelle mit b, so ist die Temperaturerhöhung, wenn der Strom vom Antimon zum Wismuth geht $a + b$, geht er umgekehrt $a - b$. Sind nun die in beiden Fällen beobachteten Thermoströme i_1 und i_2, so ist, da wir auch hier die Thermoströme der Temperaturerhöhung der Löthstelle proportional setzen dürfen,

$$i_1 = k\,(a + b)\,;\ i_2 = k\,(a - b)$$

$$b = {}^1/_2\,\frac{i_1 - i_2}{k}\,;\quad a = {}^1/_2\,\frac{i_1 + i_2}{k},$$

so dass man also zugleich a und b erhalten konnte.

Beide Physiker fanden nun übereinstimmend, dass die Temperaturänderung der Löthstelle in Folge jener eigenthümlichen Wirkung, also b der Intensität des erregenden Stromes proportional, dass also $b = B\,.\,J$ ist, während $a = A\,.\,J^2$ ist, wenn B und A Constante, J die Intensität des erregenden Stromes bedeutet. Geht nun der Strom vom Wismuth zum Antimon, so folgt, dass die Temperaturänderung der Löthstelle ist

$$t = A\,.\,J^2 - B\,.\,J.$$

Ist nun

$$A\,.\,J^2 = B\,.\,J;\ J = \frac{B}{A},$$

so ist die Temperaturänderung gleich 0, die Löthstelle wird weder erwärmt, noch abgekühlt; ist J kleiner, so wird t negativ, da das erste Glied dann rascher abnimmt als das zweite, ist J grösser, so wird t positiv, die Löthstelle also erwärmt.

In etwas anderer Weise hat später Edlund[1]) die Temperaturänderungen der Löthstellen untersucht, indem er einen dem Riess'schen Luftthermometer analogen Apparat dazu benutzte. In das die Kugel des Luftthermometers vertretende kupferne Gefäss waren isolirt die zusammengelötheten Drähte eingeführt, so dass die Löthstelle sich in der Mitte des Gefässes befand. Von dem kupfernen Gefäss ging eine Röhre aus, welche, nachdem man sich überzeugt hatte, dass die Drähte luftdicht in das Gefäss eingeführt waren, durch einen Kautschukschlauch mit einem Flüssigkeitsreservoir verbunden wurde, so dass man durch Heben und Senken des Reservoirs die Flüssigkeit in der von dem Kupfergefäss ausgehenden Glasröhre an eine bestimmte Stelle bringen konnte. Um das Gefäss des Luftthermometers von den Temperaturschwankungen der Umgebung unabhängig zu machen,

1) *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXL.

war dasselbe von einem doppelwandigen Zinkgefässe umgeben, zwischen dessen Wänden sich etwa 5 Liter Wasser befanden.

Bei den Versuchen wurde nun zunächst der Strom in der einen Richtung durch die Löthstelle so lange hindurch gesandt, bis die Temperatur des Luftthermometers constant wurde, bis dasselbe also soviel Wärme an die Umgebung abgab, als es von dem Drahte erhielt. Da die Temperaturerhöhung des Luftthermometers immer nur eine geringe war, so war die Wärmeabgabe nach aussen der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional, somit war auch die in dem Drahte in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, welche der ausgestrahlten gleich ist, der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional.

Ist demnach die an einer Scala der Röhre des Luftthermometers beobachtete Depression der Flüssigkeit gleich $A + a$ Scalatheile, und w die in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, so ist

$$A + a = k \cdot w,$$

worin k irgend eine Constante bedeutet. Die Wärmemenge w rührt nun her einmal von der nach dem Joule'schen Gesetze in dem Drahte und dann von der an der Löthstelle entwickelten; erstere ist dem Quadrate der Stromstärke, letztere der Stromstärke proportional, so dass wir setzen können

$$w = m \cdot J^2 + n \cdot J$$

und damit

$$A + a = k\,m \cdot J^2 + k\,m\,J = M \cdot J^2 + N\,J.$$

Darauf wird der Strom in entgegengesetzter Richtung durch das Luftthermometer gesandt, wobei sich die entwickelte Wärmemenge von der vorigen nur dadurch unterscheidet, dass jetzt an der Löthstelle genau so viel Wärme verbraucht wird, wie vorher dort entwickelt wurde. Ist deshalb jetzt die beobachtete Depression $A + a'$ so ist

$$A + a' = M\,J^2 - N\,J$$

und aus beiden Beobachtungen

$$\frac{a - a'}{2} = N\,J.$$

Ist demnach der Satz richtig, dass die Temperaturänderung, respective die in der Löthstelle entwickelte oder verbrauchte Wärmemenge der Stromstärke proportional ist, so muss die Differenz der bei beiden Stromrichtungen beobachteten Depressionen der Stromstärke proportional sein. Es zeigte sich das bei allen Versuchen bestätigt, wie folgende Zahlen zeigen. Die Stromstärken sind an der Tangentenbussole gemessen, sie sind also den Tangenten der unter der Rubrik Stromstärken angegebenen Winkel proportional.

1. Kupfer und Eisen. Geht der Strom vom Kupfer zum Eisen, so wird die Löthstelle abgekühlt.

Stromstärke	$a - a'$ beobachtet	$a - a'$ berechnet
45^0	19,4	19,8
$44^0\ 6'$	18,6	19,2
$32^0\ 30'$	12,9	12,6
$31^0\ 25'$	12,5	12,1.

Die berechneten Werthe sind nach der Gleichung

$$a - a' = 19{,}82 \,.\, \text{tang } v$$

erhalten. Mit einer andern Sperrflüssigkeit, welche ein etwas grösseres specifisches Gewicht hatte, fand Edlund

$$a - a' = 17{,}83 \text{ tang } v.$$

2. Platin-Kupfer; Abkühlung, wenn der Strom vom Platin zum Kupfer geht.

$$a - a' = 7{,}37 \,.\, \text{tang } v.$$

3. Neusilber-Kupfer; Abkühlung, wenn der Strom vom Neusilber zum Kupfer geht.

$$a - a' = 15{,}57 \,.\, \text{tang } v.$$

4. Wismuth-Kupfer; Abkühlung, wenn der Strom vom Wismuth zum Kupfer geht.

$$a - a' = 141{,}3 \text{ tang } v.$$

Edlund hat gleichzeitig die elektromotorischen Kräfte derselben Combinationen bei Erwärmung der einen Löthstelle untersucht, um sie mit den durch den Strom hervorgebrachten Temperaturänderungen zu vergleichen. Für die angewandten Combinationen erhielt er bei einer Temperaturdifferenz von 10^0 folgende elektromotorische Kräfte, ausgedrückt in einer willkührlichen Einheit

Eisen-Kupfer	24,93
Platin-Kupfer	8,23
Neusilber-Kupfer	23,18
Wismuth-Kupfer	92,27 — 78,47.

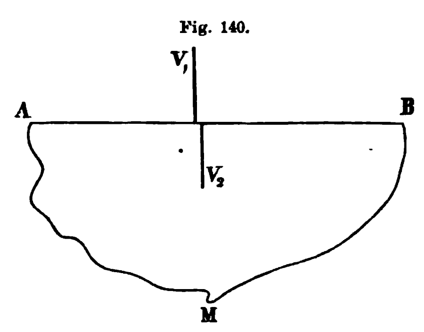
Die beiden Zahlen für Wismuth-Kupfer sind bei zwei verschiedenen Combinationen derselben Metalle erhalten; die Verschiedenheit kann in Structurunterschieden des Wismuths ihren Grund haben. Vergleichen wir die für die elektromotorischen Kräfte erhaltenen Zahlen mit den Werthen der Temperaturänderungen, so finden wir dieselben, mit Ausnahme der Werthe für Wismuth-Kupfer, annähernd einander proportional; denn die Quotienten aus den die elektromotorischen Kräfte darstellenden Zahlen und jenen für die Temperaturänderungen erhaltenen sind der Reihe nach 1,4; 1,11; 1,49. Die Erwärmung bei Wismuth-Kupfer ist indess beträchtlich grösser.

Die Erfahrungen über die Temperaturänderungen der Löthstellen beim Hindurchfliessen eines Stromes müssen unsere Anschauung über die Natur der elektromotorischen Kraft, wie wir sie §. 50 aufstellten, etwas modi-

ficiren, wie das zuerst Clausius [1]) hervorgehoben hat, wir müssen nämlich annehmen, dass bei der Bewegung der Elektricität an den Contactstellen heterogener Leiter die Wärme eine wesentliche Rolle spielt.

Um das zu übersehen, betrachten wir die Bewegung der Elektricität in den einzelnen Theilen des Stromkreises etwas genauer. Sei Fig. 140 *AB* der Theil des Stromkreises, in welchem sich die Quelle des Stromes, ein beliebiges Element, befindet, und seien V_1 und V_2 die Potentialwerthe der freien Elektricität an den beiden Seiten der Quelle, also etwa an den Polen der Säule. In dem Stromkreise *AMB* fliesst dann die Elektricität von *A* über *M* nach *B*, also in der Richtung der abnehmenden Potentialwerthe, durch die Quelle dagegen fliesst der Strom von dem tiefern zum höhern Potentialniveau. Um die Elektricität von dem tiefern in das höhere Niveau zu heben, muss nach unsern frühern Sätzen eine Arbeit geleistet werden, welche dem Product aus der Differenz der Potentialniveaus in die Menge der bewegten Elektricität gleich ist. Wenn diese Arbeit nicht auf eine andere Weise geleistet wird, so muss eine ihr entsprechende Wärmemenge verbraucht werden. Bei der Elektrisirmaschine, wo wir einen Strom von dem Conductor zum Reibzeuge herstellen können, leisten wir die Arbeit, indem wir die Scheibe der Maschine drehen, bei der galvanischen Combination dagegen wird die Arbeit durch die in dem Element verbrauchte Wärme geleistet, welche durch die in der Zelle stattfindenden chemischen Processe geliefert wird. Die dort in Arbeit umgesetzte Wärme wird in dem Stromkreise dann als Wärme wiedergewonnen. Wir können in dem Sinne die Elektricität mit einem Gewichte vergleichen, welches von einem tiefern Niveau auf ein höheres gehoben wird durch eine aufgewandte Arbeit, und welches dann dieselbe Arbeit wieder leistet, wenn es mit ganz gleichförmiger Geschwindigkeit wieder zu dem tiefern Niveau herabsinkt, dort wieder gehoben wird und so fort.

Fig. 140.

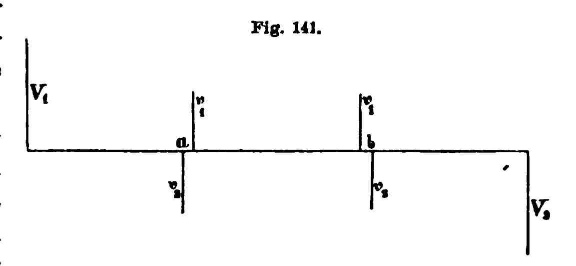


Denken wir uns jetzt in dem Stromkreise, der Fig. 141 V_1 V_2 in einer geraden Linie dargestellt sei, an einer Stelle, *ab*, einen Draht eingeschaltet, so dass in *a* und *b* elektromotorische Kräfte vorhanden sind, welche bei *a* in demselben, bei *b* in entgegengesetztem Sinne wirken wie die den Strom erzeugenden. Eine Aenderung des Gefälles und somit eine Aenderung der Stromstärken kann, wie wir wissen, dadurch nicht eintreten. Da aber sowohl bei *a* wie bei *b* eine Differenz der Potentialniveaus vorhanden ist, derart, dass bei *a*

1) *Clausius,* Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

ein Steigen, bei *b* ein Sinken derselben eintritt, so scheint es auf den ersten Blick, dass bei den von dem Strom durchflossenen Berührungsstellen eine ebensolche Arbeit geleistet respective bei *b* gewonnen werden muss, wie in der Quelle des Stromes. In der That schliesst Edlund [1]) in dieser Weise und glaubt deshalb, dass in *a* ein der elektromotorischen Kraft bei der Berührung der Metalle proportionaler Wärmeverbrauch, in *b* ein ebensolcher Wärmegewinn eintreten müsse. Das Irrige dieser Schlussweise ist aber schon früher von Clausius nachgewiesen worden, indem er zeigte, dass beim Durchgange des Stromes durch eine Berührungsstelle zweier Leiter nur in dem Maasse Arbeit verbraucht oder gewonnen werden kann, als ein Aufwand von Arbeit erforderlich ist, um die elektrische Differenz in der Berührungsstelle zu erzeugen.

Fig. 141.



Denken wir uns nämlich zunächst die Berührungsstellen von keinem Strome durchflossen, so halten sich die dort thätigen Kräfte gerade das Gleichgewicht. Das eine Metall zieht, nach der im §. 50 dargelegten Auffassung der elektromotorischen Kraft, die positive, das andere die negative stärker an, es findet daher an beiden Seiten der Berührungsfläche eine Anhäufung der Elektricität, auf dem einen Metall der positiven, auf dem andern der negativen Elektricität statt. Diese Anhäufung geht soweit, bis die elektrische Anziehung der geschiedenen Elektricitäten der Differenz der molekularen Anziehungen gerade gleich geworden ist. Fliesst nun durch die Berührungsstelle ein Strom, so wird dadurch in der Uebergangsschicht die gegenseitige Anziehung der Elektricitäten verkleinert oder vergrössert, indem entweder, wie bei *a*, eine kleine Verminderung oder, wie bei *b*, eine kleine Vermehrung der Differenz der Potentialniveaus eintritt. Die molekularen Anziehungen bleiben ungeändert dieselben; es muss deshalb ein in der Uebergangsschicht befindliches elektrisches Theilchen jetzt entweder der einen oder der andern Kraft Folge leisten. Haben wir es aber in den Berührungsstellen nur mit molekularen Anziehungen zu thun, so kann in der Uebergangsschicht kein anderer Gewinn oder Verlust an Arbeit stattfinden, wie in jedem andern Querschnitt des Leiters. Denn das Verhältniss dort ist dann ganz dasselbe, wie wenn auch während des Stromes die im Gleichgewichtszustande wirksamen entgegengesetzt gleichen Kräfte ganz unverändert geblieben, dazu aber als dritte eine kleine elektrische Kraft hinzugekommen wäre, welche in der Richtung des Stromes wirkt

---

1) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

und gerade dazu hinreicht, um den in der Uebergangsschicht vorhandenen Leitungswiderstand zu überwinden. Diese Kraft ist dann ganz dieselbe, welche in jeder einen gleichen Widerstand bietenden Schicht des Leiters aufgewandt werden muss, somit kann auch die darin geleistete Arbeit oder die entwickelte Wärmemenge keine andere sein als in jedem andern Querschnitte des Leiters.

Anders aber, wenn die Differenz der Potentialniveaus nicht lediglich durch molekulare Anziehungen bedingt ist, wenn die elektrische Differenz an den Berührungsstellen zum Theil durch eine Arbeit der Wärme hervorgebracht wird, welche entweder in demselben oder in entgegengesetztem Sinne wie die molekularen Anziehungen die Elektricitäten in den verschiedenen Metallen anhäuft. Hat sich dann an einer Berührungsstelle der Gleichgewichtszustand, also eine bestimmte Differenz der Potentialniveaus hergestellt, so kann keine Arbeit der Wärme mehr stattfinden, da dann die elektrischen Anziehungen den entgegengesetzten molekularen Anziehungen und dem Bestreben der Wärme die Elektricitäten zu trennen, das Gleichgewicht halten. Setzen wir voraus, die Wärme suche die Elektricitäten zu trennen, wie die molekularen Anziehungen, so wird, wenn durch irgend einen Umstand die Differenz der Potentialniveaus vermindert wird, sofort durch die Wärmebewegung an der Stelle eine Scheidung der Elektricitäten eintreten, die Wärme muss somit eine Arbeit leisten, und es muss an der Stelle, wo diese Arbeit geleistet wird, ein Verbrauch von Wärme eintreten. Wird dagegen die Differenz der Potentialniveaus vergrössert, so muss eine Ausgleichung der Elektricitäten in der Uebergangsschicht, und damit ein Gewinn von Arbeit und somit von Wärme eintreten, der genau so gross ist als der zur Trennung einer gleichen Elektricitätsmenge nothwendige Verbrauch von Wärme. Beide Wirkungen müssen an den Enden eines in eine Leitung eingeschalteten Drahtes eintreten, an der einen Seite wird durch den Strom die Differenz der Potentialniveaus vermindert, an der andern Seite erhöht, und deshalb muss an der einen Stelle eine Temperaturerhöhung, an der andern Seite eine Temperaturerniedrigung eintreten.

Wenn die Wärme die Elektricität in entgegengesetzter Richtung zu trennen sucht, wie die Molekularkräfte, so müssen die Temperaturerhöhungen und Erniedrigungen an den Berührungsstellen die entgegengesetzten wie in dem eben betrachteten Falle sein, eine Erhöhung der Differenzen der Potentialniveaus bedingt Abkühlung, eine Erniedrigung Erwärmung. Denn sobald dann die Differenz der Potentialniveaus grösser ist, wie sie der Differenz der molekularen Anziehungen und dem Bestreben der Wärme die Elektricitäten zu scheiden entspricht, muss durch die Arbeit der Wärme eine Verminderung der Unterschiede zwischen den Potentialniveaus bewirkt werden, indem die Elektricitäten durch die Wirkung der Wärme den molekularen Anziehungen entgegen vereinigt werden.

An welcher Stelle die Temperatur erhöht, an welcher sie erniedrigt

wird, ergibt sich aus der Richtung der Thermoströme bei Erwärmung der Berührungsstellen, indem diese uns zeigen, in welcher Richtung die Arbeit der Wärme die Elektricitäten zu trennen sucht. Denn wenn die Wärme überhaupt eine derartige Arbeit leistet, so muss mit der Lebhaftigkeit der Wärmebewegung, also mit steigender Temperatur das Bestreben der Wärme, die Elektricitäten zu trennen, zunehmen, es muss also an der wärmern von zwei Berührungsstellen eine grössere Menge von Elektricität geschieden werden als an der kältern, und somit der Thermostrom entstehen. Da nun die Richtung des Thermostromes jene ist, nach welcher in einer Berührungsfläche die Elektricität durch die Wärme getrieben wird, so muss nach dem Vorigen ein Strom, welcher in der Richtung des durch eine Erwärmung erzeugten Thermostromes durch eine Berührungsstelle hindurchgeht, die Berührungsstelle abkühlen.

Aus diesen Entwicklungen ergibt sich, dass in der Berührungsschicht zweier verschiedener Leiter bei dem Durchgange eines Stromes nur in soweit Arbeit geleistet oder gewonnen werden kann, als zur Herstellung einer bestimmten Differenz der Potentialniveaus die Leistung einer Arbeit nothwendig ist. Die von dem Strome an dieser Stelle zu leistende respective zu gewinnende Arbeit ergibt sich dann aus dem im vorigen Paragraphen ganz allgemein bewiesenen Satze, dass die im Leiter zwischen zwei Querschnitten durch den Strom zu leistende Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialniveaus multiplicirt mit der durch den Leiter fliessenden Elektricität. Nennen wir deshalb die durch die Arbeit der Wärme bedingte Differenz der Potentialniveaus $\mp e$, wobei das negative Vorzeichen gilt, wenn das in der Richtung des Stromes zweite Potentialniveau höher ist als das erste, und mit J die Stromstärke, sonach mit $k\,J$ die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt fliessende Elektricitätsmenge, so ist die in dem Querschnitte zu leistende Arbeit

$$L = \mp k \,.\, J \,.\, e,$$

somit die erzeugte oder verbrauchte Wärmemenge

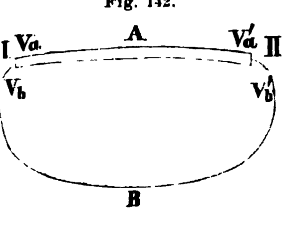
$$W = \mp A \,.\, k \,.\, J \,.\, e,$$

wenn A, wie immer den Wärmewerth der Arbeitseinheit bedeutet.

Es ergibt sich somit in Uebereinstimmung mit den Versuchen, dass die in der Uebergangsschicht verbrauchte oder gewonnene Wärme, somit auch die Abkühlung oder Erwärmung der Stromstärke proportional sein muss.

Diese Theorie des Peltier'schen Phänomens schliesst gleichzeitig diejenige der Thermoströme in sich.

Fig. 142.



Seien A, B Fig. 142 zwei Metalle und seien auf B die Potentialniveaus an der Löthstelle I V_a bei II V'_a, auf B bei I V_b bei II V'_b, und

seien die Leitungswiderstände in A gleich l_a, in B gleich l_b, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze die Stromstärke, oder die durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit fliessende Elektricitätsmenge in A

$$i = \frac{V_a - V'_a}{l_a},$$

in B ist sie

$$i = \frac{V'_b - V_b}{l_b}$$

und da in beiden Leitern die Stromstärken gleich sind

$$i = \frac{(V'_b - V'_a) + (V_a - V_b)}{l_a + l_b}.$$

Bezeichnen wir nun die von der Arbeit der Wärme bedingten Differenzen der Potentialniveaus mit e' und e, die nur durch die molekularen Anziehungen bedingten mit E, welche an beiden Berührungsstellen dieselbe ist, so ist

$$V'_b - V'_a = E + e' \qquad V_b - V_a = E + e,$$

somit

$$i = \frac{e' - e}{l_a + l_b} = \frac{e' - e}{L}.$$

Sind die Temperaturen an beiden Löthstellen dieselben, so ist $e = e'$, es kann kein Strom vorhanden sein. In welcher Weise sich die Stromstärke mit der Temperatur ändern muss, das lässt sich durch Anwendung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie ableiten [1]).

An der Löthstelle II muss bei der vorausgesetzten Richtung des Stromes, von II über B nach I Arbeit geleistet werden, welche die Elektricität um die Differenz der Potentialniveaus e hebt, es muss deshalb dort aus einer Wärmequelle stetig Wärme zugeführt werden und zwar die Wärmemenge

$$Q_2 = A \,.\, e' \,.\, i.$$

Da bei der Löthstelle I ein Sinken der Potentialniveaus eintritt, so wird dort Arbeit gewonnen, also Wärme frei, welche, wenn der Strom constant sein soll, abgeführt werden muss, so dass sich die Temperatur der Löthstelle nicht ändert. Die abzuführende Wärmemenge ist

$$Q_1 = A \,.\, e \,.\, i.$$

Die Differenz dieser beiden Wärmemengen ist in elektrische Arbeit verwandelt worden, respective in dem Stromkreise selbst als Arbeit wieder gewonnen.

Wir sehen also auch hier den in der Wärmelehre überall bestätigten Satz, dass bei der Umsetzung von Wärme in Arbeit ein Uebergang von Wärme von einem wärmern zum kältern Körper stattfinden muss. Nach

1) *Clausius*, Poggend Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mech. Wärmetheorie. Abh. XII.

dem zweiten Hauptsatze beträgt die umgesetzte Wärmemenge einen von der Temperaturdifferenz der beiden Körper und der absoluten Temperatur derselben abhängigen Bruchtheil der übergeführten Wärme, so dass (Bd. III. p. 347 ff.)

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1},$$

wenn wir mit T_2 und T_1 die Temperaturen der Löthstellen, dieselben gerechnet von dem absoluten Nullpunkte der Temperatur bezeichnen. Setzen wir für Q_1 und Q_2 ihre Werthe ein, so folgt daraus

$$\frac{e' - e}{e} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

Nehmen wir nun an, die eine Löthstelle habe eine beliebige Temperatur T und die andere die unendlich wenig höhere $T + dT$, so werden wir ebenfalls für e' setzen können $e' = e + de$, und damit erhalten wir

$$\frac{de}{e} = \frac{dT}{T}$$

oder der Quotient aus dem unendlich kleinen Zuwachs de der elektromotorischen Kraft e, wenn die Temperatur um dT zunimmt und der Kraft selbst ist gleich dem Quotienten aus dem Zuwachs der Temperatur und der Temperatur T, bei welcher die elektromotorische Kraft gleich e ist. Wie die Integralrechnung lehrt, ist die daraus sich ergebende Beziehung zwischen e und T

$$\log e = \log T + \text{const.}$$

oder wenn wir die Constante gleich $\log p$ setzen

$$\log e = \log (p \,.\, T)$$

$$e = p \,.\, T$$

oder der von der Temperatur abhängige Theil der elektromotorischen Kraft ist der absoluten Temperatur der Berührungsstellen proportional, ein Satz, der den weitern einschliesst

$$e' - e = p\,(T' - T)$$

oder die elektromotorische Kraft der Thermoströme ist der Temperaturdifferenz der Löthstellen proportional.

Nach den Versuchen von Thomson und Avenarius, welche wir im §. 68 mitgetheilt haben, bestätigt sich dieser Schluss aber nicht, im Gegentheil, es ergibt sich aus denselben, dass

$$e' - e = (T' - T)\left\{a + b\,(T' + T)\right\}$$

ist, somit dass die elektromotorische Kraft nicht nur von der Temperaturdifferenz, sondern auch von den Temperaturen der Löthstellen selbst abhängt, oder was dasselbe ist, dass der von der Wärme abhängige Theil der elektromotorischen Kraft sich rascher ändert als die Temperatur.

Schon W. Thomson [1]) machte auf diese Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung aufmerksam und erklärte diese Abweichung dadurch, dass er annahm, die thermoelektrischen Phänomene haben ihre Quelle nicht lediglich in der Berührungsfläche der verschiedenen Metalle, sondern auch in den Metallen selbst, oder wie es Clausius später [2]) präciser ausdrückte, der Grund der Abweichung liegt darin, dass auch im Innern eines und desselben Metalles, wenn seine verschiedenen Theile sich in verschiedenen Temperaturen befinden, die Wärme das Bestreben hat, die Elektricität nach einer verschiedenen Richtung zu treiben, und dass daher, wenn der Gleichgewichtszustand eingetreten ist, das Potentialniveau in dem Metalle nicht überall dasselbe ist, sondern dass auch zwischen den verschiedenen Theilen desselben Metalles elektrische Differenzen vorhanden sind.

Dass überhaupt solche Differenzen in einem und demselben Metalle vorkommen können, das zeigen alle die im §. 68 erwähnten Versuche, nach denen in Stromkreisen, welche aus nur einem Metalle bestehen, Thermoströme entstehen können, sobald an verschiedenen Stellen die Metalle eine verschiedene molekulare Beschaffenheit, krystallinisches Gefüge oder verschiedene Härte besitzen. Eine derartige Veränderung der molekularen Beschaffenheit kann aber auch vorübergehend durch Temperaturerhöhung hervorgebracht werden, so dass zwei Theile desselben Metalles, welche eine verschiedene Temperatur haben, elektromotorisch gegen einander wirken, eine Wirkung, welche aufhört, wenn die Metalle wieder an allen Stellen dieselbe Temperatur haben. Nimmt man eine solche Veränderung an, so kann dieselbe auf die Thermoströme in doppelter Weise von Einfluss sein, einmal indem in den homogenen Theilen des Schliessungsbogens eine Stromquelle auftritt, und dann indem an den Löthstellen die Constante p der Gleichung

$$e = p \,.\, T$$

in Folge der molekularen Aenderungen sich ändern kann. Dass beide Einflüsse zusammen den Gang der Thermoströme in der Weise verändern können, dass derselbe den Gleichungen von Avenarius entspricht, ist leicht einzusehen, wenn es auch nicht möglich ist, diese Einflüsse im einzelnen zu verfolgen.

Ist indess diese Annahme richtig, so muss sich dieses Verhalten der Metalle nach zwei Richtungen zu erkennen geben, indem man in einem und demselben Metall das Peltier'sche Phänomen, das heisst Verschiedenheit der Erwärmung, je nachdem man den Strom in demselben von wärmern zu kältern Stellen oder umgekehrt gehen lässt, beobachten können muss, und

1) *Thomson,* Philosophical magazin. IV series. vol. III. Ausführlicher in Philosophical magazin. IV series. vol. XI. on the dynamical theory of heat. Part. VI.

2) *Clausius,* Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

ferner darin, dass die an den Berührungsstellen zweier Drähte beobachteten Abkühlungen oder Erwärmungen den elektromotorischen Kräften der Thermoströme nicht einfach proportional sein dürfen. Denn wenn ein Theil der elektomotorischen Kraft der Thermoströme in den homogenen Metallen ihren Grund hat, kann nicht die gesammte der Erzeugung des Stromes entsprechende Arbeit an den Löthstellen geleistet resp. gewonnen werden.

Beobachtungen, welche die erstere Folgerung in der That bestätigen, liegen von Thomson vor [1]). Thomson leitete den Strom durch Metallstreifen, welche in ihrer Mitte erwärmt, an ihren Enden abgekühlt wurden, und beobachtete die Temperatur zwischen den abgekühlten und erhitzten Stellen der Metalle. In vielen Fällen gelang es entschieden eine Verschiedenheit der Temperatur zu constatiren, indem bei einzelnen Metallen die Temperatur constant höher war, dort wo der Strom von kalt zu warm ging, bei andern dort wo er von warm zu kalt ging. Dass etwaige Ungleichheiten in der Erwärmung der Leiter durch andere Verschiedenheiten durch öfteres systematisches Wechseln der Stromesrichtung eliminirt wurden, bedarf keines besondern Hervorhebens. So fand sich die Temperatur höher, wenn der Strom von kalt zu warm ging in Eisen und Platin, dagegen wenn er von warm zu kalt ging in Kupfer und Messing. Wegen der Einzelnheiten der Versuche verweisen wir auf Thomsons Abhandlung.

Dass die Proportionalität zwischen den elektromotorischen Kräften der Thermoströme und den Abkühlungen der Löthstellen nur eine angenäherte ist, zeigen die schon vorhin erwähnten Versuche von Edlund, bei denen ganz besonders Wismuth Kupfer von dieser Proportionalität abwich, von denen Wismuth ein Metall ist, in welchem wegen des krystallinischen Gefüges besonders leicht Thermoströme auftreten [2]).

---

1) *Thomson,* Philosophical Transactions of London Royal society for 1856; erste Abtheilung der Abhandlung: On the electro-dynamic properties of metals.

2) Zusatz. Auch die inzwischen veröffentlichten schönen Versuche Edlund's in Poggend. Ann. Heft 7 und 8 für 1871. Bd. CXLIII stimmen mit obigen Schlüssen vortrefflich überein. Edlund hat dort nach einem noch genauern als bei den vorhin besprochenen Versuchen benutzten Verfahren die Abkühlungen beim Durchgange des Stromes durch die Löthstellen gemessen und mit den thermoelektromotorischen Kräften einer grossen Zahl von Metallcombinationen verglichen. Er findet für die Quotienten aus den für 10° Temperaturdifferenz bestimmten elektromotorischen Kräften und dem gefundenen Wärmeverbrauch beim Durchgange des Stromes durch die Löthstelle folgende Werthe

Eisen-Kupfer	1,12	Kupfer-Zinn	1,57
Kadmium-Kupfer	1,42	Kupfer-Aluminium	1,37
Kupfer-Silber	1,47	Kupfer-Platin	1,30
Kupfer-Gold	1,62	Kupfer-Palladium	1,20
Kupfer-Blei	1,25	Kupfer-Wismuth	1,07.

Der Thermostrom geht immer durch die warme Löthstelle vom ersten zum zweiten Metall, und wurde ein Strom in dieser Richtung durch die Löthstelle hindurch-

§. 72.

Galvanisches Glühen von Drähten. Wenn man den durch einen Draht hindurchgehenden Strom immer mehr verstärkt, so wird die Wärmeentwicklung immer grösser, und somit die Temperatur immer höher, und es ist leicht die Temperatur so zu steigern, dass der Draht glühend wird. Wie wir im zweiten und dritten Bande sahen, ist die Temperatur, bei welcher sie, wenn überhaupt, Licht auszusenden, also zu glühen beginnen, für alle Körper dieselbe.

Die Temperatur irgend eines Drahtstückes des Schliessungsbogens, dessen Widerstand gleich r sei, hängt nun ab von der in gleichen Zeiten in ihm erzeugten und der von ihm an die Umgebung abgegebenen Wärmemenge, sie wird constant sein, also auch im speciellen wird der Körper constant glühen, wenn die in gleichen Zeiten erzeugte und die an die Umgebung abgegebene Wärmemenge einander gleich sind. Die von dem Drahte abgegebene Wärmemenge hängt nun aber ab von der Oberfläche des Körpers, ferner von dem Emissionsvermögen desselben und drittens von dem Temperaturüberschusse desselben über die Temperatur der Umgebung. Betrachten wir das Emissionsvermögen als eine Function der Temperatur, so können wir mit grosser Annäherung die Wärmeabgabe in der Zeiteinheit allen diesen Grössen proportional setzen. Ist also d der Durchmesser, l die Länge des Drahtes, ε das Emissionsvermögen, und ϑ der Ueberschuss seiner Temperatur über die der Umgebung, so können wir die in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge w gleich setzen

$$w = \pi \,.\, d \,.\, l \,.\, \varepsilon \,.\, \vartheta.$$

Die in derselben Zeit in dem Drahte erzeugte Wärmemenge ist, wenn K eine Constante und J die Stromstärke bedeutet,

$$w = K \,.\, r \,.\, J^2.$$

Die Temperatur wird demnach constant sein, wenn

$$K\, r\, J^2 = \pi\, d\, l\, \varepsilon\, \vartheta,$$

so dass der Temperaturüberschuss über die Umgebung wird

$$\vartheta = \frac{K\, r\, J^2}{\pi\, d\, l\, \varepsilon}.$$

Ist nun s der specifische Leitungswiderstand des Drahtes, so ist

$$r = 4\, \frac{s\, l}{\pi\, d^2}$$

---

geführt, trat Wärmeverbrauch ein. Dass die von Edlund aus diesen Versuchen gezogenen Schlüsse nicht stichhaltig sind, bedarf nach Obigem wohl keines besondern Nachweises. Im Gegentheil es ist nach den wenigen Resultaten Thomson's zu erwarten, dass in der Richtung der Thomson'schen angestellte Versuche in Verbindung mit den Edlund'schen die volle Bestätigung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie liefern.

und

$$\vartheta = \frac{4\,K}{\pi^2}\,\frac{s\,J^2}{d^3\,\varepsilon} = M\,\frac{1}{\varepsilon}\,\frac{s}{d^3}\,J^2.$$

Bei gleicher Stromstärke hängt also die Temperatur des Drahtes ab von dem Emissionsvermögen desselben, dem specifischen Leitungswiderstande und der dritten Potenz des Durchmesers; sie ist unabhängig von der Länge des Drahtes.

Soll also die Temperatur zweier Drähte desselben Metalles von dem Durchmesser d_1 und d_2 dieselbe sein, so müssen die Quadrate der Stromstärken J_1 und J_2 sich verhalten wie die dritten Potenzen der Durchmesser, es muss sein

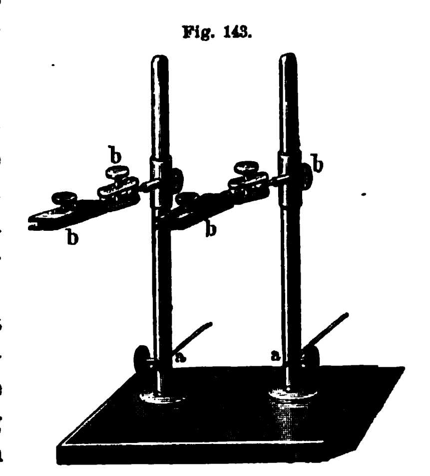
$$\frac{J_1^2}{d_1^3} = \frac{J_2^2}{d_2^3}.$$

Da nun bei demselben Grade des Glühens die Temperaturen immer dieselben sein müssen, so folgt, dass Drähte gleichen Metalles und gleichen Durchmessers in derselben Umgebung immer bei derselben Stromstärke glühen müssen, welches auch ihre Länge sei, dass aber, damit Drähte verschiedenen Durchmessers dieselben Glüherscheinungen zeigen, die Quadrate der Stromstärken sich verhalten müssen wie die dritten Potenzen der Durchmesser.

Die Gesetze des Glühens von Drähten sind experimentell verfolgt von Müller in Freiburg[1]) und später von Zöllner[2]).

Müller spannte die zu untersuchenden Drähte zwischen den Polhaltern (Fig. 143) aus. Der Polhalter besteht aus zwei Säulen von Messing, welche auf einem Fussbrette vertical aufgestellt sind; jede dieser Säulen trägt eine Klemmschraube a, a, und eine Klemme b, b; in die Klemmschrauben a, a werden die den Strom führenden Drähte eingeschraubt, zwischen den Klemmen b, b die zu untersuchenden Drähte ausgespannt.

Fig. 143.



In den Strom wurde ausserdem noch zur Messung seiner Stärke eine Tangentenbussole eingeschaltet.

Die Grade des Glühens wurden mit freiem Auge als schwaches Glühen, Rothglühen, Weissglühen geschätzt, und die Stromstärken beobachtet, welche nöthig waren, um die Drähte bis zu gleichen Graden des Glühens zu bringen.

---

1) *Müller*, Neueste Fortschritte der Physik. p. 384. Braunschweig 1849.

2) *Zöllner*, Poggend. Ann. Bd. CIX. p. 256.

Zunächst zeigte sich nun bei der Untersuchung von Drähten verschiedener Länge aber gleicher Durchmesser, dass bei gleicher Stromstärke das Glühen von der Länge des Drahtes unabhängig ist, oder dass Drähte der verschiedensten Länge derselben Stromstärke bedürfen, um den gleichen Grad des Glühens zu zeigen. So fand sich, dass bei einer Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole von 48^0 drei Platindrähte von $0{,}45^{mm}$ Durchmesser rothglühend wurden, deren Längen resp. waren 1^m, $0{,}3^m$, $0{,}2^m$. Zwei Drähte desselben Durchmessers, deren Längen waren $0{,}8^m$, $0{,}1^m$, wurden hellrothglühend, als die Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole 50^0 betrug.

Ganz dasselbe zeigte sich bei der Anwendung von verschieden langen Eisendrähten.

Bei Untersuchung von Drähten verschiedener Dicke ergaben sich indess Resultate, welche von den Folgerungen aus dem Joule'schen Gesetze durchaus abwichen, denn es ergab sich, dass die Stromstärken, welche Drähte verschiedenen Durchmessers zu gleichem Glühen bringen, sich nicht verhalten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen der Durchmesser, sondern einfach wie die Durchmesser selbst. Das ergibt sich unter andern aus folgenden Angaben über das Glühen von Platindrähten.

Durchmesser D	Stromstärke J für schwaches Glühen	$\frac{J}{D}$	J' Rothglühen	$\frac{J'}{D}$	J'' Hellrothglühen	$\frac{J''}{D}$
$0{,}30^{mm}$	47,18	163,9	50,82	169,4	54,67	182,2
0,39	65,24	163,7	72,45	185,5	77,77	199,5
0,45	75,06	166,7	77,77	172,2	84,42	187,6
0,75	—		121,24	161,7	157,22	209,3

Wie man sieht, sind die Quotienten aus der Stromstärke und der Drahtdicke für jeden Grad des Glühens allerdings nicht genau dieselben, aber sie stehen einander so nahe und schwanken dazu so unregelmässig, dass man die Abweichungen wohl der unmöglich grosse Genauigkeit bietenden Beobachtungsweise zuschreiben darf.

Zöllner verglich mit dem von ihm construirten Photometer die Lichtstärken, welche die glühenden Drähte aussenden, oder vielmehr er verglich die Stromstärken, welche nothwendig sind, damit die von Drähten verschiedenen Durchmessers ausgesandten Lichtmengen gleiche Stärke haben. Wegen der Beschreibung des Photometers müssen wir auf Zöllner's Abhandlung verweisen, im übrigen war die Anordnung der Versuche den Müller'schen ähnlich, nur dass er, um die Stromstärke genau constant halten zu können, in den Stromkreis auch einen Rheochord einschaltete.

Zöllner fand nun, dass, damit zwei Drähte verschiedenen Durchmessers immer die gleiche Lichtmenge ausstrahlen, welches im übrigen auch die

ausgestrahlte Lichtmenge ist, die Stromstärken sich verhalten müssen wie die Dicken der Drähte. Folgende kleine Tabelle gibt die schliesslichen Resultate von vier Versuchsreihen; die ersten beiden Columnen enthalten die Durchmesser der verschiedenen mit einander verglichenen Drähte, die dritte das Verhältniss der Durchmesser und die vierte die Verhältnisse der Stromstärken, damit die zwei verglichenen Drähte gleiche Lichtmengen ausstrahlen. Die Lichtmengen schwankten dabei zwischen 30 und 883 resp. 7 und 433.

D_1 mm	D_2 mm	$\frac{D_1}{D_2}$	$\frac{J_1}{J_2}$
0,1785	0,0782	2,282	2,612
0,1785	0,1035	1,725	1,945
0,1661	0,1035	1,605	1,653
0,1661	0,1466	1,139	1,179.

Wie man sieht, ist das Verhältniss der Stromstärken immer etwas grösser als das der Durchmesser.

Zöllner sieht in seinen Versuchsergebnissen eine Bestätigung des Müller-schen Resultates, halten wir uns aber an das directe Resultat der Beobachtung, so ist das nicht der Fall. Denn damit zwei Drähte, deren Oberfläche eine verschiedene Grösse hat, gleiche Lichtmengen aussenden, muss die Intensität des von der Flächeneinheit ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Oberflächen der Drähte. Denn bezeichnen wir mit L die Intensität des von der Flächeneinheit der auf das Gesichtsfeld projicirten Oberfläche ausgesandten Lichtes, und mit F diese Fläche selbst, welche also bei cylindrischen Drähten mit dem durch die Axe des Cylinders gelegten Durchschnitte zusammenfällt, so ist $L \,.\, F$ die gesammte ausgesandte Lichtmenge. Bedeuten daher L_1 und L_2 resp. F_1 und F_2 dasselbe für zwei Drähte, so ist die gesammte Lichtmenge dieselbe, wenn

$$L_1 \,.\, F_1 = L_2 \,.\, F_2;\; L_1 : L_2 = F_2 : F_1.$$

Bei zwei Drähten von den Durchmessern D_1 und D_2 verhalten sich aber

$$F_1 : F_2 = D_1 : D_2.$$

Daher müssen sich bei gleicher ausgestrahlter Lichtmenge die Intensitäten des von den Flächeneinheiten ausgestrahlten Lichtes verhalten umgekehrt wie die Durchmesser, oder

$$L_1 : L_2 = D_2 : D_1.$$

Die Zöllner'schen Resultate sagen also aus, dass wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, dass dann die Intensitäten des von der Flächeneinheit der Drähte ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Durchmesser der Drähte.

Der Satz von Müller dagegen sagt aus, dass wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, dass dann die von der

Flächeneinheit beider ausgesandten Lichtintensitäten gleich sind. Denn man legt zweien Drähten gleiche Grade des Glühens bei, wenn die Helligkeit des von jedem gleichen Stücke der Oberfläche beider ausgesandten Lichtes gleich ist.

Das Zöllner'sche Resultat lässt sich unter der, aber wohl kaum zulässigen Voraussetzung, dass die Intensität des ausgesandten Lichtes der Temperatur der Drähte proportional ist, mit den von uns aus dem Joule'schen Gesetze gezogenen Folgerungen vereinigen. Sind nämlich dann die Temperaturen der beiden Drähte ϑ_1 und ϑ_2, so ist

$$\vartheta_1 : \vartheta_2 = L_1 : L_2,$$

also

$$\vartheta_1 : \vartheta_2 = D_2 : D_1.$$

Die Temperaturen verhalten sich also umgekehrt wie die Durchmesser der Drähte; das ist aber nach unserer Gleichung für ϑ der Fall, wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, denn setzen wir für ϑ die Werthe aus der Formel ein, so ist

$$M \cdot \frac{s}{\varepsilon} \cdot \frac{J_1^2}{D_1^3} : M \cdot \frac{s}{\varepsilon} \cdot \frac{J_2^2}{D_2^3} = D_2 : D_1,$$

woraus, wenn wir zugleich s und ε constant setzen,

$$J_1 : J_2 = D_1 : D_2.$$

Diese Rechnung kann wegen der vielen ungenauen Voraussetzungen natürlich nur eine Annäherung an die Wahrheit sein, das ist aber auch unsere Interpretation der Zöllner'schen Resultate, da das Verhältniss der Stromstärken immer grösser ist als das der Durchmesser.

Zöllner deutet seine Resultate, wie gesagt, anders, er sieht darin eine Bestätigung der Resultate von Müller; um diese aber mit dem Joule'schen Gesetze in Uebereinstimmung zu bringen, muss er annehmen, dass die Wärmeabgabe horizontaler Cylinder von der Grösse ihrer Oberfläche unabhängig ist.

Auf das Glühen von Drähten hat auch die Umgebung, in welcher sie glühen, Einfluss. Es ergibt sich das unmittelbar aus den im dritten Theile vorgeführten Gesetzen der Erkaltung von Dulong und Petit, nach welchen die Erkaltungsgeschwindigkeit von der Dichtigkeit und Natur des umgebenden Gases abhängig ist[1]).

Der Einfluss der Umgebung ist in sehr auffallender Weise von Grove[2]) beobachtet worden. Wenn man einen Draht in der Luft zum Glühen bringt und stürzt dann eine Glocke mit Wasserstoff über denselben, so hört er sofort auf zu glühen. Ebenso, wenn man in einen Stromkreis zwei ganz gleiche Platindrähte in Röhren einschliesst, in die eine Röhre Wasser-

1) Man sehe Theil III. §. 29.

2) *Grove,* Philosophical Transactions for 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXI. Philosophical Magazin. vol. XXXV. 1849. Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

stoffgas oder ölbildendes Gas bringt, so kommt der von Wasserstoff oder ölbildendem Gase umgebene Draht noch nicht zum Glühen, wenn schon der von Luft umgebene Draht lange glüht.

Eine sehr eigenthümliche Abänderung dieses Versuches ist folgende. Grove legte die vorhin erwähnten Röhren mit den Platindrähten in kleine Calorimeter, und dabei zeigte sich, dass der mit Wasserstoff umgebene Draht in derselben Zeit das Calorimeter sehr viel weniger stark erwärmte, als der mit Luft umgebene Draht. Auch diese Erscheinung ist nach den Gesetzen der Erkaltung leicht verständlich. Die Erkaltungsgeschwindigkeit ist nach denselben in Wasserstoff viel grösser als in Luft, und da nun die Temperatur des Drahtes dann constant wird, wenn er in gleichen Zeiten ebensoviel Wärme an die Umgebung abgibt als er empfängt, so kann die Temperatur des Drahtes im Wasserstoff nie so hoch werden als in der Luft; deshalb gelangen beide Drähte nicht gleichzeitig zum Glühen, und deshalb kann der im Wasserstoff liegende Draht das Calorimeter nicht so weit erwärmen als der von Luft umgebene[1]).

§. 73.

Lichtwirkung des galvanischen Stromes. Die einfachste und zuerst beobachtete[2]) Lichtwirkung des galvanischen Stromes zeigt sich immer dann, wenn man den metallischen Stromkreis eines kräftigen galvanischen Stromes an irgend einer Stelle unterbricht; es springt dann zwischen den Unterbrechungsstellen ein Funke über, welcher dem elektrischen Funken sehr ähnlich ist. Die Farbe des Funkens ändert sich mit den Metallen, zwischen welchen er überspringt, er ist um so lebhafter, je leichter die Metalle verdampfen oder verbrennen, am lebhaftesten, wenn man ihn zwischen einem Metalle und Quecksilber überspringen lässt, wenn man also den Stromkreis dadurch unterbricht, dass man einen Draht aus Quecksilber zieht.

Auf den ersten Blick und bei der Aehnlichkeit dieser Erscheinung mit dem Funken bei der Elektrisirmaschine sollte man glauben, dass der galvanische Funke ebenfalls die in der Schlagweite überspringende Elektricität sei. Dass dem jedoch nicht so ist, ergibt sich schon daraus, dass der Funke überspringt, wo wir auch den Schliessungsbogen unterbrechen, während doch die Dichtigkeit der Elektricität auf demselben in einiger Entfernung von den Polen der Batterie eine sehr kleine ist. Noch entscheidender spricht aber gegen diese Annahme, dass man bei einem Stromkreise, welcher schon sehr kräftige Oeffnungsfunken zeigt, durchaus keine Funken erhält, wenn man den Stromkreis schliesst. Jacobi[3]) näherte die Enden des Schliessungsbogens einer aus 12 Platin-Zink-Elementen bestehenden Säule

---

1) *Clausius,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.
2) *Nicholson,* Gilbert's Annalen Bd. VI.
3) *Jacobi,* Poggend. Ann. Bd. XLIV.

durch Mikrometerschrauben bis auf 0,00127 Millimeter, er konnte indess keinen Funken beobachten.

Daraus folgt, dass der bei dem Oeffnen der Kette auftretende Funke nicht die in der Schlagweite überspringende Elektricität ist; es ist vielmehr zunächst eine Erscheinung des galvanischen Glühens, dessen Entstehung sich leicht folgendermassen ergibt[1]). Vermindert man den Querschnitt eines vom Strom durchflossenen Leitungsdrahtes an einer Stelle mehr und mehr, so geräth er daselbst in immer lebhafteres Weissglühen, bis er zuletzt entweder schmilzt, oder mit hellem Glanze verbrennt. Eine solche Verminderung des Querschnittes tritt nun immer dann ein, wenn man zwei mit den Polen der Säule verbundene Leitungsdrähte mit ihren Enden an einander presst und sie dann von einander entfernt. Deshalb muss in dem Momente der Trennung ein Glühen der sich noch in wenigen Punkten berührenden Stellen der Drähte und damit eine Verbrennung eintreten, welche dann als Funke auftritt.

Wenn dieses nun auch der gewöhnlich auftretende Funke ist, so können doch bei galvanischen Batterien elektrische, in der Schlagweite auftretende Funken sich zeigen, wenn nur die Dichtigkeit der Elektricität an den Polen der Batterie hinreichend ist, um eine merkliche Schlagweite zu besitzen. Derartige Funken hat Crosse[2]) mit einer Säule von 1626 Kupfer-Zink-Elementen beobachtet, in welcher als Leitungsflüssigkeit Wasser angewandt war. Gassiot[3]) hat mit 3520 solcher Elemente schon in einem Abstande von 0,25 Millimeter Funken erhalten, welche Tage lang in einem continuirlichen Strome übersprangen.

Bei Anwendung sehr kräftiger Batterien, welche indess noch lange nicht ausreichen, um beim Schliessen des Stromkreises oder gar in der Schlagweite Funken zu geben, kann man nach Herstellung des Funkens bei dem Oeffnen des Kreises einen continuirlichen Uebergang von Elektricität erhalten, wenn man die getrennten Theile in einer sehr kleinen Entfernung festhält. Man erhält dann zwischen den getrennten Enden des Schliessungsbogens einen Lichtbogen, den sogenannten Davy'schen Lichtbogen, welcher zu den glänzendsten Naturerscheinungen gehört.

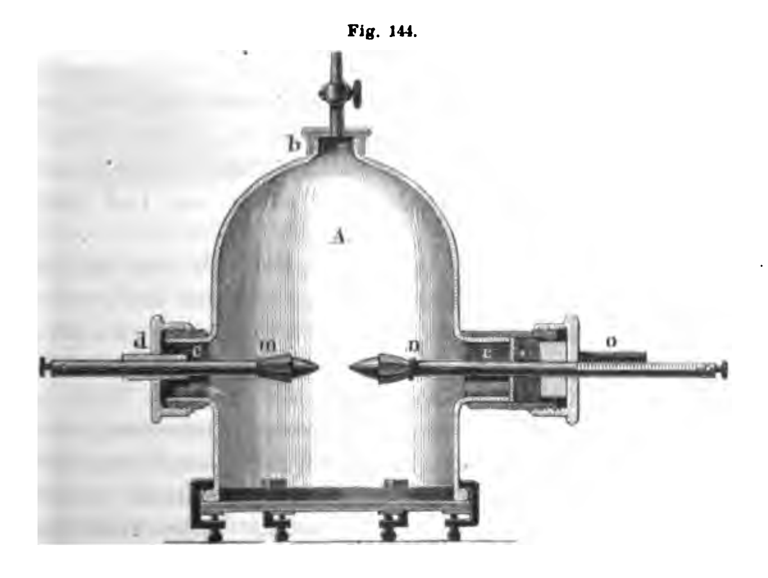
Der Erste, welcher diesen Lichtbogen beobachtete, war wohl Davy[4]); derselbe verband durch Drähte mit den Polen einer Säule von 2000 Elementen zwei Kohlenstifte von 3 Cent. Länge und 4 Millimeter Durchmesser. Nachdem er dieselben in Berührung gebracht hatte, entfernte er sie von einander, und es bildete sich zwischen den Kohlenspitzen ein dauernder Lichtbogen von höchstem Glanze. Derselbe dauerte fort, selbst als die Spitzen der Kohlen bis 10 Cent. von einander entfernt waren.

1) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. §. 494.
2) *Crosse*, Philosophical Magazin. vol. XVII. 1840.
3) *Gassiot*, Philosophical Magazin. vol. XXV. 1844.
4) *Davy*, Philosophical Transactions f. 1821.

Es bedarf indess zur Erzeugung eines solchen Lichtbogens nicht einer Säule von 2000 Elementen, wie Davy sie anwandte, sondern es genügen dazu schon 20 bis 30 Bunsen'sche oder Grove'sche Elemente, ja selbst mit 12 grossplattigen Grove'schen Elementen lässt sich derselbe darstellen. Um ihn zu erhalten, muss man im allgemeinen in der angegebenen Weise verfahren, dass man die Enden des Schliessungsbogens, zwischen welchen er erzeugt werden soll, zunächst an einander bringt und dann vorsichtig von einander entfernt; der eintretende Oeffnungsfunke leitet dann den Uebergang der Elektricität ein. Man kann indess den Lichtbogen auch erhalten, wenn man den Uebergang der Elektricität, anstatt ihn durch den Oeffnungsfunken einzuleiten, dadurch herstellt, dass man zwischen die sehr genäherten Enden des Schliessungsbogens den elektrischen Funken einer Leydener Flasche überspringen lässt [1]).

Die Entfernung, bis zu welcher man nach hergestelltem Lichtbogen die Enden des Schliessungsbogens von einander entfernen kann, hängt ab von der Umgebung, in welcher der Lichtbogen dargestellt wird, von der Intensität des Stromes und besonders von der Natur der Elektroden. Ein sehr bequemer Apparat zur Untersuchung der verschiedenen Umstände ist folgender, welchen Wiedemann beschreibt [2]). Eine Glasglocke A (Fig. 144)

Fig. 144.



1) *Daniell,* Poggend. Ann. Bd. LX. p. 381.

2) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. I. §. 501. Andere Apparate zur Herstellung des elektrischen Lichtes, besonders für Anwendung in der Praxis, siehe: Handbuch der Technologie in Verbindung mit mehreren Gelehrten herausgegeben von *Bolley* (Braunschweig, Vieweg) den Artikel elektrische Beleuchtung bearbeitet von Wiedemann.

ist an drei Stellen tubulirt. Auf den Tubulus *b* ist ein Hahn luftdicht aufgekittet. Der Tubulus *c* trägt eine Fassung, in welcher man einen Deckel *d* einschrauben kann, der in seiner Mitte den dicken Metallstab *m* trägt. An diesen Stab wird ausserhalb der Glocke der eine Leitungsdraht der Säule festgeklemmt. Auf den gegenüberliegenden Tubulus *e* ist eine Stopfbüchse aufgekittet, durch die ebenfalls ein dicker Metallstab *n* hindurchgeschoben werden kann. Diese Metallstäbe tragen in Bleistifthaltern ähnlichen federnden Klemmen die Körper, Kohlenstifte, Metallbleche u. dgl., zwischen denen der Lichtbogen erzeugt werden soll. Der Stab *n* trägt eine Millimetertheilung, an dieser anliegend ist auf der Stopfbüchse ein Nonius befestigt, so dass man den Abstand der Spitzen genau messen kann.

Man stellt die Glocke auf den Teller einer Luftpumpe, oder auf eine genau schliessende Spiegelglasplatte, an welcher sie, wie die Figur zeigt, festgeklemmt werden kann. Erzeugt man nun in diesem Apparate den Lichtbogen zwischen Kohlenspitzen und bestimmt seine grösste Länge, wenn die Glocke mit Luft unter dem Drucke der Atmosphäre gefüllt ist, so kann man den Abstand der Spitzen noch weiter vergrössern, wenn man die Luft aus der Glocke auspumpt. So konnte Davy den Abstand der Kohlenspitzen bei Anwendung der vorhin angegebenen Säule von 11 auf 18 Cent. vergrössern, während die Luft bis auf 6^{mm} Quecksilberdruck ausgepumpt wurde.

Ebenso wird der Lichtbogen verlängert, wenn man die Anzahl der Elemente vermehrt, welche ihn hervorruft, also die elektromotorische Kraft der Säule. Bei Anwendung von 600 zu einer Säule verbundenen Bunsen'schen Elementen konnte Despretz[1]) einen Bogen von 16,2 Cent. Länge erzeugen.

Von dem wesentlichsten Einfluss ist aber auf den Lichtbogen die Natur der Elektroden, er entsteht um so leichter und kann um so mehr verlängert werden, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden können. Zwischen Platindrähten ist er deshalb am schwierigsten herzustellen und am kürzesten. Zwischen leichtflüchtigen Metallen, wie Zink, kann er länger erhalten werden, am längsten zwischen Kohlenspitzen, welche mit leichtflüchtigen Salzen getränkt sind. So gibt Casselmann an[2]), dass, während bei einer Säule von 44 Bunsen'schen Elementen die Länge des Bogens zwischen rohen Kohlenspitzen bis auf $4{,}5^{mm}$ gebracht werden konnte, sie bei mit Aetzkali getränkter Kohle bis auf 8^{mm} vergrössert werden konnte.

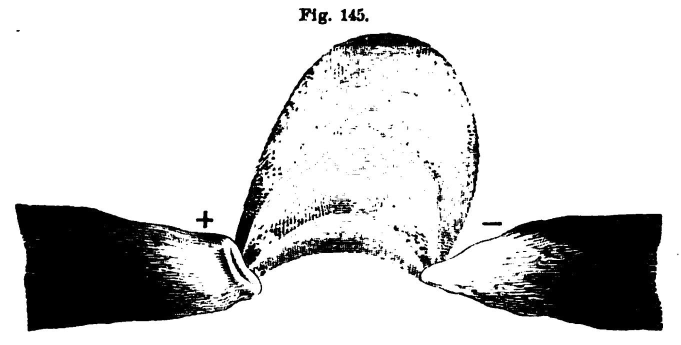
Aus dem Einflusse der Flüchtigkeit der Elektroden auf die Ausbildung und die Länge des Lichtbogens ergibt sich schon, dass die Elektroden,

1) *Despretz,* Comptes Rendus. T. XXX. p. 367.
2) *Casselmann,* Poggend. Ann. Bd. LXIII.

zwischen welchen derselbe gebildet ist, sich verflüchtigen. Das zeigt auch die Abnahme der Masse derselben, welche stets stattfindet. Bei der Herstellung des Bogens in der Luft hat diese Verflüchtigung zum Theil ihren Grund darin, dass sie verbrennen; dass das aber nicht der einzige Grund der Abnahme derselben ist, folgt daraus, dass sie auch im luftleeren Raum oder in Stickstoff bedeutend an Grösse verlieren, wo eine Verbrennung derselben nicht stattfinden kann.

Untersucht man die Elektroden, zwischen welchen sich der Bogen im luftleeren Raum oder in Stickstoff gebildet hat, so findet man stets, dass die positive Elektrode am meisten abgenommen und dass die negative, also jene, in welche der positive Strom übergeht, häufig sogar an Gewicht zugenommen hat. Daraus folgt, dass in dem Lichtbogen ein Transport von Theilchen, welche sich von der positiven Elektrode losgerissen haben, zur negativen Elektrode stattgefunden hat. Erzeugt man z. B. den Bogen zwischen Kohlenspitzen, so erhalten dieselben sehr bald das Ansehen Fig. 145.

Fig. 145.



Die positive Spitze höhlt sich kraterartig aus, während die negative Elektrode ihre spitze Gestalt beibehält, und sich rings um die Spitze kleine kugelförmige Erhöhungen zeigen. Man sieht diese Erscheinung am besten, wenn man von dem Lichtbogen vermittelst einer Linse auf einem Schirme ein objectives Bild entwirft, da das Licht viel zu blendend ist, als dass man direct auf die Elektroden hinsehen könnte[1]).

Wir haben soeben angegeben, dass der Bogen sich leichter zwischen leichtflüchtigen Elektroden bildet; nach der letzten Erfahrung können wir dieses dahin näher bestimmen, dass es vorwiegend auf die Natur der positiven Elektrode ankommt. Zwischen einer leichtflüchtigen positiven und einer nicht leichtflüchtigen negativen Elektrode bildet sich der Bogen fast ebenso leicht und lang als zwischen zwei leichtflüchtigen Spitzen. Macht man dagegen die schwerflüchtige Elektrode zur positiven, so kann der Bogen nur wenig länger erhalten werden als zwischen zwei schwerflüchtigen Elektroden.

1) *Müller-Pouillet,* Lehrbuch der Physik. 5. Aufl. 2. Bd.

Nach den Versuchen von van Breda[1]) findet indess auch ein Transport von der negativen zu der positiven Elektrode statt, jedoch in viel geringerem Maasse. Man erkennt das am leichtesten, wenn man zwei verschiedene Metalle zu Elektroden wählt; auf jeder ist dann das andere Metall nachzuweisen. Breda hat dieses sogar durch Gewichtsbestimmungen gezeigt; er stellte z. B. den Bogen im luftleeren Raume zwischen zwei Eisenkugeln her und fand, dass beide Kugeln an Gewicht verloren hatten.

Diese Verflüchtigung der Elektroden, selbst der am schwerst schmelzbaren Metalle beweist, dass die Temperatur des Lichtbogen eine äusserst hohe sein muss; es ist vielleicht die höchste, welche wir zu erzeugen im Stande sind. Wir haben bereits im dritten Theile §. 56 die Versuche von Despretz[2]) erwähnt und angeführt, wie es ihm gelungen sei, auch die am schwersten schmelzbaren Körper mit Hülfe einer Bunsen'schen Batterie von 500 bis 600 Elementen zum Schmelzen zu bringen. Die Kohlenspitzen, welche Despretz zur Herstellung des Lichtbogens in einem luftleeren Raume benutzte, verdampften, und an den Wänden der Glasglocke fand sich nachher ein schwarzer krystallinischer Absatz des wieder niedergeschlagenen Kohlendampfes. Kleine Kohlenstücke, welche sich in einem als positiver Pol dienenden Graphittiegel befanden, waren, nachdem der Lichtbogen einige Zeit gedauert, aneinander geschweisst. Wie überhaupt der Lichtbogen zu den brillantesten Naturerscheinungen gehört, so kann man die hohe Temperatur desselben zu den glänzendsten Verbrennungserscheinungen benutzen; so verbrennen alle Metalle in demselben, Zink mit einer glänzend weissen, Kupfer mit einer grünlichen Farbe; Eisen und Stahl mit der positiven Elektrode in Berührung gebracht verbrennt, selbst in Form von dicken Blechen, wie eine Uhrfeder in Sauerstoffgas.

Es zeigt sich nun betreffs der Hitzeentwicklung, dass die Temperatur der positiven Elektrode stets eine höhere ist als diejenige der negativen Elektrode. Man kann das schon leicht wahrnehmen, wenn man den Lichtbogen einfach zwischen Kohlenspitzen herstellt, und dann die Kohlenspitzen so weit von einander entfernt, dass der Lichtbogen aufhört. Die positive Elektrode ist weissglühend, während die negative nur eben rothglühend ist, und wenn letztere schon ganz dunkel ist, glüht erstere noch lebhaft. Wenn man als Enden der Leitungsdrähte zwei Kupferdrähte nimmt, diese kreuzweise über einander legt und dann ein wenig von einander entfernt, so glüht oft der positive Draht allein, oder beide Drähte werden glühend, der positive aber viel lebhafter, und während dann der negative Draht nur innerhalb des Stromkreises glüht, glüht am positiven Drahte noch ein ausserhalb des Stromkreises liegendes Stück[3]).

---

1) *van Breda,* Poggend. Ann. Bd. LXX.
2) *Despretz,* Comptes Rendus. T. XXVIII. p. 755. T. XXIX. p. 48 u. 545.
3) *Gassiot,* Philosophical Magazin. vol. XIII. 1838. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Wenn man einen Lichtbogen zwischen einem Metalldrahte und Quecksilber hervorbringt, so ist derselbe glänzend, der Draht glüht lebhaft, wenn man ihn als positive Elektrode benutzt; dient dagegen das Qecksilber als positive Elektrode, so zeigt sich nur ein kleiner Funke, der Draht glüht nicht und statt dessen verdampft das Quecksilber sehr stark[1]).

Der hohen Temperatur des Lichtbogens entsprechend ist auch die Intensität des von demselben ausgesandten Lichtes. Nach einer Messung von Bunsen mit dem von ihm angegebenen Photometer[2]) ist die Intensität des Lichtbogens zwischen Kohlenspitzen bei 48 Bunsen'schen Elementen und einer Stromintensität gleich 52,32 nach absolutem Maasse gleich der Helligkeit von 576 Stearinlichtern. Wurden die Kohlenspitzen mehrfach mit einer concentrirten Lösung von Glaubersalz getränkt, so wurde die Helligkeit mehr als verdoppelt.

Ausgedehnte Messungen sind über die Intensität des Lichtbogens von Casselmann[3]) angestellt worden. Derselbe bediente sich ebenfalls des Bunsen'schen Photometers und verglich die Helligkeit des Lichtbogens mit jener einer Stearinflamme, deren Leuchtkraft als Einheit angenommen ist. Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Messungen. Die Stromstärke ist nach absolutem Maasse gemessen.

Elektroden	Abstand der Spitzen	Stromstärke	Licht-intensität
Rohe Kohle	unmessbar	90,504	92,3
desgl.	4,5^{mm}	65,275	139,4
Kohle, getränkt mit salpetersaurem Strontian	0,75	94,037	334,7
	0,75	101,540	336,6
	0,50	113,900	353,0
	6,75	83,938	274,0
Kohle, getränkt mit Aetzkali	2,5	95,910	150,0
	8,0	78,000	75,1
mit Zinkchlorid	1,0	76,596	623,8
	5,0	64,141	159,1
mit Borax und Schwefelsäure	1,5	67,611	1171,3
	5,0	60,887	165,4

Diese Versuche beweisen, dass das Maximum der Helligkeit mit dem Minimum der Entfernung der Kohlenspitzen zusammenfällt. Denn wenn auch z. B. bei dem Versuche mit der rohen Kohle die grössere Intensität

1) *Tyrtov*, Poggend. Ann. Bd. LXX.
2) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. LX.
3) *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII.

des ausgesandten Lichtes sich bei 4,5 Millimeter Abstand zeigt, so ist zu bedenken, dass der leuchtende Bogen dabei viel grösser ist als bei unmessbar kleiner Entfernung.

Aus demselben Grunde sagen auch die in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahlen direct nichts über die Leuchtkraft des Flammenbogens aus, da eine Kerzenflamme bedeutend grösser ist als der Lichtbogen. Indem Casselmann die Grösse des Lichtbogens nach ungefährer Schätzung mit der Grösse einer Kerzenflamme verglich, fand er, dass die Intensität des von einer gleichen Fläche des Lichtbogens, vorausgesetzt, dass derselbe überall gleiche Leuchtkraft habe, ausgesandten Lichtes im Verhältniss zum Kerzenlichte durch vielleicht noch 100 Mal grössere Zahlen ausgedrückt werden müsste, wenn der Lichtbogen das Maximum der Helligkeit hat. Da nun aber der Lichtbogen in der Nähe der positiven Elektrode die grösste Helligkeit besitzt, so ist die Leuchtkraft desselben an dieser Stelle noch eine bedeutend grössere.

Fizeau und Foucault[1]) haben die Helligkeit des elektrischen Lichtes mit demjenigen der Sonne verglichen, indem sie die chemischen Wirkungen beider mit einander verglichen. Sie liessen zwei Strahlenkegel gleicher Oeffnung, den einen von der Sonne, den anderen von dem positiven Pole eines durch 46 Bunsen'sche Elemente erzeugten Lichtbogens ausgehend, jeden auf eine präparirte Daguerre'sche Platte wirken, nachdem die Strahlen durch Linsen gleicher Brennweite concentrirt waren. Sie beobachteten dann die Zeit, welche erforderlich war, damit beide Platten gleiche Eindrücke erhielten. Man darf annehmen, dass diese Zeiten der Intensität der chemisch wirksamen in beiden Kegeln vorhandenen Strahlen umgekehrt proportional sind. Da nun die Lichtkegel gleiche Oeffnung hatten, ist die Intensität der in ihnen enthaltenen Strahlen der Intensität der von gleichen Flächenstücken der Sonne und des Lichtbogens am positiven Pole überhaupt ausgesandten Strahlen proportional. Nimmt man nun an, dass die Intensität des von der Sonne und von dem Lichtbogen ausgesandten Lichtes der Intensität der chemisch wirksamen Strahlen proportional ist, so verhalten sich die beiden Intensitäten umgekehrt wie die Zeiten, welche zur Hervorbringung gleicher Eindrücke auf den Platten erforderlich sind. So ergab sich, dass die Intensität des positiven Poles bei Anwendung von 46 Bunsen'schen Elementen 0,235 des Sonnenliches war, bei Anwendung einer Säule von 46 dreifachen Elementen 0,385 des Sonnenlichtes. Das Licht der negativen Elektrode hatte etwa nur ein Drittel dieser Intensität.

Wie sehr diese Intensität die aller sonstigen irdischen Lichtquellen übertrifft, ergibt sich daraus, dass jene des nach diesem intensivsten, des Drummond'schen Kalklichtes nur ungefähr 0,006 des Sonnenlichtes ist.

---

1) *Fizeau* und *Foucault*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T XI Poggend. Ann. Bd. LXIII.

Der Werth von Fizeau und Foucault für die Intensität des elektrischen Lichtes ist indess etwas zu gross, da eine prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes in demselben relativ mehr chemisch wirksame Strahlen zeigt als im Sonnenlicht. Wie wir im zweiten Theile sahen, sind hauptsächlich die Strahlen kleinerer Wellenlänge die chemisch wirksamen; die prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes zeigt nun, dass die ultravioletten Strahlen in demselben sehr reichhaltig sind. Deswegen erregt das elektrische Licht auch äusserst brillante Fluorescenz-Erscheinungen.

Im Uebrigen lässt gerade die prismatische Untersuchung des Flammenbogens erkennen, dass derselbe im Wesentlichen eine Glüherscheinung ist, denn das Spectrum desselben zeigt die hellen Linien, welche für die Substanzen charakteristisch sind, zwischen denen der Bogen gebildet ist.

Damit ist nun auch sofort die Erklärung dieses ganzen Phänomens gegeben. Ber Bogen beginnt als einfacher Oeffnungsfunke; bei der Trennung der sich zunächst berührenden Spitzen kommen die zuletzt sich berührenden Theile zum Glühen, sie werden dadurch losgerissen und bilden nach der Trennung der Elektroden zwischen denselben eine leitende Verbindung, so dass der Strom durch sie hindurchgeht. Wegen des grossen Widerstandes aber, den diese Leitung bietet, kommt sie nach dem Joule'schen Gesetze zu lebhaftem Glühen. Ist diese Kette einmal hergestellt, so wird sie durch reichlich in Folge der hohen Temperatur losgerissene Theilchen unterhalten, und man kann dann durch vorsichtiges Bewegen die Elektroden selbst eine gewisse Strecke von einander entfernen, ohne diese leitende Verbindung zu unterbrechen und zwar um so weiter, je leichter von den Elektroden die kleinen Theilchen losgerissen werden, welche die Leitung des Stromes vermitteln. Entfernt man indess die Elektroden zu weit von einander, so können die von der einen Elektrode losgerissenen Theilchen die andere nicht mehr erreichen; der Strom wird unterbrochen und der Lichtbogen erlischt; um ihn wieder herzustellen, muss man die Elektroden wieder mit einander in Berührung bringen, oder zwischen den sehr genäherten einen elektrischen Funken überspringen lassen.

Dass der Lichtbogen die Elektricität in der That leitet, ergibt sich direct aus der Thatsache, dass die elektrische Strom nach der Trennung nicht aufhört; häufig bei geringem Abstande der Elektroden ist sein Widerstand sogar nur klein.

Matteucci[1]) schaltete in einem Stromkreise, in welchem ein Lichtbogen erzeugt wurde, ein Voltameter ein und fand, dass in demselben in einer Minute entwickelt wurden 57, 44, 38 Cubikcent. Knallgas, als die Kohlenspitzen 2, 3, 4 Millimeter von einander entfernt waren. Da nun bei einer Verlängerung des Lichtbogens um das Doppelte der Strom nur ungefähr im Verhältniss 3 zu 2 geschwächt wurde, so folgt, dass der Widerstand

1) *Matteucci*, Comptes Rendus XXX. p. 201.

des Lichtbogens gegen den des übrigen Stromkreises keineswegs besonders gross ist. Das zeigte auch bei einer andern Versuchsreihe eine Vergleichung der Stromstärke, wenn die Elektroden mit einander in Berührung waren, und wenn zwischen denselben sich der Lichtbogen bildete.

Bei Berührung der Elektroden entwickelten sich in einer Minute 46 Cubikcent. Knallgas; als der Abstand derselben 3^{mm} betrug, und die Elektroden bestanden aus

Kupfer,	war	die	entwickelte	Knallgasmenge	23	Cubikcent.
Messing	„	„	„	„	26	„
Eisen	„	„	„	„	27	„
Kohle	„	„	„	„	29	„
Zink	„	„	„	„	35	„
Zinn	„	„	„	„	45	„

Man sieht, dass der Widerstand des Bogens sich ändert mit der Natur der Elektroden, dass er um so kleiner wird, je leichter dieselben verflüchtigt werden. Es fällt das vollständig mit der Erfahrung zusammen, dass der Bogen um so leichter gebildet wird und um so mehr verlängert werden kann, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden, und ist ein neuer Beweis dafür, dass der Lichtbogen weiter nichts ist, als ein wegen seines Widerstandes sehr hell glühender Theil der Leitung.

Eine genauere Untersuchung des Widerstandes, welchen der elektrische Lichtbogen dem Strome entgegensetzt, hat Edlund[1]) ausgeführt. In den Stromkreis, welcher die Spitzen des Bogens enthielt, welche durch eine Schraube beliebig von einander entfernt und deren Entfernung gemessen werden konnte, wurde als Rheostat ein mit Kupfervitriollösung gefüllter Holzkasten eingefügt, in welchen zwei Kupferplatten als Elektroden eingesenkt waren. Es wurde nun zunächst die Stromstärke gemessen, wenn die Kohlenspitzen sich berührten und in dem Rheostaten eine Flüssigkeitsschicht von gewisser Dicke eingeschaltet war. Darauf wurde der Lichtbogen hergestellt, und der durch Einschalten der Luftstrecke geschwächte Strom durch Ausschalten von Flüssigkeit, also näheres Zusammenschieben der Kupferelektroden wieder auf die frühere Stärke gebracht. Indem Edlund dann den Lichtbogen allmählich verlängerte, und dann jedesmal durch näheres Zusammenrücken der Kupferelektroden in dem Rheostaten dem Strom die frühere Stärke wiedergab, konnte er die Abhängigkeit des Widerstandes von der Länge des Lichtbogens bestimmen. Dabei ergab sich dann, dass der Widerstand des Lichtbogens sich mit zunehmender Länge vergrösserte, dass derselbe aber nicht einfach der Länge des Bogens proportional war, sondern sich durch eine Gleichung von der Form

$$w = a + b \cdot l$$

darstellen liess, worin a und b zwei Constanten und l die Länge des Licht-

1) *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

bogens bedeuten. So ergab sich bei einem Versuche, als die Längen des Lichtbogens waren

5 Skalentheile	=	2^{mm},	der Widerstand zu	7,8
4 „	=	1,6	„ „ „	7,6
3 „	=	1,2	„ „ „	7,3
2 „	=	0,8	„ „ „	7,1
1 „	=	0,4	„ „ „	6,9

somit

$$w = 6{,}74 + 0{,}2 \cdot l,$$

wenn die Länge in Skalentheilen ausgedrückt ist.

Es ergibt sich somit, dass mit Herstellung des Lichtbogens eine von der Länge desselben unabhängige Ursache der Stromschwächung vorhanden ist. Dieselbe kann einen doppelten Grund haben, es kann nämlich entweder bei Herstellung des Lichtbogens ein Uebergangswiderstand, bei dem Uebergange der Elektricität aus den festen Theilen des Leiters in die Luft vorhanden sein, oder es kann bei der Herstellung des Lichtbogens im Lichtbogen eine elektromotorische Kraft auftreten, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom zu erzeugen strebt, und dadurch den Strom schwächt.

Denn bezeichnen wir die Stromstärke vor der Bildung des Lichtbogens mit J, die elektromotorische Kraft mit E, den Widerstand mit R, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$J = \frac{E}{R}.$$

Nach Herstellung des Lichtbogens sinkt dann, wenn nicht die entsprechende Länge des Rheostaten ausgeschaltet wird, die Stromstärke auf J_1, und wir können diese Stromstärke darstellen durch

$$J_1 = \frac{E}{R + a + bl}.$$

Ebenso kann aber auch das von der Länge des Bogens unabhängige Glied a eine Schwächung der elektromotorischen Kraft bedeuten, und wir können J_1 darstellen durch

$$J_1 = \frac{E - p}{R + bl},$$

worin p aus den beiden letzten Gleichungen sich bestimmen lässt zu

$$p = \frac{a}{R + a + bl} \cdot E.$$

Edlund schliesst aus theoretischen Gründen, dass mit Herstellung des Lichtbogens eine Schwächung der elektromotorischen Kraft eintreten, respective dass im Lichtbogen eine dem ursprünglichen Strome entgegengesetzte elektromotorische Kraft auftreten müsse. Er geht davon aus, dass der Lichtbogen durch eine Zerstäubung der Polspitzen zu Stande kommt, und bemerkt, dass diese Zerstäubung eine mechanische Arbeit erfordere.

Mit dieser Arbeitsleistung muss aber die in dem ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge kleiner werden, und das ist nur möglich, wenn unabhängig von dem im Lichtbogen neu eintretenden Widerstande eine Schwächung des Stromes eintritt. Denn würde der Strom nur nach Maassgabe des eingeschalteten Widerstandes geschwächt, so würde bei der Ueberwindung des Widerstandes eine demselben proportionale Wärmemenge entwickelt, die gesammte Wärmemenge wäre also nicht kleiner. Deshalb schliesst Edlund, dass die von der Länge des Lichtbogens unabhängige Schwächung des Stromes in dem Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft ihren Grund habe, welche den Strom der mechanischen Arbeit entsprechend schwäche, und damit die entwickelte Wärmemenge absolut kleiner werden lasse.

Den Werth dieser elektromotorischen Gegenkraft findet dann Edlund, sobald die Stromstärke eine gewisse Grösse hat, unabhängig von der Stromstärke[1]) und der elektromotorischen Kraft des zur Erzeugung des Lichtbogens verwandten Stromes, dagegen abhängig von der Natur der Spitzen, zwischen denen der Lichtbogen entsteht, sie ist kleiner, wenn der Lichtbogen zwischen Kupfer, als wenn er zwischen harter Kohle erzeugt wird.

Die Leitungsfähigkeit des Lichtbogens verschwindet nicht in dem Augenblicke, in welchem der ihn erzeugende Strom unterbrochen wird; sondern lässt man bei constantem Abstande der Polspitzen den Strom nur eine ganz kurze Zeit unterbrechen, so stellt sich der Lichtbogen wieder her. Diese Erfahrung benutzte Edlund, um das Vorhandensein der elektromotorischen Kraft in dem Lichtbogen direct nachzuweisen[2]).

Der Lichtbogen wurde zu dem Zwecke in eine Zweigleitung eingeschaltet, welche ein Galvanometer enthielt und welche durch eine hebelartige Vorrichtung in dem Momente geschlossen werden konnte, in welchem eben durch das Umschlagen dieses Hebels der den Lichtbogen erzeugende Strom unterbrochen wurde. Kräftige Ausschläge in dem Galvanometer bewiesen dann, dass die Zweigleitung von einem Strome durchflossen werde.

Wenn es nach diesen Versuchen Edlund's auch keinem Zweifel unterliegt, dass in dem Lichtbogen eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so bedarf es zu der Erklärung derselben doch wohl nicht der Annahme, dass dieselbe in der Zerstäubung der Polspitzen ihren Grund hat. Den Uebergang der Elektricität durch den Lichtbogen können wir uns nur nach Art der Funkenentladung denken, denn die einzige bewegende Kraft ist die Differenz der Potentialwerthe der Elektricität auf den Polspitzen selbst; es tritt in Folge des Zwischenraumes zwischen den Spitzen des Lichtbogens eine Discontinuität in dem Gefälle ein, und es muss, wenn die Elektricität durch einen Luftraum übergehen soll, der Potentialwerth

1) *Edlund,* a. a. O. und Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.
2) *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

an den Enden einen grössern Werth haben, als wenn die beiden Spitzen durch einen festen Leiter gleichen Widerstandes verbunden wären. Diese Steigerung der Potentialwerthe muss natürlich eine Verminderung des Gefälles in den festen Theilen der Leitung und damit eine Schwächung des Stromes zu Folge haben. Trennt man die beiden Polspitzen von der Hauptleitung und verbindet sie in demselben Moment durch eine Zweigleitung, so muss dann auch, eben weil auf den Enden der Leitung eine merkliche Differenz der Potentialniveaus vorhanden ist, durch die Zweigleitung ein Ausgleichen der Elektricitäten, somit ein kurz dauernder Strom stattfinden[1]).

§. 74.

Chemische Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom. Schaltet man an irgend einer Stelle des Schliessungsbogens eines galvanischen Stromes eine Flüssigkeit ein, in der Weise, wie wir es zur Bestimmung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeiten thaten, so zeigt sich, dass die Flüssigkeit chemisch verändert, dass sie zersetzt wird. Diese chemische Zersetzung wurde zuerst von Carlisle beobachtet[2]), als er auf die oberste Platte einer Volta'schen Säule einen Tropfen Wasser brachte und in diesen den mit dem anderen Pole der Säule verbundenen Draht eintauchte; das Wasser wurde in seine gasförmigen Bestandtheile zerlegt.

Bei einer Wiederholung des Versuches wurden Messingdrähte, welche mit den Polen einer Säule in Verbindung standen, in eine Glasröhre geleitet, welche mit Flusswasser gefüllt war. Dabei zeigte sich, dass stets nur an dem einen, mit dem negativen Pole der Säule in Verbindung stehenden Drahte sich Gas entwickelte, während der andere Draht allmälig schwarz wurde und zerfiel. Das entwickelte Gas verpuffte mit Luft gemischt, es war also Wasserstoff.

Carlisle versuchte dann das Wasser zwischen Platindrähten zu zersetzen, um so den Strom aus Drähten in die Flüssigkeit eintreten zu lassen, welche nicht von dem Sauerstoff angegriffen werden. Es entwickelte sich dann an beiden Drähten Gas; das an dem Drahte, welcher mit dem negativen Pole verbunden war, aufsteigende Gas war dem Volumen nach ungefähr das Doppelte als das an dem anderen Drahte aufsteigende; ersteres schien reiner Wasserstoff, letzeres Sauerstoff zu sein, so dass also das Wasser durch den Strom der Volta'schen Säule einfach in seine Bestandtheile zerlegt wurde, und zwar so, dass der eine dieser Bestandtheile, der Wasserstoff, ganz an dem einen, der andere, der Sauerstoff ganz an dem anderen Drahte frei wurde.

---

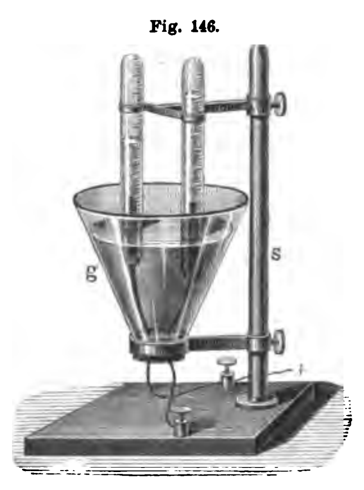
1) Ausführlicheres darüber sehe man von *Bezold,* Poggend. Ann. Bd. CXL.

2) *Carlisle,* Nicholson's Journal of natural philosophy. vol. IV. Gilbert's Ann. Bd. VI.

Die Versuche von Carlisle wurden bald und vielfach wiederholt und die Resultate derselben vollständig bestätigt und festgestellt [1]).

Um die chemische Zersetzung des Wassers bequem untersuchen und die einzelnen Gase auffangen zu können, sind Apparate verschiedener Form construirt, ein sehr verbreiteter und bequemer Apparat ist Fig. 146 abgebildet. Ein trichterförmiges Glasgefäss *g*, welches unten durch einen Korkpfropfen wasserdicht verschlossen ist, wird von einem in dem Stativ *s* befestigten Ringe getragen. Durch den Pfropfen sind von einander isolirt zwei Drähte geführt, an welche oben im Innern des Gefässes Platinbleche gelöthet und vertical gehalten sind. Ausserhalb stehen die Drähte mit Klemmschrauben in Verbindung, in welche die Verbindungsdrähte mit den Polen der Batterie eingeklemmt werden. Ueber den Platinblechen hängen von einem zweiten an dem Stative befestigten Arme in federnden Klemmen getragen zwei oben zugeschmolzene Glasröhren, so dass die Platinbleche ganz von den Röhren umgeben sind. Die Röhren sind calibrirt, und mit einer Theilung versehen. Füllt man nun die Röhren und das Gefäss mit Wasser, dem ein wenig Schwefelsäure hinzugefügt ist, so wird bei Einschaltung des Apparates in einen Stromkreis das Wasser zersetzt, an dem einen Drahte wird Sauerstoff, an dem anderen Wasserstoff frei.

Fig. 146.



Um die Resultate der chemischen Zersetzung durch den Strom bequem bezeichnen zu können, hat Faraday [2]) eine bestimmte Nomenclatur eingeführt, welche wegen ihrer Kürze und Deutlichkeit allgemein angenommen ist. Die Drähte, durch welche der Strom in die Flüssigkeit ein- und austritt, werden allgemein Elektroden genannt; jene, durch welche der Strom in die Flüssigkeit eintritt, heisst die positive Elektrode oder die Anode; jene, durch welche der Strom austritt, heisst die negative Elektrode oder die Kathode. Die Bestandtheile der zersetzten Substanzen heissen die Ionen; das an der positiven Elektrode, der Anode frei werdende Ion wird das elektronegative genannt oder das Anion, das an der negativen Elektrode, der Kathode frei werdende Ion heisst das positive oder Kation. Die Bezeichnung positives Ion für das letztere, negatives für das erstere ist ge-

1) So von *Cruikshank* und besonders von *Davy*, von welch Letzterem die Elektrochemie eigentlich datirt; man sehe darüber Fischer's Geschichte der Physik Bd. VIII.

2) *Faraday*, Experimental researches VII ser. art. 661—667. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

wählt nach der Annahme, dass die Kathode freie negative, die Anode freie positive Elektricität besitze; da nun die Bewegung des Kations nach der Kathode beweist, dass es von der letzteren angezogen wird, so folgt, dass das Kation positiv elektrisch ist. Dadurch ist der Name elektropositives Ion gerechtfertigt. Der Process der chemischen Zersetzung durch den elektrischen Strom heisst die Elektrolyse, und die zersetzten Substanzen die Elektrolyten.

Füllt man den oben angegebenen Zersetzungsapparat mit reinem destillirten Wasser, so bedarf es eines sehr kräftigen Stromes, um eine merkbare Zersetzung desselben zu erhalten; durch Hinzufügung einiger Tropfen von Schwefelsäure erreicht man dagegen schon mit einem relativ schwachen Strome eine kräftige Gasentwicklung. Jedoch sind auch dann zur Erzielung derselben wenigstens zwei hinter einander eingeschaltete Grove'sche Elemente erforderlich.

Zwischen Platinelektroden lässt sich mit einem Daniell'schen Elemente gar keine, mit einem Grove'schen kaum eine Zersetzung hervorbringen. Der Grund dieser Erscheinung liegt in der demnächst zu besprechenden Polarisation der Elektroden durch die an denselben frei werdenden Gase.

In dem Zersetzungsapparate entwickelt sich Sauerstoff nur an der Anode, Wasserstoff nur an der Kathode, die zwischen denselben liegenden Flüssigkeitsschichten scheinen ganz und gar ungeändert zu bleiben. Wenn man das Wasser nur durch wenig Schwefelsäure ansäuert, so stehen die an den Elektroden entwickelten Gasvolumina fast genau in dem Verhältnisse, in welchem Sauerstoff und Wasserstoff zu Wasser zusammentreten; auf jedes Volumen Sauerstoff finden sich zwei Volumina Wasserstoff. Eine geringe Störung dieses Verhältnisses tritt dadurch ein, dass der Absorptionscoefficient des Sauerstoffs in Wasser fast doppelt so gross ist, als derjenige des Wasserstoffs. Die Störung ist um so geringer, je schmaler, bei gleicher Stromstärke, die Elektroden sind, je kleiner also, bei gleich starker Entwickelung der Gase, der Raum ist, in welchem die Gase entwickelt werden.

Ist das Wasser stark mit Schwefelsäure angesäuert, so kann in Folge secundärer chemischer Processe das Volumverhältniss des entwickelten Sauerstoffs und Wasserstoffs zuweilen sehr geändert werden; es kann das Volumen des Wasserstoffs fast das Vierfache von dem des Sauerstoffs werden.

Diese grosse Verminderung in dem Volumen des auftretenden Sauerstoffs ist zunächst in der Bildung von Ozon begründet; nämlich ebenso wie der Sauerstoff in Ozon verwandelt wird, wenn man durch denselben eine grosse Zahl elektrischer Funken schlagen lässt, so wird auch bei der Elektrolyse ein Theil des Sauerstoffs ozonisirt[1]). Die Bildung des Ozons ist

1) *Schönbein,* Poggend. Ann. Bd. L.

aber nach den Versuchen von Andrews und Tait[1]) mit einer Verdichtung des Sauerstoffs verbunden; es wird nämlich das Volumen des Sauerstoffs genau um das Volumen des in Ozon umgewandelten Sauerstoffs vermindert, gerade als wenn, wie Andrews und Tait sich ausdrücken, das Ozon eine unendliche Dichtigkeit besässe. Von der Richtigkeit dieser Angabe überzeugt man sich durch folgenden Versuch. Man sperre in einem Gefässe Sauerstoff ab, und lasse durch denselben zwischen zwei Spitzen längere Zeit von einer Elektrisirmaschine den elektrischen Strom hindurchgehen. Man beobachtet dann eine bestimmte Contraction des Volumens; darauf bringe man in den Raum etwas einer concentrirten Jodkaliumlösung. Das Ozon hat wie das Chlor die Fähigkeit, aus seinen Verbindungen mit Metallen das Jod zu deplaciren; das Jod wird deshalb ausgefällt und an seine Stelle tritt zu dem Kalium das Ozon. Bei dieser Absorption des Ozon tritt nun gar keine Veränderung des Volumens mehr ein, woraus folgt, dass die Volumveränderung bei der Ozonbildung gerade so ist, als wenn das ganze in Ozon verwandelte Volumen Sauerstoff verschwunden wäre.

Die Menge Ozon ist nun zwar für gewöhnlich in dem elektrolytisch ausgeschiedenen Sauerstoff nur gering; aber wenn derselbe auch nur 1 Proc. beträgt, so folgt aus dem Vorigen doch, dass schon dadurch ein merklicher Verlust im Volumen des gebildeten Sauerstoffs eintritt.

Sobald bei der Elektrolyse des Wasserstoffs Ozon auftritt, zeigt sich immer nach den Versuchen von Meidinger[2]) und Schönbein[3]) an der positiven Elektrode auch Wasserstoffsuperoxyd, wodurch ebenfalls eine bedeutende Volumverminderung des Sauerstoffs eintreten kann. Wasserstoffsuperoxyd ist leicht nachzuweisen durch seine desoxydirenden Wirkungen auf Uebermangansäure oder Chromsäure. Wenn man eine mit etwas Salpetersäure angesäuerte Lösung von übermangansaurem Kali mit Wasserstoffsuperoxyd zusammenbringt, so wird die Uebermangansäure unter Sauerstoffentwickelung zu Manganoxydul reducirt, welches mit der Salpetersäure verbunden in Lösung bleibt. Die vorher rothe Lösung wird dabei vollständig entfärbt. Ebenso wird bei Gegenwart von etwas Schwefelsäure oder Salpetersäure Chromsäure zu Chromoxyd reducirt, indem der frei werdende Sauerstoff mit einem Atom Sauerstoff des Wasserstoffsuperoxydes entweicht.

Wenn man nun die Zersetzungszelle, in welcher das angesäuerte Wasser elektrolysirt wird, durch eine thierische Membran oder poröse Thonwand in zwei Theile theilt, und die Flüssigkeit in dem die Anode umgebenden Theile mit etwas übermangansaurem Kali oder Chromsäure färbt, so zeigt die eintretende Farbenveränderung, dass jedesmal dann, wenn sich Ozon bildet, auch Wasserstoffsuperoxyd auftritt.

---

1) *Andrews* und *Tait,* Poggend. Ann. Bd. CXII. aus Philosophical Transactions for 1860.

2) *Meidinger,* Liebig's Annalen Bd. LXXXVIII.

3) *Schönbein,* Poggend. Ann. Bd. CVIII.

Die Menge des Wasserstoffsuperoxydes kann sehr bedeutend werden, wenn man dem zu elektrolysirenden Wasser ziemlich viel Schwefelsäure zusetzt, so dass eine Säure von 1,4 spec. Gewicht entsteht und dabei die Lösung möglichst kalt hält. Meidinger gibt an, dass der durch Bildung von Wasserstoffsuperoxyd eintretende Verlust von Sauerstoff 0,6 desjenigen betragen könne, welcher hätte auftreten müssen.

Wenn das Wasser bei der Elektrolyse nur schwach angesäuert ist, und wenn man nicht zu schmale Elektroden anwendet, so ist der Verlust an Sauerstoff immer nur höchst unbedeutend, und die entwickelten Gase stehen fast genau im Verhältnisse von 1 : 2.

Deshalb ist auch die Elektrolyse des Wassers oder die bei derselben entwickelte Knallgasmenge als Maass für die Stromstärke in den Voltametern benutzbar. Bei den Voltametern fängt man die Gase nicht getrennt, sondern vereint auf; einen Apparat zu diesem Zwecke, welcher zu Messungen recht geeignet ist, haben wir schon früher beschrieben. Man kann demselben auch manche andere Formen geben; so z. B. eine der Fig. 146 ähnliche Form, indem man einfach über beide Elektroden eine graduirte Röhre setzt und in derselben direct die in einer gewissen Zeit entwickelten Gasvolumina beobachtet.

Die Benutzung der Voltameter als Messapparate für die Stromstärke beruht auf der Voraussetzung, dass die Gasentwickelung der Stromstärke proportional sei, dass also bei derselben Stromstärke immer, wie auch sonst das Voltameter beschaffen sei, vorausgesetzt nur, dass alles erzeugte Gas auch entwickelt werde, dieselbe Gasmenge auftrete.

Schaltet man nun abwechselnd in einen und denselben Stromkreis verschiedene Voltameter ein, in welchen das Wasser verschieden stark angesäuert ist, oder die Elektroden eine verschiedene Breite oder verschiedenen Abstand haben, so scheint sich auf den ersten Blick diese Voraussetzung nicht zu bestätigen; denn man findet dann, das in jedem Voltameter eine andere Gasmenge entwickelt wird. Dieser Widerspruch hebt sich aber sofort, wenn man überlegt, dass in dem Stromkreise durch Einschaltung des Voltameters der Widerstand wesentlich geändert wird, dass demnach, wenn auch sonst der Stromkreis identisch derselbe bleibt, der Widerstand im ganzen Kreise mit Einschaltung eines anderen Voltameters ein anderer wird.

Dass in der That bei gleicher Stromstärke in den verschiedensten Voltametern dieselbe Gasmenge erzeugt wird, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man in ein und denselben Strom nach einander eine Anzahl verschiedener Voltameter einschaltet, so dass alle von demselben Strome durchsetzt werden. Es ist dann in allen die Stromstärke dieselbe, und dem entsprechend finden wir auch in allen genau dieselbe Gasmenge. Daraus ergibt sich also, dass die an Voltametern gemessenen Stromstärken ganz allgemein vergleichbar sind, wodurch es möglich ist, aus den chemischen Actionen eine bestimmt definirbare Einheit der Stromstärke zu erhalten.

§. 75.

Elektrolyse binärer Verbindungen. Ebenso wie das Wasser sind alle aus zwei Elementen, oder alle in ähnlicher Weise wie das Wasser zusammengesetzten Körper im flüssigen Zustande, geschmolzen oder gelöst, Elektrolyte. Sie werden in ihre Bestandtheile zerlegt und die Ionen werden an den Elektroden ausgeschieden.

Die Verbindungen, welche mit dem Wasser die grösste Analogie haben, sind die nach der Form $R_2\,O$ zusammengesetzten Oxyde und die Oxydhydrate RHO. Dieselben werden ebenso wie das Wasser in ihre Bestandtheile zerlegt, wenn sie den Strom leiten. Schon Davy gelang es[1]) auf diese Weise Kalihydrat und Natronhydrat zu zersetzen und so zuerst das metallische Kalium und Natrium herzustellen. Davy schmolz in einem als Anode dienenden Platinlöffel Aetzkali oder Aetznatron und tauchte in die flüssige Masse einen Platindraht als Kathode; an derselben sammelte sich das reducirte Metall an, verbrannte aber sofort wieder an der Luft. Es gelang auch, ein Stück Aetzkali ohne es zu schmelzen zu zersetzen und dann einen Theil des reducirten Kaliums zu erhalten.

Die Darstellung des metallischen Kaliums durch Elektrolyse gelingt sehr leicht nach der Methode von Seebeck[2]).

Man legt ein Stück Aetzkali auf ein als Anode dienendes Platinblech, gräbt in dasselbe ein kleines Loch und füllt dasselbe mit Quecksilber. In das Quecksiber taucht man die Kathode. An dem als Anode dienenden Platinbleche entwickelt sich dann der Sauerstoff und das Kalium tritt zu dem als Kathode dienenden Quecksilber, mit welchem es ein Amalgam bildet. Man destillirt dann aus einer gebogenen Glasröhre, deren Mündung in Steinöl taucht, das Quecksilber ab und erhält in der Röhre das metallische Kalium. Ebenso verfährt man mit dem Natrium.

Die Oxydhydrate der alkalischen Erden lassen sich in dieser Weise ebenfalls direct zerlegen. Man formt aus den gepulverten Erden, Magnesia, Kalk, Baryt Schälchen, feuchtet dieselben an, füllt sie mit Quecksilber und stellt sie auf ein als Anode dienendes Platinblech. Taucht man dann in das Quecksilber die Kathode, so erhält man die Amalgame der betreffenden Metalle, indem der Sauerstoff an der Anode frei wird[3]).

Die Oxyde der schweren Metalle lassen sich im allgemeinen in dieser Weise nicht direct zersetzen, da sie den elektrischen Strom nicht leiten. Können sie leitend gemacht werden, so werden sie auch durch den Strom zersetzt; so hat Faraday[4]) geschmolzenes Bleioxyd zerlegt; es zerfällt in

---

1) *Davy,* Philosophical Transactions for 1808. Gilbert's Ann. Bd. XXX und XXXI.

2) *Seebeck,* Gilbert's Annalen Bd. XXVIII.

3) *Berzelius,* Gilbert's Annalen Bd. XXXVI.

4) *Faraday,* Experimental researches VII. ser. art. 797 und 798. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Blei, welches an der Kathode, und in Sauerstoff, welcher an der Anode frei wird.

Ueberall also, wo ein Oxyd oder Oxydhydrat durch den Strom zersetzt wird, tritt der Sauerstoff zur Anode, während das Radical an der Kathode frei wird.

Den Sauerstoffverbindungen ganz analog verhalten sich die Haloidsalze, die Salze des Chlors, Broms, Jod. Auch diese werden in flüssiger Form durch den Strom zersetzt, und zwar tritt stets an der Anode der Salzbildner auf, während an der Kathode das Radical frei wird.

Um das Resultat der Elektrolyse ganz rein zu erhalten, muss man wenigstens die positive Elektrode von Kohle anwenden, da alle Metalle wenigstens vom Chlor direct angegriffen werden.

Um Kalium, Natrium, Calcium aus ihren Chlorverbindungen abzuscheiden, schmilzt man sie in einem Tiegel von Bunsen'scher Kohle und hält in die geschmolzenen Salze einen dünnen Eisendraht[1]). Der Kohlentiegel dient als Anode, der Eisendraht als Kathode; um die Verbrennung der reducirten Metalle zu verhindern, wird die Kathode recht tief in die geschmolzenen Salze eingetaucht und von Zeit zu Zeit sehr rasch herausgezogen, um die an derselben angesammelten Metalle abzustreifen.

Chlormagnesium lässt sich in einer Kölner Pfeife recht gut zersetzen; man führt durch den Stiel der Pfeife einen Eisendraht in den Kopf, füllt denselben mit dem Salze, schmilzt dasselbe über der Lampe und taucht als Anode in das geschmolzene Salz einen Kohlenstift, während der Eisendraht als Kathode dient. Das reducirte Metall sammelt sich dann an dem Eisendrahte an. Man darf indess den Process nicht zu lange fortsetzen, denn sobald die Magnesiumkügelchen eine gewisse Grösse erhalten haben, lösen sie sich von der Kathode ab und verbrennen, sobald sie an die Oberfläche kommen, mit lebhaftem Glanze.

Um grössere Mengen Magnesium darzustellen, verfährt man nach Bunsen[2]) folgendermassen. Reines Chlormagnesium wird in einem Porzellantiegel, der durch eine nicht ganz bis zum Boden gehende Porzellanwand in zwei Zellen getheilt und durch einen zweimal durchbohrten Porzellandeckel verschlossen ist, geschmolzen und in Fluss erhalten. Durch die Oeffnungen des Deckels reichen die Elektroden. Dieselben sind aus Bunsen'scher Kohle verfertigt und haben die Form Fig. 147. Die Kathode ist auf der innern concaven Seite sägenförmig eingefeilt, damit das reducirte Metall, welches specifisch leichter ist als das geschmolzene Salz, sich in den Einschnitten ansammle. Man wendet als Batterie etwa 10 hinter einander verbundene Bunsen'sche Elemente an. Es lassen sich auf diese Weise leicht grammschwere Stücke von Magnesium erhalten.

---

1) *Matthiessen,* Liebig's Annalen Bd. XCIII.

2) *Bunsen,* Poggend. Ann. XCII.

Ebenso lassen sich auch die Chlorverbindungen der schweren Metalle elektrolysiren. Geschmolzenes Zinnchlorür ($Sn\ Cl_2$) zerfällt in Chlor und Zinn, letzteres wird an der Kathode, das Chlor an der Anode frei. Chlorblei $Pb\ Cl_2$, Chlorsilber $Ag\ Cl$ etc. lassen sich ebenso zersetzen, immer wird der Salzbildner an der Anode, das Metall an der Kathode frei[1]).

Fig. 147.

Die in dem Bisherigen angeführten binären Verbindungen werden nicht allein dann in ihre Bestandtheile zerlegt, wenn sie geschmolzen werden, sondern ganz ebenso, wenn sie in Wasser oder einem anderen indifferenten Lösungsmittel aufgelöst werden.

Löst man Zinnchlorür in wenig Wasser auf, so liefert die Elektrolyse desselben Chlor und Zinn. Chlorzink gibt Chlor und Zink, letzteres an der Kathode, ersteres an der Anode, ebenso Chlorblei, Manganchlorür, Chromchlorür etc.

Es ist Bunsen gelungen[2]) auch aus concentrirten Lösungen von Chlorcalcium, Chlorstrontium, Chlorbarium die Metalle abzuscheiden.

Concentrirte Lösungen von Chlorwasserstoff, Bromwasserstoff, Jodwasserstoff zerfallen bei der Elektrolyse in die Salzbildner und Wasserstoff, erstere treten zur Anode, letzterer zur Kathode. Es wird in derselben, wenn die Lösungen nicht sehr verdünnt sind, nur die Säure zersetzt, nicht das Wasser[3]), denn es tritt an der Anode nur Chlor oder Brom oder Jod auf, kein Sauerstoff. Für jedes Atom Wasserstoff wird also ein Atom Chlor frei, das heisst es scheiden sich gleiche Volume der beiden Gase ab; da aber Chlor ziemlich stark vom Wasser absorbirt wird, so entwickelt sich an der positiven Elektrode meist weniger Chlor als der entwickelten Wasserstoffmenge entspricht.

Auch wenn man die löslichen Metalloxydhydrate in Wasser löst, werden sie in concentrirten Lösungen allein zersetzt. Um diesen Nachweis zu liefern, bedarf es aber gewisser Vorsichtsmaassregeln, da die aus ihnen entwickelten Metalle für sich schon das Wasser zersetzen. Elektrolysirt man daher z. B. Kalihydrat in concentrirter Lösung einfach zwischen Platinelektroden, so hat es den Anschein, als wenn nur das Wasser zersetzt würde, indem das an der Kathode frei werdende Kalium sofort wieder das Wasser zersetzt und eine aequivalente Menge Wasserstoff entwickelt. Benutzt man indess als Kathode Quecksilber, so bildet sich sofort Kaliumamalgam, aus welchem man das Quecksilber abdestilliren kann, während an der Anode Sauerstoff frei wird. Man bedeckt zu dem Ende zunächst den Boden eines Gefässes mit Quecksilber und schüttet darauf eine concentrirte Lösung von Aetzkali.

1) *Faraday,* Experimental researches VII. ser. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

2) *Bunsen,* Poggend. Ann. Bd. XCI.

3) *Faraday,* Exper. res. VII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXIII. *Bunsen,* Poggend. Ann. Bd. C. p. 62—64.

Man taucht dann in das Quecksilber als Kathode einen Platindraht, der ausser an der Stelle, wo er sich im Quecksilber befindet, mit einer isolirenden Siegellackschicht überzogen ist, und senkt in die Kalilösung eine Platinplatte als Anode [1]).

Hiernach scheint es also, als wenn in diesen Fällen der Strom nur durch die gelöste Substanz circulire, nicht durch das Wasser, denn wenn er durch das Wasser mit hindurchginge, so würde auch dieses mit zersetzt werden. Wir halten vorläufig an dieser Annahme fest, werden indess später, wenn wir die Elektrolyse von Gemischen betrachten, auf diese Frage zurückkommen.

Durch dieses Verhalten des Wassers sind wir nun in den Stand gesetzt, die Elektrolyse einer Reihe von Stoffen, welche sehr schwierig oder, weil sie sich in höheren Temperaturen zersetzen, gar nicht schmelzbar sind, zu untersuchen, indem wir sie im Wasser lösen und die Lösungen dann elektrolysiren. Nur werden wir dabei die grösste Aufmerksamkeit auf die demnächst zu besprechenden secundären Processe richten müssen, da durch diese das Resultat der Elektrolyse sehr leicht verdeckt wird.

Um die Resultate der Elektrolyse rein, d. h. frei von den Einflüssen der begleitenden secundären Processe zu erhalten, muss man die elektrolysirte Lösung nach der Elektrolyse an einer Stelle in zwei Theile theilen, an welcher sich während der ganzen Elektrolyse nichts geändert hat. Untersucht man dann die beiden Hälften nach der Elektrolyse für sich, so ist der Unterschied zwischen den jetzt in ihnen vorhandenen Substanzen und denen, welche vor der Elektrolyse sich dort befanden, das Resultat der Elektrolyse, mögen dabei secundäre Processe stattgefunden haben oder nicht. Dabei müssen jedoch natürlich die etwa gasförmig entwichenen Substanzen in Betracht gezogen werden.

Um in dieser Weise die elektrolysirten Flüssigkeiten untersuchen zu können, sind von den verschiedenen Physikern verschiedene Apparate construirt worden; wir erwähnen von denselben folgende.

Daniell wandte bei seinen elektrolytischen Untersuchungen [2]) den Apparat Fig. 148 an. Zwei cylinderförmige Glasgefässe *abcd* und *efgh* sind auf das Uförmige Glasrohr *k* aufgeschliffen, so dass sie wasserdicht schliessen. Durch die seitlichen Oeffnungen *a* und *f* reichen in diese Gefässe Platindrähte hinein, an welche die Platinbleche *o* und *p* als Elektroden angesetzt werden; die mit den Elektroden verbundenen Drähte *r* und *q* tauchen in die Quecksilbernäpfchen *t* und *s*, in welche zugleich die mit der galvanischen Batterie verbundenen Leitungsdrähte eingesenkt werden. Die Gefässe werden mit Pfropfen geschlossen, durch welche an beiden Seiten offene Glasröhren

1) *Seebeck*, Gilbert's Annalen Bd. XXVIII.

2) *Daniell*, Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

hindurchgehen, um die gasförmigen Zersetzungsproducte entweichen zu lassen.

Die Röhre *k* wird nun zunächst vollständig mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt, dann werden die Mündungen derselben mit thierischer Blase zugebunden und schliesslich jedes der beiden Gefässe mit Flüssigkeit vollgefüllt. Nach der Elektrolyse wird dann der Inhalt beider Gefässe gesondert untersucht.

Fig. 148.



Die zwischen den beiden Blasen eingeschlossene Flüssigkeit der Röhre *k* trennt also die beiden untersuchten Mengen; es wird demnach vorausgesetzt, dass diese ungeändert bleibe und die beiden geänderten Flüssigkeitsmengen, welche die Elektroden umgeben, vollständig getrennt erhalte. Letzteres ist nicht ganz genau richtig, da, sobald die Lösung in den Gefässen sich geändert hat, durch Endosmose ein Austausch der Substanzen durch die Blase hindurch stattfindet.

Ein weiterer Fehler tritt in den quantitativen Bestimmungen dadurch ein, dass in später zu betrachtender Weise durch den Strom Flüssigkeit durch die Membranen von dem positiven zu dem negativen Pole geführt wird.

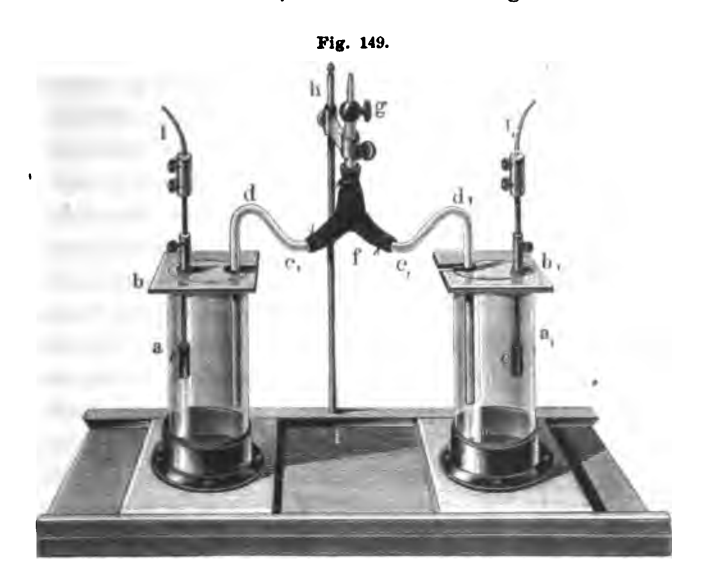
Beide Fehler suchte Wiedemann durch die Anordnung des Apparates Fig. 149 zu vermeiden[1]). Zwei Gläser a und a_1 sind neben einander auf einem Brette aufgestellt und durch Glasplatten b und b_1 bedeckt. Auf diese Glasplatten sind zwei Messinghülsen aufgesetzt, durch welche die Platindrähte l und l_1 hindurchgehen, an die im Innern der Gläser die Elektroden c und c_1 angesetzt sind. Endlich sind in die Gläser die Glasröhren d und d_1 eingesenkt, welche in dem gabelförmigen Kautschukschlauch f mit einander communiciren. Eine dritte Oeffnung des Kautschukschlauches nimmt den Hahn g auf.

Zur Elektrolyse werden nun die beiden Gläser zu gleicher Höhe mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, dann wird durch den geöffneten Hahn die Flüssigkeit bis zu dem Hahne aufgesaugt und darauf der Hahn geschlossen. Auf diese Weise ist die leitende Verbindung zwischen den

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX. Galvanismus Bd. I. §. 203.

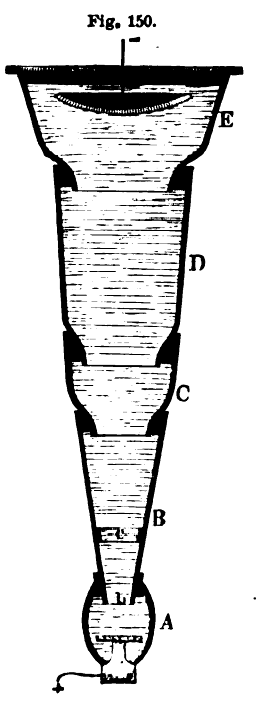
Gläsern hergestellt; wenn daher jetzt die Drähte l und l_1 mit den Polen der Batterie verbunden werden, so wird die Lösung zersetzt.

Fig. 149.



Nach der Elektrolyse wird der Hahn geöffnet, die Flüssigkeit fällt aus den Röhren in die Gläser zurück und wird dort gesondert untersucht.

Fig. 150.



Hittorf hat bei seinen Untersuchungen Apparate sehr verschiedener Form benutzt; diejenige Form, welche er als die beste empfiehlt, ist folgende (Fig. 150)[1]). Der Apparat besteht aus fünf Glasgefässen; das kleinste *A* enthält die Anode, deren Stift in die Oeffnung des Bodens eingekittet ist und den Fuss der ganzen Vorrichtung abgibt. In den Hals des Gläschens ist das konische Gefäss *B* eingeschliffen, welches unten mit einer dünnen Membran *b* bespannt ist und die in einem Glasring *c* ausgespannte Membran enthält. Darüber befinden sich die Gefässe *C*, *D* und *E*, welche aus abgesprengten Präparatengläsern bestehen. Der Boden derselben wird ebenfalls von dünnen Membranen gebildet; um die Gefässe luftdicht an einander zu schliessen und so die Verdunstung des Wassers zu verhindern, sind die schmalen Stellen der Gefässe, dort wo sie in einander gesteckt sind, mit einem Kautschukring umgeben.

1) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX. Bd. XCVIII. Bd. CVI.

In dem obersten Gefässe *E* befindet sich die Kathode, in den meisten Fällen Platin. Die Gefässe werden einzeln mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, und dann in einander gesetzt. Nach der Elektrolyse werden sie auseinander genommen und für sich untersucht.

In anderen Fällen wandte Hittorf den Apparat Fig. 151 an. In den Hals des Gefässes *A*, welches die Anode enthielt, ebenfalls ein durchlöchertes Blech, war der Hals des Gefässes *B* eingeschliffen. Die Anode γ war auf einen Konus α des gleichen Metalles aufgesetzt, welcher in den Boden des Gefässes eingekittet war und auf der Messingplatte β aufstand; die Messingplatte vermittelte die Verbindung der Anode mit dem positiven Pole der Batterie. In dem oberen Gefässe befand sich die Kathode, welche in Form eines kleinen Konus ι um die Glasröhre ζ herumgelegt war, und um das Herabfallen allenfalls losgelöster Theile zu verhüten, auf einer kleinen Glasplatte ϑ aufstand. Durch die Glasröhre ζ ging der lange Stiel ε des in den Hals des oberen Gefässes eingeschliffenen Glasstöpsels δ, so dass derselbe gehoben oder gesenkt werden konnte, um das obere Gefäss von dem untern abzusperren.

Fig. 151.



Während der Elektrolyse wurden die Gefässe einfach mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; nach Beendigung derselben wurde das obere Gefäss von dem unteren durch Herabdrücken des Glasstöpsels abgesperrt, und die in jedem enthaltene Flüssigkeit für sich untersucht.

Untersucht man nun in einem dieser oder einem ähnlichen Apparate irgend ein schwefelsaures, salpetersaures, oder irgend ein anderes Salz, welches nach der frühern Anschauung aus gleichen Aequivalenten Basis und Säure zusammengesetzt ist, so findet man, dass auch dieses elektrolysirt wird, und zwar in der Weise, dass das Metall an der Kathode, der Rest der Verbindung aber an der Anode frei wird. Elektrolysirt man schwefelsaures Kupferoxyd $Cu\,SO_4$ in einer ziemlich concentrirten Lösung, so findet sich an der Kathode nur reines Kupfer, an der Anode findet sich freie Schwefelsäure, und wenn die Anode aus Platin besteht, entwickelt sich an derselben ein Molekül Sauerstoff. Ganz ebenso findet sich bei der Elektrolyse von salpetersaurem Kupferoxyd $Cu\,(NO_3)_2$ oder salpetersaurem Silberoxyd $Ag\,NO_3$ an der Kathode nur das Metall, an der Anode freie Salpetersäure, während ein Molekül Sauerstoff entweicht. Ebenso ist es bei Zinkvitriol, salpeter-

saurem Zinkoxyd und allen derartigen Salzen der Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen, stets tritt an der Kathode nur das Metall, an der Anode der Rest der Verbindung auf.

Auch kohlensaure, oxalsaure etc. Salze werden in dieser Weise zersetzt.

Wenn man eine Lösung von schwefelsaurem Kali oder Natron in dem Apparate von Wiedemann oder Daniell zersetzt, so scheint auf den ersten Blick das Resultat der Elektrolyse ein ganz anderes zu sein. Man findet nämlich in dem die Kathode enthaltenden Gefässe freies Natronhydrat und in dem Gefässe, welches die Anode enthält, die entsprechende Menge freier Schwefelsäure. Gleichzeitig entwickelt sich an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff. Es scheint also einmal das Salz in anderer Weise zu zerfallen, und gleichzeitig neben dem Salze Wasser zersetzt zu werden.

Berzelius[1]) nahm dies in der That an; nach dessen Theorie der Sauerstoffsalze bestehen dieselben aus dem basischen Oxyde und der Säure, welche als nähere Bestandtheile in dem Salze vorhanden sind. Das schwefelsaure Natron besteht darnach aus Schwefelsäure SO_3 und Natron $Na_2\,O$. Bei der Elektrolyse sollte nun das Salz wieder in diese nähern Bestandtheile gespalten werden, und gleichzeitig Wasser zersetzt werden. Ganz in derselben Weise sollten nach Berzelius auch die vorher besprochenen Salze zersetzt werden. Schwefelsaures Kupferoxyd ist nach dieser Anschauungsweise $Cu\,O + SO_3$; das Salz zerfällt dann durch die Elektrolyse in $Cu\,O$ und SO_3, und um das Auftreten des Metalls an der Kathode zu erklären, nahm Berzelius an, dass das abgeschiedene Oxyd dann weiter durch den Strom zerlegt werde in Metall und Sauerstoff.

Diese Ansicht über die Zersetzung der Salze beruht wesentlich auf der Berzelius'schen Anschauungsweise der Zusammensetzung der Salze aus Säure und Basis, welche die neuere Chemie hat fallen lassen; indess auch mit Zugrundelegung der Berzelius'schen Anschauung lässt sich die Unhaltbarkeit von dessen Ansicht über die Elektrolyse der Salze leicht erkennen. Schaltet man nämlich gleichzeitig in den Strom ein Voltameter ein, welches angesäuertes Wasser enthält, und den das schwefelsaure Natron enthaltenden Zersetzungsapparat, so liefern beide fast genau dieselbe Menge Wasserstoff und Sauerstoff. Nach der Anschauung von Berzelius würde somit ein und derselbe Strom in dem das Natriumsulfat enthaltenden Zersetzungsapparate einmal eine gewisse Menge Salz, gleichzeitig aber genau dieselbe Menge Wasser zersetzen wie in dem Wasservoltameter, es würde also ein und derselbe Strom in dem einen Apparate eine sehr viel grössere, und, wie wir nachher zeigen werden, die doppelte Arbeit leisten als in dem andern, was unmöglich ist.

Die gleichzeitige Zersetzung von Wasser und Salz erklärt sich übrigens nach der vorhin dargelegten Auffassung der Zerlegung des Salzes in Metall

1) *Berzelius,* Lehrbuch der Chemie 5. Aufl. Dresden u. Leipzig, 1843. Bd. I. p. 92.

und den Rest der Verbindung unmittelbar aus der Beschaffenheit des abgeschiedenen Metalles. Diese gleichzeitige Zersetzung tritt nämlich nur ein, wenn irgend ein Salz eines Metalles zersetzt wird, welches für sich schon das Wasser zersetzt. Das aus dem Salze $Na_2\ SO_4$ abgeschiedene Natrium zersetzt zwei Moleküle Wasser unter Bildung zweier Moleküle Natronhydrat und Abscheidung je eines Atoms Wasserstoff aus jedem der Wassermoleküle nach dem Schema

$$2\ Na + 2\ H_2O = 2\ NaHO + 2\ H,$$

während an dem positiven Pole ein Molekül Sauerstoff abgeschieden wird, gerade wie bei den Salzen der Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen.

Letzteres ist eine Folge der Einwirkung des abgeschiedenen Atomcomplexes SO_4 auf das Lösungswasser, es bildet sich nach dem Schema

$$SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$$

unter Zersetzung eines Moleküls Wasser und Abscheidung des Sauerstoffs wieder Schwefelsäure. Daraus ergibt sich dann unmittelbar, weshalb bei der Zersetzung von Salzen der Metalle, welche das Wasser zersetzen, eine dem abgeschiedenen Metalle aequivalente Menge Wasserstoff auftritt, also für jedes Atom der einwerthigen Alkalimetalle ein Atom Wasserstoff.

Der Erste, welcher diese Auffassung der Zersetzung der Salze gegenüber derjenigen von Berzelius annahm, war Daniell[1]), und um gegenüber der damaligen Anschauung der Chemiker, welche die Salze als aus Säure und Basis zusammengesetzt betrachteten, seine Auffassung erklären zu können, nahm Daniell an, dass alle Sauerstoffsalze in derselben Weise gebildet seien wie die Haloidverbindungen, so zwar, dass der ausser dem Metall in dem Salze vorhandene Atomcomplex als ein zusammengesetztes Radikal anzusehen sei, welches die Stelle des Salzbildners in den Haloiden vertrete. Die schwefelsauren Salze, nach der frühern Anschauung $MO + SO_3$, sollten darnach bestehen aus dem Metalle M und dem Radikal SO_4, welchem Daniell den Namen Oxysulphion beilegte; das Salz bezeichnete er dann als Oxysulphionkupfer. Das salpetersaure Kupferoxyd, nach der Schreibweise von Berzelius $CuO + NO_5$, schrieb Daniell $CuNO_6$, nannte den Atomcomplex NO_6 Oxynitrion und das Salz Oxynitrionkupfer; die kohlensauren Salze betrachtete er als Verbindungen der Metalle mit CO_3, mit Oxycarbonion u. s. f. Darnach geschah dann die Elektrolyse der Salze genau wie jene der Haloide, sie zerfallen in das Metall und den Stoff, dessen Charakter demjenigen der Halogene entspricht, die überoxydirte Säure. Letztere tritt zur Anode, sie kann indess separirt nicht bestehen und zerfällt daher sofort wieder in Sauerstoff und Säure.

Die Anschauung von Daniell stimmt in soweit mit den jetzigen Ansichten der Chemie überein, als er in den Salzen nicht Basis und Säure

1) *Daniell,* Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

als die nähern Bestandtheile ansieht, sondern das Metall und den mit ihm verbundenen Atomcomplex, sie weicht insofern davon ab, als er letztern als ein den Salzbildnern ähnliches Radikal ansieht, der aus der Säure plus dem Sauerstoff besteht. Die jetzige Chemie denkt sich die Sauerstoffsalze aus den früher sogenannten Säurehydraten entstanden, welche sie als die eigentlichen Säuren ansieht, während sie die früher als Säuren angesehenen Verbindungen, die wasserfreien Säuren als Säureanhydride bezeichnet. Salpetersäure ist HNO_3, und aus der Salpetersäure wird ein Salz, wenn der Wasserstoff der Säure durch ein Metall vertreten wird, Schwefelsäure ist H_2SO_4, und in den neutralen Salzen der Schwefelsäure sind beide Atome des Wasserstoffs durch Metalle vertreten, entweder durch zwei Atome eines einwerthigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwerthigen Metalles u. s. f. In Bezug auf das Resultat der Elektrolyse ist indess diese Verschiedenheit in der Auffassung ohne Bedeutung; da nach beiden Auffassungen das Metall der eine, der Rest der Verbindung der andere Bestandtheil des Salzes ist, so erkennt man leicht, dass bei der Elektrolyse stets das Metall an der einen, der Rest der Verbindung an der andern Elektrode auftreten wird; an der Kathode scheidet sich stets das Metall ab, das übrige an der Anode.

§. 76.

Faraday's Gesetz der festen elektrolytischen Action. Wir haben in dem Bisherigen die Resultate der Elektrolyse nur der Art nach untersucht, d. h. die Producte betrachtet, welche durch die Elektrolyse aus den Verbindungen abgeschieden werden. Es fragt sich nun, wie verhalten sich die Mengen der zersetzten Substanzen zu der Stromstärke und zu einander, wenn ein und derselbe Strom durch eine Anzahl verschiedener Verbindungen hindurchgeführt wird.

Was die erste Frage angeht, so haben wir schon bei Messung der Stromstärke den Nachweis geliefert, dass die Menge des zersetzten Wassers der Stromstärke proportional ist, und zwar nicht nur, was selbstverständlich sein würde, wenn wir die Stromstärke nach chemischem Maasse, sondern auch, wenn wir sie mit Hülfe der Tangentenbussole messen. Wir werden schon daraus den Schluss ziehen, dass das Gleiche für alle zersetzbaren Substanzen gilt, dass also stets die Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Substanz der Stromstärke proportional ist, sei es, dass wir dieselbe nach chemischem oder nach irgend einem andern Maasse messen.

Man kann nun aber auch leicht zeigen, wenn man zwei Zersetzungszellen in den Strom einschaltet, deren eine angesäuertes Wasser enthält, während die andere mit irgend einer andern zersetzbaren Verbindung gefüllt ist, dass die Zersetzungsproducte in beiden Zellen einander immerfort proportional sind. Bei dem Nachweis dieser Proportionalität hat dann Faraday zweitens den Satz bewiesen, dass die früher sogenannten binären Verbindungen bei gleicher Stromstärke nach aequivalenten Mengen zersetzt

werden, das heisst, dass derselbe Strom, welcher in einer gegebenen Zeit irgend eine Gewichtsmenge Wasser zersetzt, in ebenderselben Zeit eine der zersetzten Wassermenge aequivalente Menge einer beliebigen andern Verbindung zersetzt.

Diese beiden Sätze bilden das Faraday'sche Gesetz der festen elektrolytischen Action[1]), sie sind das Grundgesetz der ganzen Elektrochemie.

Als aequivalente Mengen gelten dabei jene Gewichtsmengen der verschiedenen Substanzen, welche einander in den Verbindungen ersetzen können, oder welche mit den ersetzbaren Mengen der Substanzen verbunden sind; also z. B. die Gewichtsmengen, welche die Gewichtseinheit Wasserstoff in einer Verbindung ersetzen können, sind einander und der Gewichtseinheit Wasserstoff aequivalent; ebenso sind die Mengen aequivalent, welche in einer Verbindung mit der Gewichtseinheit Wasserstoff oder der ihr aequivalenten Menge verbunden sind. Nach der Sprache der neuern Chemie sind demnach bei den einwerthigen Elementen die durch die Atomgewichte angegebenen Mengen einander aequivalent; die durch das Atomgewicht eines mehrwerthigen Elementes angegebene Menge ist soviel Atomen eines einwerthigen Elementes aequivalent, als das mehrwerthige Element Werthigkeiten besitzt. Ein Atom eines zweiwerthigen Elementes ist zwei Atomen eines einwerthigen Elementes aequivalent; so ist ein Atom Sauerstoff zwei Atomen Wasserstoff oder Chlor aequivalent, ein Atom Stickstoff drei Atomen Wasserstoff. In ähnlicher Weise ergeben sich die aequivalenten Mengen der verschiedenen Säuren; die einbasischen Säuren, in welchen ein Atom vertretbarer Wasserstoff ist, wie HNO_3 sind gewissermassen einäquivalentig, das heisst, der mit dem Atom H verbundene Atomcomplex ist äquivalent einem halben Molekül Sauerstoff oder einem Atom Chlor; eine zweibasische Säure wie H_2SO_4 bildet ein normales Salz, indem die beiden Atome Wasserstoff durch zwei Atome eines einwerthigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwerthigen Metalles ersetzt werden; ein Molekül eines normalen schwefelsauren Salzes ist also äquivalent einem Molekül Wasser H_2O oder zwei Molekülen Salzsäure 2 HCl. Aehnlich ist es in andern Fällen.

Faraday stellte das Gesetz der festen elektrolytischen Action auf für die früher als binäre bezeichneten Verbindungen, das heisst für Verbindungen, in welchen in der eben angegebenen Weise gleiche Aequivalente der verschiedenen Stoffe vorhanden waren, in wie weit dasselbe für complicirtere Verbindungen gilt, werden wir im §. 78 betrachten.

Den Nachweis des Gesetzes der festen elektrolytischen Action hat Faraday in der vorhin angedeuteten Weise geführt. In ein und denselben Stromkreis wird ein Voltameter und eine Zersetzungszelle mit der zu untersuchenden Substanz eingeschaltet. Man beobachtet die in dem Voltameter

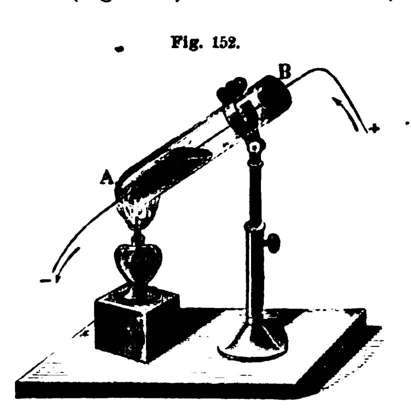
1) *Faraday,* Experimental researches on electr. VII. ser. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

entwickelte Menge von Knallgas oder Wasserstoff, reducirt dieselbe auf den Druck von 760^{mm} und auf 0^0 und berechnet dann daraus das Gewicht des zersetzten Wassers. Man bestimmt dann ebenso durch Wägung oder durch eine Analyse das Gewicht des an einer der beiden Elektroden aufgetretenen Zersetzungsproductes und berechnet daraus die Menge der zersetzten Substanz. Die beiden Gewichte verhalten sich stets wie die Aequivalente der zersetzten Substanzen.

In dieser Weise hat Faraday zunächst den Nachweis geliefert für Chlorwasserstoffsäure, Bromwasserstoffsäure, Jodwasserstoffsäure, indem er die aus denselben entwickelten Wasserstoffmengen mit einander verglich. Die entwickelten Wasserstoffmengen waren überall gleich; und da an den Anoden kein Sauerstoff auftrat, so folgt, dass von demselben Strom aequivalente Mengen Wasser und Säuren zersetzt waren.

Bei einem andern Versuche zersetzte Faraday Chlorzinn[1]) $Sn\,Cl_2$. Er schmolz in den Boden einer Glasröhre AB (Fig. 152) einen Platindraht, welcher in einer Kugel endete, und welcher genau gewogen war. In die Röhre wurde wasserfreies Chlorzinn gebracht, und dieses dann durch eine untergesetzte Lampe in Fluss gehalten. In das geschmolzene Chlorür wurde von oben her dann eine Elektrode von Graphit getaucht. Nun wurde die Graphitelektrode mit dem positiven Pole einer Batterie, die Platinelektrode mit dem negativen Pole derselben verbunden, und zugleich in den Stromkreis ein Voltameter eingeschaltet.

Fig. 152.



Das Zinnchlorür wurde zersetzt, das freiwerdende Chlor bildete an der Anode Zinnchlorid, welches in Form von Dämpfen entwich. Das an der Kathode ausgeschiedene Zinn bildete mit dem Platin eine Legirung, welche schmolz und sich auf dem Boden der Röhre ansammelte. Nach Beendigung der Elektrolyse wurde die Röhre erkalten gelassen und dann zerbrochen, wobei sich das Glas und das feste Chlorür mit Leichtigkeit von dem Draht und der Legirung ablösen liessen. Die Gewichtszunahme des Drahtes gab die Menge des reducirten Zinns; dieselbe betrug 3,2 Gran. In dem Voltameter waren 0,49742 Gran Wasser zersetzt. Derselbe Strom also, der 0,49742 Gran Wasser zersetzte, vermochte so viel Zinnchlorür zu zersetzen, dass dadurch 3,2 Gran Zinn reducirt wurden. Da das Atomgewicht des Zinns

1) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser. art. 789—800. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

118, das des Chlors 35,5 ist, so beträgt diese Menge 5,16 Gran. Nun ist aber fast genau

$$\frac{5,16}{0,49742} = \frac{189}{18},$$

gleich dem Verhältniss der Aequivalente des Zinnchlorürs und Wassers, so dass also auf ein Aequivalent Wasser ein Aequivalent Zinnchlorür zersetzt, oder die zwei Atomen Wasser aequivalente Menge Zinn ausgeschieden war.

Bei der Zersetzung von geschmolzenem borsaurem Bleioxyd wurde die Borsäure plus dem Sauerstoff an der Anode, und Blei an der Kathode frei. Auf je 18 Milligramme zersetzten Wassers fanden sich 202,58 Milligramme Blei an der Kathode, eine Zahl, die so wenig von dem Atomgewichte des zweiwerthigen Metalles Blei, 207, abweicht, dass dadurch auch für die geschmolzenen Sauerstoffsalze das Gesetz bewiesen ist.

Für gelöste Salze ist das Gesetz seitdem noch mehrfach bewiesen worden. So von Daniell, Soret, Buff, Hittorf u. A. Daniell[1]) bestimmte bei der Elektrolyse schwefelsauren Natrons die Menge des freien Natrons in der Zelle der negativen Elektrode, die der Schwefelsäure in der Zelle der Anode. Er fand eine der zersetzten Wassermenge genau aequivalente Menge freien Natrons an der Kathode, freier Schwefelsäure an der Anode.

Soret[2]) verglich die Mengen der bei gleicher Stromstärke aus Lösungen verschiedener Kupfersalze niedergeschlagenen Kupfermengen; er fand dieselben einander genau gleich; er verglich ferner bei Einschaltung dreier Zersetzungszellen, deren eine Wasser, die zweite eine Lösung von Kupfervitriol, die dritte die Lösung eines Silbersalzes enthielt, die Mengen des ausgeschiedenen Wasserstoffs, Silbers und Kupfers; er fand sie genau den Aequivalentzahlen entsprechend.

Buff[3]) verglich die ausgeschiedenen Silbermengen in einer Zersetzungszelle bei Anwendung von Stromstärken, welche nach der Tangentenbussole sich genau wie 1 : 2 : 4 verhielten; die ausgeschiedenen Silbermengen standen fast genau in demselben Verhältnisse. Bei einem anderen Versuche schaltete Buff verschieden concentrirte Lösungen des Silbersalzes ein, in allen schied sich an der Kathode dieselbe Silbermenge aus. Daraus ergibt sich, dass die Menge der zersetzten Substanz nur abhängig ist von der Stärke des Stromes, nicht von der Concentration der Lösung, und wie wir früher schon für Wasser nachwiesen, dass die Menge der zersetzten Substanz der an der Tangentenbussole gemessenen Stromstärke proportional ist.

Letzterer Nachweis ist sehr wichtig, da Buff äusserst schwache Ströme anwandte, der eine schied in 100 Stunden nur 130 Milligr. Silber aus; er würde in derselben Zeit 20,13 Cubikcentimeter Knallgas entwickelt haben,

1) *Daniell,* Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

2) *Soret,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XLII. p. 257.

3) *Buff,* Liebig's Annalen. Bd. LXXXV.

so dass die Stromstärke in dem von uns angenommenen chemischen Maass nur 0,00335 betrug. Dadurch schon ist die mehrfach, auch von Faraday[1]) gemachte Annahme widerlegt, dass der Strom eine Flüssigkeit durchsetzen könne, ohne dass dieselbe zersetzt werde. Denn wenn die Flüssigkeiten noch in anderer Weise, also wie die Metalle, ohne zersetzt zu werden leiten könnten, so würde es nicht möglich sein, dass die Zersetzung der nach magnetischem Maasse gemessenen, also der Stromstärke überhaupt proportional wäre. Denn wenn auch nur sehr schwache Ströme geleitet werden könnten, ohne dass die Flüssigkeiten zersetzt würden, so müsste sich bei so schwachen Strömen eine Abweichung von der Proportionalität der chemischen Action mit der Stromstärke zeigen.

Faraday, Despretz[2]) und Andere glaubten die Leitung der Flüssigkeiten ohne Elektrolyse annehmen zu müssen, weil bei sehr schwachen Strömen im Wasser keine Gasentwickelung bemerkbar wäre; Delarive[3]) und Buff[4]) haben aber gezeigt, dass wenn man als Anode eine Platinplatte, als Kathode eine sogenannte Wollaston'sche Spitze, einen Draht, der bis zu seiner Spitze mit einer isolirenden Schicht überzogen ist, anwendet, dass dann an der Spitze auch bei den schwächsten Strömen noch Gasblasen auftreten. Buff beobachtete sie bei einem Strome, der gemäss der an der Tangentenbussole beobachteten Intensität in einem Jahre nur 3,27 Cubikcent. Knallgas entwickelt hätte, also bei einem Strome, dessen Stärke ein Minimum ist.

Einen weiteren Beweis gegen die Annahme einer metallischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit liefert die demnächst genauer zu besprechende Erfahrung, dass selbst bei dem schwächsten Strome, bei welchem keine Gasentwickelung mehr wahrnehmbar ist, Platinelektroden in einem Voltameter polarisirt werden, d. h. dass in dem Voltameter eine elektromotorische Kraft auftritt, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom erzeugt.

Es ergibt sich demnach, dass die Flüssigkeiten den Strom nur leiten, indem sie elektrolysirt werden; dem entspricht auch die nachher zu besprechende Erfahrung, dass Flüssigkeiten, die nicht elektrolysirt werden, den Strom nicht leiten.

Das elektrolytische Gesetz gilt ebenso wie für Zersetzungszellen, welche

1) *Faraday,* Experimental researches. VIII. ser. art. 966 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

2) *Despretz,* Comptes Rendus. T. XLII. p. 707. Man sehe die Besprechung dieses Aufsatzes von Delarive in Poggendorff's Annalen Bd. XCIX aus dem Archive de sciences physiques Mai 1856.

3) *De la Rive,* Traité de l'electricité. T. II. p. 359. Ferner Archive de l'electricité. T. III. p. 160. Man sehe auch den eben angegebenen Aufsatz von *De la Rive,* Poggend. Ann. Bd. XCIX.

4) *Buff,* Liebig's Annalen. Bd. XCIV.

in den Stromkreis eingeschaltet sind, auch für die stromerregenden Elemente selbst; es versteht sich das nach dem Vorigen von selbst, da auch die Flüssigkeit in den Elementen von dem Strome durchflossen wird. Da nun in den Elementen der Strom vom Zink zu dem Kupfer, der Kohle oder dem Platin geht, so wird der Sauerstoff und die Säure an dem Zink frei; der an die Kathode tretende Wasserstoff wird bei den constanten Elementen durch secundäre Processe fortgeschafft. Die Säure, welche sich an dem Zink entwickelt, löst das Zink unter Bildung schwefelsauren Salzes auf. Nach dem elektrolytischen Gesetze wird nun in jedem Elemente, wenn sie nach einander eingeschaltet sind, so dass der ganze Strom sie nach einander durchläuft, für jedes Aequivalent Wasser, welches ausserhalb der Elemente zersetzt wird, ein Aequivalent Zink aufgelöst. Da nun die Stromstärke proportional ist dem in einem Voltameter in der Zeiteinheit erzeugten Knallgase, so folgt auch, dass die Stromstärke proportional ist dem Zinkverbrauche in der Kette. Wenn demnach durch einen Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, in der Kette eine gewisse Menge p Zink gelöst wird, so wird bei dem Strom, dessen Stärke die $n$fache ist, der also in der Zeiteinheit die $n$fache Gasmenge liefert, auch np Zink aufgelöst. Dieser direct aus dem elektrolytischen Gesetze sich ergebende Satz ist überdies auch von Daniell[1]) experimentell nachgewiesen worden. Wir werden auf denselben noch zurückkommen.

§. 77.

Secundäre Actionen bei der Elektrolyse. Bei der Besprechung der Elektrolyse binärer Verbindungen haben wir schon mehrfach angedeutet, dass das Resultat der directen Elektrolyse häufig durch secundäre Actionen getrübt wird, indem die Producte der Elektrolyse chemische Aenderungen erfahren. Wir haben einzelne dieser Aenderungen bereits erwähnt und die betreffenden Erscheinungen erklärt. So haben wir angeführt, dass bei der Zersetzung eines Alkalisalzes durch das frei werdende Metall das Wasser zersetzt wird, dass sich dadurch an der Kathode das Alkali wieder bildet und Wasserstoff entweicht. Dasselbe ist im allgemeinen der Fall, wenn man ein Salz der alkalischen Erden in wässeriger Lösung analysirt, auch dann findet sich im allgemeinen das Oxyd an der Kathode. Dass dieses Folge einer secundären Zersetzung des Wassers ist, dafür haben wir schon dort mehrere Gründe kennen gelernt; ein weiterer Beweis liegt nach dem Nachweise des Faraday'schen Gesetzes in der schon erwähnten Thatsache, dass bei der Zersetzung eines solchen Salzes genau eine der in einem eingeschalteten Voltameter entwickelten Wasserstoffmenge aequivalente Menge Oxyd und Säure auftritt und zugleich eine der im Voltameter entwickelten

1) *Daniell,* Brief an Faraday. Philosophical Transactions for 1836. Poggend. Ann. Bd. XLII. p. 264 ff.

genau gleiche Wasserstoffmenge. Wäre also das Wasser durch die Elektrolyse und nicht secundär zersetzt, so wäre in dem Zersetzungsapparate ein Aequivalent Salz und ein Aequivalent Wasser zersetzt, während in dem Voltameter ein Aequivalent Wasser zersetzt ist. In der Zersetzungszelle wäre also die Wirkung des Stromes die doppelte von derjenigen im Voltameter.

Ein weiterer Beweis liegt darin, dass es bei der Zersetzung der alkalischen Erdsalze für das schliessliche Resultat von grossem Einflusse ist, ob der Strom bei gleicher Intensität in der Flüssigkeit eine grosse Dichtigkeit hat oder nicht. Man schreibt einem Strome nämlich eine grössere oder geringere Dichtigkeit zu, je nachdem er bei gleicher Intensität einen kleineren oder grösseren Querschnitt durchfliesst, so dass bei gleicher Intensität die Dichtigkeit des Stromes dem Querschnitte des Leiters, den er durchfliesst, umgekehrt proportional ist. Demnach bezeichnet man als die Dichtigkeit des Stromes an einer Stelle der Leitung den Quotienten aus der Intensität desselben und dem Querschnitte des Leiters an der betreffenden Stelle.

Schon bei der Elektrolyse des Wassers trat dieser Einfluss hervor, indem die Absorption der Gase und die Bildung von Wasserstoffsuperoxyd abhängig war von der Grösse der Elektroden, also der Dichtigkeit des Stromes an denselben.

Auch bei der Elektrolyse der Erdalkalisalze haben wir schon auf den Einfluss der Grösse der Elektroden hingewiesen, indem wir anführten, dass es bei Anwendung eines einfachen Eisendrahtes als Kathode gelingt, aus ganz concentrirten heissen Lösungen die Metalle zu gewinnen. Bei grosser Dichtigkeit des Stromes wird nämlich die ganze Menge des reducirten Metalles, welche bei geringerer Dichtigkeit an einer ausgedehnten Elektrode frei wird, an einer kleinen Stelle frei, das Metall bietet daher dem Wasser nicht so viele Berührungspunkte und kann dadurch zum Theil vor neuer Oxydation bewahrt werden.

Ein ähnlicher Einfluss der Stromdichtigkeit zeigt sich bei anderen secundären Actionen.

Die secundären Actionen können sehr verschiedener Art sein; es ist unmöglich, sie hier alle zu beschreiben, indess kann man sie in einige Gruppen theilen und bei Betrachtung derselben die hauptsächlichsten kennen lernen.

Als erste Gruppe können wir die schon besprochene Einwirkung der Ionen auf das Lösungsmittel bezeichnen, die nicht nur bei dem Kation, sondern auch bei dem Anion eintritt. Schon das Auftreten des Sauerstoffs an der Anode bei Zersetzung der Sauerstoffsalze müssen wir als solche auffassen. Bei den schwefelsauren Salzen z. B. findet sich nach der Elektrolyse freie Schwefelsäure H_2SO_4 an der Anode. Der aus dem Salze ab-

geschiedene Atomcomplex SO_4 hat somit ein Molekül Wasser zersetzt zur Bildung der Säure, und ein Atom Sauerstoff ist dadurch frei geworden.

Als zweite Gruppe können wir die Einwirkung der Ionen, besonders des Anions auf die Elektroden bezeichnen. So wird stets, wenn die Anode aus einem in der Säure des Sauerstoffsalzes auflöslichen Metall besteht, die Anode aufgelöst.

Elektrolysirt man z. B. ein Kupfersalz zwischen Kupferelektroden, so wird das Kupfer in der Säure gelöst. Für jedes Aequivalent Kupfer, welches an der Kathode erscheint, verliert daher die Anode ebenfalls ein Aequivalent Kupfer. Dasselbe ist der Fall bei Elektrolyse eines Zinksalzes oder Silbersalzes u. s. w. zwischen Elektroden derselben Metalle. Elektrolysirt man ein Kupfersalz zwischen Elektroden eines anderen Metalles, so ist das Resultat im Wesentlichen dasselbe, es wird dann für jedes an der Kathode auftretende Aequivalent Kupfer von der Anode ein Aequivalent Metall gelöst.

Deshalb ist es in vielen Fällen bei der Untersuchung rathsam, die Anode von einem in der Säure löslichen Metall zu wählen, da dann durch den von derselben sonst aufsteigenden Sauerstoff die Flüssigkeit nicht gemischt wird. Hittorf wandte deshalb stets eine solche an; es ist dabei nicht gerade erforderlich, dass die Anode aus demselben Metalle sei, welches in dem Salze enthalten ist, besonders wenn man die Producte der Elektrolyse dadurch untersucht, dass man die elektrolysirte Flüssigkeit an einer nicht veränderten Schicht spaltet, und dann die einzelnen Mengen für sich analysirt.

Bei den praktischen Anwendungen der Elektrolyse, bei Vergoldungen, Versilberungen, ferner bei der Galvanoplastik ist es ebenfalls rathsam, die Anode aus dem Metalle zu wählen, welches an der Kathode abgesetzt wird, da man auf diese Weise dafür sorgt, dass die benutzte Flüssigkeit immer dieselbe Zusammensetzung hat.

Bei der Elektrolyse von Chlormetallen werden auch Anoden von Gold und Platin unter Bildung von Chlorid aufgelöst.

Auf die Auflösung der Anode ist die Dichtigkeit des Stromes von bedeutendem Einflusse; ist dieselbe an der Anode sehr gross, die Anode also sehr klein, so wird weniger an derselben aufgelöst, als an der Kathode abgeschieden wird. So fand Magnus[1]) in einem Falle, dass von der Anode nur ein Drittel des Kupfers aufgelöst wurde, welches an der Kathode niederfiel.

Die ausgeschiedenen Ionen können ferner auf das gelöste Salz einwirken, und zwar sowohl an der Kathode, als an der Anode. Eine derartige Action an der Anode haben wir bereits bei der Elektrolyse des Zinnchlorürs erwähnt; das an der Anode frei werdende Chlor verwandelt

1) *Magnus*, Elektrolytische Untersuchungen. §. 88. Poggend. Ann. Bd. CII.

das Zinnchlorür $Sn\ Cl_2$ in Zinnchlorid $Sn\ Cl_4$, welches dort dampfförmig entweicht.

Elektrolysirt man Chlorammonium, so zeigen sich ähnliche Einwirkungen. Alle Ammonsalze geben zunächst bei der Elektrolyse an der Kathode Ammonium NH_4, welches gewöhnlich zerfällt in Ammoniak NH_3, welches in Lösung bleibt, und in Wasserstoff, welcher entweicht. Wendet man dagegen als Kathode Quecksilber an, so tritt das Ammonium unzersetzt zu dem Quecksilber und bildet mit demselben ein Amalgam, welches beim Erhitzen sich zersetzt in Ammoniak, Wasserstoff und Quecksilber[1]). Dass in der That in diesem Amalgam Ammoniak und Wasserstoff in dem Verhältniss, wie sie im Ammonium vorhanden sein müssten, d. h. 2 Vol. Ammoniak auf 1 Vol. Wasserstoff enthalten sind, ist neuerdings von Landolt nachgewiesen[2]).

Das an der Anode bei der Elektrolyse des Salmiaks frei werdende Chlor zersetzt den gelösten Salmiak und bildet Chlorstickstoff, gerade wie wenn man Chlorgas in eine Salmiaklösung einleitet.

Elektrolysirt man Salmiak in einer Porzellanschale, indem man die Lösung mit einer dünnen Schicht Terpentinöl bedeckt, so explodiren die Chlorstickstofftröpfchen sofort, wie sie das Terpentinöl berühren[3]).

Auch der elektrolytisch ausgeschiedene Sauerstoff gibt zu solchen secundären Producten Veranlassung. Elektrolysirt man essigsaures Bleioxyd zwischen nicht löslichen Elektroden, so scheidet sich an der Kathode Blei ab, welches dieselbe in schönen Krystallen bedeckt. An der Anode erscheint Essigsäure und Sauerstoff. Letzterer scheidet sich indess nicht ab, sondern oxydirt das Blei zu Bleisuperoxyd $Pb\ O_2$, welches sich an der Anode ablagert. Auch wenn man eine Lösung von Bleioxyd in Kali elektrolysirt, erhält man an der Anode Bleisuperoxyd[4]). Ebenso kann man aus Lösungen von Nickelsalzen, Kobaltsalzen, Mangansalzen und Wismuthsalzen Superoxyde erhalten[5]). Bei der Elektrolyse von salpetersaurem Silberoxyd erhält man an der Anode schwarzes Silbersuperoxyd[6]).

Diese Bildung von Superoxyden wird in der Technik benutzt, um Metalle mit bestimmt gefärbten Ueberzügen zu versehen; so z. B. erhält man bei der Elektrolyse von essigsaurem Manganoxydul auf einer Platinschale als Anode je nach der Dicke der Schicht prachtvolle goldgelbe, purpurfarbige, grüne Ueberzüge von Mangansuperoxyd, wenn als Kathode ein dünner Platindraht benutzt wird[7]).

---

1) Zuerst beobachtet von Seebeck. Gilbert's Annalen Bd. XXVIII.
2) *Landolt*, Liebig's Annalen. Supplement Bd. VI.
3) *Kolbe*, Liebig's Annalen. Bd. LXIV.
4) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXI.
5) *Fischer*, Kastner's Archiv. Bd. XVI.
6) *Ritter*, Gilbert's Ann. Bd. II. Gehlen's Journal. Bd. III.
7) *Böttger*, Beiträge zur Physik und Chemie. II. Heft. Frankfurt 1841.

Auch an der Kathode können durch Einwirkung des reducirten Metalles auf die Lösung secundäre Producte entstehen. Die Elektrolyse von Kupferchlorid gibt an der Kathode durch Verbindung des ausgeschiedenen Kupfers mit dem Chlorid Kupferchlorür.

Essigsaures Kupferoxyd liefert an der Kathode Kupfer gemengt mit Kupferoxyd oder Kupferoxydul[1]). Arsensaures Kali gibt an der Kathode durch Einwirkung des Kaliums metallisches Arsen.

Auch die an einer Elektrode ausgeschiedenen Substanzen selbst können nach den Versuchen von Kolbe aufeinander einwirken und geben dann besonders bei der Elektrolyse organischer Stoffe zu den verschiedensten Umsetzungen Anlass[2]).

Bei der Elektrolyse schwefligsauren Kalis oxydirt der an der Anode frei werdende Sauerstoff die ebenfalls frei werdende schweflige Säure zu Schwefelsäure.

Bei der Elektrolyse des essigsauren Kalis $K\,C_2\,H_3\,O_2$ würden neben Abscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff die normalen Producte sein Kalihydrat an der Kathode, Essigsäure an der Anode nach dem Schema

$$\left.\begin{matrix} K\,C_2\,H_3\,O_2 \\ K\,C_2\,H_3\,O_2 \end{matrix}\right\} = 2\,K + 2\,(C_2\,H_3\,O_2) \text{ direct}$$

und weiter secundär an der Kathode $2\,K + 2\,H_2\,O = 2\,K\,H\,O + 2\,H$, an der Anode $2\,(C_2 H_3 O_2) + H_2 O = H_2\,2\,(C_2 H_3 O_2) + O$; statt dessen zerfällt der Atomcomplex $2\,C_2\,H_3\,O_2$ sofort in Methylgas $2\,C\,H_3$ und Kohlensäure $2\,C\,O_2$.

Valeriansaures Kali $K\,C_5\,H_9\,O_2$ gibt Butyl und Kohlensäure

$$\left.\begin{matrix} K\,C_5\,H_9\,O_2 \\ K\,C_5\,H_9\,O_2 \end{matrix}\right\} = 2\,K + 2\,C_4\,H_9 + 2\,C\,O_2.$$

Das in ölartigen Tropfen abgeschiedene Butyl verbindet sich zum Theil mit der Valeriansäure, zum Theil wird demselben durch frei werdenden Sauerstoff Wasserstoff entzogen und es bildet sich Butylen

$$\left.\begin{matrix} C_4\,H_9 \\ C_4\,H_9 \end{matrix}\right\} + O = 2\,C_4\,H_8 + H_2\,O.$$

Bernsteinsaures Natron gibt an der Anode ein Gemenge von Aethylen $C_2\,H_4$ und Kohlensäure

$$Na_2\,C_4\,H_4\,O_4 = 2\,Na + C_2\,H_4 + 2\,CO_2.$$

Fumarsaures Natron $Na_2\,C_4\,H_2\,O_4$ liefert an der Anode Acetylen $C_2\,H_2$ ndn Kohlensäure

$$Na_2\,C_4\,H_2\,O_4 = 2\,Na + C_2\,H_2 + 2\,C\,O_2.$$

---

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

2) *Kolbe*, Liebig's Ann. Bd. LXIV u. LXIX. Lehrbuch der organischen Chemie Bd. I. Braunschweig 1854.

An der Kathode wirkt zugleich der durch das Natrium aus dem Lösungswasser abgeschiedene Wasserstoff auf das fumarsaure Natron ein und führt dasselbe in bernsteinsaures Natron über

$$H_2 + Na_2 C_4 H_2 O_4 = Na_2 C_4 H_4 O_4.$$

Die Maleinsäure verhält sich bei der Zerlegung ihrer Salze wie die mit ihr isomere Fumarsäure. Die Brommaleinsäure wird bei der Zerlegung ihrer Salze anders gespalten, sie liefert an der Anode Kohlenoxydgas und Bromwasserstoff. So gibt das brommaleinsaure Natron

$$Na_2 C_4 H Br O_2 = 2 Na + H Br + 4 CO.$$

Bei den Zersetzungen der organischen Salze treten diese Verhältnisse nur dann in dieser Weise deutlich hervor, wenn man recht concentrirte Lösungen elektrolysirt, bei verdünnten Lösungen wird immer gleichzeitig Wasser zersetzt, wodurch manche der angeführten Reactionen modificirt und verdeckt werden können.

An diesen Beispielen secundärer Wirkungen möge es genügen. Man kann es im allgemeinen leicht entscheiden, welche Veränderungen einer Lösung primär Folge der Elektrolyse, welche secundär Folgen der chemischen Einwirkung der ausgeschiedenen Substanzen sind, und dadurch das reine Resultat der Elektrolyse erhalten. Im allgemeinen werden durch die secundären Wirkungen Verbindungen gebildet, welche vorher nicht in der Lösung waren.

Bei allen den secundären Actionen aber kann man doch immer bei der Elektrolyse das elektrolytische Gesetz erkennen, wenn man die Flüssigkeit, wie wir vorher angaben, an einer Stelle, die sich nicht verändert hat, spaltet und die Flüssigkeiten der beiden Theile, oder vielmehr den Gesammtinhalt der beiden Gefässe für sich untersucht. Mit Berücksichtigung der etwa gasförmig entwichenen Bestandtheile ist das in jedem Gefässe ausser unzersetzter Lösung Enthaltene das Resultat der Elektrolyse. So findet man z. B. stets bei der Zersetzung eines Salzes an der Anode die Bestandtheile einer dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle aequivalenten Menge Säure und Sauerstoff neben den Bestandtheilen der unzersetzten Lösung; dieses ist das Resultat der directen Zersetzung durch den Strom, welches im Uebrigen auch die Verbindungen sein mögen, welche diese Theile mit einander oder mit der Anode, oder mit den gelösten Substanzen eingegangen sein mögen. Man hat in den verwickeltsten Fällen nur sämmtliche Bestandtheile an der einen Seite der Spaltungsstelle durch eine Analyse zu bestimmen, daraus dann zu berechnen, wie viel der ursprünglichen Lösung sich aus diesen ergibt, und diese Menge von dem Gefundenen abzuziehen; als Rest wird man immer die Bestandtheile von Säure und Sauerstoff finden, welche dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle äquivalent sind.

§. 78.

Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen. In dem Bisherigen haben wir nur die Elektrolyse von Verbindungen betrachtet, welche aus gleichen Aequivalenten ihrer Bestandtheile zusammengesetzt sind. Faraday glaubte [1]), dass nur diese überhaupt durch den Strom zersetzt werden könnten. Das hat sich indess nicht bestätigt, indem es gelungen ist, eine Anzahl zusammengesetzter Verbindungen durch den Strom zu zersetzen. Häufig jedoch treten durch secundäre Actionen Erscheinungen auf, welche vielfach für eine directe Zersetzung durch den Strom gehalten sind, und es ist in manchen Fällen schwierig zu entscheiden, ob man eine directe Zersetzung des Stromes, oder eine Zersetzung in Folge solcher chemischer Actionen vor sich hat.

So lässt es sich bei der Elektrolyse der Sauerstoffsäuren nur schwierig unterscheiden, ob man primäre oder secundäre Action vor sich hat.

Bei der Elektrolyse von Schwefelsäure ($H_2\,SO_4$) entwickelt sich an der positiven Elektrode Sauerstoffgas, an der negativen sehr wenig Wasserstoffgas, meist Schwefel und etwas Schwefelwasserstoffgas. Wenn man eine Lösung von Schwefelsäureanhydrid in Schwefelsäure elektrolysirt, so erhält man dieselben Resultate und, wenn nicht mehr als 3 Theile SO_3 auf 1 $H_2\,SO_4$ gelöst ist, schweflige Säure.

Diese Zersetzung der Schwefelsäure ist jedenfalls secundär, sie wird nach der Form $H_2 + SO_4$ zersetzt, und der frei werdende Wasserstoff reducirt aus einem andern Theile der Säure Schwefel, oder aus dem gelösten Schwefelsäureanhydrid schweflige Säure.

Wird in der Schwefelsäure eine noch grössere Menge Säureanhydrid aufgelöst, so ist nach den Versuchen von Geuther [2]) das Resultat der Elektrolyse nur Sauerstoff an der Anode und Schwefel an der Kathode. Geuther glaubt deshalb, dass in diesem Falle wirklich das Schwefelsäureanhydrid in S und O_3 zerlegt wäre, da, wenn die Reduction wie vorher stattgefunden hätte, schweflige Säure hätte auftreten müssen.

Wasserfreie schweflige Säure leitet den Strom nicht und ist auch nicht zersetzbar; in Wasser gelöst wird sie secundär durch den frei werdenden Wasserstoff unter Abscheidung von Schwefel zerlegt [3]).

Borsäure, Phosphorsäure werden ebenfalls nicht zersetzt, indess treten auch hier, wenn sie in wässeriger Lösung dem Versuche unterworfen werden, durch den frei werdenden Wasserstoff Reductionen ein [4]); gleiches gilt auch

---

1) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser., besonders art. 829 und 830. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

2) *Geuther*, Liebig's Ann. Bd. CIX.

3) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser. art. 755 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

4) *Davy*, Philosophical Transactions for 1807. Gilbert's Ann. Bd. XXVIII.

wohl von der Chromsäure, von welcher indess Geuther eine directe Zersetzung annimmt [1]).

Bei der Elektrolyse der Salpetersäure wird ebenfalls nur das Wasser zersetzt, indess kann auch dort durch den Wasserstoff an der Kathode eine Reduction eintreten [2]).

Dagegen ist für eine Anzahl von nicht aus gleichen Aequivalenten zusammengesetzten Haloidsalzen und Sauerstoffsalzen die directe Zersetzung durch den Strom nachgewiesen worden.

Es würde zu weit führen, die einzelnen von den verschiedenen Forschern, insbesondere von Daniell und Miller [3]), Buff [4]), Becquerel [5]) und Hittorf [6]) erhaltenen Resultate durchzugehen, es genüge daher an einzelnen Beispielen.

Kupferchlorür $Cu_2\,Cl_2$ sowohl geschmolzen als in Salzsäure gelöst zerfällt in Kupfer und Chlor, und zwar wird auf ein Molekül Wasser $H_2\,O$ im Voltameter ein Molekül Chlorür zerlegt. An der Anode erscheinen also die den im Voltameter auftretenden zwei Atomen H äquivalenten zwei Atome Chlor, an der Kathode zwei Atome Kupfer. Die Zersetzung findet also derart statt, wie wenn das Kupfer ein einwerthiges Metall wäre.

Eisenchlorid $Fe_2\,Cl_6$, Aluminiumchlorid $Al_2\,Cl_6$ zerfallen in Metall und Chlor; auf ein Molekül Wasser wird ein Drittel Molekül Salz zerlegt. Auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter erscheint also an der Anode ein Atom Chlor, an der Kathode $^1/_3$ Atom Eisen. Eisen und Aluminium werden darnach in diesen Verbindungen so zersetzt, dass je zwei Atome der Metalle sechswerthig erscheinen, als wenn somit die Metalle dreiwerthig wären.

Zinnchlorid $Sn\,Cl_4$ zerfällt nach Becquerel in Sn und Cl_4, so dass also auf zwei Moleküle Wasser ein Molekül des Salzes zersetzt wird. Während bei der Elektrolyse des Chlorzinns $Sn\,Cl_2$ für jedes Molekül Wasser ein Molekül Salz zersetzt wurde, das Zinn also zweiwerthig erschien, tritt es hier als vierwerthiges Metall auf, ein Atom Zinn ist äquivalent vier Atomen Wasserstoff.

Hittorf dagegen nimmt an, dass das Zinnchlorid schon bei der Lösung in Zinnsäure $Sn\,O_2$ und $4\,H\,Cl$ zerfällt, dass dann nur die Chlorwasserstoffsäure elektrolysirt und durch die freiwerdenden vier Atome Wasserstoff ein Molekül Zinnsäure reducirt werde. Er folgert das daraus, dass nach der Elektrolyse die Lösung an der Kathode inclusive dem ausgeschiedenen Zinn merklich dieselbe Quantität Zinn enthielt wie vor der Elektrolyse.

Becquerel glaubte aus den angegebenen und einigen anderen Resultaten schliessen zu können, dass die Zersetzungen dieser zusammengesetzten Ver-

---

1) *Geuther*, Liebig's Ann. Bd. XCIX.
2) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.
3) *Daniell* u. *Miller*, Philosophical Transactions f. 1844. Poggend. Ann. Bd. LXIV.
4) *Buff*, Liebig's Ann. Bd. CX.
5) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XI.
6) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI.

bindungen stets so vor sich gingen, dass die auf ein Molekül Wasser zersetzte Salzmenge die äquivalente Menge des elektronegativen Bestandtheiles wie in den angegebenen Fällen zwei Atome Chlor lieferte.

Dieser Satz bestätigt sich indess nicht bei der Elektrolyse der Sauerstoffsalze, welche auf ein Aequivalent Basis mehr als ein Aequivalent Säure enthalten.

So liefert nach Wiedemann [1]) neutrales und basisches essigsaures Kupferoxyd bei der Elektrolyse die gleiche Menge Kupfer, so dass also hier nur $^1/_2$ Aequivalent Essigsäure frei wird. Gleiches gilt nach Hittorf von den verschiedenen phosphorsauren Salzen. Die normalen Salze der verschiedenen Phosphorsäuren werden je nach der Basicität der Säuren einfach dem Faraday'schen Gesetz entsprechend zerlegt, wenn wir beachten, dass ein Molekül einer Säure soviel Atomen Wasserstoff aequivalent ist, als es vertretbare Wasserstoffatome enthält. Darnach liefert das Salz der einbasischen Metaphosphorsäure $Na\,PO_3$ auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter an der Kathode ein Atom Natrium, an der Anode ein Molekül Phosphorsäure nach dem Schema

$$2\,Na\,PO_3 = 2\,Na + 2\,PO_3 \text{ primär}$$

$$2\,Na + 2\,H_2\,O = 2\,Na\,H\,O + 2\,H;\ 2\,PO_3 + H_2\,O = 2\,H\,PO_3 + O \text{ secundär.}$$

Das pyrophosphorsaure Natron $Na_4\,P_2\,O_7$ ist dem vierbasischen Charakter der Säure entsprechend zwei Molekülen Wasser äquivalent; in der That werden auf zwei Moleküle Wasser im Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes im Voltameter abgeschiedene Atom Wasserstoff erscheint an der Kathode ein Atom Natrium. Die Zersetzung geschieht nach dem Schema

primär . . . . . . $Na_4\,P_2\,O_7 = 4\,Na + P_2\,O_7$
secundär an der Kathode $4\,Na + 4\,H_2\,O = 4\,Na\,H\,O + 4\,H$
" " " Anode . $P_2\,O_7 + 2\,H_2\,O = H_4\,P_2\,O_7 + 2\,O.$

Das normale orthophosphorsaure Natron $Na_3\,PO_4$ enthält gemäss dem dreibasischen Charakter der Orthophosphorsäure drei Atome Natrium, welche äquivalent sind drei Atomen Wasserstoff; zwei Moleküle Salz sind somit äquivalent drei Molekülen Wasser. Demgemäss findet auch die Zersetzung statt, für jedes Atom Wasserstoff im Voltameter tritt ein Atom Natrium an der Kathode auf, oder auf drei Moleküle Wasser werden zwei Moleküle Salz zersetzt.

Abweichend ist das Verhalten des sogenannten neutralen und sauren orthophosphorsauren Salzes, bei der Zersetzung dieser Salze gibt sich der dreibasische Charakter der Säure nicht zu erkennen, dieselbe scheint vielmehr bei dem ersten Salze zweibasisch, bei dem letztern sogar einbasisch. Das neutrale phosphorsaure Salz $Na_2\,H\,PO_4$ zerfällt nämlich bei der Elektrolyse in Na_2 an der Kathode und $H\,PO_4$ an der Anode, und zwar wird für

1) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. I. §. 224.

jedes Molekül Wasser in dem Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes Atom Wasserstoff an der Kathode des Voltameters erscheint in der Lösung ein Atom Natrium an der Kathode, ein halb Molekül Säure an der Anode. Auf das Molekül Wasser $H_2\,O$ bezogen ist das Schema der Zersetzung:

primär . . . . $Na_2\,H\,PO_4 = 2\,Na + H\,PO_4$
secundär an der Kathode $2\,Na + 2\,H_2\,O = 2\,Na\,H\,O + 2\,H$
„ „ „ Anode . $H\,PO_4 + H_2\,O = H_3\,PO_4 + O$.

Das saure phosphorsaure Natron $Na\,H_2\,PO_4$ zerfällt so, wie wenn die Phosphorsäure nur ein vertretbares Wasserstoffatom enthielte, welches in dem Salz durch Natrium vertreten ist, in Na an der Kathode und $H_2\,PO_4$ an der Anode, für jedes Molekül Wasser werden also zwei Moleküle Salz zersetzt.

Bei der Zersetzung der verschiedenen orthophosphorsauren Salze, wenn sie sich gleichzeitig im Stromkreise befinden, tritt also stets die gleiche Menge Metall an der Kathode auf, die Mengen der Phosphorsäure an der Anode verhalten sich dagegen wie 1 : 2 : 3.

Doppelsalze zerfallen nach Hittorf in der Weise, dass eins der Metalle an der Kathode frei wird, der Rest an der Anode; so zerfällt Cyansilberkalium $Ag\,Cy + K\,Cy$ bei der Elektrolyse nach dem Schema

$$K + (Cy + Ag\,Cy).$$

Das Kation ist Kalium, das Anion Cyansilber plus Cyan. Es folgte das daraus, dass die Flüssigkeit an der Kathode mit dem ausgeschiedenen Silber zusammen ein Atom Silber weniger als Kalium enthielt, d. h. dass an der Kathode sich die Bestandtheile von

$$(Ag\,Cy + K\,Cy) + K$$

befanden. Das an der Kathode ausgeschiedene Silber ist also ein secundäres Product, herrührend von der Reduction eines Atom Silber durch das abgeschiedene Kalium.

Alle diese Erfahrungen zeigen, dass im allgemeinen auch bei den complicirtern Verbindungen das Faraday'sche Gesetz seine Gültigkeit behält, wenn man, was ja auch die neuere Chemie thut, annimmt, dass einzelnen Metallen in ihren verschiedenen Verbindungen eine verschiedene Werthigkeit zukommen kann, und ebenso einzelnen Säuren in den verschiedenen Salzen eine verschiedene Basicität. Von den Metallen sind es vorzugsweise Kupfer und Eisen, bei denen auch die Chemie Cuproverbindungen und Cupridverbindungen, Ferroverbindungen und Ferridverbindungen unterscheidet. In den Cuproverbindungen ist das Kupfer chemisch und elektrolytisch einwerthig, oder genauer gesprochen, je zwei Atome Kupfer erscheinen zusammen zweiwerthig, in den Cupridverbindungen ist jedes einzelne Atom Kupfer zweiwerthig, deshalb scheidet sich aus Kupferchlorür die doppelte Menge Kupfer ab wie aus dem Chlorid. Aehnlich ist es bei dem Eisen;

die Chemie setzt das Eisen vierwerthig und nimmt in den Ferroverbindungen zwei Atome Eisen an, welche sich mit je zwei Verbindungseinheiten vereinigt haben, so dass die zwei verbundenen Atome noch vier freie Verbindungseinheiten besitzen; in den Ferridverbindungen haben die zwei Atome Eisen sich mit je einer Verbindungseinheit vereinigt, so dass noch sechs Verbindungseinheiten frei bleiben. Es bleiben somit in den Ferroverbindungen für jedes Atom Eisen zwei, in den Ferridverbindungen drei Verbindungseinheiten frei, dem entsprechend treten aus den Ferroverbindungen bei der Elektrolyse für jedes Atom Wasserstoff zwei, aus den Ferridverbindungen drei Atome Eisen hervor. Aehnlich müssen wir die Zersetzung von Zinnchlorür und Zinnchlorid auffassen.

Es genüge an diesen wenigen Andeutungen, ein genaueres Eingehen auf diese Fragen würde uns zu weit auf das Gebiet der Chemie führen.

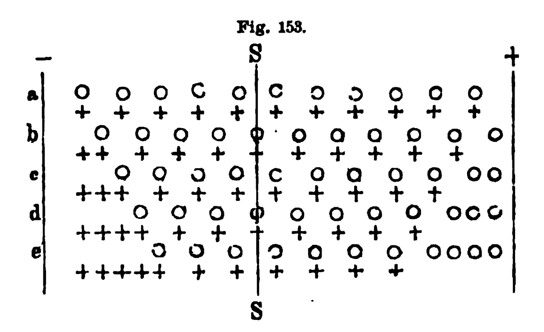
§. 79.

Wanderungen der Ionen. Untersucht man nach der Elektrolyse einer Flüssigkeit die an der Anode und Kathode befindliche Flüssigkeit für sich, so findet man an der Anode ausser neutraler Flüssigkeit oder deren Bestandtheilen ein Aequivalent des elektronegativen, an der Kathode dagegen ausser neutraler, d. h. unzersetzter Lösung ein Aequivalent des elektropositiven Bestandtheiles. Es ergibt sich das aus den sämmtlichen bisher mitgetheilten Untersuchungen, nach denen an der Kathode sich ein Aequivalent des elektropositiven, an der Anode ein Aequivalent des elektronegativen Bestandtheiles abscheidet.

Vergleicht man nun nach der Elektrolyse den Gehalt der Flüssigkeiten an den beiden Elektroden mit dem Gehalte an den verschiedenen Bestandtheilen vor der Elektrolyse, so sollte man daraus schliessen, dass die Flüssigkeit an der Anode ein halbes Aequivalent des elektronegativen, an der Kathode aber ein halbes Aequivalent des elektropositiven Bestandtheiles mehr enthalten müsse als vor der Elektrolyse. Denn dass an der Anode ein Aequivalent des negativen Bestandtheiles frei wird, das scheint am einfachsten daher zu rühren, dass von der Anode ein halbes Aequivalent des positiven Bestandtheiles gegen die Kathode hin, dagegen von der Kathode ein halbes Aequivalent des negativen Bestandtheiles gegen die Anode her gewandert ist. Nur durch eine solche entgegengesetzte Bewegung der Ionen ist es nämlich möglich, dass die Bestandtheile an den Elektroden frei werden, d. h. dass bei der Elektrolyse eines neutralen Salzes z. B. an denselben der Ueberschuss von einem Aequivalente des einen Ions über die Bestandtheile der neutralen Lösung vorhanden sein kann. Ohne hier schon auf die Theorie der Elektrolyse näher einzugehen, werden wir uns den Vorgang bei derselben in einer Reihe von Molekülen am besten so denken können, dass die einzelnen Ionen sich in derselben an einander vorbei schieben. Sei z. B. Fig. 153 *a* eine Reihe von Molekülen zwischen den

Elektroden vor der Elektrolyse, etwa Chlorkupfer, in welcher die Kreise den negativen Bestandtheil, die Kreuze den positiven Bestandtheil bezeichnen. Es beginne nun der Strom die Flüssigkeit zu durchsetzen, so ist die einfachste Vorstellung, die wir uns von der Elektrolyse machen können, dass die positive Elektrode die negativen, die negative dagegen die positiven Bestandtheile anziehe. Wie die Reihen *b*, *c*, *d*, *e* zeigen, werden so die positiven Bestandtheile in der ganzen Reihe immer mehr nach links und die negativen um ebensoviel nach rechts gezogen; so treten an den Elektroden nach und nach 1, 2, 3, 4 Moleküle der Ionen frei auf. Spalten

Fig. 153.



wir nun die Flüssigkeit an irgend einer Stelle durch *SS*, so dass z. B. in *a* fünf unzersetzte Moleküle an der negativen, sechs an der positiven Seite sich befinden, und untersucht man nun nach der Elektrolyse in der Reihe die Bestandtheile rechts und links von *SS*, so findet man, dass während an jeder Elektrode sich vier Moleküle ausgeschieden haben, an jeder Seite der Spaltungsstelle zwei Moleküle mehr vorhanden sind, als vor der Elektrolyse sich dort fanden.

Würde nun die positive Elektrode in unserem Falle von Kupfer sein, so würde alles entwickelte Chlor mit dem Kupfer sich zu Kupferchlorid verbinden; dann würde also die Flüssigkeit rechts von der Spaltungsstelle in Folge dieser Lösung der positiven Elektrode acht Moleküle Kupferchlorid enthalten, während die Flüssigkeit links von *S* neben den vier ausgeschiedenen Kupferatomen nur drei Moleküle Kupferchlorid besässe. Die Lösung an der Anode müsste also concentrirter, an der Kathode aber verdünnter werden.

Dass diese Aenderung in der Concentration der Flüssigkeit in Folge der Elektrolyse in der That eintritt, das lässt sich leicht erkennen. Elektrolysirt man ein Kupfersalz, so dass die Elektroden sich vertical über einander befinden, nimmt die untere Elektrode als Anode von Kupfer, so zeigt eine Aenderung der Farbe sofort, wie die Lösung unten concentrirter wird, während die Entfärbung der Flüssigkeit an der Kathode die Verdünnung dort anzeigt. Stellt man den Apparat umgekehrt, so dass die Kupferanode die obere wird, so sieht man deutlich, besonders wenn

die Anode ein Draht oder ein Conus ist, wie die concentrirtere Flüssigkeit hinabsinkt [1]).

Verhindert man diesen directen Austausch der verschieden concentrirten Flüssigkeiten, indem man die Anode unten nimmt, und in manchen Fällen durch Anwendung einer passenden Elektrode bewirkt, dass die neugebildete Lösung unter die Anode hinabsinkt (Hittorf), oder wendet man den Apparat von Daniell oder Wiedemann an, so kann man die Flüssigkeiten an beiden Seiten einer unveränderten Spaltungsstelle analysiren und indem man den Gehalt derselben an den betreffenden Bestandtheilen bestimmt, untersuchen, welcher Bruchtheil des durch die Elektrolyse abgeschiedenen Aequivalents des betreffenden Ions sich an der einen oder anderen Seite der Spaltungsstelle mehr befindet als vorher.

Der Erste, welcher derartige Versuche anstellte, war Daniell [2]); er wandte zu denselben den von uns beschriebenen Apparat an. Bei denselben stellte sich nun aber heraus, dass niemals ein halbes Aequivalent des ausgeschiedenen Stoffes an jeder Elektrode sich mehr fand als vorher, sondern an der einen Elektrode nur ein gewisser Bruchtheil des einen Ions, an der anderen dann soviel des anderen Ions, als nothwendig war, um die durch Fortwanderung des ersteren frei gewordene Menge zu einem Aequivalent zu ergänzen.

Die ausführlichsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind von Hittorff [3]) angestellt; er fand ganz allgemein, dass fast nie an der Kathode ein halbes Aequivalent des Kations, an der Anode ein halbes Aequivalent des Anions mehr war, sondern dass die Austauschungen immer in anderen Verhältnissen stattfanden. Wurde an der Kathode ein Aequivalent des Kations, an der Anode ein Aequivalent des Anions abgeschieden, so fand sich an der Anode nur gegen früher mehr $\frac{1}{n}$ Aequivalent, an der Kathode dagegen $1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$ Aequivalent des Kations. An der Anode war also das eine Aequivalent Anion dadurch frei geworden, dass $\frac{1}{n}$ Aequivalent von der Kathode herüber und $\frac{n-1}{n}$ Aequivalent Kation zur Kathode hinüber gewandert war.

Wir stellen in folgender Tabelle einige von den vielen Angaben Hittorfs zusammen; die erste Columne enthält die Namen der untersuchten Salze, die zweite die Menge Wasser auf ein Gramm Salz, die dritte in Bruchtheilen des ausgeschiedenen Aequivalents die Menge des Kations, welche an der negativen Elektrode mehr ist als vorher, die vierte das gleiche für das Anion.

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII.
2) *Daniell*, Poggend. Ann. Ergänzungsband I.
3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX, XCVIII u. CVI.

Name der Salze	Wasser auf 1 Gr. Salz	Uebergeführtes	
		Kation	Anion
Chlornatrium	3,472	0,352	0,648
"	20,706	0,366	0,634
"	104,76	0,372	0,628
"	320,33	0,378	0,622
Jodnatrium	22,053	0,374	0,626
Schwefelsaures Natron	11,769	0,359	0,641
Salpetersaures Natron	2,994	0,400	0,600
Essigsaures Natron	2,807	0,585	0,415
Chlorkalium	4,845	0,484	0,516
Jodkalium	2,722	0,508	0,492
Schwefelsaures Kali	11,873	0,500	0,500
Salpetersaures Kali	4,621	0,521	0,479
Essigsaures Kali	1,304	0,676	0,324
Chlorbarium	3,629	0,336	0,664
"	126,7	0,390	0,610
Salpetersaurer Baryt	16,231	0,359	0,641
Chlorcalcium	1,697	0,220	0,780
Jodcalcium	1,318	0,269	0,732
Salpetersaurer Kalk	1,419	0,282	0,718
Schwefelsaures Zinkoxyd	2,524	0,222	0,778

Es zeigt sich also fast durchgängig, mit wenigen Ausnahmen, wozu besonders die Essigsäure gehört, dass an der Anode mehr als ein halbes Aequivalent auftritt, an der Kathode weniger. Im Uebrigen hängen die übergeführten Mengen ab von der Natur der Salze, so dass z. B. im Chlorcalcium mehr Chlor übergeführt wird als im Chlornatrium oder Chlorkalium. Ebenso hängen die Ueberführungen ab von der Concentration der Flüssigkeit.

§. 80.

Elektrische Endosmose. Elektrolysirt man eine Flüssigkeit in einem dem Daniell'schen ähnlichen Apparate, so dass also zwischen den beiden Elektroden innerhalb der Flüssigkeit eine poröses Diaphragma, eine thierische Membran oder eine poröse Thonwand sich befindet, so zeigt sich eine mechanische Wirkung des Stromes, welche wir schon hier erwähnen müssen, da man sie in Beziehung zu der Elektrolyse gebracht hat. Zuerst Reuss[1]) und dann Porret[2]) haben beobachtet, dass die von dem Strome durch-

1) *Reuss*, siehe Wiedemann's Galvanismus. Bd. I. §. 243.
2) *Porret*, Poggend. Ann. Bd. XII.

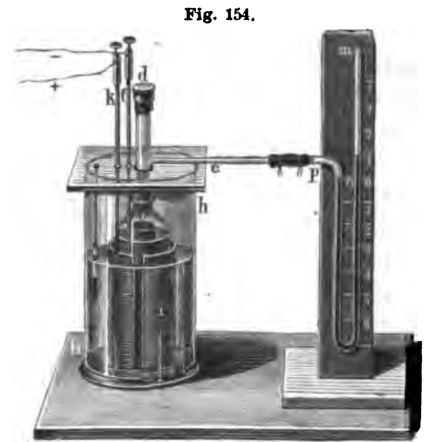
laufene Flüssigkeit durch die poröse Wand mit hindurchgeführt wird, dass die Flüssigkeit an der Kathode an Volumen zunimmt, an der Anode dagegen an Volumen abnimmt.

Die Gesetze dieser Erscheinung sind besonders von Wiedemann [1]) und später von Quincke [2]) studirt; auf die Arbeit von Quincke kommen wir erst an einer andern Stelle zurück.

Das Phänomen zeigt sich um so besser, je schlechter die Flüssigkeit leitet; reines Wasser wird am stärksten übergeführt; Quecksilber bewegt sich nicht, so dass es nach Wiedemann scheint, als ob nur solche Flüssigkeiten transportirt würden, welche elektrolysirt werden können.

Zur Untersuchung dieser Erscheinung wandte Wiedemann den Apparat Fig. 154 an. Auf einen unten geschlossenen, porösen Thoncylinder *a* war oberhalb eine kleine tubulirte Glocke *c* gekittet, in deren Oeffnung ein perpendiculäres Rohr *d* mit seitlichem Ausflussrohr *e* angesetzt war. Im Thoncylinder stand ein Cylinder *c* von Kupferblech oder Platinblech. Von diesem ging ein Draht *f* zum negativen Pole einer kräftigen galvanischen Säule. Der Draht war in ein in den oberen Theil der Glocke luftdicht eingefügtes Glasrohr eingekittet. Ausserhalb war der Thoncylinder von einem zweiten mit dem positiven Pole verbundenen Blechcylinder *i* umgeben. Der ganze Apparat stand in einem weiteren Glascylinder *h*, welcher ebenso wie der Thoncylinder mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllt war. Die Intensität des Stromes wurde an einem Galvanometer gemessen.

Fig. 154.



So wie die Säule geschlossen war, stieg die Flüssigkeit im Thoncylinder und in das Ausflussrohr. Es wurde nun entweder die ausfliessende Flüssigkeit in einem Gefässe aufgefangen und gewogen, oder die Oeffnung *d* der Glocke luftdicht geschlossen und das Ende des Ausflussrohres mit dem Manometer *pm* verbunden und die Druckhöhe des Quecksilbers beobachtet, welche ein weiteres Ueberfliessen aus der positiven in die negative Zelle verhinderte.

Bezeichnet *i* die Intensität des Stomes, *m* die in einer Viertelstunde übergegangene Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen Folgendes:

---

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.
2) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

I. Wasser			II. Kupfervitriollösung		
i	m	$\frac{m}{i}$	i	m	$\frac{m}{i}$
144	17,77 Gr.	0,123	106	2,48 Gr.	0,0234
108	13,26 „	0,123	101	2,32 „	0,0230
83	10,59 „	0,127	93	2,11 „	0,0226
60	7,46 „	0,124	65	1,49 „	0,0229
48	5,89 „	0,123	53,5	1,25 „	0,0233.
36	4,47 „	0,124			
29	3,38 „	0,117			

Es wurde nun der Thoncylinder durch Bestreichen mit Firniss zum Theil für Flüssigkeit undurchdringlich gemacht. Als noch übrig waren:

0,75	der Oberfläche,	war	für	Wasser	. . .	$\frac{m}{i}$	= 0,122
0,375	„	„	„	„		„	= 0,124
0,1875	„	„	„	„		„	= 0,110
0,0937	„	„	„	„		„	= 0,110
0,66	„	„	„	Kupferlösung		„	= 0,0231
0,333	„	„	„	„		„	= 0,0235
0,166	„	„	„	„		„	= 0,0228
0,0833	„	„	„	„		„	= 0,0231.

Wurde die Dicke des Thoncylinders durch Abschaben vermindert, so ergab sich ebenfalls immer für den Quotienten $\frac{m}{i}$ derselbe Werth.

Die Menge der transportirten Flüssigkeit ist also der Stromstärke proportional, von der Grösse der Oberfläche des Diaphragmas und innerhalb der Grenzen des Versuches auch von der Dicke des Diaphragmas unabhängig.

Die Menge der übergeführten Flüssigkeit hängt jedenfalls ab von der Reibung der Flüssigkeit in der Thonwand; um ein davon unabhängiges Maass dieses Vorganges zu erhalten, wurde dann die Druckhöhe bestimmt, bei welcher das Ueberfliessen der Flüssigkeit aufhörte. Es fand sich, dass bei ein und demselben Thoncylinder die Druckhöhe, welche dazu erforderlich ist, der Stromstärke und Dicke des Diaphragmas direct proportional ist, dagegen der Oberfläche umgekehrt proportional ist. Folgende Zahlen beweisen das:

Oberfläche o	Stromstärke i	Druckhöhe in mm Wasserdruck h	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{i} \cdot o$
1	128	176,5	1,38	1,38
1	65,3	89,0	1,16	1,36
1	26,5	37,5	1,41	1,41
1	13	19,5	1,36	1,36
0,7	—	—	1,80	1,26
0,4	—	—	3,42	1,37
0,2	—	—	6,00	1,20.

Das Gesetz der Dicke ergibt sich aus folgenden Zahlen:

Dicke der Thonwand d	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{id}$
4,3mm	1,73	0,402
3,8	1,60	0,421
2,8	1,21	0,432.

Diese Gesetze sind mit den vorigen über die fortgeführten Flüssigkeitsmengen, wenn man das Diaphragma als ein System capillarer Röhren betrachtet, vollständig im Einklang; denn nach den Versuchen von Poiseuille und Hagen[1]) muss, um durch verschiedene Capillarröhren die gleiche Flüssigkeitsmenge hindurch zu treiben, der Druck der Anzahl der Capillarröhren, hier also der Grösse der Oberfläche umgekehrt proportional sein, der Länge der Röhre, hier also der Dicke des Diaphragmas, dagegen direct.

Bei Anwendung verschiedener Lösungen von Kupfervitriol, deren Leitungswiderstände bestimmt waren, ergab sich, dass die Druckhöhen h den Leitungswiderständen direct proportional sind, wie folgende Zahlen zeigen:

Gehalt der Lösung in Procenten Salz	Widerstand r	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{ir}$
16,25	18,0	1,35	0,0750
9,22	27,0	1,98	0,0733
6,6	32,5	2,44	0,0750
3,4	55,5	3,79	0,0683
1,8	100	6,80	0,0680.

Auf die Wanderungen der Ionen hat diese Ueberführung keinen Einfluss; denn als Wiedemann bei den Kupferlösungen das zur Kathode übergeführte Kupfer in Bruchtheilen des ausgeschiedenen Aequivalents bestimmte[2]), fand er dieselben Zahlen, welche Hittorf bei gleichen Kupfersalzen ohne Diaphragma gefunden hatte.

§. 81.

Elektrolyse von Lösungsgemischen. Wenn mehrere Flüssigkeiten mit einander gemischt der Elektrolyse ausgesetzt werden, so scheiden sich bei nicht zu grosser Stromstärke nur die Bestandtheile des einen Elektrolyten aus; nur wenn die Stromdichtigkeit sehr gross wird, scheiden sich beide Bestandtheile aus.

Das zeigt sich schon bei den Lösungen der Salze im Wasser; bei nicht zu grossen Dichtigkeiten des Stromes wird nur das Salz zersetzt, es zeigt sich an der Kathode nur Metall ohne eine Spur von Wasserstoff, bei grösserer Dichtigkeit des Stromes scheidet sich dagegen an der Kathode

---

1) Man sehe Theil I. Abschnitt II. §. 87.

2) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

auch Wasserstoff ab. Die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff sich ausscheidet, hängt ab von der Natur und Concentration der Lösung, je concentrirter sie ist, um so höher muss die Dichtigkeit des Stromes sein. Bei einer und derselben Lösung ist aber nach den Versuchen von Magnus [1]) die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff auftritt, eine ganz bestimmte, welche Magnus den Grenzwerth nennt. Der Grenzwerth hängt nicht ab von dem Abstande des Elektroden.

Für eine ziemlich verdünnte Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd gibt Magnus folgende Werthe der Stromintensität an, welche bei der darunter angegebenen Grösse der Elektroden neben dem Kupfersalze auch Wasser zersetzte.

Stromstärke	J	58,5	115	172	221	295
Grösse der Elektroden	G	10	20	30	40	50
Stromdichte	$\frac{J}{G}$	5,85	5,75	5,73	5,52	5,9.

Die Stromstärke ist also der Grösse der Elektroden proportional oder die Dichtigkeit des Stromes ist constant.

Der Grenzwerth wird ein bedeutend kleinerer, wenn die Lösung freie Säure enthält, wenn also neben dem Kupfersalze der besser leitende Elektrolyt $H_2 SO_4$ in der Lösung vorhanden ist.

Ebenso zersetzt der Strom, wenn das Wasser mehrere Salze gelöst enthält, unterhalb eines gewissen Grenzwerthes der Dichtigkeit nur ein Salz. Ist schwefelsaures Kupfer und schwefelsaures Silber in derselben Flüssigkeit enthalten, so scheidet sich bei einem gewissen Verhältnisse der gelösten Salze und innerhalb gewisser Grenzen der Stromdichte nur Silber aus; wird die Menge des Silbers kleiner oder die Stromstärke grösser, so fällt auch Kupfer nieder. Dasselbe ist der Fall, wenn neben Kupfervitriol salpetersaures Silber, oder Chlorsilber neben Kupferchlorid in Ammoniak gelöst, in der Flüssigkeit sich findet.

Im allgemeinen hat sich herausgestellt, dass die Reihenfolge, in welcher mehrere Metalle, welche zugleich gelöst sind, durch den Strom gefällt werden, dieselbe ist wie die, in welcher die Metalle selbst sich fällen. So fällt z. B., wenn zwei Metalle aus folgender Reihe zugleich gelöst sind, das voranstehende immer zuerst nieder:

Gold, Silber, Wismuth, Kupfer, Zinn, Blei, Cadmium, Zink.

Wie man weiss, werden aber vom Zink alle diese Metalle, vom Cadmium alle ausser Zink aus ihren Lösungen auch ohne Strom gefällt.

Von wesentlichem Einfluss ist indess auf diese Fällungen der negative Bestandtheil, mit welchem sie in den Salzen verbunden sind. Ist Kupfer und Zink in Cyankalium gelöst, hat man z. B. eine Lösung zweier Salze dieser Metalle mit Cyankalium versetzt, so ist das Resultat der Elektrolyse

1) *Magnus*, Elektrolyt. Unters. §. 36 ff. Poggend. Ann. Bd. CII.

Messing, während sonst aus einem Gemische zweier solcher Salze immer zuerst Kupfer fällt[1]).

Ueber den Grund dieser Erscheinungen kann man doppelter Ansicht sein. Magnus glaubt[2]), dass es für die verschiedenen Substanzen verschiedener elektrischer Einwirkungen bedarf, um sie in ihre Bestandtheile zu zerlegen, oder dass es für jeden Elektrolyten, der mehrere zersetzbare Substanzen enthält, eine Grenze gibt, bei welcher nur die eine dieser Substanzen zersetzt wird, und dass erst, wenn diese Grenze überschritten wird, auch die Zersetzung der zweiten Substanz beginnt.

Hittorf[3]) dagegen sieht diese Erscheinung als nur durch secundäre Actionen bestimmt an. Er glaubt, dass der Strom nach den Gesetzen der Zweigströme sich zwischen den Elektrolyten nach Maassgabe ihrer Leitungsfähigkeit theile. Ist Wasser der zweite Elektrolyt, so bedarf es wegen der geringen Leitungsfähigkeit desselben einer bedeutenden Stromdichtigkeit, dass auch Wasserstoff auftritt. Bei den anderen Elektrolyten jedoch, deren Leitungsfähigkeit nahezu dieselbe ist, werden bei jeder Stromstärke beide gefällt. Wenn indess das eine Metall durch den Strom abgeschieden ist, fällt es secundär, indem es sich selbst löst, eine aequivalente Menge des anderen aus. So fällt Zink Kupfer aus, wie es das aus jeder Lösung thut, deshalb kann kein Zink an der Kathode erscheinen. Nur wenn die Dichtigkeit des Stromes eine sehr grosse ist, oder die Lösung soviel Zink enthält, dass das an der Kathode momentan abgeschiedene Zink in seiner Umgebung nicht hinreichend Kupfer findet, kann das Zink sich ausgeschieden halten.

Hittorf hat diese Ansicht durch folgenden Versuch zu beweisen gesucht. Eine Lösung, gemischt aus Chlorkalium und Jodkalium, wurde zusammen elektrolysirt; an der Anode erschien nur freies Jod, da allenfalls elektrolytisch abgeschiedenes Chlor sofort eine aequivalente Menge Jod deplacirt hätte. Wäre aber nur das Jodkalium elektrolysirt worden, so hätte sich an der Anode nur eine Zunahme der Jodmenge, nicht aber der Chlormenge finden können; das Verhältniss von Chlor und Jod hätte also nach der Elektrolyse ein ganz anderes sein müssen als vorher. Es war aber dasselbe geblieben und blieb dasselbe, als man Ströme verschiedener Stärke anwandte, und als man die Salze in verschiedenem Verhältnisse mischte.

Auch Buff hat sich für die letztere Ansicht erklärt[4]) und sie zu beweisen gesucht, indem er durch ein Gemenge von Salzsäure und wenig Schwefelsäure Ströme sehr verschiedener Stärke leitete; es fand sich immer in 100 Cubikcent. an der Anode ausgeschiedenen Gases dieselbe Sauerstoff-

1) *Magnus*, a. a. O. §. 24 ff.

2) *Magnus*, a. a. O. §. 30 und Elektrol. Untersuchungen. II. Theil. Poggend. Ann. Bd. CIV.

3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII. p. 48.

4) *Buff*, Elektrolyt. Studien. Liebig's Ann. Bd. CV.

menge, so dass sich also der Strom immer in gleichen Verhältnissen zwischen dem angesäuerten Wasser und der Salzsäure getheilt hatte.

Wenn man mehrere Lösungen hinter einander einschaltet, also z. B. in dem Apparate von Daniell das eine Gefäss mit schwefelsaurem Natron, die Verbindungsröhre mit Wasser, das zweite Gefäss mit Salmiaklösung füllt, so wird jede Lösung für sich elektrolysirt und die Grenzstelle ist für jede die Elektrode. Wenn nun das an der Grenze frei werdende Ion sich in der angrenzenden Flüssigkeit lösen, und dort mit einem Bestandtheile zu einem Elektrolyten verbinden kann, so wird es auch dort wieder als Ion auftreten und so zu der anderen Elektrode hinwandern können. Steht in obigem Beispiel die Kathode in dem schwefelsauren Natron, die Anode im Salmiak, so wird man schliesslich an der Kathode Natron und Ammoniak finden, an der Anode dagegen Schwefelsäure, freies Chlor und Chlorwasserstoffsäure.

Hätte man dagegen an der Kathode schwefelsaures Kali, in der Verbindungsröhre verdünnte Schwefelsäure, an der Anode Chlorbarium, so würde keine Schwefelsäure an der Anode auftreten, da an der Grenze der Bariumlösung und der Schwefelsäure die ausgeschiedenen Ionen sich sofort zu dem unlöslichen schwefelsauren Baryt verbunden hätten.

In ähnlicher Weise erklären sich alle Erscheinungen bei dieser Anordnung, es wird daher überflüssig sein näher darauf einzugehen[1]).

§. 82.

Chemische Wirkung der Reibungselektricität. Nachdem wir die chemischen Wirkungen der Elektricität vollständig kennen gelernt haben, können wir die an einer anderen Stelle erwähnten chemischen Wirkungen der Reibungselektricität ergänzen und untersuchen, ob die Wirkungen derselben gleich denen des galvanischen Stromes sind.

Eine Zersetzung des Wassers durch den Entladungsschlag der Leydener Flasche hat zuerst Paets van Troostwyck nachgewiesen[2]), indem er Golddrähte, welche in einigem Abstande im Wasser einander gegenüberstanden, mit den Belegungen einer Leydener Flasche verband und die Entladungen der Flasche durch das Wasser gehen liess. Es sammelte sich über dem Wasser Gas an, welches als Knallgas erkannt wurde.

Später hat Wollaston[3]) das Wasser durch den von dem Conductor einer Elektrisirmaschine zu dem Reibzeuge fliessenden Strom zesetzt, indem er möglichst kleine Elektroden, sogenannte Wollaston'sche Spitzen anwandte. Sehr feine Golddrähte mit einer scharfen Spitze wurden in Haarröhrchen eingeschmolzen, so dass nur die äussersten Spitzen sichtbar blieben. Die

1) Man sehe *Wiedemann* Galvanismus Bd. I. §. 237 ff.

2) *Paets van Troostwyck*, man sehe Riess Reibungselektricität Bd. II. §. 591.

3) *Wollaston,* Philosoph. Transact. for 1801. Gilbert's Annalen Bd. XI.

beiden Spitzen wurden sich in Wasser gegenüber gestellt und die eine mit dem Reibzeuge, die andere mit einer Kugel verbunden, welche dem Conductor der Maschine beliebig genähert werden konnte; liess man dann Funken überspringen, so stieg von den Spitzen ein Gasstrom auf, der mit der Schlagweite der Funken an Stärke zunahm. Es zeigte sich indess, dass das von beiden Spitzen aufsteigende Gas Knallgas war, dass also ebenso an der Kathode wie an der Anode Sauerstoff frei wurde und auch an beiden Elektroden Wasserstoff. Wenn man daher nicht in der Leitung hin und her gehende Ströme annehmen will, kann die Zersetzung nicht eine elektrische sein. Riess vermuthet, dass sie nur durch die Hitze der Spitzen erfolgt sei[1]), da von Grove in der That gezeigt ist, dass glühendes Platin das Wasser zersetzt[2]).

Als Faraday indess den vom Conductor zum Reibzeug gehenden Strom nicht durch Funken sich herstellen liess, sondern eine continuirliche Leitung anwandte, da schienen die verschiedenen Gase an den verschiedenen Elektroden aufzutreten, es gelang wegen der geringen Menge der entwickelten Gase jedoch nicht mit Sicherheit den Nachweis zu liefern[3]).

Armstrong gelang es zuerst mit Hülfe der Dampfelektrisirmaschine die wirklich elektrische Zersetzung des Wassers nachzuweisen[4]), indem bei dem Durchtritt des Stromes dieser Maschine an der Kathode das doppelte Volumen Gas von dem an der Anode frei wurde, und die spätere Untersuchung zeigte, dass das von der Kathode aufsteigende Gas reiner Wasserstoff war.

Später ist es Buff gelungen diesen Beweis ebenso unzweideutig mit einer gewöhnlichen Elektrisirmaschine zu liefern[5]). Er wandte in Glasröhren eingeschmolzene Platindrähte als Wollaston'sche Spitzen an und fing das von jeder Spitze aufsteigende Gas gesondert auf. Wenn an keiner Stelle der Leitung ein Funke auftrat, fand sich über der Kathode nur Wasserstoff, über der Anode nur Sauerstoff. Buff bewies das, indem er die Gase direct in Endiometer ähnlich eingerichteten Röhren auffing, und dann durch die aufgefangenen Gase elektrische Funken schlagen liess. Es trat in keiner der Röhren eine Volumenverminderung der aufgefangenen Gase ein.

Wurde dagegen die Leitung an einer Stelle unterbrochen, so dass ein Funke auftrat, so entwickelten sich an beiden Elektroden beide Gase, an der Kathode aber immer mehr als an der Anode.

Sehr viel leichter als die Zersetzung des Wassers lässt sich die elektrolytische Zersetzung von Salzen nachweisen, und es ist Faraday ge-

1) *Riess*, Dove's Repertorium Bd. II. p. 45. Reibungselektr. Bd. II. §. 593.

2) *Grove*, Philosophical Transact. for 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXI.

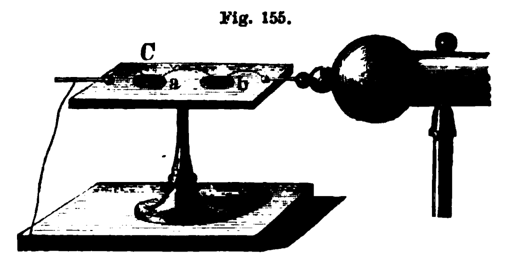
3) *Faraday*, Experimental researches III. ser. art. 328 ff. Poggend. Ann. Bd. XXIX.

4) *Armstrong*, Philos. Magazin XXIII. 1843. Poggend. Ann. Bd. LX.

5) *Buff*, Liebig's Annalen Bd XCVI.

lungen[1]) zu zeigen, dass dieselbe nach denselben Gesetzen erfolgt, wie die Zersetzung durch den galvanischen Strom. Auf eine Glasplatte *C* Fig. 155 wurden in einigem Abstande von einander Tröpfchen der zu untersuchenden Lösung oder mit derselben getränkte Papierscheibchen *a* und *b* angebracht und durch einen feinen Platindraht mit einander verbunden. Das erste Scheibchen wurde dann durch einen eben solchen Draht mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine, das letzte mit einem zur Erde abgeleiteten Drahte verbunden.

Fig. 155.



Wenn dann die Maschine in Thätigkeit versetzt wurde, zeigten sich nach einiger Zeit deutliche Spuren der Zersetzung. Wurden die Papiere mit einer Lösung von Kupfervitriol getränkt, so bedeckte sich die Kathode mit Kupfer; es wurde also wie bei der Elektrolyse das Metall ausgeschieden. Dass an der Anode der Rest der Verbindung auftrat, ergab sich daraus, dass nach Vertauschung der Drähte das Kupfer von der vorher als Kathode dienenden Drahtstelle wieder aufgelöst wurde.

Aus Jodkalium wurde an der Anode Jod frei, denn ein mit Jodkalium und Stärkekleister versehenes Papier wurde an der Anode deutlich gebläut.

Man muss sich jedoch auch hier hüten, dass zwischen den Elektroden ein Funke überspringt; geschieht das bei der Elektrolyse des Jodkaliums, so tritt an beiden Elektroden Jod auf, da sich dann Ozon bildet, welches das Jod aus der Verbindung deplacirt.

Es folgt somit, dass die chemischen Wirkungen der Reibungselektricität mit denen des galvanischen Stromes identisch sind; ein weiterer Beweis, dass der Art nach kein Unterschied zwischen den beiden Elektricitäten besteht.

§. 83.

Theorie der Elektrolyse. Wir haben in den letzten Paragraphen die Thatsachen, welche in Betreff der Zersetzung von Flüssigkeiten, welche in den Stromkreis eingeschaltet sind, durch den Strom experimentell festgestellt sind, vollständig dargelegt; es erübrigt jetzt noch die Frage, in welcher Weise diese elektrische Wirkung zu Stande kommt, welche Beziehung zwischen der Elektricität und der Natur der zersetzbaren Körper besteht, so dass sie durch elektrische Einwirkung in ihre Bestandtheile zerfallen. Es kann sich dabei natürlich nur um Hypothesen handeln, da wir

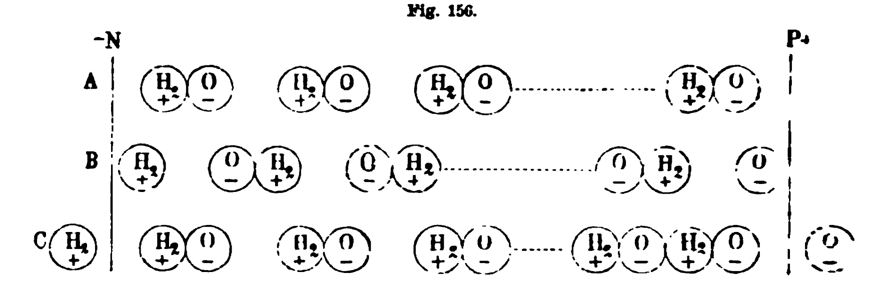
1) *Faraday,* Experimental researches III. u. V. ser. art. 312 ff. u. art. 453 ff. Poggend. Ann. Bd. XXIX. u. Bd. XXXII.

weder die Natur der elektrischen Kraft, noch auch die Constitution der Materie kennen und die ganze Erscheinung, um welche es sich hier handelt, nur in dem Verhältnisse dieser beiden begründet ist.

Wir betrachten zunächst die Elektrolyse der einfachen binären Verbindungen und als Typus derselben jene des Wassers.

Die Anschauung nun, welche allen Hypothesen über die Elektrolyse binärer Verbindungen zu Grunde liegt, ist die von Grotthus im Jahre 1805 aufgestellte[1]) Ansicht, dass die Bestandtheile der Moleküle, welche Elektrolyten sind, elektrisch sind. Jeder Körper und jedes Molekül hat im natürlichen Zustande eine gewisse Menge neutraler Elektricität. Wenn nun zwei einfache Körper zusammentreten, wie Wasserstoff und Sauerstoff zu Wasser, so vertheilen sich die Elektricitäten in den zusammengesetzten Molekülen so, dass der eine Bestandtheil elektropositiv, der andere elektronegativ ist. Für gewöhnlich haben die Moleküle in den Flüssigkeiten alle möglichen Lagen, d. h. ihre positiven oder negativen Bestandtheile sind nach allen möglichen Seiten gerichtet. Wird nun aber ein solcher Elektrolyt in den Stromkreis eingeschaltet, so werden die Moleküle unter dem Einflusse der mit Elektricität versehenen Elektroden und der nach der Ohm'schen Theorie auf der Oberfläche des Leiters sich verbreitenden Elektricität gerichtet, so dass die Moleküle ihre elektronegativen Hälften der Anode, ihre elektropositiven Hälften der Kathode zuwenden. Fig. 156 würde also in

Fig. 156.



der Reihe *A* die Anordnung der Wassermoleküle nach dem Eintauchen der Elektroden beim Beginne der Elektrolyse darstellen. Ist nun die Dichtigkeit der freien Elektricität auf der Oberfläche der Flüssigkeit hinreichend geworden, so wird durch die Anziehung und Abstossung derselben die Kraft, mit welcher die Moleküle sich gegenseitig festhalten, überwunden, die Moleküle trennen sich von einander und die an der Anode liegenden Sauerstoffatome, so wie die an der Kathode liegenden Wasserstoffatome werden frei. Die Moleküle der dazwischen liegenden Flüssigkeitsmoleküle bewegen sich dann gegen einander und verbinden sich mit einander, die Wasserstoffatome jedes vorhergehenden Moleküles mit dem Sauerstoffatom

1) *Grotthuss*, Physikalisch chemische Forschungen p. 115.

jedes folgenden. Der Vorgang im flüssigen Leiter ist also im Wesentlichen derselbe, wie der im §. 60 in dem festen Leiter abgeleitete, mit dem Unterschiede nur, dass während in dem festen Leiter die Elektricitäten ohne ihre materiellen Träger fortgeführt werden, hier die Elektricitäten zugleich mit den Ionen, an denen sie haften, sich nach beiden Seiten hin bewegen. Den Zustand der Elektrolyten in diesem Momente zeigt die Reihe *B* Fig. 156, an den Elektroden sind *O* bei *P* und H_2 bei *N* frei geworden. Das H_2 des Moleküles, dessen *O* sich bei *P* abgeschieden hat, ist mit dem *O* des folgenden Moleküles zusammengetreten u. s. f.; und ebenso ist das *O* des letzten Moleküles, dessen H_2 bei *N* sich abgeschieden hat, mit dem H_2 des vorletzten Moleküles zusammengetreten. Die Moleküle zwischen den Elektroden befinden sich also in entgegengesetzter Lage wie in der Reihe *A*, in dem Momente, welcher der Zerreissung der Moleküle vorausging.

Durch die an die Elektroden übergegangenen Moleküle ist dort zugleich eine der auf den ausgeschiedenen Molekülen vorhandenen gleiche Elektricitätsmenge neutralisirt, auf *P* eine gewisse Menge positiver, auf *N* eine gewisse Menge negativer, so dass es im Effect dasselbe ist, als wenn von *P* aus durch die Flüssigkeit diese Menge positiver Elektricität nach *N*, dagegen die gleiche Menge negativer Elektricität von *N* nach *P* übergegangen wäre. Es ergibt sich somit, dass in Folge und durch diesen Zersetzungsact der Strom durch die Flüssigkeit hindurchgegangen ist. Wie wir wissen, leiten die Flüssigkeiten auch nur elektrolytisch, nur indem sie zersetzt werden.

Jetzt wiederholt sich derselbe Process; durch die Wirkung der freien Elektricität werden die Moleküle wieder gerichtet, wie in der Reihe *C* Fig. 156, sie werden wieder aus ein einander gerissen, bewegen sich in der Grenze zu den Elektroden, im Innern gegen einander, verbinden sich u. s. f.

Da die getrennten Moleküle es sind, welche die Elektricitäten zu den Elektroden übertragen, so ergibt sich daraus mit Nothwendigkeit auch, dass die Zersetzung der übergeführten Elektricitätsmenge, also der Stromstärke proportional ist; das Gesetz der festen elektrolytischen Action ist also eine Folgerung, welche diese Theorie gestattet.

Das Gleiche, was wir hier an dem Beispiele des Wassers abgeleitet haben, gilt ganz ebenso für alle einfachen binär nach gleichen Aequivalenten zusammengesetzten Verbindungen; an die Stelle des Wasserstoffs kann ein Metall treten, an die Stelle des Sauerstoffs ein Salzbildner.

Soweit sind auch alle Physiker über die Theorie der Elektrolyse einig, Abweichungen kommen nur vor betreffs der Annahmen, wodurch denn die einzelnen Bestandtheile der Elektrolyte elektrisch werden, so dass sie in bestimmter Weise zwischen den Elektrolyten sich richten.

Magnus[1]) nimmt nicht an, wie wir der Einfachheit wegen thaten,

1) *Magnus,* Poggend. Ann. Bd. CII.

dass die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind; er glaubt, dass dieser Annahme die Thatsache entgegenstehe, dass wir niemals einen Körper oder eine Substanz im isolirten Zustande elektrisch finden. Er macht deshalb die Annahme, dass das Anion leichter die negative, das Kation leichter die positive Elektricität annehme, dass dann die Moleküle der Elektrolyten, wenn die Elektroden in die Flüssigkeit eingetaucht sind, durch Influenz elektrisch werden und zwar stets das Kation positiv, das Anion negativ. Die so polar elektrisch gewordenen Moleküle ordnen sich dann in der angegebenen Weise, und wenn die Dichtigkeit der Elektricität hinreichend geworden ist, reissen die Atome der Moleküle aus einander. Sie bewegen sich dann gegen einander und verbinden sich, wie auch wir es vorhin sahen.

Magnus vergleicht diesen Vorgang sehr hübsch mit der elektrischen Entladung einer Kugelreihe, welche sich zwischen zwei elektrisirten Platten befinden, deren eine mit positiver, deren andere mit negativer Elektricität geladen wird.

Die Kugeln werden durch Influenz elektrisch, nach der positiven Platte hin negativ, nach der negativen positiv. Ist die Dichtigkeit der Elektricität hinreichend, so werden alle Kugeln gleichzeitig entladen; die Elektricitäten der äussersten gleichen sich mit denen der Platten aus, diejenigen der anderen Kugeln mit einander. Werden die Platten neu geladen, so wiederholt sich der Vorgang, sobald und so oft die Dichtigkeit auf den Kugeln wieder die hinreichende geworden ist.

Ganz ähnlich ist der Vorgang in dem Elektrolyten, mit dem Unterschiede nur, dass hier die Elektricitäten sich nicht gesondert von den Atomen, sondern zugleich mit denselben bewegen.

Die einzige Schwierigkeit bei dieser Hypothese ist die, dass wir keine Eigenschaft kennen, wodurch auf dem influenzirten Moleküle lieber an der einen Stelle, auf dem Anion, die negative als die positive Elektricität aufträte, da wir sonst immer finden, dass an der dem influenzirenden Körper nächsten Stelle die Influenzelektricität der ersten Art auftritt.

Diese Schwierigkeit fällt fort bei der Annahme, dass die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind, das Anion negativ, das Kation positiv. Nur handelt es sich dann um die Frage, wie kommt es dann, dass wir die für sich bestehenden Ionen nicht elektrisch finden?

Ampère[1]) glaubt, dass die Moleküle für sich elektrisch sind, die einen positiv, die anderen negativ, und dass dieser elektrische Zustand durch ihre Natur bedingt sei.

Die Metalloide sollen so elektronegativ, der Wasserstoff und die Metalle dagegen positiv elektrisch sein; bestehen sie für sich, so sind sie von einer entgegengesetzt elektrischen Atmosphäre umhüllt, welche, ohne die Elektricität

1) *Ampère.* Man sehe Becquerel Traité de l'electricité T. I. p. 176.

des Atoms zu neutralisiren, dasselbe nach aussen doch als unelektrisch erscheinen lässt. Kommen die Atome sich so nahe, dass die Atmosphären sich durchdringen, so ziehen die Atome in Folge der auf ihnen vorhandenen Elektricitäten sich an, die Elektricitäten der Atmosphären gleichen sich aus und die Moleküle bleiben polar elektrisch zurück.

Nach dieser Hypothese könnten keine Verbindungen zweier Moleküle existiren, welche beide Metalloide, also negativ elektrisch sind, keine Säuren, keine Verbindungen der Salzbildner mit einander und mit anderen Metalloiden.

Diese existiren aber nicht nur, sondern Chlorjod, Bromjod sind sogar Elektrolyte.

Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, nimmt de la Rive [1]) an, dass die Atome der verschiedenen Substanzen für sich schon polar elektrisch sind, aber in verschiedenem Grade; so sollen die Elektricitäten auf den beiden Hälften eines Sauerstoffmoleküls stärker sein als auf denen eines Wasserstoffmoleküls. Nur dann können sich zwei Körper chemisch verbinden, wenn sie verschieden stark elektrisch sind, und in den Verbindungen wendet immer das stärker polare dem schwächeren seine positive Seite zu, so dass die freie Seite negativ elektrisch ist. Die stärker polaren Atome sind also immer die Anionen.

Diese Hypothese schliesst, wie man sieht, eine Reihe anderer durch nichts begründete ein.

Die einfachste Hypothese ist wohl diejenige von Berzelius [2]), der sich mit einer geringen Modification auch Fechner anschliesst [3]). Nach dieser Hypothese, wie sie Fechner vervollkommnet hat, enthalten alle Atome positive und negative Elektricität, welche zu neutraler vereinigt ist. Kommen zwei sich verbindende Atome zusammen, so wird bei der Berührung oder unmittelbar vorher das elektrische Gleichgewicht auf beiden gestört, wie es auf zwei sich berührenden Metallen gestört wird. Es vereinigt sich dann ein Theil positiver Elektricität des einen Körpers, des Anions, mit einem Theil negativer des andern, wodurch beide Theile mit der entgegengesetzten Elektricität geladen zurückbleiben. Die sich ausgleichende Elektricität bei der Vereinigung nehmen wir als Lichterscheinung oder Feuererscheinung bei der chemischen Verbindung wahr. In der Verbindung hat also das eine Atom des zusammengesetzten Moleküls freie positive, das andere freie negative Elektricität, jenes ist das Kation, dieses das Anion.

Darnach kann also jede Substanz Anion, jede Kation sein, je nachdem bei der Verbindung diese oder die mit ihr verbundene positiv oder negativ elektrisch wird, wie ein Metall positiv oder negativ elektrisch wird, je nachdem es mit einem anderen in der Spannungsreihe über oder unter ihm

---

1) *De la Rive,* Traité de l'electricité T. II. p. 814.
2) *Berzelius,* Schweigger's Journal Bd. VI. 1812.
3) *Fechner,* Poggend. Ann. Bd. XLIV.

stehenden berührt wird. Berzelius hat es nun mehrfach versucht, eine der Spannungsreihe ähnliche elektrochemische Reihe aufzustellen, die so geordnet ist, dass man sofort bei der Verbindung zweier Körper mit einander je nach ihrer Stellung in dieser Reihe erkennen könnte, welcher Kation und welcher Anion ist. Es versteht sich von selbst, dass diese Reihe nicht lediglich auf elektrolytischen Versuchen basiren kann, da es eine Reihe von Körpern gibt, welche sich gar nicht mit einander verbinden lassen. Es ist im Gegentheil das chemische Verhalten der Körper mit in Betracht gezogen, indem die Körper, welche chemisch den Sauerstoff vertreten können, dem Sauerstoff, der unter allen Umständen als Anion auftritt, näher stehen, als jene, die den Sauerstoff nicht vertreten können. Von den Metallen hält man jene, welche vorzugsweise Säuren bilden, oder welche den Sauerstoff nur lose gebunden halten, für negativer als jene, welche unter allen Umständen Basen bilden oder welche nur schwer reducirt werden können.

In dieser Weise hat Berzelius die elektrochemische Reihe zuletzt[1] folgendermassen bestimmt. Die Stoffe sind von dem elektropositivsten, dem Kation, zu den elektronegativsten meistens als Anionen auftretenden Stoffen geordnet.

+				
Kalium	Zirconium	Kupfer	Tantal	Chlor
Natrium	Thorium	Silber	Tellur	Fluor
Lithium	Cerium	Quecksilber	Antimon	Stickstoff
Barium	Uran	Palladium	Kohlenstoff	Selen
Strontium	Mangan	Rhodium	Bor	Schwefel
Calcium	Zink	Platin	Wolfram	Sauerstoff.
Magnesium	Eisen	Iridium	Molybdän	—
Beryllium	Nickel	Osmium	Vanadium	
Yttrium	Kobalt	Gold	Chrom	
Lanthan	Cadmium	Wasserstoff	Arsen	
Didym	Blei	Silicium	Phosphor	
Aluminium	Zinn	Titan	Jod	
	Wismuth		Brom	

Im allgemeinen wird man die Ionen aus dieser Reihe bestimmen können, wenn auch zwischen nahestehenden Körpern noch manche Zweifel obwalten können.

Wir wenden uns jetzt zu der Elektrolyse der Salzlösungen. Die dabei stattfindenden, als directes Resultat der Elektrolyse anzusehenden Erscheinungen sind, wie wir sahen, folgende. An der Kathode erscheint, wenn die Stromdichtigkeit eine gewisse Grenze nicht überschreitet, nur das Metall des Salzes, an der Anode der Rest der Verbindung als die Säure des Salzes und Sauerstoff, oder der betreffende Salzbildner. Zugleich findet man, dass

1) *Berzelius*, Lehrbuch der Chemie Bd. I. 5. Aufl. 1843.

die Flüssigkeit an der Kathode zuweilen mehr, zuweilen weniger als ein halbes Aequivalent Kation mehr enthält als vorher, und dass dem entsprechend an der Anode das Anion zuweilen um weniger, zuweilen um mehr als die Hälfte des ausgeschiedenen Anions zugenommen hat. Eine Zersetzung des Wassers findet, so lange die Stromdichtigkeit nicht eine zu grosse ist nicht statt.

Was zunächst den letzteren Punkt betrifft, dass aus diesem Gemenge von Elektrolyten, Wasser und Salz bei nicht zu grosser Stromdichte nur ein einziger zersetzt wird, so stehen sich darüber zwei Ansichten gegenüber; die eine ist die hauptsächlich von Magnus[1]) vertretene, dass die verschiedenen Substanzen verschieden leicht zersetzbar sind, so dass, wenn der Strom in einer Flüssigkeit zwei solcher findet, er zunächst immer nur die am leichtesten zersetzbare wählt. Erst wenn bei einer gewissen Concentration der Lösung der Strom eine gewisse Stärke, den Grenzwerth überschritten hat, vermag das Salz gewissermassen nicht alle Elektricität zu fassen und der Strom geht dann auch durch das Wasser.

Die zweite Ansicht, welche, wie schon erwähnt, Hittorf[2]) und Buff[3]) vertreten, ist die, dass in jedem Gemische von Elektrolyten der Strom sich zwischen denselben nach Maassgabe ihrer Leitungsfähigkeit theile. Da nun das Wasser eine äusserst geringe Leitungsfähigkeit hat, so ist der durch das Wasser gehende Antheil des Stromes immer nur sehr klein, so klein, dass wir den auftretenden Wasserstoff nicht nachweisen können (Hittorf). Andere dagegen meinen, dass der auftretende Wasserstoff im status nascens eine aequivalente Menge Metall aus dem Salze reducire, und dass deshalb stets genau ein Aequivalent Metall auftrete.

Lange Zeit, so lange man annahm, dass die Salze aus Säure und Basis zusammengesetzt seien, derart, dass man als die nähern Bestandtheile eines Salzes das basische Oxyd und das Anhydrid der Säure, welches dann den Rest der Verbindung bildet, ansah, bot es grosse Schwierigkeit, die Zerlegung der Sauerstoffsalze in Metall und Säure plus Sauerstoff andererseits zu verstehen. Man musste, da man das Oxyd als solches in dem Salze vorhanden annahm, eine doppelte Zersetzung annehmen, einmal die Zerlegung des Salzes in Säure und Basis und zweitens die Zerlegung der Basis in Metall und Sauerstoff. Diese Schwierigkeit veranlasste Daniell[4]), wie bereits §. 75 erwähnt wurde, die schon früher ausgesprochene Ansicht wieder aufzunehmen, dass die Sauerstoffsalze wie die Haloidsalze zusammengesetzt seien, in welchen die überoxydirte Säure die Rolle des Salzbildners spielt, eine Ansicht, welche auch Hittorf[5]) bei seinen Arbeiten über Elektrolyse zu

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII und Bd. CIV.
2) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI.
3) *Buff*, Liebig's Annalen Bd. CV.
4) *Daniell*, Philos. Transact. of London royal soc. for 1839 u. 1840.
5) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI.

Grunde legte. Diese Schwierigkeit war indess nur in der damaligen Theorie über die Bildung der Salze begründet, bei den jetzt allgemeiner angenommenen Ansichten ist, wie zum Theil schon Magnus[1]) hervorgehoben, dieselbe gar nicht vorhanden. Die jetzige Chemie nimmt in den Salzen gar nicht die Oxyde als näheren Bestandtheil an, sondern stellt das Metallatom dem Rest der Verbindung gegenüber, indem sie die Bildung des Salzes in der Weise annimmt, dass das Metall an die Stelle des oder der vertretbaren Wasserstoffatome in die Säure eintritt. Sie stellt also, wenn auch in etwas anderer Weise als die ältere von Daniell vertretene Anschauung, das Metall dem Rest der Verbindung gegenüber, und damit bedarf es dann keiner Erklärung weiter, dass das Metall als solches bei der Elektrolyse ausgeschieden wird. Das Metall ist dann gegenüber dem Rest der Verbindung das elektropositive Ion und wird als solches zu der negativen Elektrode geführt, während der Rest zur Anode geführt wird; die Zersetzung der Salze in den Lösungen geschieht somit einfach in derselben Weise wie die einer binären geschmolzenen Verbindung.

Es fragt sich dann nur, wie es kommt, dass die Ionen an den Elektroden nicht einfach um die Hälfte der ausgeschiedenen Bestandtheile vermehrt werden.

Magnus[2]) hält die Aenderung in der Concentration der Lösungen an den Elektroden für nicht direct durch die Elektrolyse bedingt.

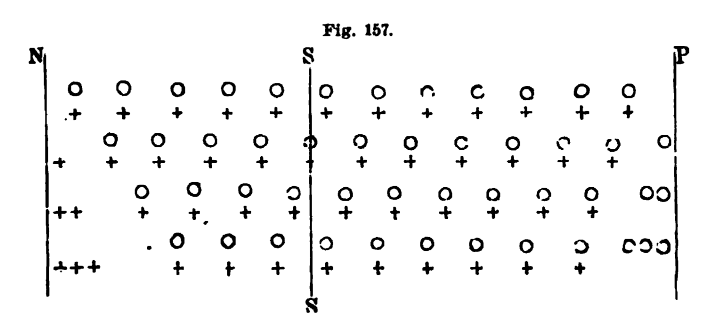
Indem er sich den Durchgang des Stromes durch die Elektrolyten als einzelne Entladungen denkt, hält er nur den Zersetzungsact für Folge des Stromes, die weitere Bewegung der Moleküle im Innern der Moleküle dagegen glaubt er als Folge des ersten Anstosses beim Zersetzen und der chemischen Anziehung der zersetzten Moleküle ansehen zu können, deshalb hat die Wanderung der Ionen direct nichts mit der Elektrolyse zu thun, und das Verhältniss der Ionen in der Nähe der Elektroden vor und nach der Elektrolyse hängt von ganz anderen Umständen ab. Diese Ansicht ist indess gegenüber der Regelmässigkeit in der Aenderung der Concentrationen, wie sie von Hittorf beobachtet ist, wohl nicht haltbar.

Hittorf[3]) hält deshalb die Wanderung der Ionen für einen ebenso wesentlichen Theil der Elektrolyse, als die Zersetzung selbst. Um zu erklären, dass nicht an jeder Elektrode ein halbes Aequivalent des ausgeschiedenen Bestandtheiles mehr vorhanden ist als vorher, nimmt er an, dass die verschiedenen Ionen im Innern der Elektrolyte nach der Zersetzung von dem Strome durch verschieden weite Wege geführt werden, dass sie also sich nicht in der Mitte zwischen ihren frühern Lagen begegnen, sondern dass entweder das positive oder negative Ion einen grössern

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII u. CIV.
2) *Magnus*, a. a. O.
3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII. u. CVI.

Weg zurücklegt, dass sie also nach der ersten Zersetzung sich näher bei der frühern Lage des einen oder andern Ions wieder verbinden. Folgendes Schema Fig. 157 zeigt z. B., wie sich der Ueberschuss der Ionen an den Elektroden gegen vorher nach der Elektrolyse stellen muss, wenn das negative Ion $^2/_3$ des Weges, das positive $^1/_3$ nach der Zersetzung zurücklegt, bis sie sich treffen und wieder vereinigen. Während an den Elek-

Fig. 157.



troden sich ein Aequivalent der Ionen ausscheidet, kann an der linken Seite der Spaltungsfläche *SS* nur $^1/_3$ Aequivalent des positiven Ions mehr vorhanden sein als vorher, an der Anode sind dagegen $^2/_3$ Aequivalent mehr vorhanden.

Betreffs der Wanderungen der Ionen steht die Theorie von Wiedemann[1]) zwischen derjenigen von Magnus und der von Hittorf.

Wiedemann nimmt an, dass in einer der Elektrolyse unterworfenen Lösung die gelösten Salztheile sich zwischen den Elektroden in Reihen ordnen, ähnlich wie dies Baumwollenfäden in Terpentinöl zwischen zwei elektrisirten Kugeln thun. Der Strom theilt sich dann nach Maassgabe der Leitungsfähigkeit zwischen diesen Reihen und dem Wasser. Die Zahl dieser Reihen wird dem Salzgehalte proportional sein; da nun die specifische Leitungsfähigkeit dieser Reihen jene des Wassers bedeutend übersteigt, so muss bei nicht sehr concentrirten Lösungen die Leitungsfähigkeit des Elektrolyten nahe dem Salzgehalte proportional zunehmen.

Nur die negativen Ionen, Sauerstoff, Chlor kennen wir im activen Zustande. Nehmen wir nur eine Strömung positiver Elektricität an, so werden jene Ionen durch dieselbe activ und wandern in diesem Zustande gegen den positiven Pol. Das positive Ion, welches nicht activ wird, bleibt dagegen liegen. An den Elektroden scheidet sich so ein Aequivalent beider Stoffe aus und an der positiven hat sich zugleich die Menge des negativen Ions um ein Aequivalent vermehrt, an der Kathode ist dagegen die des positiven Ions unverändert geblieben. Zu diesem elektrolytischen Processe würde ein zweiter treten. Der Strom bewegt in der Richtung der positiven Elektricität zugleich das Salz und das dieses lösende Wasser. Ist nun der

1) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. CIV. Galvanismus Bd. I. §. 288.

Salzgehalt der Lösung α, die Intensität des Stromes in der Lösung gleich J, die Leitungsfähigkeit des Wassers in der Lösung gleich λw, die von einem Gewichtstheil Salz, welches sich nach der angeführten Vorstellung zwischen den Elektroden in Reihen ordnet, gleich λs, also die von den gelösten α Gewichtstheilen $\alpha \,.\, \lambda s$; sind ferner die Intensitäten der beiden durch Salz und Wasser fliessenden Ströme is und iw, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$iw : is = \lambda w : \alpha \,.\, \lambda s$$

$$iw = \frac{iw + is}{\lambda w + \alpha . \lambda s} \cdot \lambda w = \frac{J \,.\, \lambda w}{\lambda w + \alpha \,.\, \lambda s}.$$

Da die Leitungsfähigkeit des Wassers gegen die des Salzes sehr klein ist, so können wir setzen

$$iw = \frac{J \,.\, \lambda w}{\alpha \,.\, \lambda s}.$$

Innerhalb gewissen Grenzen ist also der in der Lösung durch das Wasser fliessende Antheil des Stromes dem Salzgehalte umgekehrt proportional. Die zur negativen Elektrode geführte Wassermenge und deshalb die dort beobachtete Volumzunahme entspricht daher derselben Grösse.

Der Strom is führt das Salz zu der negativen Elektrode, deshalb muss dort im allgemeinen auch der Salzgehalt, also die Menge des positiven Ions, da ein Aequivalent desselben an der Kathode abgeschieden wird, zunehmen. Die Intensität is des durch das Salz fliessenden Stromantheils ändert sich bei gleicher Stärke des ganzen Stromes nur wenig mit der Aenderung der Concentration, da immer der durch das Wasser fliessende Theil nur klein ist; die zur negativen Elektrode übergeführte Salzmenge ändert sich deshalb im allgemeinen mit der Concentration nur wenig. Nach den Versuchen von Hittorf ist das in der That der Fall.

Diese einfachen Resultate werden indess dadurch modificirt, dass sich der Durcheinanderschiebung des Salzes und Wassers in verschieden concentrirten Lösungen verschiedene Hindernisse entgegenstellen.

Welche der beiden vorgeführten Anschauungen mehr der Natur der Sache entspricht, ist schwer zu sagen, die Anschauung von Hittorf hat jedenfalls den Vorzug grösserer Einfachheit.

Auf eine den sämmtlichen Theorieen gemeinsame, in der ihnen zu Grunde liegenden Anschauung über die Natur der Elektrolyte basirte Schwierigkeit hat Clausius aufmerksam gemacht[1]). Alle diese Theorieen nehmen an, dass in den Elektrolyten die positiven und negativen Ionen mit einander verbunden sind, und wenn keine äusseren Kräfte auf die Flüssigkeiten einwirken, auch mit einander verbunden bleiben. Daraus folgt dann, dass sich die verbundenen Ionen mit einer gewissen Kraft festhalten. Der elektrische Strom soll nun zunächst die Moleküle drehen, dann aber

1) Clausius, Poggend. Ann. Bd. CI.

auch die zu einem Gesammtmoleküle vereinigten Ionen trennen. Nun muss aber, damit die einmal verbundenen Ionen auseinander gehen, die Anziehung, welche sie auf einander ausüben, überwunden werden, wozu eine Kraft von bestimmter Stärke erforderlich ist. Daraus folgt dann aber, dass, so lange die im Elektrolyten wirksame Kraft nicht diese Stärke besitzt, gar keine Zersetzung der Moleküle stattfinden kann, dass dagegen, wenn diese Stärke erreicht ist, sehr viele Moleküle mit einem Male zersetzt werden müssen, indem alle unter dem Einflusse derselben Kraft stehen und nahezu gleiche Lage haben. Da nun, wie wir sahen, die Elektrolyte nur leiten, indem sie zersetzt werden, so folgt daraus weiter, dass, so lange die im Leiter thätige Kraft unter einer gewissen Grenze bleibt, gar kein Strom entstehen kann, dass aber, wenn sie diese Grenze erreicht hat, plötzlich ein starker Strom auftreten muss.

Die Erfahrung zeigt aber, dass die Zersetzung einfach der Stromstärke proportional ist, und dass schon der schwächste Strom Zersetzung bewirkt.

Um diesen Widerspruch zu lösen, erinnert Clausius an seine Hypothese über die Natur der Flüssigkeiten überhaupt[1]), und präcisirt dieselbe folgendermassen. Die zu einem Gesammtmoleküle gehörigen elektropositiven und negativen Theilmoleküle, also die Ionen sind überhaupt nicht fest mit einander verbunden, sondern nur mehr oder weniger locker an einander gelegt. Die Gesammtmoleküle oscilliren in der Flüssigkeit in ziemlich weiten Bahnen hin und her; dabei wird es nun häufig vorkommen, dass zwei Moleküle zu einander in eine solche Lage kommen, dass das positive Ion des einen von dem negativen Ion des andern stärker angezogen wird als von seinem eigenen. Die beiden Moleküle werden sich dann spalten und die beiden Ionen der einzelnen, die sich in der eben angegebenen Weise anziehen, werden sich zu einem neuen Molekül verbinden. Die abgeschiedenen Ionen werden dann sich entweder mit einander verbinden, oder getrennt sich in der Flüssigkeit weiter bewegen, bis sie an andere Moleküle stossen, diese spalten und sich mit den betreffenden Theilen verbinden.

In den Elektrolyten ist also überhaupt kein Gleichgewichtszustand vorhanden, sondern die Moleküle bewegen sich in ganz unregelmässigen Bahnen und sind in einem immerwährenden Zustande der Verbindung und Zersetzung. Wird nun der Elektrolyt in einen Stromkreis eingeschaltet, so dass in demselben eine elektrische Kraft wirkt, die alle positiven Ionen nach der einen, alle negativen nach der entgegengesetzten Seite zu treiben sucht, so werden zunächst die vorhandenen freien Ionen nicht mehr in ganz unregelmässigen Bahnen, sondern mehr in einer von Elektrode zu Elektrode gerichteten Bahn sich bewegen. Die positiven Ionen werden daher vorherrschend zur Kathode, die negativen Ionen nach entgegengesetzter Richtung sich bewegen. Ausserdem werden bei der Einwirkung eines Theilmoleküles

---

1) Man sehe im III. Theil §. 37. p. 310.

auf ein Gesammtmolekül, und bei Einwirkung zweier Gesammtmoleküle auf einander solche Zerlegungen, bei welchen die Theilmoleküle in ihren Bewegungen zugleich der elektrischen Kraft folgen können, erleichtert werden, und daher häufiger stattfinden als ohne die Kraft. Daraus folgt dann, dass in einem Elektrolyten durch irgend ein zur Stromrichtung senkrechtes Flächenstück nach der Kathode eine gewisse Menge positiver, nach der Anode eine gewisse Menge negativer Ionen hindurchgehen wird. Durch diese entgegengesetzte Bewegung der Theilmoleküle bildet sich der Strom, somit muss die Stromstärke dieser Menge und damit der Menge der zersetzten Substanz proportional sein.

Diese Ansicht von Clausius über die Constitution der Elektrolyte verdient jedenfalls um so mehr Beachtung, als sie nicht besonders zur Erklärung der Elektrolyse ersonnen ist, sondern nur eine weitere Durchführung der Ansicht ist, die sich Clausius bereits bei seinen Untersuchungen über die mechanische Wärmetheorie ergeben hatte. Die Schwierigkeit, welche sie bietet, dass man die Moleküle der Elektrolyten, also z. B. der Salze, wenn auch nur kurze Zeit im unverbundenen Zustande in der Lösung annehmen muss, während doch im allgemeinen die Ionen nach ihrer Abscheidung sofort auf das Lösungswasser einwirken, die Alkalimetalle, indem sie Oxydhydrate bilden, die elektronegativen Bestandtheile, indem sich die Säuren bilden, ist allen Theorieen gemeinsam, indem bei allen Theorieen angenommen werden muss, dass nach der Zersetzung die Moleküle eine kurze Zeit unverbunden in den Lösungen vorhanden sind. Welche Theorie der Elektrolyse man auch bildet, die Ausscheidung der Ionen an den beiden Elektroden zwingt zu der Annahme, dass die Moleküle, aus welchen eine Verbindung besteht, eine Zeit lang unverbunden in der Lösung vorhanden sind.

§. 84.

Die galvanische Polarisation. Die Elektrolyse oder der Durchgang des Stromes durch Flüssigkeiten bewirkt an der Eintritts- und Austrittsstelle des Stromes aus der Flüssigkeit eine Anzahl Veränderungen, welche sich theils in dem Auftreten einer elektromotorischen Kraft, theils in dem eines Widerstandes gegen den Durchgang des Stromes zu erkennen geben.

Wir haben bereits mehrfach erwähnt, dass beim Einschalten eines Wasserzersetzungsapparates in einen Stromkreis sich eine auffallende Schwächung des Stromes zu erkennen gibt, viel bedeutender, als sie durch die Einschaltung des Widerstandes der Flüssigkeit möglich ist. Denn haben wir zunächst eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke f eingeschaltet, und nehmen an, dass die Schwächung des Stromes allein durch Vergrösserung des Widerstandes R auf $R + f$ bedingt sei, so müsste durch Verdoppelung der Flüssigkeitsschicht auf $2f$ der Strom entsprechend geschwächt werden, so dass die Stromstärken in beiden Fällen sich verhielten wie $R + 2f$ zu $R + f$.

Das ist jedoch nicht der Fall, sondern die Schwächung des Stromes ist bei Einschaltung des flüssigen Widerstandes f sehr viel bedeutender als bei Verdoppelung des flüssigen Widerstandes f auf $2f$. Man nahm deshalb früher an, dass an der Grenze der Elektroden bei dem Uebergange des Stromes aus den Metallen in die Flüssigkeit ein eigenthümlicher Widerstand vorhanden sei, den man den Widerstand des Ueberganges nannte[1]). Ist ein solcher vorhanden, so muss der Strom bei dem Einschalten einer Flüssigkeitsschicht natürlich mehr geschwächt werden, als wenn man die Länge einer eingeschalteten Flüssigkeitsschicht verdoppelt. Denn bezeichnen wir die elektromotorische Kraft eines Stromes mit E, den Widerstand des Stromkreises ausser der eingeschalteten Flüssigkeit mit R, den Widerstand der Flüssigkeit mit f, und diesen vermutheten Uebergangswiderstand mit w, so ist die Stromstärke, wenn der Stromkreis die Flüssigkeit nicht enthält,

$$J_1 = \frac{E}{R};$$

wird dann die Flüssigkeit eingeschaltet, so wird die Stromstärke

$$J = \frac{E}{R + f + w}.$$

Würde nun die Länge der Flüssigkeitsschicht verdoppelt, so würde in dem Nenner dieses Ausdruckes nur f verdoppelt, nicht aber w, und deshalb müsste die Schwächung bei dem ersten Einschalten der Flüssigkeit viel bedeutender sein als bei Verdoppelung ihrer Länge.

In vielen Fällen ist die Existenz eines solchen Widerstandes des Ueberganges keinem Zweifel unterworfen, immer dann, wenn durch die Elektrolyse sich an den Elektroden ein schlecht leitender Ueberzug bildet, wenn sich z. B. die eine Elektrode mit Oxyd überzieht, wie es bei der Zersetzung verdünnter Schwefelsäure zwischen Kupferelektroden der Fall ist. In anderen Fällen jedoch, z. B. bei Zersetzung des Wassers zwischen Platinelektroden, ist die Existenz desselben zweifelhaft, wie zuerst Ohm[2]) hervorgehoben hat, da noch eine andere, zuerst wohl von Ritter[3]) genauer beobachtete Ursache dieser Stromschwächung vorhanden ist, nämlich eine elektromotorische Kraft, welche einen dem ursprünglichen Strome entgegengesetzt gerichteten in dem Stromkreise zu erzeugen strebt.

Von der Existenz dieser Gegenkraft kann man sich leicht durch folgenden Versuch überzeugen. In einen Stromkreis, welcher ein Voltameter V (Fig. 158) und ein Galvanometer G enthält, schaltet man zugleich einen Interruptor J ein, von welchem Fig. 159 eine perspectivische Ansicht gibt. Die Einrichtung desselben ist folgende. Auf einer Platte von trocknem

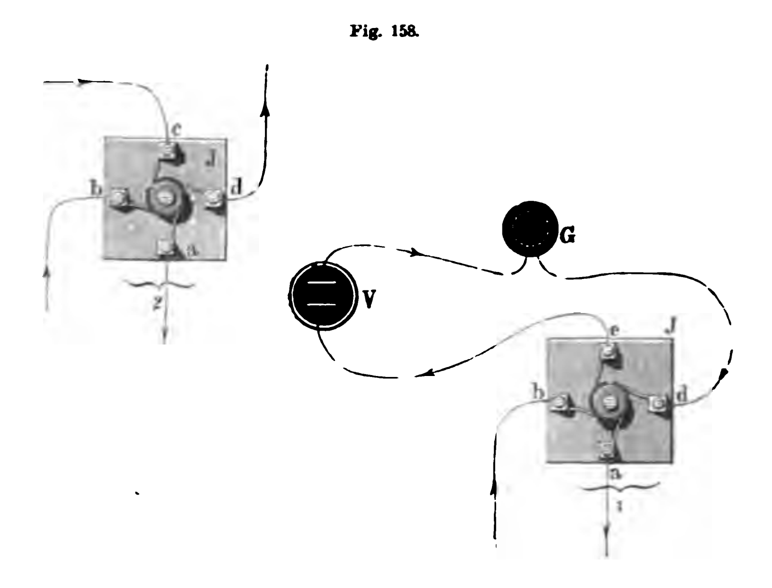
1) *De la Rive*, Annales de chim. et de phys. T. XXVIII. *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus. p. 180 u. 224. Maassbestimmungen. p. 34 ff.

2) *Ohm*, Schweigger's Journal. Bd. LXIII u. LXIV. 1831.

3) *Ritter*, Vogt's Neues Magazin. Bd. VI. 1803.

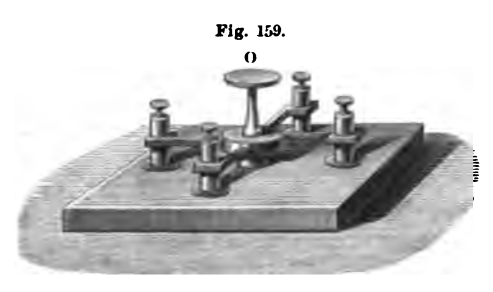
Holze sind 4 Klemmschrauben *a*, *b*, *c*, *d* aufgestellt. An jeder dieser Klemmschrauben sind Metallstreifen befestigt, welche an ihrem Ende umgebogen

Fig. 158.



federnd gegen einen in der Mitte des Brettes aufgestellten verticalen Cylinder pressen. Der Cylinder ist aus Elfenbein verfertigt; auf demselben befinden sich aber zwei Kupferstreifen, welche, wie es die Grundrisse dieses Apparates *J* (Fig. 158) zeigen, in einem Kreise um den Cylinder herumgelegt sind, so dass aber ihre Enden sich nicht berühren, die Streifen also nicht in leitender Verbindung sind. Der Cylinder ist an dem Knopfe *O* um die verticale Axe drehbar.

Fig. 159.



Die Federn an *a*, *b*, *c*, *d* sind nun so gestellt, dass immer zwei an einem der Streifen anliegen. Je nachdem man nun die Klemmschrauben mit verschiedenen Theilen des Stromkreises verbindet, kann man mit diesem Apparate den Strom unterbrechen, einzelne Theile für sich verbinden, oder auch dem Strome in einem Theile des Kreises die entgegengesetzte Richtung geben.

Verbindet man in der Stellung 1 (Fig. 158) den positiven Pol der Batterie mit *b*, die Klemmschraube *c* mit der Elektrode *e*, die Elektrode *f* mit dem Galvanometer *G*, den zweiten Draht des Galvanometers mit der Klemmschraube *d*, und schliesslich die vierte Klemmschraube *a* mit dem negativen Pole der Batterie, so circulirt durch die ganze Combination der

Strom der Batterie in der Richtung der Pfeile; es wird also *e* im Voltameter zur Anode, *f* zur Kathode, und der Strom fliesst durch das Galvanometer von *f* nach *d*.

Lässt man den Strom so einige Zeit durch das Voltameter hindurchgehen und dreht dann den Cylinder des Interruptors um 90° in die Fig. 158 Nr. 2 angedeutete Stellung, so fliesst der Strom der Batterie nicht mehr durch das Voltameter, sondern er geht von *b* durch die Feder auf den Kupferstreifen, auf diesem zu der Feder, welche zur Klemme *a* führt, und von dieser zu der Batterie zurück.

Dagegen bildet jetzt das Voltameter mit dem Galvanometer durch die jetzt metallisch verbundenen Klemmen *c* und *d* einen geschlossenen Kreis. Man erkennt dann sofort an der Ablenkung der Galvanometernadel, dass in diesem Kreise ein Strom circulirt, dessen Richtung derjenigen entgegengesetzt ist, welche der ursprüngliche Strom hatte; er fliesst in dem Voltameter von der Kathode *f* zur Anode *e*, dann weiter von *e* durch *c*, *d*, durch das Galvanometer *G* zu *f* zurück.

Da in unserm Voltameter beide Elektroden von Platin und ganz gleichartig sind, so kann dieser secundäre Strom nur in Folge des ursprünglichen entstanden sein, welcher die Elektroden, die vorher gleichartig waren, in einen elektrischen Gegensatz gebracht hat, so dass sie in dieser Combination elektromotorisch wirken, ähnlich wie wenn *f* eine Zinkplatte und *e* eine Kupferplatte wäre. Man nennt sie deshalb polarisirt, die Kathode ist positiv, die Anode negativ polarisirt, und bezeichnet den secundären Strom als Polarisationsstrom.

Da nun, wie wir im §. 55 sahen, zwei Platinbleche gegen einander elektromotorisch wirksam werden, wenn das eine mit Wasserstoff, das andere mit Sauerstoff umhüllt ist, so kann der Grund der Polarisation nicht zweifelhaft sein; ein polarisirtes Voltameter ist einfach eine Gassäule. Denn wenn auch in dem Voltameter das Gas nicht in solcher Menge entwickelt wird, dass die Elektroden wie bei den Grove'schen Gasketten ganz von den Gasen umgeben sind, so kann es doch keinem Zweifel unterworfen sein, dass sie auf das vollständigste mit Gas bedeckt sind, da jedenfalls die zuerst entwickelten Gasmoleküle durch die Oberflächenwirkung auf dem Platin verdichtet werden. Wie wir bei der Zersetzung des Wassers sahen, beweist ja auch der Mangel an Proportionalität zwischen Stromstärke und Gasentwicklung bei Anwendung grosser Elektroden und schwacher Ströme, oder der Umstand, dass die Volumina der entwickelten Gase nicht genau im Verhältnisse von 1 zu 2 stehen, wenn eine grosse und eine kleine Elektrode genommen wird, dass an den Elektroden Gas verdichtet wird.

Daraus folgt dann, dass nicht allein bei der Zersetzung des Wassers, sondern auch bei der Zersetzung aller der Substanzen, welche Gase liefern, die in den Gasketten elektromotorisch wirksam sind, die Polarisation der

Elektroden auftreten muss. Lenz und Saveljew[1]), sowie Beetz[2]) haben diese Schlussfolgerung experimentell bestätigt, sie haben gezeigt, dass nicht nur bei der Zersetzung des Wassers, sondern auch bei derjenigen von Chlorwasserstoff, Salpetersäure etc. die Elektroden polarisirt werden, und nicht nur bei Anwendung von Platinelektroden, sondern auch bei Elektroden von andern Metallen oder Kohle.

Zu dieser eigentlichen Polarisation tritt noch bei der Zersetzung von Salzen eine andere elektromotorische Kraft, welche den eigentlichen Polarisationsstrom in vielen Fällen noch bedeutend verstärkt, nämlich dadurch, dass nach dem Eintritt der Elektrolyse die Elektroden von verschiedenen Flüssigkeiten umgeben sind. Am kräftigsten ist diese elektromotorische Kraft bei der Zersetzung von Alkalisalzen, bei denen nach dem Eintritt der Elektrolyse die eine Elektrode von freiem Alkali, die andere dagegen von freier Säure umgeben ist. Da nun die Alkalien die Metalle stark negativ, die Säuren dieselben dagegen häufig positiv erregen, so folgt, dass der hierdurch entstehende Strom sich zu dem eigentlichen Polarisationsstrom addirt. In Salzen ist daher der nach Schluss des Stromkreises in demselben auftretende Gegenstrom am stärksten.

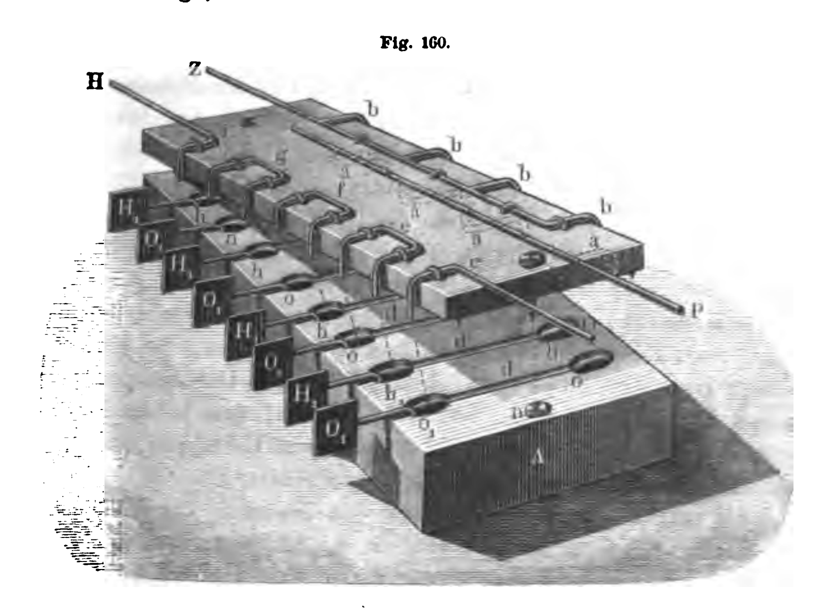
Der Polarisationsstrom ist nur von kurzer Dauer, ebenso wie die Ströme in den Gasketten, und aus demselben Grunde; denn der Polarisationsstrom selbst zersetzt die Flüssigkeiten und lagert so bei der Wasserzersetzung z. B. an der früher mit Wasserstoff bedeckten Elektrode Sauerstoff ab, welcher sich mit dem Wasserstoff verbindet und so die Polarisation aufhebt. Um daher die Wirkungen des Polarisationsstromes zeigen und die Gesetze desselben studiren zu können, muss man häufig in rascher Folge den erregenden Strom durch den Zersetzungsapparat leiten und den Zersetzungsapparat für sich schliessen können. Poggendorff[3]) hat zu dem Ende einen sehr zweckmässigen Apparat angegeben, die Wippe; Fig. 160 zeigt von demselben eine perspectivische Ansicht. Der Apparat besteht aus zwei Theilen, der Unterlage und der eigentlichen Wippe. Die Unterlage ist ein Brettchen *A*, von circa 15 Cent. Länge und 10 Cent. Breite. In dasselbe sind in zwei parallelen Reihen je sechs oder acht Vertiefungen *o*, *h*, *o*, *h* ... eingebohrt. Die Löcher sind mit Quecksilber gefüllt, und die mit gleichen Buchstaben in beiden Reihen bezeichneten Löcher, also die Löcher *o* und die Löcher *h* sind in leitender Verbindung mit einander durch in das Quecksilber getauchte Drähte *dd*.

Auf die Unterlage kommt nun die eigentliche Wippe zu stehen; dieselbe besteht aus einem Brettchen etwa 1,5 Cent. dick, 5 Cent. breit und ebenso lang als die Unterlage, welches mit zwei Spitzen *s* auf den Ver-

1) *Lenz* und *Saveljew*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.
2) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC.
3) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

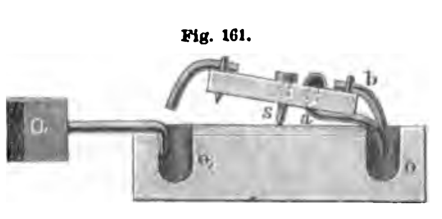
tiefungen *n* der Unterlage steht, so dass es entweder nach der einen oder andern Seite neigt, und entweder mit der einen oder der andern Reihe

Fig. 160.



von Haken in die Quecksilbernäpfchen *o*, *h* taucht. An den vier Ecken des Brettchens sind Stifte angebracht, welche, kürzer als die Spitzen *s*, die Bewegung des Brettchens nach der einen oder andern Seite begrenzen, so dass die Drähte nicht zu tief in das Quecksilber eintauchen. An den äussersten Punkten der Bewegung ruht also das Brettchen immer auf den mittleren Spitzen *s* und zwei seitlichen Spitzen, wie Fig. 161 im Durchschnitt zeigt.

Fig. 161.



Die Verbindung der einzelnen Drähte, welche die Wippe trägt, ist in der Figur deutlich; die sämmtlichen Drähte *a* (Fig. 160) sind mit dem Drahte *P*, die sämmtlichen Drähte *b* mit dem Drahte *Z* in leitender Verbindung.

An der andern Seite stellen, wenn die Wippe dahin geneigt ist, die Drähte *e*, *f*, *g* eine leitende Verbindung zwischen den ungleich bezeichneten Vertiefungen h_1, *o* .. her. Die beiden letzten Drähte *Oc* und *Hi* tauchen der erste in die erste Vertiefung o_1, der letztere in die letzte Verbindung *h*.

Jedes Paar der Oeffnungen o_1, h_1 ist nun weiter mit den Elektroden O_1, H_1 eines Voltameters in leitende Verbindung gesetzt.

Ist nun die Wippe so gestellt, dass die Drähte *a*, *b* in die Quecksilbernäpfchen *o*, *h* eintauchen (Fig. 161), und wird dann *P* mit dem positiven,

Z mit dem negativen Pole einer Batterie verbunden, so fliesst, wie man sieht, durch die sämmtlichen Voltameter ein Strom von gleicher Stärke, wenn die Elektroden gleiche Grösse und gleichen Abstand haben. Verbindet man dann die Drähte O und H in irgend einer Weise mit einander und legt die Wippe um, so fliesst durch den Kreis OH der Polarisationsstrom. Indem man nun in rascher Folge die Wippe hin und her bewegt, kann man ebenso oft die Platten O_1, H_1 laden und wieder entladen. Schaltet man in den Stromkreis OH eine Tangentenbussole oder einen Zersetzungsapparat ein, so kann man die Stärke des Polarisationsstromes messen, oder mit ihm die sämmtlichen Wirkungen galvanischer Ströme zeigen.

Wenn nun auch feststeht, dass in einem Stromkreise, der eine Zersetzungszelle enthält, eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so ist damit noch keineswegs bewiesen, dass in den Fällen, wo sich an den Elektroden keine schlecht leitende Schicht bildet, kein Uebergangswiderstand vorhanden ist; es ist im Gegentheil wohl möglich, dass neben der Polarisation noch ein eigenthümlicher Widerstand beim Uebergang des Stromes aus einem festen in einen flüssigen Leiter vorhanden ist.

Lenz[1]) und Poggendorff[2]) glaubten den Nachweis der Existenz desselben dadurch liefern zu können, dass sie bei fast momentan wechselnden, hin- und hergehenden Strömen, wie sie durch magnetelektrische Maschinen erhalten werden, zeigten, dass auch diese durch Einschaltung einer Flüssigkeitsschicht stärker geschwächt werden, als es vermöge des Widerstandes der Flüssigkeit hätte sein sollen. Vorsselmann de Heer[3]) hat jedoch darauf aufmerksam gemacht, dass die Voraussetzung, auf welche dieser Nachweis sich gründet, in der That nicht richtig ist. Es wird nämlich dabei vorausgesetzt, dass die Herstellung der Polarisation so viel Zeit braucht, dass sie bei diesen kurz dauernden Strömen nicht merklich ist. Das ist nicht der Fall, denn wenn auch die Polarisation nicht sofort in ihrer ganzen Stärke auftritt, so kommt sie doch in demselben Augenblicke zu Stande, in welchem der Strom die Flüssigkeit durchsetzt. Deshalb kann auch bei diesen rasch wechselnden Strömen die Stromschwächung allein durch die Polarisation hervorgebracht sein.

Die Gesetze der Stromschwächung durch Einschalten flüssiger Leiter sind zuerst genauer von Fechner[4]) studirt worden; er setzte dabei voraus, dass nur der Uebergangswiderstand die Ursache dieser Schwächung sei, dass also die Stromstärke bei Einschaltung eines flüssigen Leiters, dessen Widerstand f ist, dargestellt werde durch die Gleichung:

---

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. p. 586.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LII.
3) *Vorsselmann de Heer*, Poggend. Ann. Bd. LIII.
4) *Fechner*, Maassbestimmungen an der galvanischen Kette. p. 34 ff. und p. 236 ff.

$$J = \frac{E}{R + f + w},$$

worin R den Widerstand des sonstigen Schliessungskreises und w den Uebergangswiderstand bedeutet.

Für diesen Uebergangswiderstand fand dann Fechner folgende Sätze.

1) Der Uebergangswiderstand nimmt ab, wenn die Stromstärke wächst, er ist also kleiner bei stärkeren als bei schwächeren Strömen.

2) Der Uebergangswiderstand ist der Grösse der Elektroden umgekehrt proportional.

3) Der Uebergangswiderstand ist um so kleiner, je besser die Flüssigkeit den Strom leitet.

4) Bei längerer Schliessung nimmt der Uebergangswiderstand erst rasch, dann immer langsamer zu und kommt so zu einem Maximum, dem dann ein Minimum der Stromstärke entspricht.

Man könnte auch alle diese Sätze für die Schwächung des Stromes lediglich durch Annahme der Polarisation erklären; die Gleichung für die Stromstärke würde dann, wenn p die elektromotorische Kraft der Polarisation bedeutet,

$$J = \frac{E - p}{R + f};$$

der erste der vier angeführten Sätze würde dann z. B. lauten, dass die elektromotorische Kraft der Polarisation von der Stromstärke unabhängig ist.

Um die Frage, welche wie gesagt durch die directen Versuche nicht entschieden war, zu entscheiden, nahm Lenz beim Beginne seiner Untersuchungen über die Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom dieselbe wieder auf[1]). Um zunächst die Abhängigkeit des Uebergangswiderstandes oder der Polarisation von der Stromstärke zu erhalten, verfuhr Lenz folgendermassen. In den Stromkreis einer Daniell'schen Batterie, deren Elementenzahl bei den verschiedenen Versuchen eine verschiedene war, wurden zunächst eine Tangentenbussole und ein Rheostat eingeschaltet und die Anzahl a Windungen des Rheostatdrahtes bestimmt, welche nothwendig war, um an der Tangentenbussole eine bestimmte Ablenkung α zu erhalten.

Dann wurde ausserdem in den Stromkreis die Flüssigkeitszelle eingeschaltet und beobachtet, wie viel Windungen a_1 des Rheostaten jetzt noch erforderlich waren, um an der Tangentenbussole wieder dieselbe Ablenkung, also wieder dieselbe Stromstärke J wie vorher zu erhalten.

Ist nun E die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie, l der Widerstand des Stromkreises ausser dem Rheostaten und der Flüssigkeitszelle, ausgedrückt in Windungen des Rheostatdrahtes, ist λ der Widerstand der Längeneinheit der Flüssigkeitsschicht, d die Länge derselben und ist weiter p die elektromotorische Kraft der Polarisation, und L die Grösse

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. LIX.

des Uebergangswiderstandes, wenn ein solcher vorhanden ist, so erhalten wir aus den beiden Beobachtungen folgende zwei Gleichungen

$$J = \frac{E}{l + a}; \; J = \frac{E - p}{l + a_1 + d \,.\, \lambda + L},$$

und indem wir die beiden Ausdrücke für J einander gleich setzen:

$$E\,(l + a_1 + d \,.\, \lambda + L) = (E - p)\,(l + a)$$

$$a - a_1 = d \,.\, \lambda + L + \frac{p}{J} \quad \ldots \ldots \quad (1.$$

Wäre nun die Polarisation gleich 0, so würde

$$a - a_1 = d \,.\, \lambda + L \quad \ldots \ldots \quad (2,$$

wäre dagegen L gleich 0, existirt also kein Uebergangswiderstand, so wäre

$$a - a_1 = d \,.\, \lambda + \frac{p}{J}, \quad \ldots \ldots \quad (3$$

Die Werthe $a - a_1$ waren nun bei einer Versuchsreihe folgende.

Anzahl der Elemente	Stromstärke J	$a - a_1$ beobachtet	$a - a_1$ berechnet
24	48,07	6,707	6,785
14	33,08	8,433	8,010
11	20,85	9,755	10,312
6	10,10	17,205	16,942
4	5,01	30,409	30,283

Aus den beobachteten Werthen von $a - a_1$ ergibt sich, dass dieselben wachsen, wenn die Stromstärke abnimmt, und zwar derart, dass sie der Gleichung genügen

$$a - a_1 = c + \frac{m}{J},$$

worin c und m zwei Constante bedeuten, welche bei dieser Versuchsreihe sind

$$c = 4{,}0835 \qquad m = 129{,}61.$$

Die als berechnet angeführten Werthe von $a - a_1$ sind nach dieser Formel mit diesen Werthen berechnet.

Vergleichen wir nun diese Formel, die sich als empirische aus den Versuchen ergibt, mit den aus dem Ohm'schen Gesetze abgeleiteten, so erkennt man sofort in der Constanten c den Widerstand der eingeschalteten Flüssigkeit, so dass

$$c = d \,.\, \lambda;$$

und daraus folgt dann nach der Gleichung 1

$$L + \frac{p}{J} = \frac{m}{J} \quad \ldots \ldots \quad (4$$

Würde nun $p = 0$ sein, so müsste der Uebergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; wäre L gleich 0, so müsste die

Polarisation constant sein für die bei diesen Versuchen angewandten Stromstärken; ja auch wenn beide existiren, muss nach Gleichung 4 dieselbe Abhängigkeit für beide Grössen existiren, denn nur wenn p constant und L der Stromstärke umgekehrt proportional ist, kann die Gleichung 4 bestehen.

Ganz dieselben Resultate und fast denselben Werth von m erhielt Lenz, als er die Dicke d der Flüssigkeitsschicht änderte, und auch als er die Elektroden bis zu verschiedener Tiefe in die Flüssigkeit eintauchte. Daraus folgt also, dass sowohl der Uebergangswiderstand als die Polarisation fast unabhängig sind von der Grösse der Fläche, in welcher der Strom aus den festen Leitern in die flüssigen übertritt.

Gerade dieser letzte Satz spricht wohl gegen die Annahme, dass ein eigenthümlicher Uebergangswiderstand existirt, ein Widerstand, den der Strom bei einem Wechsel der festen und flüssigen Leiter zu überwinden hätte, ohne dass sich eine schlechtleitende Schicht zwischen den beiden Leitern bildet. Ja dieser Satz ist unter Voraussetzung des Uebergangswiderstandes mit dem ersten im Widerspruch. Nach dem ersten Satze soll der Uebergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; tritt nun ein und derselbe Strom einmal durch eine Elektrode vom Querschnitt eins in eine Flüssigkeit, ein anderes Mal durch eine Elektrode von doppelter Oberfläche, so ist in dem zweiten Falle die Intensität des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes die Hälfte von vorher, deshalb muss der Uebergangswiderstand der doppelte sein von vorher.

Dagegen ist es nach den früheren Sätzen über die Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Grösse der erregenden Fläche fast selbstverständlich, dass auch die elektromotorische Kraft der Polarisation von der Grösse der Elektroden unabhängig ist, oder doch nur wenig von ihr abhängt.

Wir werden deshalb berechtigt sein, in allen den Fällen, in welchen sich nicht an den Elektroden eine schlechtleitende Schicht bildet, einen Uebergangswiderstand nicht anzunehmen.

Nach den Versuchen von Lenz würde die Polarisation unabhängig sein von der Stromstärke und der Grösse der Elektroden; indess zeigen schon die Werthe, welche man für dieselbe aus den Beobachtungen von Lenz berechnen kann, dass Beides nicht ganz strenge der Fall ist. Für die Abhängigkeit der Polarisation von der Stromstärke ergibt sich vielmehr, dass sie mit derselben bis zu einem Maximum zunimmt, und dass erst für Ströme von gewisser Stärke die Polarisation constant wird. So sind z. B. bei zwei Versuchsreihen, bei deren erster Wasser zwischen Platinelektroden, bei der zweiten zwischen Kupferelektroden zersetzt wurde, Folgendes die Werthe von p in einer willkührlichen Einheit.

Platinelektroden		Kupferelektroden	
Stromstärke	Polarisation	Stromstärke	Polarisation
48,07	131,3	48,07	40,86
33,08	132,7	33,08	39,26
20,85	125,8	20,85	36,38
10,10	119,1	10,10	33,91
5,01	114,2	5,01	31,89.

Wie man sieht, ist erst für die beiden grössten Stromstärken die Polarisation merklich dieselbe, für die schwächeren Ströme ist sie etwas kleiner.

Da somit die Polarisation von der Grösse der Stromstärke nicht ganz unabhängig ist, wird man schon schliessen, dass sie auch mit der Grösse der Elektroden bei gleicher Stromstärke sich ändert, da die Stärke des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes dann kleiner ist. Dass dem in der That so ist, zeigen nun auch die Versuche von Lenz unmittelbar. Bei einer Stromstärke in dem eben angegebenen Maasse gleich 10 findet er folgende Werthe für die Polarisation.

Grösse der Elektr.	Polarisation	Grösse der Elektr.	Polarisation
5,95 Quadratlinien	240,11	91,00	150,54
12,50 „	199,83	136,50	140,88
16,68 „	178,38	182,00	144,80
27,57 „	164,09	227,50	142,78
62,50 „	162,76	2063,00	145,50.

Die Einheit, welche diesen Zahlen zu Grunde liegt, ist etwas kleiner als bei den oben angeführten Werthen.

Von da an, wo die Grösse der Elektroden 1 Quadratzoll oder circa 6 Quadratcentimeter war, ist die Polarisation constant.

Gleiche Resultate hat Poggendorff[1]) mit der Wippe erhalten. Aus den Versuchen von Lenz ergibt sich zugleich, dass die Grösse der Polarisation abhängt von der Natur der Elektroden, dass sie bei der Wasserzersetzung zwischen Kupferelektroden nicht oder kaum ein Drittel von derjenigen ist, welche bei der Zersetzung des Wassers zwischen Platinelektroden auftritt.

Ueber die absolute Grösse der elektromotorischen Kraft der Polarisation, wenn dieselbe ihr Maximum erreicht hat, hat wohl zuerst Wheatstone Messungen angestellt[2]). Er wandte dazu die von uns als die Wheatstone'sche beschriebene Messungsmethode an. In einen Stromkreis, der ein Galvanometer enthielt, wurde ein Rheostat eingeschaltet und beobachtet, eine wie grosse Drahtlänge von einem gewissen Punkte an eingeschaltet werden muss, um die Ablenkung des Galvanometers von einer gewissen Ablenkung α auf

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX. p. 177 ff.
2) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

eine andere α' herabzubringen. Dann wird der Zersetzungsapparat eingeschaltet, der Rheostat so gestellt, dass am Galvanometer die Ablenkung α entsteht, und nun die Drahtlänge beobachtet, welche erforderlich ist, um wieder die Ablenkung α' zu erhalten. Ist nun die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie E, die der Polarisation p, und sind die beiden gefundenen Längen l und l_1, so ist

$$E : E - p = l : l_1$$
$$E : p = l : l - l_1$$
$$p = \frac{l - l_1}{l} \cdot E.$$

Als Wheatstone auf diese Weise drei seiner Elemente anwandte, fand er

$$3E = 90$$
$$3E - p = 21 = 90 - 69.$$

Bei 4, 5, 6 Elementen fand er $l - l_1$ gleich 70, 71, 70.

Bezogen auf die elektromotorische Kraft eines Wheatstone'schen Elementes ist demnach

$$p = \frac{70}{30} = 2{,}333.$$

Wie wir §. 68 sahen, ist nun die elektromotorische Kraft eines Wheatstone'schen Elementes gleich 0,838 eines Daniell'schen; daraus würde also für p, bezogen auf das Daniell'sche Element, folgen

$$p = 1{,}955\ D.$$

Nach derselben Methode und unter Anwendung der nach ihm benannten Zellen, fand Daniell[1]) die Polarisation in einem Voltameter mit Platinelektroden bei Anwendung verschiedener Stromstärken zwischen

$$p = 2{,}49\ D \text{ und } p = 2{,}85\ D.$$

Später hat Buff nach der Ohm'schen Methode für die elektromotorische Kraft der Polarisation zwischen Platinelektroden bei verschiedenen Stromstärken Werthe gefunden[2]), welche zwischen 11,31 und 9,63 lagen; die elektromotorische Kraft eines Bunsen'schen Elementes gleich 7,134 gesetzt. Der zuerst angegebene Werth ist das beobachtete Maximum. Nach demselben Maasse gibt Buff die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes gleich 4,207 an. Somit ist nach Buff

$$p = \frac{11{,}31}{4{,}207} \cdot D = 2{,}68\ D.$$

Einen etwas kleineren Werth findet Poggendorff[3]), er gibt

$$p = 2{,}333\ D$$

bei starken Strömen als Maximum, bei schwächeren Strömen sank sie bis auf ungefähr 2 D.

1) *Daniell*, Philosophical Transactions for 1842. Poggend. Ann. Bd. LX.
2) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

Von grösstem Einflusse ist die Natur der Elektroden. Schon als Poggendorff die blanken Platinelektroden mit platinirten vertauschte, sank die Polarisation bis auf 1,83 D, und bei schwachen Strömen bis auf 1,71 D.

Für Elektroden aus anderen Metallen ist die Polarisation sehr viel kleiner. So ist nach Svanberg[1]) die Polarisation bei Anwendung blanker Kupferplatten 0,79 D, bei Anwendung von galvanisch überzogenen Kupferplatten 0,52 D. Bei Anwendung von Zink-Kupfer war sie noch bedeutend kleiner.

Buff erhielt bei Anwendung folgender Combinationen die neben denselben angeführten Werthe.

Amalgamirte Zinkplatten in verd. Schwefels.	$p = 0{,}202\ D$
„ „ „ Zinkvitriol	$p = 0{,}109\ D$
Kupferplatten in Kupfervitriol	$p = 0{,}052\ D$
Anode Kupfer in verd. Schwefelsäure Kathode Kupfer in Kupfervitriol	$p = 0.$

Nach den Versuchen von E. Du Bois-Reymond[2]) findet bei Anwendung amalgamirter Zinkdrähte in concentrirter Lösung von Zinkvitriol oder Chlorzink gar keine Polarisation statt. Wie wir §. 66 erwähnten, konnte Beetz in Folge dieses Verhaltens amalgamirter Zinkdrähte den Leitungswiderstand in Zinkvitriollösungen mit einer Genauigkeit bestimmen, welche derjenigen der Bestimmung bei festen Körpern gleich kommt. Nach Versuchen von Patry[3]) darf, wenn gar keine Polarisation eintreten soll, die Zinkvitriollösung durchaus keine freie Schwefelsäure enthalten.

Ueber den Antheil, den jede der beiden Elektroden an der elektromotorischen Kraft der Polarisation hat, haben Poggendorff, Svanberg und Beetz Versuche gemacht, indem sie entweder eine polarisirte Elektrode mit einer reinen verglichen, oder wie Beetz als Anode ein amalgamirtes Zinkblech wählten, welches nicht polarisirt wird. Sie fanden übereinstimmend, dass der Antheil beider Platten gleich ist, oder dass die elektromotorische Kraft der Anode oder der Kathode gegen eine reine Platte die Hälfte von derjenigen der beiden polarisirten Platten gegen einander ist.

Aus dieser Thatsache schliessen wir, dass der Sauerstoff bei der Polarisation im activen Zustande abgeschieden wird, denn in der Gassäule ist die elektromotorische Kraft des Sauerstoffplatin gegen reines Platin nur 0,14 D (§. 67).

Beetz hat eine Anzahl von Messungen über die Polarisation durch andere Gase angestellt und mit der elektromotorischen Kraft in Gassäulen verglichen[4]). Er fand die elektromotorische Kraft gegen reines Platin von Platin

1) *Svanberg,* Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
2) *E. Du Bois Reymond,* Monatsberichte der Berliner Akademie 1859. p. 443
3) *Patry,* Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.
4) *Beetz,* Poggend. Ann. Bd. XC.

polarisirt durch	elektrom. Kraft	elektrom. Kraft in der Gassäule
Jod	0,171 D	0,160 D
Brom	0,329 D	0,332 D
Chlor	0,505 D	0,471 D
Wasserstoff	0,910 D	0,833 D
Platin in Wasserstoff gegen Platin in Chlor	1,375 D	1,335 D

Das durch Wasserstoff polarisirte Platin war in Chlorwasserstoffsäure erhalten; wie man sieht, ist der Werth bedeutend kleiner als der bei der Zersetzung verdünnter Schwefelsäure erhaltene Werth der Polarisation. Dieselbe im Mittel gleich 2,5 gesetzt, gibt für die Polarisation durch Wasserstoff allein 1,25, also um die Hälfte der hier gefundenen grösser. Man könnte daraus folgern, dass bei der Wasserzersetzung ein Theil der elektromotorichen Kraft durch eine Ungleichheit der Flüssigkeit an den Elektroden bedingt ist.

Die vollständige Uebereinstimmung zwischen den Werthen der elektromotorischen Kraft der Polarisation und derjenigen in der Gassäule beweist auf das vollständigste die vorhin aufgestellte Behauptung, dass die Polarisation auf derselben Ursache beruht, und zugleich, dass in der That der Uebergangswiderstand nicht existirt oder nur äusserst klein ist, da alle diese Werthe über die elektromotorische Kraft der Polarisation unter der Voraussetzung erhalten sind, dass ein Uebergangswiderstand nicht existirt.

Da somit die Bedeckung der Elektroden durch die ausgeschiedenen Gase die Ursache der Polarisation ist, so wird sie durch alle Umstände, welche die Gasschicht vermindern oder theilweise fortnehmen, gemindert werden müssen. Dem entsprechend haben De la Rive[1]) und Poggendorff[2]) gezeigt, dass Verminderung des Druckes über dem Voltameter, Vorsselmann de Heer[3]), dass Erschütterung der Elektroden, und Poggendorff[4]) und Beetz[5]), dass Erwärmung der Elektroden die Polarisation vermindert. Es würde zu weit führen, auf alle diese Punkte im Einzelnen einzugehen.

§. 85.

Passivität des Eisens. Ausser dem Auftreten einer elektromotorischen Kraft an den Elektroden, welche den Strom in eine Flüssigkeit leiten, in Folge der Polarisation, zeigt sich häufig noch ein anderer Einfluss auf die elektromotorische Stellung der Elektroden gegen einander, welchen wir kurz

1) *De la Rive,* Poggend. Ann. Bd. LIX.
2) *Poggendorff,* Poggend. Ann Bd. LXX.
3) *Vorsselmann de Heer,* Poggend. Ann. Bd. XLIX.
4) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LXI.
5) *Beetz,* Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

erwähnen müssen. Vorzugsweise zeigt sich die Erscheinung am Eisen. Wenn man einen Eisendraht eine Zeitlang als positive Elektrode in einem Wasserzersetzungsapparat anwendet, dabei jedoch die Vorsicht gebraucht, zuerst den als Kathode dienenden Draht in die angesäuerte Flüssigkeit zu tauchen, so ist seine Stellung in der Spannungsreihe der Metalle dauernd verändert[1]). Gegen gewöhnliches Eisen zeigt sich dieses Eisen stark negativ elektrisch, ja während das Eisen in der Spannungsreihe dem positiven Ende näher steht als das Kupfer, steht das veränderte, oder wie man es wegen seines chemischen Verhaltens nennt, das passive Eisen zwischen dem Kupfer und Platin, es ist gegen Kupfer elektronegativ.

In chemischer Beziehung charakterisirt sich der passive Zustand des Eisens besonders dadurch, dass das passive Eisen von Salpetersäure, deren spec. Gewicht ungefähr 1,3 ist, nicht aufgelöst wird, während das nicht passive Eisen sehr rasch in dieser Säure oxydirt und gelöst wird. Indess beschränkt sich dieses passive Verhalten des Eisens nicht auf die Unfähigkeit in Salpetersäure oxydirt zu werden, sondern auch in Salzlösungen; auf Lösungen, auf welche Eisen sonst einwirkt, hat das passive Eisen keine Einwirkung. So reducirt passives Eisen aus Kupfervitriollösungen kein Kupfer.

Das Eisen wird indess nicht allein passiv durch die Anwendung desselben als positive Elektrode, sondern ebenfalls durch eine Reihe von anderen Manipulationen.

Zunächst kann man das Eisen dadurch passiv machen, dass man es ein oder mehrere Male in ganz concentrirte Salpetersäure taucht[2]). Wenn man das eine Ende eines Eisendrahtes kurze Zeit in ganz concentrirte Salpetersäure eintaucht, so kann man dasselbe nachher in die verdünntere eintauchen, ohne dass es von derselben angegriffen wird.

Wenn man dann den Draht so umbiegt, dass auch das vorher nicht eingetauchte Ende in die verdünnte Salpetersäure taucht, so wird auch dieses Ende nicht angegriffen, es wird passiv und kann dann auch für sich in verdünnte Säure getaucht werden ohne angegriffen zu werden. Man erkennt sofort, dass der Grund dieser letzteren Erscheinung ein elektrischer ist; denn da das passive Eisen gegen gewöhnliches negativ ist, so geht in dem angegebenen Falle ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit von dem gewöhnlichen Eisen zu dem passiven; das vorher nicht passive Eisen wird also zur positiven Elektrode und deshalb ebenso passiv wie bei dem zuerst angegebenen Verfahren, das Eisen passiv zu machen.

Ganz auf demselben Grunde beruht das Passivwerden des Eisens, wenn man einen Eisendraht zugleich mit einem passiven Drahte oder mit einem

---

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.

2) *Herschel*, Poggend. Ann. Bd. XXXII. *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Schon im Jahre 1790 von Keir beobachtet. Philosophical Transactions for 1790. Schweigger's Journal. Bd. LIII. 1828.

ʻe in verdünnte Säure taucht und dafür sorgt, dass die beiden
usserhalb der Flüssigkeit berühren[1]).

wenn man Eisen in concentrirte Salpetersäure, sondern
in Jodsäure, Bromsäure oder Chlorsäure taucht, wird
n von Beetz passiv[2]). Als Beetz Eisen in Schwefel-
it einem Kupferstreifen verband, welcher in ver-
irten durch ein poröses Diaphragma getrennter
e ein in die Verbindung eingeschaltetes Gal-
iv war gegen Kupfer. Als er dann aber
efelsäure Krystalle von jodsaurem, brom-
verhielt sich, sobald die Zersetzung
gativ gegen Kupfer. Es war dann

Eisen passiv zu machen, ist das Glühen
Durch Erhitzen in Räumen, welche keine Luft
silber oder geschmolzenem Zink, oder auch in Wasser-
nes vollkommen frei ist von Wasserdampf, wird das Eisen
passiv.

Als den Grund dieser eigenthümlichen Erscheinung, welche sich vorwiegend beim Eisen, in geringerem Grade auch bei Kobalt, Nickel, Wismuth, Zinn und Aluminium[4]) beobachten lässt, hat zuerst Faraday[5]) eine dünne, oft für das Auge gar nicht merkbare Oxydschicht angesehen, welche beim Passivwerden sich auf dem Eisen bildet. Und in der That sprechen, wie Beetz[6]) besonders hervorgehoben hat, alle Methoden, durch welche die Passivität auftritt, für diese einfache Erklärung; denn bei allen ist das Eisen in den für eine directe Oxydation günstigsten Verhältnissen. Dient das Eisen als positive Elektrode, so scheidet sich an demselben durch die Elektrolyse der Sauerstoff im activen Zustande als Ozon ab; in concentrirter Salpetersäure befindet sich das Eisen in einer Umgebung, welche äusserst sauerstoffreich ist, und welche sehr leicht einen Theil des Sauerstoffs abgibt; kann ja Kohle in concentrirter Salpetersäure brennen. Gleiches gilt für das Eintauchen des Eisens in die Sauerstoffsäuren der Salzbildner. Dass beim Erhitzen an der Luft das Eisen sich ebenfalls mit einer Oxydhaut, Oxyduloxyd, überzieht, ist eine bekannte Thatsache.

Ebenso ist es bekannt, dass Eisenoxyduloxyd sich in Salpetersäure

---

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.

2) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.

3) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

4) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLIII. Man sehe auch *Wiedemann's* Galvanismus. Bd. I. §. 384 ff.

5) *Faraday*, Philosophical Magazin. vol. IX u. X. 1837.

6) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXVII. Man sehe auch in Dove's Repertorium. Bd. VIII.

nicht auflöst; so dass also auch das chemische Verhalten des passiven Eisens in dieser Annahme seine einfachste Erklärung findet. Auch das elektromotorische Verhalten findet darin seine Erklärung, denn das durch Erhitzen angelaufene, also oxydirte Eisen verhält sich ebenso negativ gegen Kupfer wie Eisen, welches auf anderem Wege passiv geworden ist.

Für dieselbe Erklärung sprechen auch alle die Mittel, durch welche man dem Eisen seinen passiven Zustand wieder nehmen kann. Dass derselbe zunächst nur Folge einer oberflächlichen Veränderung ist, ergibt sich daraus, dass man durch Feilen, Abreiben mit Sandpapier dem Eisen seinen passiven Zustand wieder vollständig nehmen kann.

Ebenso verliert aber der passive Draht seine Eigenschaft vollständig, wenn man ihn in Verhältnisse bringt, in welchen die ihn bedeckende Oxydschicht reducirt wird. Das ist der Fall, wenn man den Draht in einem Strome von Wasserstoff glüht, wenn man ihn als negative Elektrode benutzt bei der Wasserzersetzung, oder wenn man ihn zugleich mit einem positivern Drahte in verdünnte Salpetersäure taucht und ihn mit dem positiveren Drahte berührt.

Das ganze Phänomen ist also eigentlich kein elektrisches, sondern nur Folge einer Oberflächenänderung durch chemische Einflüsse, welche zugleich das elektrische Verhalten des Metalles modificirt.

Solche Aenderungen des elektrischen Verhaltens der Metalle sind noch viele zu beobachten, die sich darin z. B. zeigen, dass wenn man zwei Drähte desselben Metalles nach einander in dieselben Flüssigkeiten taucht, Ströme auftreten[1]), oder auch darin, dass die Ströme zwischen zwei Metallen bei längerem Verweilen in einer Flüssigkeit sich umkehren. Das ist z. B. der Fall, wenn man in eine mässig concentrirte Lösung von Schwefelkalium Kupfer und Eisen taucht. Verbindet man gleich nach dem Eintauchen die beiden Metalle mit einem Galvanometer, so ist das Eisen positiv gegen das Kupfer; stellt man indess die Verbindung erst nach einiger Zeit her, so ist das Eisen negativ gegen das Kupfer. Es bleibt auch kurze Zeit negativ, wenn man die beiden Metalle darauf in verdünnte Schwefelsäure taucht; ein Beweis, dass eine Oberflächenänderung des Eisens die Ursache dieses Verhaltens ist[2]).

§. 86.

Mechanische Wirkung des Stromes. Wir haben im §. 80 bereits eine mechanische Wirkung des Stromes kennen gelernt, die Fortführung von Flüssigkeiten in der Richtung des positiven Stromes durch poröse

1) Man sehe Dove's Repertorium. Bd. VIII. *Wiedemann,* Galvanismus. B. I. §. 387 ff.

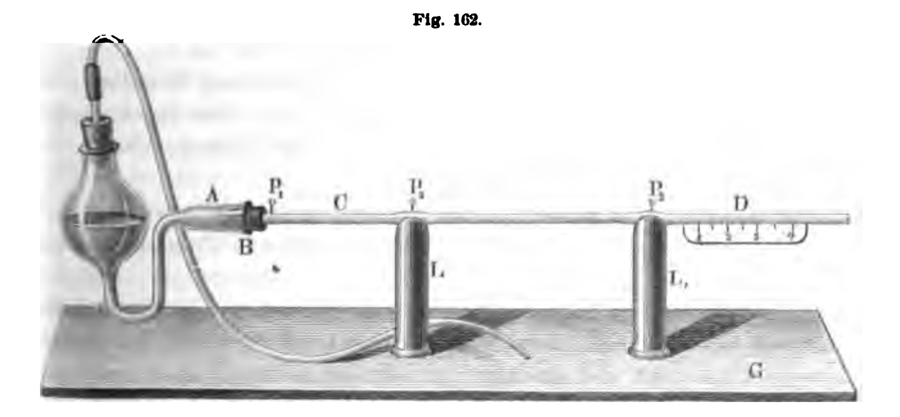
2) *Fechner,* Lehrbuch des Galvanismus. *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. I. §. 391 ff.

Diaphragmen. Wiedemann sah in dieser Fortführung eine directe mechanische Wirkung des Stromes und glaubte, dass zur Beobachtung dieser Erscheinung das poröse Diaphragma nur deswegen erforderlich sei, um die Rückströmung der Flüssigkeit in Folge des hydrostatischen Druckes zu verhindern.

Gegen diese Annahme ist von mehreren Seiten und ganz insbesondere von Logemann und Breda[1]) eingewandt worden, dass sich ohne Diaphragma in einer Flüssigkeit nichts dem Aehnliches zeige, dass sich gar keine Strömung im Innern der Flüssigkeit beobachten lasse, welche auf eine Fortführung der Flüssigkeit hindeute. Selbst in capillaren Röhren lasse sich keine Fortführung beobachten.

Indess hat früher schon Armstrong[2]) mit dem Strome seiner Hydroelektrisirmaschine und später Quincke[3]) sowohl mit dem Strome einer gewöhnlichen Elektrisirmaschine und mit dem Entladungsschlage der Leydener Flasche, als auch mit dem galvanischen Strome die Fortführung ohne Diaphragma beobachtet. Der Apparat, welchen er zu seinen Versuchen anwandte, ist folgender. Ein enges Glasrohr *CD* Fig. 162, in welches drei

Fig. 162.



Platindrähte $P_1P_2P_3$ eingeschmolzen sind, so dass ihre Spitzen in das Innere der Röhre reichen, ist mit einem Pfropfen in dem weiteren Rohre *AB*, welches an der anderen Seite eine Kugel trägt, befestigt. Das Rohr ist aus möglichst isolirendem Glase gefertigt und muss vor jedem Versuche auf das sorgfältigste mit Salpetersäure und heissem destillirtem Wasser gereinigt werden. Die Glaskugel wird dann zum Theil mit Flüssigkeit gefüllt, sie ist so gross, dass das Niveau der Flüssigkeit fast gar nicht geändert wird, wenn die Flüssigkeit im Rohre *CD* sich hin und her bewegt.

1) *Logemann* und *van Breda,* Poggend. Ann. Bd. C.
2) *Armstrong,* Philosophical Magazin. vol. XXIII. 1843. Poggend. Ann. Bd. LX.
3) *Quincke,* Poggend. Ann. Bd. CXIII.

Der Apparat wird so auf zwei Säulchen von Siegellack aufgestellt, dass das Rohr *CD* ganz wenig gegen den Horizont geneigt wird, und dann durch Einblasen in den Kautschukschlauch etwas Flüssigkeit in das Rohr hineingedrückt. Dadurch, dass zwei der drei Drähte *P* mit den Leitungsdrähten einer Elektricitätsquelle verbunden wurden, wurde der Flüssigkeitsfaden in den Stromkreis eingeschaltet.

Die Verschiebung der Flüssigkeit wurde dann an der an dem Apparate befestigten Millimeterskala oder durch ein Mikroskop beobachtet, in welchem an der Stelle des Fadenkreuzes ein Glasgitter angebracht war. Da man die Neigung der Röhre *CD* gegen den Horizont bestimmte, so konnte aus der beobachteten Verschiebung die Steighöhe berechnet werden, welche der fortführenden Wirkung des Stromes das Gleichgewicht hielt.

Quincke fand nun sowohl, als er die Flüssigkeitssäule in die den Conductor einer Elektrisirmaschine mit der Erde verbindende Leitung einschaltete, wie auch als er dieselbe zu einem Theile des Stromkreises einer Leydener Flasche oder einer Batterie von 80 oder 40 Grove'schen Elementen machte, dass stets, wenn ein Strom durch die Flüssigkeit ging, eine Fortführung derselben stattfand. Für die meisten Flüssigkeiten war die Richtung der Fortführung die des positiven Stromes; bei einer gewissen Sorte Alkohol war sie jedoch entgegengesetzt, und ebenso war sie die entgegengesetzte bei Terpentinöl und einer alkoholischen Auflösung desselben, als die innere Röhrenwand mit Schellack bekleidet war. Die Beschaffenheit der Röhrenwand ist somit auf die Fortführung von Einfluss, ebenso wie die Natur der Flüssigkeit.

Die Steighöhe der Flüssigkeit ist der Stromstärke proportional, wie es Wiedemann bei seinen Versuchen über die elektrische Endosmose ebenfalls fand.

Bei verschiedener Länge der vom Strome durchflossenen Flüssigkeitsschicht war die Steighöhe der elektromotorischen Kraft der Kette, bei gleicher Länge der Flüssigkeit und gleicher elektromotoricher Kraft aber dem Querschnitte der Röhre proportional. Letzterer Satz liegt schon in dem ersten der ausgesprochenen Sätze; der zweite stimmt mit dem Satze von Wiedemann, dass die Steighöhe bei gleicher Intensität i des Stromes dem Widerstande r der Flüssigkeit proportional ist, denn darnach ist

$$h = c \cdot i \cdot r = c \frac{E}{r} \cdot r = c \cdot E.$$

Der Einfluss der Röhrenwand auf die Fortführung der Flüssigkeit zeigt sich auch in Bezug auf die Grösse der Fortführung sehr deutlich; denn als Quincke die innere Oberfläche der Röhre um ein Bedeutendes dadurch vermehrte, dass er in die Röhre ein Glasrohr brachte, fand sich bei gleichem Flüssigkeitsquerschnitt die Fortführung in diesem ringförmigen Rohre um sehr vieles grösser als in Röhren von kreisförmigem Querschnitte.

Die Ueberführung wurde sehr viel kleiner, wenn das Wasser nur ge-

ringe Mengen eines Salzes gelöst enthielt, welches in der Lösung gut leitend war, schon bei der Lösung von 0,1 Procent Kochsalz war die Steighöhe verschwindend klein.

Bei dieser Fortführung der Flüssigkeiten lässt sich auch eine andere Bewegung in Folge des Stromes beobachten, die zuerst von Reuss[1]) beobachtete, später von Jürgensen[2]) und ebenfalls von Quincke[3]) genauer untersuchte Fortführung suspendirter feiner Körpertheilchen. Jürgensen gibt an, dass in Wasser und wässerigen Lösungen suspendirte feste Theilchen immer in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt werden, sobald ein galvanischer Strom durch die Flüssigkeit fliesst. Die Erscheinung wurde bei Theilchen von Kohle, Platin, Kupfer, Eisenoxyd, Carmin u. a. beobachtet, welche in Wasser suspendirt waren. Ein Zusatz leitender Substanzen zum Wasser vermindert die Bewegung oder lässt sie ganz aufhören.

Nach Quincke findet fast immer eine doppelte Bewegung statt. Es wurden in dem Wasser des Apparates Fig. 162 Stärkekörnchen suspendirt, und durch Blasen in das Kautschukrohr wurde Wasser mit suspendirten Stärkekörnchen in das horizontal gelegte Rohr *CD* gedrückt und dann, um die soeben untersuchte Fortführung des Wassers zu verhindern, das Gefäss *N* oben fest geschlossen. Liess man dann den Strom einer Elektrisirmaschine oder einer galvanischen Kette durch die Flüssigkeit gehen, so zeigte sich bei schwachen Strömen eine Bewegung der Stärkekörnchen an der Wand im Sinne des positiven, in der Mitte im Sinne des negativ elektrischen Stromes. Wurde der Strom stärker, so nahm die Bewegung in der Mitte der Röhre an Geschwindigkeit zu, an der Röhrenwand dagegen bewegten sich zunächst die kleineren Körnchen in der Richtung der positiven, die grösseren in der Richtung der negativen Elektricität; wurde der Strom noch stärker, so bewegten sich alle Körnchen in der Richtung der negativen Elektricität.

Wie die Stärkemehlkörnchen verhielten sich alle im Wasser suspendirten Körper, die Quincke untersuchte, selbst Gase.

In Terpentinöl dagegen bewegen sich die meisten Substanzen umgekehrt, nur Schwefel bewegte sich in demselben ebenso wie im Wasser.

Für die Geschwindigkeit der Fortführung gibt Quincke an, dass sie der Stromstärke proportional sei, bei gleicher Stromstärke nimmt sie mit der Dichtigkeit des Stromes zu.

Die doppelte Bewegung der Körnchen erklärt Quincke folgendermassen. Die Stärkekörnchen bewegen sich nur in der Richtung des negativen Stromes; an der Wand jedoch wird das Wasser in der Richtung des positiven Stromes fortgeführt; in der Mitte fliesst dieses fortgeführte Wasser, da es

1) *Reuss*, Mém. de la société impér. de Moscou. t. II. 1807.
2) *Jürgensen*, Reichert und Du Bois Reymond Archiv. Jahrg. 1860. p. 573 ff.
3) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

keinen anderen Ausweg hat, wieder zurück. In der Mitte beobachtet man daher die Summe der eigenen Bewegung der Stärkekörnchen und der Bewegung des Wassers; an der Wand dagegen reisst das Wasser die Körnchen mit sich fort und überwindet deren eigene Bewegung. Bei grösserer Stromstärke wird die Bewegung des Wassers an der Wand durch die Reibung verhindert, während die Stärkekörnchen sich frei wie vorher bewegen können; daher werden die Stärkekörnchen sich jetzt rascher im Sinne des negativen Stromes bewegen, und so wird ihre eigene Bewegung sichtbar. Das wird zunächst für die grösseren, später auch für die kleineren Körnchen eintreten.

In welcher Weise diese Fortführungen zu Stande kommen, darüber stellt Quincke folgende Ansicht auf. Bei der Fortführung des Wassers in engen Röhren spielt das Wasser eine doppelte Rolle, einmal als Leiter der Elektricität, und dann als Isolator. Als Leiter in sofern, als überhaupt ein elektrischer Strom zu Stande kommt und sich also auf der ganzen freien Oberfläche des Wassers freie Elektricität finden wird, deren Dichtigkeit von Querschnitt zu Querschnitt sich ändert. Anderentheils wird aber ein auf irgend eine Weise elektrisch gewordenes Wassertheilchen nicht augenblicklich seine Elektricität an das folgende abgeben, sondern es wird eine gewisse Zeit verfliessen, ehe das geschieht.

Ein an der Röhrenwand anliegendes Wassertheilchen wird nun auch durch den Contact mit der Röhrenwand positiv elektrisch, und die freie positive Elektricität desselben wird von derselben Kraft, welche den Strom erzeugt, nämlich von der freien Elektricität auf der Oberfläche des Wasserfadens in der Richtung des positiven Stromes fortgetrieben. Da aber das Wassertheilchen von dieser Elektricität sich sofort nicht trennen kann, so wird es selbst in der Richtung derselben, also in der Richtung des positiven Stromes mit fortgezogen. Deshalb sind nur die schlechtleitenden Flüssigkeiten durch den Strom fortzuführen.

Hat man ein im Wasser suspendirtes Theilchen, z. B. ein Stärkekörnchen, so wird auf diesem durch den Contact mit dem Wasser negative Elektricität erregt, und da diese von der den Strom erzeugenden Kraft in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt wird, so bewegt sich das Stärkekörnchen in der Richtung des negativen Stromes.

Es ist nicht schwierig zu zeigen, wie die angeführten Gesetze mit dieser Theorie übereinstimmen, und überdies hat Quincke die Voraussetzungen derselben direct geprüft.

Wichtig ist es hiernach hervorzuheben, dass die Erscheinung nicht eine einfache mechanische Wirkung des Stromes ist, dass sie überhaupt nur in engen Röhren oder bei Anwendung von Diaphragmen zu beobachten ist, da die Elektrisirung der Flüssigkeit durch den Contact mit der Röhrenwand zu derselben nothwendig ist, denn nur durch diesen Contact erhält das Flüssigkeitstheilchen als solches eine gewisse Menge von Elektricität, mit welcher es

dann fortgeführt wird. Die Fortführung findet daher nur in der Wandschicht statt, und kann sich nur dann über die ganze Flüssigkeit erstrecken, wenn dieselbe einen so engen Querschnitt hat, dass in Folge der Cohäsion die übrigen im Innern der Flüssigkeit liegenden Wasserfäden mit gezogen werden.

Im Innern der Flüssigkeit ist nur die elektrolytische Leitung vorhanden, da dort nur die Bestandtheile der Flüssigkeiten positiv oder negativ elektrisch sind, nicht die Flüssigkeitstheilchen als solche.

Eine Betrachtung der Vorgänge bei der Elektrolyse mit Hülfe dieser Erfahrungen würde wohl manche noch dunklen Punkte aufzuklären im Stande sein.

Ausser den soeben angeführten sind einige directe mechanische Wirkungen des Stromes auf feste Leiter beobachtet: Kupferdrähte, welche lange als Stromleiter gedient haben, werden dadurch spröde und brüchig, und wie Dufour beobachtet hat[1]), wird die Festigkeitsgrenze dadurch herunter gedrückt, indem ein Kupferdraht, welcher ohne vom Strome durchflossen zu sein 6,29 Kilogr. zum Zerreissen brauchte, schon durch ein Gewicht von 5,34 Kilogr. zerriss, als der Strom eines Bunsen'schen Elementes 19 Tage durch denselben hindurchgeleitet war.

Werthheim[2]) hat gezeigt, dass während des Hindurchleitens eines Stromes die Festigkeit im allgemeinen ebenfalls geringer ist, nur Eisen zeigte in einzelnen Fällen eine Ausnahme.

Ebenso hat Werthheim[3]) gezeigt, dass der Elasticitätscoefficient beim Hindurchleiten des Stromes durch einen Draht kleiner wird, indem der Longitudinalton eines Drahtes beim Durchleiten des Stromes tiefer wurde.

Edlund[4]) hat nachgewiesen, dass ein Draht durch den galvanischen Strom auch unabhängig von der durch den Strom stattfindenden Erwärmung verlängert wird, indem die Länge des Drahtes bei dem Durchgange des Stromes grösser ist, als sie der Ausdehnung in Folge der durch den Strom eintretenden höheren Temperatur entspricht. Eine mechanische Wirkung des Stromes ist auch das Auftreten des Longitudinaltones in Eisenstäben, wenn man intermittirend Ströme hindurchsendet; jedes Oeffnen und Schliessen ruft den Ton hervor[5]). Da indess die Töne sich nur bei magnetischen Metallen zeigen, so ist diese Wirkung nicht eine rein mechanische.

Auf eine mechanische Aenderung der Leitungsdrähte ist auch wohl die Beobachtung von Quintus Icilius zurückzuführen, nach welcher die speci-

---

1) *Dufour*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

2) *Werthheim*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XII. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.

3) *Werthheim* a. a. O.

4) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIX u. CXXXI.

5) *De la Rive*, Comptes Rendus. T. XX. p. 1287. Poggend. Ann. Bd. LXV. *Buff*, Liebig's Annalen. Supplementband III.

fische Leitungsfähigkeit eines Drahtes abnimmt, wenn ein Strom längere Zeit durch ihn hindurchgegangen ist[1]).

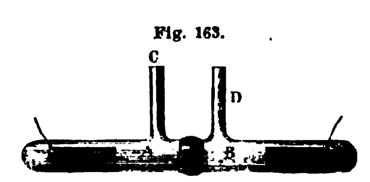
Eine Anzahl von Bewegungen, welche man früher als directe mechanische Wirkungen des Stromes ansah, hat Paalzow[2]) auf andere Gründe, Erwärmung etc. zurückgeführt.

§. 87.

Diaphragmenströme. Eine eigenthümliche Art von Strömen bei mechanischer Bewegung hat Quincke beobachtet, welche er Diaphragmenströme nennt[3]). Sie entstehen, wenn reines Wasser durch einen porösen Körper strömt, wie sich auf folgende Weise zeigen lässt.

Zwischen den abgeschliffenen Rändern zweier an dem anderen Ende zugeschmolzener Glasröhren *A* und *B* Fig. 163 von 25mm Durchmesser ist eine Platte aus gebranntem Thon mit Siegellack festgekittet. In die Wände der beiden Glasröhren sind zwei Platindrähte eingeschmolzen, an welche Platinplatten angenietet sind, und diese Drähte stehen mit den Enden eines empfindlichen Multiplicators von circa 33000 Windungen und mit astatischem Nadelpaar in Verbindung.

Fig. 163.



Neben dem Diaphragma sind verticale auch oben offene Glasröhren angeschmolzen, durch welche der Apparat ganz mit reinem destillirten Wasser gefüllt wird, so dass in dem Diaphragma keine Luft zurück bleibt.

Drückt man nun durch Ausübung eines Druckes auf das Wasser der Röhre *C* oder *D* Wasser in der einen oder anderen Richtung durch die Thonplatte, so zeigt die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom an, welcher durch die Thonwand in der Richtung der strömenden Flüssigkeit geht.

Um sich von etwaigen Ungleichheiten der Elektroden, die für sich schon einen Strom hervorrufen, ganz zu befreien, wurde dieser Strom durch einen Zweigstrom eines Daniell'schen Elementes compensirt. Zu dem Ende war die eine Elektrode anstatt direct mit dem einen Ende des Galvanometers mit einem vertical ausgespannten Eisendrahte verbunden, durch welchen der Strom eines Daniell'schen Elementes hindurch ging. Mit demselben Eisendrahte war dann das Ende des Galvanometers durch einen Draht verbunden, welcher auf dem Eisendrahte verschoben werden konnte. Die Stärke des durch den Diaphragmenapparat und das Galvanometer gehenden Zweigstromes hing nun ab von dem Abstande der beiden Draht

1) *Quintus Icilius,* Poggend. Ann. Bd. CI. p. 86.
2) *Paalzow,* Poggend. Ann. Bd. CIV.
3) *Quincke,* Poggend. Ann. Bd. CVII u. CX.

endigungen auf dem Eisendrahte; derselbe wurde so gewählt, dass das Galvanometer genau auf Null stand, ehe Flüssigkeit durch das Diaphragma strömte.

Anstatt des Thondiaphragmas wurden Seide, Leinwand, Elfenbein in Form von Pulver, das zwischen Seidenzeug eingeschlossen war, ebenso Glas, Sand, Holz, Schwefel, Graphit, Kohle etc. angewandt. Stets ging bei Anwendung destillirten Wassers der Strom mit der Strömung des Wassers.

Durch Zusatz von Säuren oder Salzlösungen zum destillirten Wasser wurde der elektrische Strom in seiner Richtung nicht geändert, wohl aber bedeutend geschwächt; als jedoch der Flüssigkeit etwas Seife oder Alkohol zugesetzt wurde, war der Strom bedeutend stärker.

Nur in einem Falle beobachtete Quincke[1]) eine umgekehrte Richtung des Stromes; derselbe Alkohol nämlich, welcher bei der Fortführung durch den Strom nicht in der Richtung des positiven Stromes sich bewegt, zeigt auch durch ein Thondiaphragma gepresst einen elektrischen Strom, welcher der Richtung der Flüssigkeitsströmung entgegengesetzt ist.

Die elektromotorischen Kräfte der Apparate wurden theils nach der Methode von Fechner verglichen, wobei vorausgesetzt wird, dass der Widerstand stets derselbe bleibt, theils nach der Poggendorff'schen Compensationsmethode bestimmt.

Die elektromotorische Kraft dieser Ströme zeigte sich unabhängig von der Grösse und Dicke der Thonplatte, unabhängig von der durchgeflossenen Wassermenge, aber proportional dem Drucke, mit welchem das Wasser durch das Diaphragma gepresst wurde, also der Schnelligkeit, mit welcher es hindurchfliesst. Für den Druck einer Atmosphäre und bei Anwendung destillirten Wassers fand Quincke folgende elektromotorische Kräfte, jene eines Daniell'schen Elementes gleich eins gesetzt.

Substanz des Diaphragmas	Elektrom. Kraft	Substanz des Diaphragmas	Elektrom. Kraft
Schwefel	9,7707	Asbest	0,2215
Quarzsand	6,2049	Porzellanmasse	0,1986
Schellack	3,3001	Elfenbein	0,0310
Seide	1,1545	Thierische Blase	0,0151.
Gebrannter Thon	0,3615		

Wie man sieht, ist die elektromotorische Kraft in manchen Fällen äusserst bedeutend.

Die elektromotorischen Kräfte bei anderen Flüssigkeiten zu bestimmen, gelang nicht mit Sicherheit, sie waren schon, als das Wasser nur wenige Milligramme Kochsalz gelöst enthielt, ganz bedeutend kleiner. Bei wasser-

1) *Quincke,* Poggend. Ann. Bd. CXIII. p. 559.

haltigem Alkohol waren sie beim Durchpressen durch Porzellanmasse oder Thondiaphragmen etwas grösser.

Ueber die Ursache dieser Ströme macht Quincke nur negative Angaben, indem er zeigt, welches die Ursache nicht sein kann; sie können nicht darin begründet sein, dass die Elektroden unter verschiedenem Drucke stehen; denn die Ströme zeigen sich nur, wenn Flüssigkeit durch die Diaphragmen geht. Sie können ebenso nicht thermoelektrischen Ursprunges sein.

Quincke glaubt ferner nicht, dass sie Folge der Reibung des Wassers in den Diaphragmen sein können, so dass etwa das Wasser in den Diaphragmen positiv werde und die Elektricität durch den Strom des Wassers mit zur einen Elektrode hingeführt werde, indem dann die elektromotorische Kraft zunehmen müsste, wenn die Elektroden dem Diaphragma genähert werden.

Wenn die Erscheinung sich auch noch nicht vollständig erklären lässt, so scheint mir doch durch die oben mitgetheilte Erfahrung, dass der Alkohol, welcher in dem Glase der Richtung des positiven Stromes entgegen fortgeführt wird, ebenfalls einen der Strömung der Flüssigkeit entgegengesetzt gerichteten Diaphragmenstrom liefert, ein wesentliches Moment für die Erklärung zu sein. Mir scheint daraus ganz entschieden zu folgen, dass der Contact der Flüssigkeit mit der Substanz des Diaphragmas der Grund der ganzen Erscheinung ist. Dabei kann, ja muss die elektromotorische Kraft unabhängig sein von der Grösse oder Dicke des Diaphragmas, sie muss zunehmen mit der Schnelligkeit des Durchpressens, also mit dem stärkern Druck, sie braucht sich, wie mir scheint, auch nicht zu ändern mit dem Abstande der Elektroden von dem Diaphragma. Weitere Untersuchungen müssen indess noch Manches aufklären.

§. 88.

Theorieen des Galvanismus. Wir haben in diesem Abschnitte die Entstehung des galvanischen Stromes und die Wirkungen desselben in dem Stromkreise beschrieben, ohne näher auf die verschiedenen Ansichten einzugehen, welche man sich über die Quelle der hier wirksamen Kraft gebildet hat. Wir haben uns dabei einfach an die Erfahrung gehalten, dass jedesmal, wenn zwei heterogene Körper zur Berührung kommen, die beiden Körper, der eine positiv, der andere negativ elektrisch werden, und haben bei Besprechung der Volta'schen Fundamentalversuche die Ansicht von Helmholtz mitgetheilt, nach welcher diese Erscheinung in einer verschiedenen Anziehung der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten ihren Grund hat. Bei der Vorführung und Besprechung des Peltier'schen Phänomens haben wir dann die Modification der Ansicht von Helmholtz mitgetheilt, welche nach den Entwicklungen von Clausius angebracht werden muss, um die an den Löthstellen unter gewissen Umständen durch den Strom eintretende Abkühlung verstehen zu können, dass nämlich bis zu einem ge-

wissen Grade die Arbeit der Wärme bei der Herstellung der elektrischen Differenzen thätig sein muss.

Eine ähnliche verschiedene Anziehung der verschiedenen Substanzen auf die beiden Elektricitäten ist dann auch die Ursache des Auftretens der Elektricität bei der Berührung irgend zweier anderer Substanzen, Metall und Flüssigkeit oder auch zweier Flüssigkeiten.

Eine grosse Zahl von Physikern, insbesondere die deutschen Physiker, wie Fechner, Poggendorff, Pfaff, Ohm, Kohlrausch, Helmholtz und viele andere haben sich zu dieser, zuerst von Volta ausgesprochenen Ansicht bekannt, und eine bei dem Contacte auftretende, von Helmholtz dann als verschiedene Anziehung der Stoffe auf die beiden Elektricitäten näher definirte Kraft als die Ursache der galvanisch elektrischen Erscheinungen angesehen.

Diese Contactkraft, oder wie wir sie bezeichneten, diese elektromotorische Kraft bewirkt zunächst nur eine andere Vertheilung der Elektricität, und in einem geschlossenen Kreise, wo diese Vertheilung einen neuen Gleichgewichtszustand herstellen kann, entsteht deshalb durch dieselbe kein Strom. Das ist der Fall in einem rein metallischen Kreise, in welchem sich durch den Contact allerdings Niveaudifferenzen der elektrischen Potentialwerthe auf den verschiedenen Metallen herstellen, in welchem aber auf jedem einzelnen Metalle die Niveaus constant sind. Es kann deshalb dort kein Strom entstehen; wenn man aber den Kreis zwischen zwei Metallen durchschneidet, so können an den Enden freie Elektricitäten auftreten. Nur wenn wir das Gleichgewicht stören, also etwa durch Wärmezufuhr an einer Berührungsstelle die Differenz der Potentialniveaus vergrössern, und dadurch bewirken, dass auch in einem und demselben Metall das elektrische Potential einen verschiedenen Werth hat, tritt in einem solchen Kreise ein Strom ein. Der Strom dauert so lange fort, wie durch die höhere Temperatur der einen Berührungsstelle eine Verschiedenheit der Potentialniveaus in den einzelnen Metallen vorhanden ist, da die Elektricität in einem und demselben Körper nur im Gleichgewicht sein kann, wenn das Potentialniveau in demselben überall dasselbe ist. Die Arbeit der Wärme ist es, welche an der wärmern Berührungsstelle die Elektricität von dem tiefern zu dem höhern Niveau hebt, welche also den Strom möglich macht und ihn unterhält.

Ebenso kann kein neuer Gleichgewichtszustand in dem geschlossenen Stromkreise sich ausbilden, wenn zwischen zwei Metallen ein Elektrolyt eingeschaltet ist; denken wir uns zunächst ein ungeschlossenes Element, etwa ein Daniell'sches, so stellt sich in demselben eine bestimmte elektrische Vertheilung her, das heisst im Kupfer hat das elektrische Potential einen gewissen Werth, ebenso einen bestimmten aber kleinern in der Flüssigkeit, und einen noch kleinern auf dem Zink, oder, wenn wir um die Enden der Combination aus gleichem Metalle zu haben, uns an das Zink

einen Kupferdraht angelöthet denken, auf diesem Kupfer. Diese bestimmten Werthe der elektrischen Potentialniveaus sind Bedingung des Gleichgewichts in dem Element. Bringen wir nun die Enden der Metalle durch einen homogenen Draht in Verbindung, so muss auf diesem die Elektricität von dem höhern zum tiefern Potentialniveau herabsinken, es muss deshalb an dem Zink der Werth des elektrischen Potentials steigen, am Kupfer aber sinken. Sofort aber stellen sich an beiden Metallen die frühern Werthe der elektrischen Potentiale wieder her, indem an dem Zink sich der elektronegative Bestandtheil des Elektrolyten, der Sauerstoff abscheidet. Die so an dem Zink beginnende Zersetzung des Elektrolyten setzt sich durch denselben fort, bis die dem am Zink abgeschiedenen Sauerstoff entsprechende Menge des elektropositiven Bestandtheils an dem Kupfer frei wird, und dort wieder der ursprüngliche Werth des elektrischen Potentials entsteht. Der elektrische Strom kann also nur entstehen, weil die Elektrolyten zersetzt werden. Die Zersetzung selbst ist aber Folge der bei dem Contact auftretenden elektrischen Differenzen. Die Stromstärke ist den in der Kette stattfindenden chemischen Processen proportional, eben weil der Strom durch diese Processe zu Stande kommt.

Die Zersetzung der Elektrolyte und die Ueberführung der Elektricität von dem tiefern zu dem höhern Niveau geschieht auf Kosten der durch die Verbrennung des Zinks erzeugten Wärme; wir können uns das etwa so denken, dass diese Wärme einmal hinreicht die Moleküle des Elektrolyten zu trennen, und dass dann der noch verbleibende Ueberschuss von Molekularbewegung als Elektricität in dem höhern Niveau auftritt. Gerade wie bei den Thermoströmen ist also auch hier der Strom als eine Arbeit der Wärme aufzufassen.

Die hier dargelegte Anschauung über die Entstehung des Stromes gibt in kurzen Zügen die eine der herrschenden Theorieen des Galvanismus, der sogenannten Contacttheorie; wir können dieselbe kurz darin zusammenfassen, dass durch die Berührung verschiedener Stoffe in denselben eine Differenz der elektrischen Potentialniveaus eintritt. Wird dadurch in einem geschlossenen Kreise eine Differenz des Niveaus in einem und demselben Körper hervorgebracht und durch Arbeit der Wärme dauernd in dieser Verschiedenheit erhalten, so entsteht ein dauernder, constanter elektrischer Strom [1]).

Gegen diese Theorie traten aber schon frühe namhafte Physiker auf.

1) Die vielen Aufsätze, welche die Contacttheorie vertheidigen, können wir hier nicht anführen; man sehe darüber von älteren Werken *Pfaff*, Revision der Lehre vom Galvanovoltaismus, ferner in *Gehler's* Wörterbuch, Artikel Galvanismus und im Registerband, die Arbeiten von *Fechner* besonders Poggend. Ann. Bd. XLII, die vielfachen Arbeiten *Poggendorff's* gegen *de la Rive*, besonders Poggend. Ann. Bd. LVI u. LXII, und *Dove's* Repert. Bd. VIII, die Zusammenstellung von *Beetz* über die verschiedenen Theorien und *Volta's* Fundamentalversuch.

sobald die chemischen Wirkungen der Säule bekannt und näher untersucht wurden, man glaubte, dass nur durch chemische Action Elektricität erregt werden könne, nicht durch den Contact. Wollaston[1]) war wohl einer der Ersten, welcher die Ansicht aussprach, dass in der Volta'schen Säule die Oxydation des Zinks es sei, welche die Elektricität errege, indem das Zink durch dieselbe negativ elektrisch werde, eine Ansicht, welche später Parrot[2]) theoretisch begründete.

Die erste vollständig ausgebildete chemische Theorie des Galvanismus ist wohl diejenige von De la Rive[3]). Er glaubt, dass jede mechanische Action (Reibung) physische Action (Wärme in den Thermoströmen), und chemische Action Elektricität errege; die Elektricitätsquelle, welche die Anhänger der vorher dargelegten Theorie im Contact suchen, soll die chemische Action zwischen den festen und flüssigen Leitern oder zwischen den flüssigen Leitern sein.

De la Rive selbst fasst seine Hypothese in folgenden Sätzen zusammen:

1) Wenn zwei heterogene, sich berührende Körper in ein Liquidum oder ein Gas gebracht sind, welches auf beide oder auch blos auf eins von ihnen eine chemische Wirkung ausübt, so findet Elektricitätsentwicklung statt.

2) Wenn die beiden sich berührenden Körper abseiten des Gases oder Liquidums, in welches sie gebracht sind, keine chemische Einwirkung erfahren, so findet keine Elektricitätsentwicklung statt, wenigstens dann nicht, wenn keine Wärmewirkung oder mechanische Wirkung stattfand.

3) Die durch die chemische Wirkung erregte Elektricität hat keineswegs in allen Fällen und unter allen Gestalten eine der Lebhaftigkeit dieser chemischen Wirkung proportionale Intensität, vielmehr ändern vorzüglich zwei Umstände diese Intensität ab, nämlich die unmittelbare, mehr oder weniger beträchtliche Wiedervereinigung der beiden elektrischen Principien und die eigenthümliche Natur der die Elektricität erregenden chemischen Wirkung.

Der chemisch angegriffene Körper wird dabei negativ elektrisch, der angreifende positiv.

In welcher Weise De la Rive dabei die Volta'schen Fundamentalversuche erklärt, haben wir bei der Besprechung derselben angedeutet.

In ähnlicher Weise erklärt De la Rive die elektrischen Erscheinungen in der Säule oder in galvanischen Elementen; das von der Flüssigkeit am stärksten angegriffene Metall wird am stärksten negativ, also bei Kupfer-Zink das Zink.

---

1) *Wollaston.* Man sehe *Becquerel*, Traité de l'electricité. T. I. p. 118.
2) *Parrot.* Man sehe *Gehler's* Wörterb. Art. Galvanismus.
3) ***De la Rive,*** Recherches sur la cause de l'electricité voltaique. Genf 1836. Poggend. Ann. Bd. XV, XXXVII, XL; seine Sätze finden sich Poggend. Ann. Bd. XL.

Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, die vielfachen Widersprüche nachzuweisen, welche diese Anschauung mit den Erfahrungen darbietet; wir verweisen nur auf die vielfachen in diesem Abschnitte mitgetheilten Thatsachen, in denen eine Elektricitätserregung ohne vorhergehende chemische Action gezeigt ist, wie z. B. dass man in der Daniell'schen Kette die Schwefelsäure durch ganz neutrales schwefelsaures Zinkoxyd oder schwefelsaure Magnesia oder andere neutrale Salzlösungen ersetzen kann, und besonders auf die Unhaltbarkeit in der Erklärung des Volta'schen Fundamentalversuches.

Der Theorie von De la Rive haben sich mit mehr oder weniger grossen Modificationen vorzüglich die englischen Physiker, so Faraday, und viele französische Physiker angeschlossen [1]).

Diesen beiden Theorieen gegenüber ist noch eine dritte, die von Schönbein zu erwähnen [2]). Schönbein verwirft die Contacttheorie ebenfalls, er nimmt nur Elektricitätsentwicklung zwischen Metallen und Elektrolyten, oder überhaupt zwischen Körpern an, von denen wenigstens der eine chemisch zusammengesetzt sein muss. Er nimmt zwischen diesen Stoffen chemische Anziehungen an, wenn auch keine wirkliche Aenderung ihrer Zusammensetzung eintritt. Es lässt sich, sagt er, als chemisches Axiom aufstellen, dass so oft verschiedenartige Materien in Contact kommen, auch zwischen denselben chemische, je nach der Beschaffenheit der sich berührenden Körper mehr oder weniger intensive Anziehungskräfte ins Spiel kommen, mögen letztere irgend eine chemische Trennung oder Verbindung hervorrufen oder nicht.

Diese Anziehungskräfte sind dann die eigentlichen elektromotorischen Kräfte; in welcher Weise, das möge folgendes Beispiel zeigen.

Tauchen wir chemisch reines Zink in Wasser, so zieht dieses vermöge der eben angeführten Kraft den negativen Sauerstoff an, und in Folge dessen ordnen sich die Moleküle des Wassers wie bei der Elektrolyse.

— +	$O\,H_2$	$O\,H_2$	$O\,H_2$	....	$O\,H_2$	— +
Zn	— +	— +	— +		— +	*Pt*

Die negative Elektricität des Sauerstoffs influenzirt das Zink und bewirkt, dass das in das Wasser tauchende Ende positiv, das ausser dem Wasser befindliche Ende negativ elektrisch wird. Taucht man nun in das Wasser irgendwo ein Metall, welches weniger stark den Sauerstoff anzieht

1) *Faraday,* Experimental researches. VIII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXV, XVI. u. XVII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. LII u. LIII. Man sehe auch *Becquerel*, Traité de l'electr. T. I u. VI, auch *Becquerel* u. *E. Becquerel,* Traité de l'electr. (en 3 vol.) Paris 1855. T. I.

2) *Schönbein,* Beiträge zur physik. Chemie. Basel 1844. Poggend. Ann. Bd. XLIII, XLIV u. LXXVIII.

als das Zink, oder ganz indifferent gegen denselben ist, so wird an diesem der positiv elektrische Wasserstoff anliegen; dieser wird das Metall ebenfalls influenziren, die negative Elektricität desselben anziehen und an der Berührungsstelle festhalten, während die Influenzelektricität zweiter Art, also die positive sich zu dem ausserhalb des Wassers befindlichen Ende begibt.

Bleibt die Kette offen, so tritt ein Zustand des elektrischen Gleichgewichts ein, bei welchem die Pole *Zn* negativ, *Pt* positiv elektrisch sind. Werden aber jetzt die Pole metallisch verbunden, so vereint sich die positive Elektricität des Poles *Pt* mit der negativen des Zinkpoles, ferner die positive Elektricität des in das Wasser tauchenden Zinkendes mit der negativen des anliegenden Sauerstoffes, indem zugleich der Sauerstoff mit dem Zink sich zu Zinkoxyd verbindet. Wie bei der Elektrolyse verbinden sich dann die Wasserstoffatome des ersten Wassermoleküles mit dem Sauerstoffatom des zweiten und so fort durch die ganze Flüssigkeit, während die letzten Wasserstoffatome ihre positive Elektricität mit der negativen des Platins verbinden und unelektrisch frei werden. Der chemische Process tritt also erst in Folge des Stromes ein, welcher selbst durch die chemischen Anziehungen erregt wird.

Die Theorie Schönbein's unterscheidet sich demnach von der Contacttheorie eigentlich nur dadurch, dass er die Elektricitätserregung bei der Berührung chemisch indifferenter Körper leugnet und an Stelle der unbestimmten Bezeichnung Contactkraft, oder bei dem Contacte auftretende Kraft ganz bestimmte chemische Anziehungskräfte setzt.

Manche Erscheinungen lassen sich allerdings hiernach sofort verstehen, so z. B. die so stark negative Stellung der Superoxyde in der Spannungsreihe. Steht sich dann ein Superoxyd und ein oxydirbares Metall im Wasser gegenüber, so zieht nicht nur das positive Metall den Sauerstoff des Wassers an, sondern auch der active Sauerstoff des negativen Superoxyds den Wasserstoff, und die Richtung der Moleküle muss sehr viel vollständiger sein, als wenn dem positiven Metall ein anderes Metall gegenübersteht.

Dieser Theorie scheint sich auch Wiedemann anzuschliessen [1]), indem er ebenfalls die Elektricitätserregung durch Metallcontact nicht für erwiesen hält.

Es lässt sich nicht läugnen, dass die Theorie von Schönbein, welche an die Stelle des immerhin unbestimmten Begriffes der Contactkraft eine bestimmt definirbare chemische Anziehungskraft setzt, etwas sehr Verlockendes hat, und dass wir in Fällen, wo es nicht gelingen will, die chemischen Anziehungen zu erkennen, gewiss mit Wiedemann sagen können, dass wir dieselben noch nicht zu übersehen im Stande sind.

---

1) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 848 ff.

Indess scheint mir doch einerseits die Natur dieser chemischen Anziehungskraft nicht viel bestimmter als die unbestimmte Kraft beim Contact, und andererseits erfordert diese Theorie für die bei dem Metallcontact beobachteten Elektricitäten eine so gezwungene Erklärung, dass es nicht möglich scheint, an Stelle der Contactkraft die Schönbein'sche Ansicht zu setzen.

Es genüge an diesen wenigen Bemerkungen über die streitigen Theorien, sie vollständig darzulegen und gegen einander abzuwägen, das ist hier unmöglich, da wohl kein Punkt in der Physik controverser ist als dieser und da wohl über keinen andern eine so grosse Litteratur existirt. Zu einer Entscheidung ist es bis auf den heutigen Tag noch nicht gekommen, nur die strenge chemische Theorie hat in der letzten Zeit an Vertheidigern verloren, da sich die Thatsache nicht wegläugnen lässt, dass bei gleichen chemischen Actionen ganz verschiedene elektromotorische Kräfte auftreten und dass ohne zu Stande gekommene chemische Action elektrische Differenzen auftreten.

Andererseits wird es auch wohl behauptet werden können, dass die Anhänger der Contacttheorie nicht mehr in jener Strenge den Ansichten der Chemiker gegenüberstehen, und dass sie, einzelne natürlich immer ausgenommen, der chemischen Action wohl einen Antheil an der Erregung der Elektricität bei dem Contacte zugestehen. Wie könnte das auch anders sein; wenn man nicht alle chemischen Kräfte als elektrische ansehen will, so kann an der Elektricitätserregung durch chemischen Process nicht gezweifelt werden, da jeder chemische Process in Elektrolyten eine Richtung der Moleküle hervorbringen muss, sei es bei der Oxydation in Flüssigkeiten eine Richtung der Wassermoleküle, sei es bei der Auflösung eines Metalles in Säure eine Richtung der Moleküle der Säure. Gerade so wie dann in den Elektrolyten durch die Richtung der Moleküle der Strom zu Stande kommt, so muss auch bei diesen chemischen Processen durch die Richtung der Moleküle ein Strom zu Stande kommen; wie dann der durch eine Flüssigkeit gehende Strom um so stärker ist, je mehr Moleküle dadurch gerichtet und zersetzt werden, so muss auch in einem bestimmten Falle der durch chemische Action erzeugte Strom mit der Stärke der chemischen Action zunehmen. Es versteht sich aber von selbst, dass man dabei nicht zwei verschiedene chemische Processe, z. B. nicht die Auflösung eines Metalles in Schwefelsäure mit der Auflösung in Clorwasserstoffsäure vergleichen darf.

Für gewöhnlich wird man die Elektricitätsentwicklung durch den chemischen Process nicht gesondert beobachten können, da in den meisten Fällen dieselbe mit der durch Contact erregten vielfach zusammmenfällt und nicht von ihr gesondert werden kann. Ich glaube indess dieselbe beobachtet zu haben, indem ich in einem ganz homogenen Schliessungsbogen in einer Flüssigkeitszelle, welche in mehrere Abtheilungen über

einander getheilt war, so dass die Elektroden stets mit Wasser in Berührung waren, in der mittleren Schicht, welche sehr verdünnte Schwefelsäure enthielt, eine Zinkplatte horizontal hinlegte. Ich beobachtete dann einen Strom, welcher in dem Apparate von unten nach oben ging, als in der Zelle sich Wasserstoffgas entwickelte. Ich glaube mich überzeugt zu haben, dass in der Zelle sonst keine mögliche Ursache der Stromentwicklung vorhanden war, und halte deshalb diesen Strom für eine reine Folge des chemischen Processes, der folgendermassen zu Stande kommt. Das Zink zieht aus der ihm angrenzenden Schicht der verdünnten Säure die Sauerstoffmoleküle an und richtet demnach die Wassermoleküle, so dass der Wasserstoff vom Zink fort gewandt ist. Diese Richtung pflanzt sich wie bei der Elektrolyse durch die Flüssigkeit fort. Zunächst ist so oben und unten die Richtung der Moleküle nach beiden Seiten dieselbe, es kann also kein Strom entstehen. Nun oxydirt sich das Zink und der Wasserstoff der angrenzenden Schicht wird frei. Von der obern Seite der Platte entweicht er dann vollständiger als von der untern, und deshalb dauert der chemische Process an der obern Seite ausgedehnter fort als an der untern. Die Richtung der Moleküle ist deshalb nach oben hin vollkommener als nach unten hin, und deshalb entsteht ein Strom, der die Flüssigkeit von unten nach oben durchsetzt, wie er das Wasser zwischen der positiven und negativen Elektrode durchsetzt [1]).

---

1) *Wüllner*, Poggend. Ann. Bd. CIX. Ich habe wohl nach dem Obigen nichts mehr hinzuzusetzen, um nicht in den Verdacht zu gerathen, dass ich mit diesen Versuchen die chemische Theorie vertheidigen wollte; ich habe mich übrigens dagegen in meiner Abhandlung selbst schon verwahrt.

Vierter Abschnitt.

Die Wirkungen des Stromes ausserhalb des Stromkreises.

Erstes Kapitel.

Elektrodynamik.

§. 89.

Anziehung und Abstossung zweier galvanischer Ströme. Im Jahre 1820 machte Oersted in Kopenhagen zuerst die Beobachtung[1]), dass wenn ein starker Strom in der Nähe einer im magnetischen Meridiane befindlichen Magnetnadel vorübergeführt wurde, die Nadel dadurch aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. Wurde der Strom über oder unter der Nadel her oder um sie herum geführt, so wurde die Nadel stets aus dem Meridiane abgelenkt und fast senkrecht zur Richtung des Stromes gestellt. Die Ablenkung war verschieden, je nachdem ein und derselbe Strom über oder unter der Nadel floss, oder je nachdem der über der Nadel fliessende Strom von Süden nach Norden oder von Norden nach Süden sich bewegte; ein über der Nadel nach Norden fliessender Strom lenkt dieselbe ebenso ab, wie ein unter der Nadel nach Süden fliessender. Oersted gab als Regel zur Bestimmung der Ablenkung an, dass derjenige Pol, über welchem der negative Strom eintritt, nach Westen, derjenige, unter welchem derselbe eintritt, nach Osten abgelenkt wird.

Von Ampère[2]) wurde die Regel dann in die Form gebracht, welche wir früher schon angegeben haben; denkt man sich in der Richtung des an der Nadel vorübergeführten positiven Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, den Kopf nach vorn, so wird stets der Norpol zur Linken abgelenkt.

Die Beobachtung von Oersted brachte Ampère auf die Vermuthung

---

1) *Oersted,* Experimenta circa efficaciam conflictus electrici in acum magneticam. Copenhagen 1820. Gilbert's Annalen Bd. LXVI.

2) *Ampère,* Annales de chim et de phys. T. XV. Gilbert's Ann. Bd. LXVII.

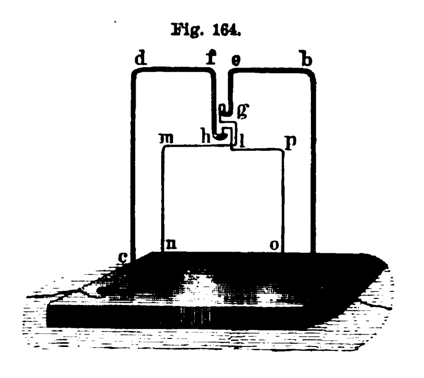
dass eine innige Beziehung zwischen den galvanischen Strömen und dem Magnetismus existire, und er sah voraus, dass ähnliche mechanische Wechselwirkungen, wie zwischen Strömen und Magneten, so auch zwischen zwei galvanischen Strömen vorhanden seien. Auf diese Weise durch die Beobachtung Oersted's angeregt, wurde Ampère nicht allein der Begründer einer neuen Theorie des Magnetismus, sondern er entdeckte auch eine neue Gruppe von Erscheinungen, welche selbst die Grundlage aller jener Entdeckungen wurden, die wir jetzt noch zu betrachten haben, des Elektromagnetismus und der Induction, der ganzen Gruppe von Erscheinungen, welche man unter dem Namen Fernewirkungen des galvanischen Stromes zusammenfasst.

Wir werden daher berechtigt sein, nicht die der Zeit nach frühere Entdeckung der Wechselwirkung zwischen Strom und Magnete, sondern die mechanischen Wirkungen galvanischer Ströme auf einander an die Spitze dieser Fernewirkungen zu setzen. Bei der Behandlung dieser Erscheinungen werden wir vollständig dem Gange von Ampère's Untersuchungen folgen, da diese zugleich ein Muster der naturwissenschaftlichen Methode sind; er beginnt mit einer genauen experimentellen Untersuchung, leitet daraus die Gesetze der Wechselwirkungen ab und gründet dann auf diese die Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen.

Zur Untersuchung der mechanischen Wechselwirkungen zweier Ströme muss man bewegliche und feste Ströme auf einander wirken lassen können. Ampère construirte deshalb zunächst einen Apparat [1]), an welchem er Ströme möglichst beweglich aufhängen konnte.

Die erste Einrichtung Ampères, wenn auch in etwas anderer Form, zeigt Fig. 164. Auf einem horizontalen Fussbrett von etwa 30 Cent. im Quadrat sind vertical zwei Drähte *ab* und *cd* aufgestellt, welche oben horizontal umgebogen *be* und *df*, und dann noch einmal vertical herabgebogen sind *eg* und *fh*. Die Drähte haben eine Höhe von etwa 40 Cent. Sie tragen an den oberen herabgebogenen Enden die Näpfchen *g* und *h*, welche genau vertical unter einander sich befinden. Das untere der beiden Näpfchen hat auf seinem Boden eine Achatplatte, die beiden Näpfchen werden mit Quecksilber gefüllt. Die unteren Enden der Drähte *a* und *c* stehen mit den Quecksilbernäpfchen *r* und *s* in Verbindung.

Fig. 164.

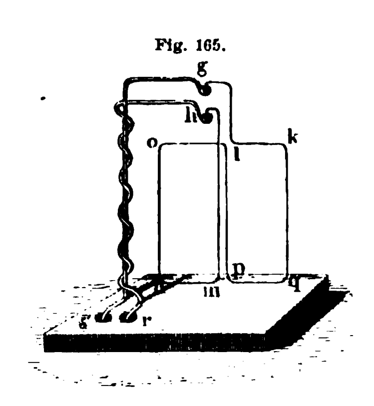


1) *Ampère,* Annales de chim. et de phys. T. XVIII. Description d'un appareil électrodynamique Paris 1826. Mémoire sur la théorie mathematique des phéno-

In die Näpfchen g und h werden die Spitzen rechteckig geformter Stromleiter $glmnoph$ hineingehängt; die Spitzen sind von hartem Stahl, und nur die untere steht auf dem Boden des Schälchens, also auf der Achatplatte, die obere taucht nur eben in das Quecksilber des Schälchens g.

Dieser Apparat kann nur für wenige Versuche dienen, es kann nur die Einwirkung der in den Drähten ab, cd fliessenden Ströme auf die in den verticalen Theilen des Rechtecks $lmnop$ fliessenden Ströme untersucht werden, und zwar muss für jeden Fall ein besonderer Stromleiter benutzt werden. Allgemeiner ist der Apparat Fig. 165 zu verwenden. Um den einen senkrecht aufsteigenden Draht, welcher gut mit Seide übersponnen und gefirnisst ist, ist ein zweiter ebenfalls übersponnener und gefirnisster Draht spiralförmig gewickelt; die beiden Drähte endigen oben wieder in den genau vertical unter einander befindlichen Quecksilbernäpfchen g und h, welche ebenso eingerichtet sind wie die Näpfchen Fig. 164. Die beiden Drähte stehen unten mit den Quecksilbernäpfchen r und s in Verbindung. In die Näpfchen g und h werden wie in dem eben beschriebenen Apparat die Spitzen rechteckig geformter Stromleiter wie Fig. 164, oder von der Form $hmnolpqkg$ Fig. 165 gehängt.

Fig. 165.



Eine kleine Veränderung dieses Apparates ist die, dass man anstatt des einen spiralförmig gewundenen Drahtes eine hohle Säule von Kupfer anwendet, von welcher dann oben ein horizontaler Arm von Kupfer ausgeht, an dem das Näpfchen h befestigt ist. In der Axe dieser Säule und von derselben isolirt steigt dann der zweite Draht auf, welcher oben horizontal umgebogen ist, und dessen Ende das Näpfchen g trägt.

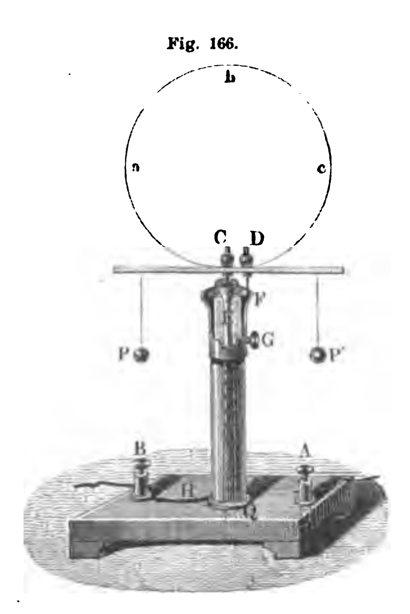
Bei dem zuletzt beschriebenen Apparate ist noch der eine Uebelstand, dass den Stromleitern keine vollständige Umdrehung gestattet ist. Dieser Uebelstand fällt fort bei dem Apparate von Sturgeon[1]) Fig. 166; derselbe lässt die eben beschriebene hohle Säule in Quecksilbernäpfchen endigen. Auf einem Fussbrette sind die beiden Klemmschrauben A und B befestigt; die Klemmschraube A ist durch einen unter dem Brette geführten Draht mit dem in der Axe der hohlen Säule aufsteigenden Drahte CE in Verbindung. Der Draht CE endigt oben in dem eisernen Quecksilbernäpfchen h.

mènes electrodynamiques uniquement déduite de l'experience dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. Ampère a communiqués à l'Académie royale des sciences dans les séances des 4. et 26. déc. 1820, 10. juin 1822, 22. déc. 1823, 12. sept. et 21. nov. 1825.

1) *Sturgeon*, Annales of Electricity T. VIII. p. 337. Mai 1842.

Die Klemmschraube *B* ist durch den Draht *BH* mit der metallischen Säule *H* in Verbindung. Auf dieser Säule sitzt oben eine Röhre von Kupfer *GF*, welche man durch die Schraube *G* in verschiedener Höhe festklemmen kann, und welche oben in einem ringförmigen Gefässe von Eisen endigt. Die beiden von einander isolirten Gefässe *E* und *F* sind mit Quecksilber gefüllt.

Fig. 166.



In die Quecksilbernäpfchen tauchen nun wieder die Spitzen irgendwie, rechteckig oder kreisförmig geformter Leiter; dieselben ruhen auf der in das mittlere Gefäss tauchenden Stahlspitze, welche ebenfalls auf Achat steht, während die in das ringförmige Gefäss tauchende Spitze nur eben unter Quecksilber taucht. An dem unteren horizontalen Theile der Leiter, oder an einem leichten Holzstäbchen sind zu beiden Seiten Gewichte *PP'* angehängt, welche bewirken, dass der Schwerpunkt des beweglichen Leiters in die Axe des Apparates eben unter die Spitze *C* fällt. Der bewegliche Leiter ist also im stabilen Gleichgewicht, kann aber mit der grössten Leichtigkeit um die verticale Axe des Apparates gedreht werden.

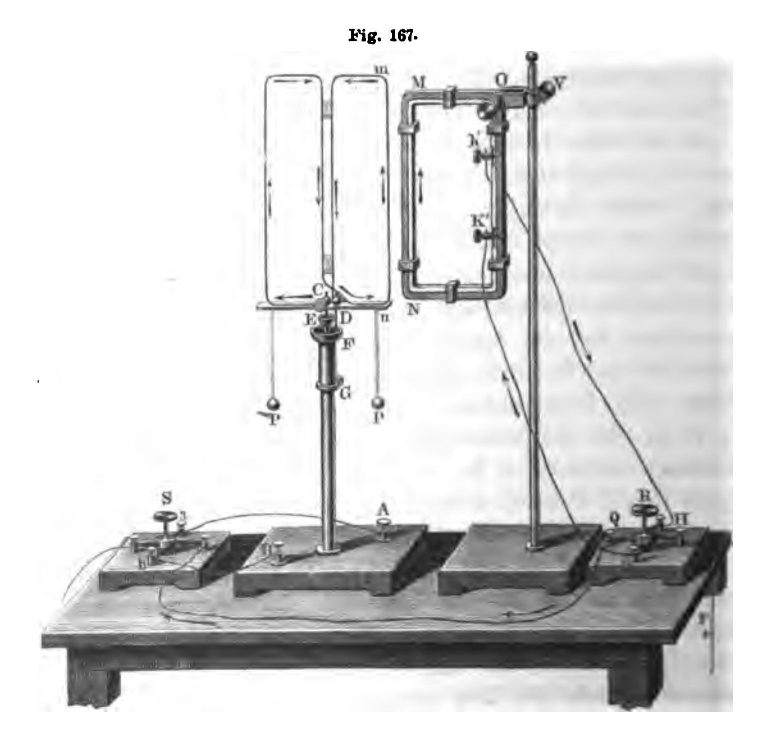
Wenn man nun bei dem Apparate Fig. 165 oder 166 einen einfachen rechteckigen oder kreisförmigen Leiter anwendet, und in die Quecksilbernäpfchen *r*, *s*, oder die Klemmschrauben *A*, *B* die Zuleitungsdrähte eines Stromes bringt, so steigt z. B. von *A* durch die Axe der Strom auf, tritt dann in die Spitze *C* über, fliesst von *C* nach *a*, steigt nach *b* auf, fliesst über *c* nach *D* und kehrt dann durch die Säule *H* über *B* nach der Batterie zurück. Ist ein solcher Apparat sich selbst überlassen, so nimmt die Ebene des Stromleiters allmählich eine bestimmte Richtung an; sie stellt sich senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians. Dass diese Richtung nicht durch den in der Säule auf- und absteigenden Strom bedingt ist, davon kann man sich leicht mit dem Apparate Fig. 165 überzeugen, denn wie auch die auf- und absteigenden Drähte gestellt sind, immer stellt sich die Ebene des Stromleiters senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes und so, dass der Strom an der Ostseite des Meridianes aufsteigt und an der Westseite absteigt.

Wir werden diese Bewegung später ins Auge fassen; jetzt sei nur erwähnt, dass diese Richtkraft des sich selbst überlassenen Stromes so schwach ist, dass die Bewegungen, welche wir zunächst untersuchen werden, nicht oder kaum merkbar dadurch gestört werden. Man kann indess diese

Bewegung durch Benutzung sogenannter astatischer Leiter, welche gar keine Richtkraft haben, ganz vermeiden. Einen solchen astatischen Leiter zeigt Fig. 165; er besteht aus einem doppelten Rechteck, welches so gebogen ist, dass der Strom in den beiden äusseren Drähten *no* und *qk* zugleich aufsteigt oder absteigt, und ebenso in den beiden mittleren Drähten eine gleiche derjenigen in den äusseren entgegengesetzte Richtung hat. Wie man sieht, ist für jedes der beiden Rechtecke die Richtkraft eine andere, so dass das eine immer gerade entgegengesetzt gerichtet wird als das andere; das System ist deshalb in jeder Lage im Gleichgewicht.

Um nun auf diese beweglichen Stromleiter andere feste wirken zu lassen, werden neben denselben solche aufgestellt; sehr bequem zu diesen Versuchen ist die Einrichtung Fig. 167. Auf einen rechteckigen Rahmen von trocknem Holze *OMN* ist ein Kupferdraht in mehreren Windungen

Fig. 167.



gewunden; seine Enden sind mit den Klemmschrauben *h'* und *k'* verbunden. Dieser Rahmen kann an einer Säule in beliebiger Höhe festgeklemmt und nach allen Azimuthen gerichtet werden; in dem Gelenke *O* kann er in einer verticalen Ebene gedreht werden, so dass die Seite *MN* des Rechtecks vertical steht, wie in der Zeichnung, oder auch horizontal gestellt werden kann.

Um in dem beweglichen und festen Leiter die Richtung der Ströme

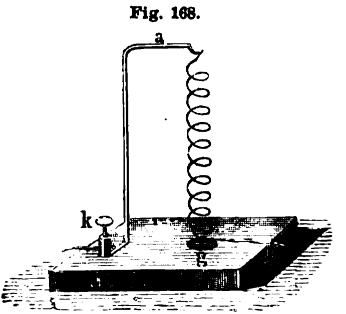
beliebig wechseln zu können, sind die Zuleitungsdrähte zu beiden durch Commutatoren *R* und *S* geführt; die Einrichtung der in der Zeichnung dargestellten ist derjenigen in Fig. 159 ganz gleich; durch Drehung der Knöpfe *R* und *S* um 90^0 wird der betreffende Strom umgekehrt, wie sich das unmittelbar aus der Verbindung der Drähte (Fig. 167) ergibt. In der dargestellten Lage kommt bei dem Commutator *R* der Strom von *P*, geht durch das Metall der Axe zur Klemmschraube *K*, steigt von da zu *k'* auf, durchläuft die Windungen des Kupferdrahtes, steigt von *h'* herab zu *H* und geht durch den zweiten Metallstreifen der Axe des Commutators nach *Q*. Dreht man nun die Axe um 90^0, so sind *P* und *H* einerseits, *K* und *Q* andererseits direct verbunden, der Strom hat demnach die umgekehrte Richtung in dem Rechtecke.

Von *Q* lässt man dann den Strom direct in den zweiten Commutator gehen, so dass ein und derselbe Strom den beweglichen und den festen Leiter durchströmt. Mit 3—5 Bunsen'schen oder Grove'schen Elementen lassen sich sämmtliche Versuche anstellen.

Die in Fig. 167 dargestellte Anordnung dient nun sofort dazu, die erste von Ampère beobachtete[1]) mechanische Wechselwirkung zwischen zwei Strömen zu zeigen: „Zwei parallele und gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, zwei parallele und entgegengesetzt gerichtete stossen sich ab“. Steigt nämlich der Strom in dem Rechtecke in *MN* und zugleich in den äusseren Drähten des astatischen Leiters auf oder ab, so wird der Leiter von *MN* angezogen und stellt sich wie in der Zeichnung.

Steigt dagegen der Strom in *MN* auf, in den äusseren Drähten des astatischen Leiters dagegen ab oder umgekehrt, so wird der astatische Leiter von *MN* abgestossen.

Fig. 168.



Man kann diesen Versuch in mancherlei verschiedenen Formen anstellen, eine der interessantesten Formen zum Nachweis des Satzes, dass zwei parallele und gleichgerichtete Ströme sich anziehen, ist die Roget'sche[2]) Spirale Fig. 168. An dem horizontalen Arme *a* ist eine schlaffe Spirale von Kupferdraht befestigt, deren untere Spitze in das Quecksilber des Gefässes *g* taucht. Verbindet man nun die Klemmschraube *k* mit dem einen, das Gefäss *g* mit dem andern Pole einer Batterie, so dass durch die Spirale ein Strom hindurchgeht, so wird das untere Ende aus dem Quecksilber in Folge der zwischen den parallelen Windungen der

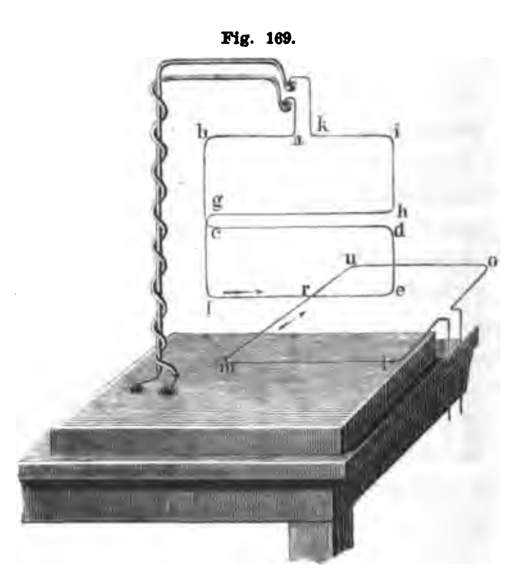
1) *Ampère,* Annales de chim. et de phys. T. XV. und Mémoire sur la théorie etc.

2) *Roget,* Darstellung des Elektromagnetismus. Deutsch von Kottenkamp. Stuttgart 1847. p. 136 f.

Spirale thätigen Anziehung herausgezogen. Da dann der Strom unterbrochen ist, so hört die Anziehung auf, und das Ende der Spirale senkt sich wieder in das Quecksilber; dann wird es wieder herausgezogen und so fort, so dass es immerfort auf und ab oscillirt.

Nicht allein parallele, sondern auch gekreuzte Ströme wirken auf einander ein; um das zu beweisen und die Art der Einwirkung kennen zu lernen, hänge man an das Stativ (Fig. 169) für den beweglichen Strom den astatischen Stromkreis *abcdefghik*, und stelle unter denselben den horizontalen Stromleiter *lmno*, so dass die Ströme *ef* und *mn* sich kreuzen. Fliesst nun der Strom in beiden Leitern in der Richtung der Pfeile, so dass er in beiden zugleich nach der Kreuzungsstelle *r* hinfliesst und in *re* und *rn* von derselben fortfliesst, so ziehen die Leiter sich ebenfalls an, so dass sie sich parallel zu stellen suchen der Art, dass die Ströme in beiden Drähten gleich gerichtet sind. Wird dagegen in dem einen der Leiter der Strom umgekehrt, so dass in dem einen der Strom an der Seite von dem Kreuzungspunkte fortfliesst, an welcher er in dem andern zur Kreuzungsstelle hinfliesst, so stossen die Ströme sich ab.

Fig. 169.



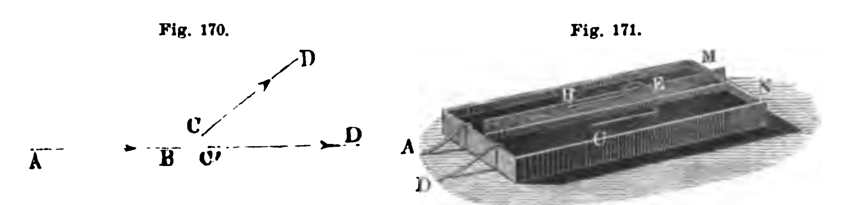
Zwei sich kreuzende Ströme ziehen sich also an, wenn beide zugleich zu dem Scheitel des Winkels, den sie mit einander bilden, hinfliessen, oder von demselben fortfliessen; sie stossen sich ab, wenn der eine zu dem Scheitel hin, der andere von ihm fortfliesst.

Dasselbe ist der Fall, wie man durch eine ähnliche Anordnung zeigen kann, wenn die Ströme nur die Schenkel eines Winkels bilden. Es ist auch noch der Fall, wenn die beiden Ströme nicht in derselben Ebene sondern der eine in einiger Entfernung über dem andern liegt; ist der eine um die durch die Kreuzungsstelle gelegte Verticale drehbar, so wirken die Ströme nach dem eben angegebenen Gesetze auf einander, als wenn jene Verticale der Scheitel des Winkels wäre, den die beiden Ströme mit einander bilden würden, wenn sie in einer Ebene lägen.

Aus diesem Satze lässt sich eine bemerkenswerthe Folgerung ziehen für das Verhalten der Theile eines und desselben Stromes. Sind *AB* und *CD* (Fig. 170) zwei Stromtheile, so stossen sich dieselben, wenn in beiden

die Ströme wie die Pfeile gerichtet sind, ab, wie gross auch der Winkel ist, den *AB* und *CD* mit einander bilden; auch dann, wenn der Winkel ein stumpfer ist; ist der Strom *CD* um die Kreuzungsstelle drehbar, so wird er sich in die Verlängerung von *AB* in *C'D'* stellen. Dann bilden die beiden Ströme einen Winkel von 180° mit einander; und ist der oben aufgestellte Satz ganz allgemein gültig, so müssen die beiden Ströme sich auch jetzt abstossen. Dass dem in der That so ist, haben Ampère und de la Rive[1]) mit dem Apparate Fig. 171 nachgewiesen. Ein Holztrog ist durch eine Glaswand in zwei Theile getheilt, die von einander isolirt sind. Die

Fig. 170. Fig. 171.



beiden Theile sind mit Quecksilber gefüllt. Auf dem Quecksilber schwimmt der Bügel *CEB* von Eisendraht; derselbe ist bis auf die in das Quecksilber tauchenden Spitzen *C* und *B* sorgfältig mit Siegellack überzogen.

Werden nun bei *A* und *D* in das Quecksilber die Leitungsdrähte einer Säule getaucht, so fliesst der Strom von *A* bis *B* im Quecksilber, tritt dann in den Bügel, durchfliesst ihn in der Richtung *BEC* und fliesst dann von *C* nach *D* wieder im Quecksilber. Die Stromtheile *AB* und *BE*, sowie *DC* und *CE*, müssen sich somit abstossen, und in der That sieht man, dass der Bügel sich nach dem andern Ende des Troges hinbewegt.

Würde man bei diesem Versuche die Leitungsdrähte an dem andern Ende des Troges eintauchen, so würde die Wirkung eine doppelte sein; der Bügel *E* würde von den Stromtheilen *ME* und *NE* abgestossen, da in dem von den aufsteigenden Theilen des Bügels und der Stromrichtung im Quecksilber gebildeten Winkel der Strom in dem einen Schenkel zur Kreuzungsstelle hin, in dem anderen von der Kreuzungsstelle fortfliesst.

In dem horizontalen Theile des Bügels dagegen ist der Strom entgegengesetzt gerichtet wie im Quecksilber; der horizontale Theil muss deshalb von dem Strome im Quecksilber zwischen *MN* und dem Bügel angezogen werden; letztere Wirkung treibt daher den Bügel nach der Seite *MN* hin. Da die erstere abstossende Wirkung aber wegen grösserer Nähe der auf einander einwirkenden Ströme überwiegt, so muss sich der Bügel nach *AD* hinbewegen.

Nach Feilitzsch[2]) ist das in der That der Fall. Taucht man dagegen

1) *Ampère* und *De la Rive*, Annales de chim. et de phys. T. XX. Mémoire sur la théorie. p. 211.

2) *Feilitzsch*, Galvanische Fernewirkungen. Karsten's Encykl. Bd. XIX. p. 211.

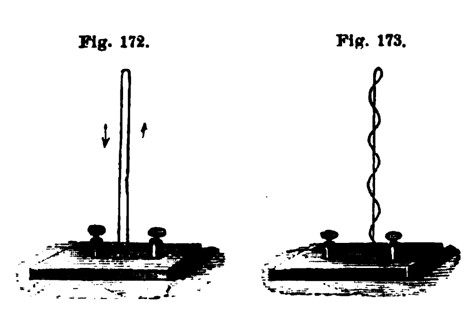
die Drähte zwischen BC und dem Bügel E in das Quecksilber, so ist allerdings auch die Wirkung auf den Bügel derjenigen auf die horizontalen Theile entgegengesetzt, indess überwiegt jetzt die Wirkung auf die horizontalen Theile und nach Feilitzsch bewegt sich der Draht nach MN.

In sehr deutlicher Weise ist die Abstossung der einzelnen Theile eines und desselben Stromes von Faraday[1]) beobachtet worden; auf die eine Schale einer Wage wurde ein Kupferdraht gelegt, von dessen Enden Drähte in Quecksilberschalen hinabhingen; auf der anderen Wagschale war der Draht durch Gewichte equilibrirt. Wurden nun in die Quecksilbschälchen die Leitungsdrähte einer Batterie gebracht, so dass durch den Kupferdraht ein Strom ging, so wurden seine in Quecksilber tauchenden Enden emporgehoben.

Wir haben bisher angenommen, dass die auf einander einwirkenden Ströme geradlinig seien; wir können indess, wie Ampère[2]) gezeigt hat, jeden geradlinigen Strom durch einen anderen, welcher um die Gerade in beliebigen Windungen herumläuft, ersetzen, unter der Voraussetzung nur, dass die Windungen sich nur sehr wenig von der Geraden entfernen. Wir haben diesen Satz eigentlich schon bei der Construction unseres Statives (Fig. 165 bewiesen, indem wir zeigten, dass die in dem Stativ auf- und abfliessenden Ströme durchaus keinen Einfluss auf die angehängten Stromleiter ausüben.

Wenn wir nämlich einem Leiter einen anderen nähern, in welchem unmittelbar neben einander, wie Fig. 172 entgegengesetzt gerichtete Ströme fliessen, so folgt aus dem zuerst bewiesenen Satze, dass gleichgerichtete Ströme sich anziehen, entgegengesetzt gerichtete sich abstossen, dass ein solcher Leiter auf einen anderen gar nicht einwirkt, da Anziehungen und Abstossungen sich gleich sind. Der Versuch bestätigt diesen Schluss; ganz ebenso zeigt aber der Versuch, dass der Leiter Fig. 173, bei welchem der eine Draht spiralförmig um den anderen gewunden ist, ohne ihn jedoch zu berühren, auch auf einen genäherten Strom durchaus keinen Einfluss hat; ihn weder anzieht, noch abstösst.

Fig. 172. Fig. 173.



Daraus folgt, dass diese Spirale gerade so nach aussen wirkt, wie der eine der beiden in Fig. 172 ausgespannten geraden Drähte, dass man also jeden geraden Leiter durch einen beliebig gekrümmten, dessen Krümmungen aber nur wenig von der Geraden abweichen, ersetzen kann.

Aus den im Bisherigen bewiesenen Sätzen über das Verhalten paralleler

1) *Faraday,* Gilbert's Annalen Bd. LXXII. p. 122.

2) *Ampère,* Mémoire sur la théorie etc. p. 188.

und gekreuzter Drähte lassen sich nun sofort noch einige Folgerungen ziehen, die wir betrachten wollen, ehe wir zur Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes übergehen[1]).

Ist Fig. 174 *ab* ein begrenzter Strom, d. h. ein Strom, welcher den zweiten *AB* nicht kreuzt, sondern ganz an einer Seite desselben ist, an welcher der Strom *AB* vorüberfliesst, der also gegen *ab* ein unbegrenzter ist, so wird jedes Element des Stromes *ab* von der einen Seite *AC* des unbegrenzten Stromes angezogen, von der anderen *CB* abgestossen; diese beiden Kräfte setzen sich zu einer Resultante zusammen, welche *ab* parallel mit sich selbst nach *A* hin fortzuschieben sucht. Man kann diese Wirkung benutzen, um eine continuirliche Rotation hervorzubringen. Auf einem Fussbrett *F* (Fig. 175) ist eine kreisförmige Quecksilberrinne *qq* befestigt; in der Axe derselben ist die leitende Säule *s* aufgestellt, welche oben ein Quecksilbernäpfchen trägt. In das Quecksilber desselben taucht die Spitze, welche den rechteckig gebogenen Kupferdraht *lol'* trägt; die Enden des Kupferdrahtes sind mit Platinspitzen versehen, welche in das Quecksilber der Rinne *qq* eintauchen.

Fig. 174.

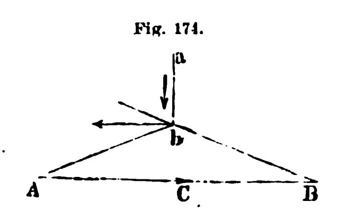
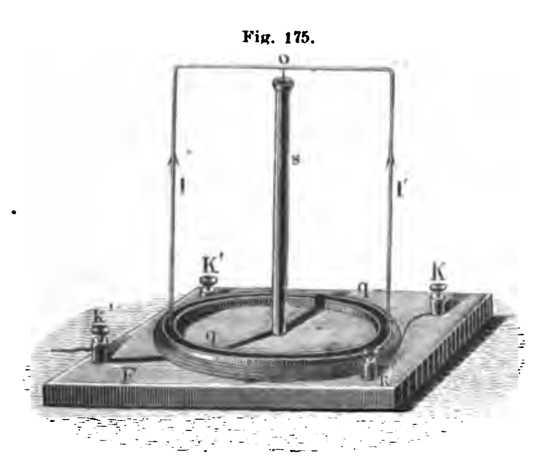


Fig. 175.



Das Quecksilber der Rinne ist durch einen Draht mit der Klemmschraube *k*, die Säule *s* mit der Klemmschraube *k'* in leitender Verbindung.

Um die Quecksilberrinne herum ist in mehrfachen Windungen ein mit Seide übersponnener gut gefirnisster Kupferdraht gelegt, dessen eines Ende mit der Klemmschraube *K*, dessen anderes mit der Klemmschraube *K'* in Verbindung steht.

Verbindet man nun die vier Klemmschrauben mit den Polen einer Batterie, so dass durch die um die Rinne gelegten Kupferdrähte wie durch den aufgehängten Leiter ein Strom geht, so rotirt der bewegliche Leiter, je nach der Richtung der beiden Ströme in dem einen oder anderen Sinne.

Ist z. B. *k* mit dem positiven Pole verbunden, so dass der Strom aus der Quecksilberrinne in den beiden Drähten *l* aufsteigt, in der Säule *s*

1) *Ampère,* Mémoire sur la théorie etc. p. 217 ff.

wieder absteigt, und circulirt der Strom in den um die Rinne gelegten Drähten in der Richtung des Pfeiles, so rotirt der Leiter so, dass der Arm aus der augenblicklichen Stellung in der Zeichnung nach vorn kommt, der Arm *l'* aber nach hinten geht.

Die senkrechten Ströme *l* und *l'* sind in Bezug auf den Kreisstrom, welcher um die Quecksilberrinne herum läuft, begrenzt, und jedes Element des Kreisstromes, über welchem sie augenblicklich stehen, verhält sich zu denselben wie *AB* zu *ab* Fig. 174. Nach dem Satze über die gekreuzten Ströme wird daher *l'* von dem vor ihm liegenden Kreiselemente nach hinten gestossen, von dem hinter ihm liegenden nach hinten gezogen, das Umgekehrte gilt für *l*; der Erfolg dieser Wirkungen ist, dass die Ströme in jedem Augenblicke parallel mit sich selbst in der Richtung des Kreiselementes verschoben werden, dass also der Leiter um die Axe rotirt.

Kann sich der Leiter *ab* Fig. 176 nicht parallel mit sich selbst fortbewegen, sondern ist er im Punkte *a* drehbar befestigt, so geräth er in Folge der Einwirkung des Stromes *AB* in eine continuirliche Rotation. Denn in der Stellung *ab* Fig. 162 wird er, wie wir sahen, gegen *A* hingetrieben; da aber das Ende *a* fest ist, dreht er sich in die Lage *ac*, parallel zu *AB*. In dieser Lage stossen sich dann die parallelen aber entgegengesetzt gerichteten Ströme *ac* und *AB* ab, der Leiter *ac* wird sich daher weiter nach *ad* bewegen. Da aber in dieser Lage die Richtung des Stromes in *ad* in Bezug auf *AB* entgegengesetzt ist als in der Lage *ab*, so wird durch die Einwirkung des Stromes der Leiter jetzt nach *ae* getrieben; aus dieser Lage zieht ihn dann der jetzt mit dem im Leiter *ae* befindlichen gleichgerichteten Strom *AB* nach unten hin u. s. f. Um diese Rotation darzustellen, wendet man den Apparat Fig. 177 an, der sich von dem Fig. 175 dargestellten nur dadurch unterscheidet, dass anstatt der Säule *s* nur der kleine metallische Aufsatz *a* angebracht ist; auf demselben liegt der lineare Leiter *cac*, welcher an seinen Enden mit Platinspitzen versehen ist, die nur so weit umgebogen sind, dass sie eben in das Quecksilber der Rinne *qq* eintauchen. Man verbindet dann wie früher die Klemmschrauben *K* mit den Polen einer Batterie und legt neben die Quecksilberrinne einen geradlinigen Stromleiter *AB*. Sind die Ströme

Fig. 176.

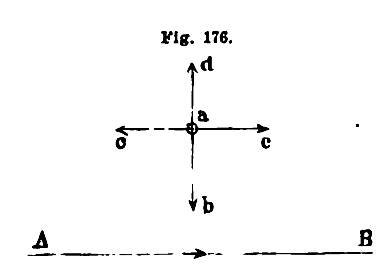
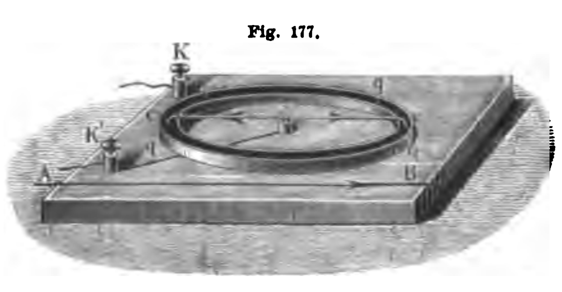


Fig. 177.



in den einzelnen Theilen gerichtet, wie die Pfeile andeuten, so ist der Fig. 176 schematisch angedeutete Fall realisirt.

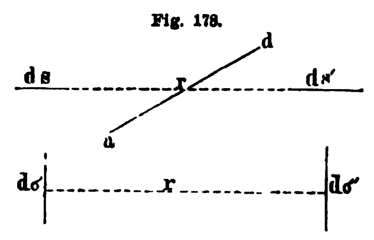
§. 90.

Elektrodynamisches Grundgesetz. Die im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen reichen hin, um im allgemeinen die mechanischen Einwirkungen zweier Ströme zu charakterisiren; aber sie zeigen zunächst nur die Resultate sehr verwickelter Kräfte. Um diese Kräfte kennen und im Einzelnen bestimmen zu lernen, müssen wir nun, in ähnlicher Weise, wie wir es bei dem Magnetismus gethan haben, mit Hülfe der vorgeführten Versuche zunächst die Wechselwirkung zweier Stromelemente ihrer Grösse nach und nach der Abhängigkeit von ihrer gegenseitigen Lage bestimmen.

Die mitgetheilten Versuche reichen hin, um die Form des Gesetzes zu erhalten, nach welchem zwei Elemente auf einander wirken.

Nehmen wir zunächst an[1]), dass die zwei auf einander einwirkenden unendlich kleinen Elemente ds und ds' Fig. 178 in einer geraden Linie liegen, so ziehen sie sich an oder stossen sich ab parallel der geraden Linie r, welche die Elemente verbindet.

Fig. 178.



Sind die Elemente wie $d\sigma$ und $d\sigma'$ einander parallel, so wird die Anziehung oder Abstossung derselben parallel der die Mittelpunkte der Elemente verbindenden Geraden gerichtet sein. Für diese beiden von Ampère gemachten Annahmen hat Liouville[2]) folgenden Beweis geliefert.

Für den ersten Fall genügt folgende Bemerkung. Falle die Wirkung nicht in r, sondern etwa in die Linie ad, welche irgend einen Winkel mit r bildet, so folgt daraus, dass jedes der Elemente auf allen Seiten ganz gleich beschaffen ist, dass eben so gut wie nach ad die Wirkung auch nach allen Richtungen, welche auf dem Mantel des Kegels liegen, der durch Rotation von ad um r als Axe erzeugt wird, gerichtet sein müsste.

Die aus allen diesen gleichen Kräften hervorgehende Resultante ist aber parallel r, so dass also jedenfalls die Anziehung oder Abstossung der beiden Elemente parallel r ist.

Wenn in dem zweiten Falle die Kraft eine andere Richtung hätte als parallel r, so könnten wir diese in eine mit r parallele und eine zu r senkrechte Componente zerlegen, sei letztere so, dass das Element $d\sigma'$, wenn $d\sigma$ festläge, nach unten getrieben würde. Kehrten wir dann die beiden Elemente um; so dass, was jetzt unten ist, dann oben wäre, oder

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie etc. p. 200 ff.
2) *Liouville*, Annales de chim. et de phys. T. XLI.

was dasselbe ist, kehren wir in beiden den Strom um, so müsste dann $d\sigma'$ auch nach oben getrieben werden, da dann die vorher nach unten gerichtete Componente nach oben gerichtet sein müsste. Nun haben wir aber in den Versuchen immer gesehen, dass, wenn in den beiden auf einander wirkenden Leitern die Ströme umgekehrt werden, ihre Wirkung auf einander dieselbe bleibt; es muss daher die senkrechte Componente gleich Null sein.

Es folgt sonach, dass die Wirkung der Elemente in beiden Fällen parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte ist.

Die beiden auf einander einwirkenden Elemente können drittens so liegen, dass das eine ds Fig. 179 parallel der Verbindungslinie, das andere ds' aber dazu senkrecht ist. Die Wirkung der beiden Elemente auf einander muss dann gleich 0 sein. Denn wäre das nicht der Fall, zögen sie sich z. B. an, wenn in dem Elemente ds' der Strom nach oben gerichtet ist, so müssten sie sich nach den vorigen Versuchen, nach welchen die Anziehung zweier Ströme in Abstossung übergeht, wenn die Richtung des einen umgekehrt wird, abstossen, wenn in ds' der Strom nach unten fliesst. Wenn wir aber ohne die Richtung des Stromes in ds' zu ändern, die ganze Vorrichtung Fig. 179 um 180° drehen, so muss die Anziehung dieselbe bleiben wie in der jetzigen Lage; dann liegen aber die Ströme gerade so zu einander, als wenn wir in der jetzigen Lage den Strom in ds' umkehren. Wir gelangen also bei der Annahme, dass eine Einwirkung stattfinde, zu einem Widerspruche, woraus folgt, dass keine Einwirkung stattfinden kann [1]).

Fig. 179.

ds r ds'

Ebenso kann keine Einwirkung stattfinden, wenn beide Elemente senkrecht zur Verbindungslinie r und zu einander sind. Denn denken wir uns

1) *Stefan* macht in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. LIX (Aprilheft 1869) darauf aufmerksam, dass in diesem Falle eine transversale Wirkung der Elemente und zwar in der durch ds, r, ds' gelegten Ebene nach den vorliegenden Erfahrungen nicht ausgeschlossen ist. Die Wirkung kann parallel der Richtung des Stromes ds' oder die entgegengesetzte sein. Die Erfahrung, dass die Umkehr eines Stromes die Wirkung zweier Ströme auf einander in die entgegengesetzte verwandelt, führt nämlich in diesem Falle nicht zu einem Widerspruch. Nehmen wir an, dass die transversale Wirkung nach der Richtung des Stromes ds' erfolgt, so muss die Umkehr eines der Ströme die Wirkung in die entgegengesetzte verwandeln, das heisst, wenn in der Lage Fig. 179 ds' nach oben getrieben wird, muss, wenn der Strom in der entgegengesetzten Richtung fliesst, das Element ds' nach unten getrieben werden. Da eine Drehung der Figur um r als Axe um 180° die Richtung des Stromes ebenfalls ändert, so muss auch diese Drehung die Richtung der Wirkung ändern, was in diesem Falle keinen Widerspruch in sich schliesst. Dasselbe gilt von der Wirkung ds' auf ds. Im Laufe seiner Untersuchung weist indess Stefan nach, dass bei der Berechnung der Wirkung geschlossener Ströme die von diesen Wirkungen abhängigen Glieder aus

das Element *ds* Fig. 180, in welchem der Strom nach unten fliessen soll, senkrecht nach oben nach *ds''* hin versetzt, und werde *ds'* jetzt angezogen, so muss, wenn der Strom in *ds''* umgekehrt wird, also von der Ebene *mnop* fortfliesst, *ds'* abgestossen werden.

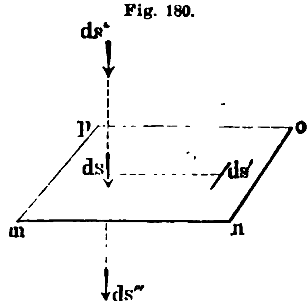


Fig. 180.

Der Strom fliesst aber ebenso von der Ebene fort, wenn *ds* von der Ebene nach unten, nach *ds'''* verschoben wird, also auch dann muss *ds'* abgestossen werden.

Die Anziehung muss nun in Abstossung übergehen, wenn *ds* die Ebene passirt, dort muss demnach die Wirkung gleich 0 sein.

Es bleiben demnach von den betrachteten Fällen nur die beiden Fig. 178 dargestellten, in welchen zwei Elemente auf einander einwirken; betreffs der übrigen Fälle wollen wir noch bemerken, dass diese Nachweise der Unwirksamkeit nur gültig sind, wenn die Elemente gegen ihre Abstände unendlich klein sind, dass sie nicht gelten, wenn die Leiter eine endliche Ausdehnung haben. Sobald das der Fall ist, müssen wir die Leiter wieder in unendlich kleine Elemente zerlegen, und die Lage der einzelnen Elemente gegen einander wird dann eine andere.

Um nun die Einwirkung der beiden Elemente in den wirksamen Lagen bestimmen zu können, machen wir folgende Annahmen[1]):

1) Die Anziehung oder Abstossung der Elemente ist proportional der in der Zeiteinheit durch dieselben hindurchfliessenden Elektricitätsmenge.

2) Sie ist umgekehrt proportional einer Potenz *n* der Entfernung *r*, wo wir von *n* nur voraussetzen, dass es eine ganze Zahl ist.

Ist demnach *i* die Intensität des Stromes, zu welchem *ds*, *i'* jene des Stromes, zu welchem *ds'* gehört, so ist die Einwirkung der beiden Elemente im Abstande *r* auf einander:

a) wenn die Elemente parallel sind

$$\frac{c \,.\, i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^n},$$

b) wenn die Elemente in die Verbindungslinie fallen

$$\frac{c' \,.\, i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^n}.$$

Die beiden Constanten *c* und *c'* in diesen Formeln lassen sich auf eine zurückführen; drücken wir nämlich die Stromstärken in solchem Maasse

---

den Gleichungen herausfallen, resp. dass die Ampère'sche Annahme, diese Wirkungen seien gleich Null, zu ganz denselben, der Erfahrung entsprechenden Ausdrücken führen. Wir werden daher im Folgenden die einfachere Ampère'sche Annahme beibehalten, und von diesen möglichen Wirkungen absehen.

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie etc. p. 201 ff.

aus, dass in der Abstandseinheit und bei der Einheit der Stromstärke die Einwirkung der beiden Elemente, wenn sie einander parallel sind, gleich dem Producte $ds\, ds'$ gesetzt werden kann, so wird c gleich 1. Wir wählen dann die Einheit der Stromstärke so, dass in diesem Falle sich die Anziehung oder Abstossung der parallelen Elemente zur Einheit der Kraft verhält, wie das Product $ds\, ds'$ der beiden Elemente zur Einheit der Fläche. Bezeichnen wir den Werth, den die Constante c' dann erhält, mit k, so erhalten wir für die Einwirkung paralleler Elemente

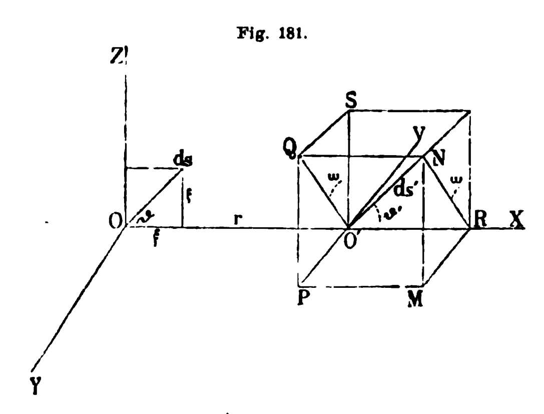
$$\frac{i\,.\,i'\,ds\,.\,ds'}{r^n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

für die Einwirkuung zweier in einer geraden Linie liegender Elemente

$$k\,.\,\frac{i\,.\,i'\,.\,ds\,.\,ds'}{r^n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Auf diese beiden Fälle können wir nun die Einwirkung zweier beliebig gegen einander geneigter Elemente zurückführen. Da wir nämlich sahen, dass wir jeden geradlinigen Strom durch einen andern ersetzen können, welcher spiralig um denselben gewunden ist, wenn er dem geradlinigen nur sehr nahe bleibt, so können wir, um die Einwirkung zweier beliebig im Raume gerichteter Elemente auf einander zu bestimmen, jedes in drei zu einander senkrechte Componenten zerlegen, die Einwirkung der Componenten auf einander nach den eben abgeleiteten Formeln bestimmen, und dann diese Einwirkungen summiren. Seien deshalb ds und ds' Fig. 181 zwei beliebig im Raume gerichtete Elemente, in welchen die Stromstärken i und i', und deren Mittelpunkte in O und O' seien. Wir legen nun durch dieselben ein rechtwinkliges dreiaxiges Coordinatensystem, dessen Axe der X mit der Verbindungslinie r zusammenfällt, und dessen XZ Ebene die durch r und das Element ds gelegte Ebene ist. Es bilde nun in dieser Ebene das Element ds mit r den Winkel ϑ, so können wir uns das Element ds ersetzt denken durch die beiden Componenten

Fig. 181.



$$\xi = ds\,.\cos\vartheta;\quad \zeta = ds\,.\sin\vartheta.$$

Legen wir durch das Element ds' und durch r die Ebene $O'QNR$ und bilde in dieser Ebene das Element ds' mit r den Winkel ϑ', während diese Ebene selbst mit der Ebene XZ den Winkel ω bildet. Wir können nun ds' ersetzt denken durch seine drei Componenten $O'P$, $O'R$, $O'S$, da

wir uns $O'PMN$ als Theil einer um den Strom, zu welchem ON gehört, gelegten unendlich nahen Spirale denken können. An die Stelle von $O'N$ treten dann

$$O'R = ds' \,.\, \cos\vartheta'; \quad O'P = O'Q \,.\, \sin\omega = ds' \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \sin\omega;$$
$$O'S = O'Q \,.\, \cos\omega = ds' \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \cos\omega.$$

Jedes dieser drei Elemente wirkt auf jedes der beiden andern, und die Summe aller dieser Wirkungen ist jene der beiden Elemente ds und ds' auf einander.

Nun ist die Einwirkung der Elemente:

$O'R$ auf $\xi = k \dfrac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds' \,.\, \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta'}{r^n}$ nach Formel 2

$O'R$ auf $\zeta = 0$, da sie zu einander senkrecht sind

$O'P$ „ $\xi = 0$ aus demselben Grunde

$O'P$ „ $\zeta = 0$ aus demselben Grunde

$O'S$ „ $\xi = 0$ aus demselben Grunde

$O'S$ „ $\zeta = \dfrac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds' \,.\, \sin\vartheta \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \cos\omega}{r^n}$ nach Formel 1.

Die Gesammtwirkung der beiden Elemente auf einander ist somit

$$w = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^n} (\sin\vartheta \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \cos\omega + k \,.\, \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta') \ldots (3)$$

Die Wirkung ist parallel der Verbindungslinie r entweder anziehend, oder abstossend. Betreffs der Stromrichtung in den Elementen wollen wir bemerken, dass wenn $\vartheta = \vartheta'$ und $\omega = 0$ gesetzt wird, die Ströme also parallel sind, dieselben auch gleichgerichtet sein sollen; die gegenseitige Richtung der Ströme ist also zugleich durch diese drei Winkel bestimmt.

Anstatt des Winkels ω, welchen die beiden durch r und ds, sowie durch r und ds' gelegten Ebenen mit einander bilden, können wir auch den Winkel ε einführen, welchen die beiden Elemente im Raume mit einander bilden. Legen wir zu dem Ende durch O' die Gerade $O'V$ parallel mit ds, so ist der Cosinus des Winkels $VO'N$ oder ε gleich der Summe aus den drei Producten der je zwei Winkel, welche die Richtungen $O'V$ und $O'N$ mit den drei Coordinataxen bilden, also

$$\cos\varepsilon = \cos VO'R \,.\, \cos NO'R + \cos VO'S \,.\, \cos NO'S + \cos VO'P \,.\, \cos NO'P,$$

somit, da $\cos VO'P = \cos 90^0 = 0$,

$$\cos\varepsilon = \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta' + \sin\vartheta \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \cos\omega$$
$$\sin\vartheta \,.\, \sin\vartheta' \,.\, \cos\omega = \cos\varepsilon - \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta';$$

setzen wir diesen Werth für das erste in der Klammer stehende Product in unsern Ausdruck ein, so wird

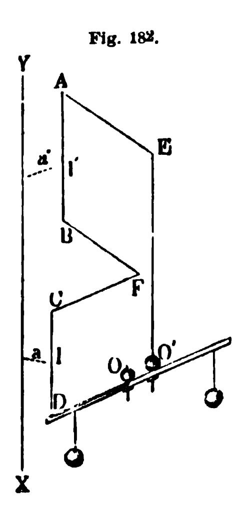
$$w = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^n} (\cos\varepsilon + (k - 1) \,.\, \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta') \ldots . (3a).$$

Der Ausdruck (3) oder (3a) würde uns nun gestatten, die Wechselwirkung zweier Elemente zu berechnen, wenn wir die beiden Constanten n und k kennen würden; die erste Aufgabe ist es daher, diese aus den Versuchen abzuleiten. Dazu gelangte Ampère durch die Beobachtung einiger Gleichgewichtslagen, d. h. von Fällen, wo zwei Ströme gar nicht auf einander einwirkten. Wir wollen versuchen den Weg anzudeuten, wie man zur Bestimmung dieser Constanten gelangt; wir folgen darin zum Theil dem Wege, welchen Jamin[1]) eingeschlagen hat, zum Theil den Entwicklungen Ampère's[2]).

Der erste Versuch, deñ wir zur Bestimmung der Constanten anstellen, ist folgender.

Wir stellen auf das Stativ von Sturgeon einen Stromleiter von der Form *ODCFBAEO'* Fig. 182 zwei Rechtecke, deren horizontale Seiten genau gleiche Längen haben, deren verticale Seiten *AB* und *CD* aber respective die Längen l und l' haben. Die beiden Rechtecke bilden irgend einen Winkel mit einander. Lassen wir durch diesen Stromleiter einen in *O'E* aufsteigenden Strom circuliren, so wird derselbe bald eine bestimmte Gleichgewichtslage annehmen, so dass die beiden Rechtecksebenen mit der Ebene des magnetischen Meridians gewisse Winkel bilden. Man bringe dann zwischen die beiden Rechtecke einen vertical aufsteigenden möglichst langen Strom *XY*, so dass die drei Ströme *AB*, *XY*, *CD* in einer Ebene liegen. Im allgemeinen wird man dann finden, dass der auf dem Stativ befindliche Leiter aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird. Man wird indess eine Lage für den Strom *XY* finden, bei welcher das nicht der Fall ist, bei welcher er seine Lage genau beibehält. Misst man dann die senkrechten Abstände der beiden Leiter l und l' von *XY*, so findet man, wenn wir sie mit a und a' bezeichnen, dass

Fig. 182.



$$a : a' = l : l',$$

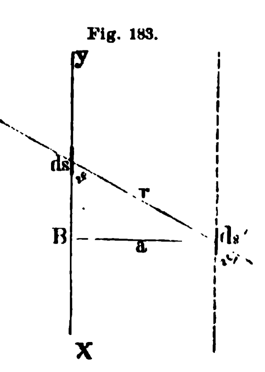
dass also in der Gleichgewichtslage die Abstände der Ströme l und l' von dem sie abstossenden *XY* sich direct verhalten, wie die Längen l und l'.

Zu der Bewegung des Leiters können in diesem Versuche nur beitragen die Wechselwirkungen zwischen dem verticalen Leiter *XY* und den verticalen Stromtheilen *AB* und *CD*. Denn welches auch die Wirkungen des Stromes *XY* auf die horizontalen Seiten der Recktecke sein mögen, die Wirkungen heben sich an jedem einzelnen Rechtecke auf, da die zu jedem

1) *Jamin,* Cours de physique vol. III. p. 205.
2) *Ampère;* Mémoire sur la théorie. p. 205 ff.

gehörigen je zwei horizontalen Ströme gegen XY genau gleich gelegen, aber entgegengesetzt gerichtet sind.

Aus diesem Versuche folgt dann der Satz, dass ein unendlich langer Strom auf zwei ihm parallele Ströme von der Länge l und l' genau gleiche anziehende oder abstossende Kräfte ausübt, wenn die senkrechten Abstände dieser beiden Ströme von dem unendlich langen Strome sich verhalten wie die Längen dieser Ströme.



Um diese Erfahrung zu benutzen, untersuchen wir zunächst die Wirkung eines unendlich langen Stromes auf ein ihm paralleles Stromelement. Sei zu dem Ende ds Fig. 183 ein Element des unendlich langen Stromes XY, ds' ein ihm paralleles Element, die Stromintensität in ersterem sei i, in letzterem i'; der Abstand der Elemente sei r, der senkrechte Abstand der Leiter sei a.

Da die beiden Elemente in derselben Ebene liegen, so ist der Winkel ω der Formel 3 gleich 0, und da sie parallel sind, so ist $\vartheta = \vartheta'$. Der Ausdruck 3 oder 3a wird daher in diesem Falle

$$w = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^n} (\sin^2 \vartheta + k \,.\, \cos^2 \vartheta).$$

Nun ist

$$r = \frac{a}{\sin \vartheta}.$$

Um jetzt auch ds durch ϑ auszudrücken, beachten wir, dass die Länge s des Leiters von dem Punkte B an gerechnet bis zu dem Elemente ds gleich ist

$$s = a \,.\, \cot \vartheta.$$

Aendert sich nun der Winkel ϑ um das unendlich kleine Stück $d\vartheta$, so ändert sich die Länge s um ds, demnach ist

$$s + ds = a \,.\, \cot (\vartheta + d\vartheta);\; ds = a \,.\, \cot (\vartheta + d\vartheta) - a \,.\, \cot \vartheta,$$

also

$$ds = a \left(\frac{\cos (\vartheta + d\vartheta)}{\sin (\vartheta + d\vartheta)} - \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta}\right) = a \frac{\sin \vartheta \,.\, \cos(\vartheta + d\vartheta) - \cos \vartheta \,.\, \sin (\vartheta + d\vartheta)}{\sin \vartheta \,.\, \sin (\vartheta + d\vartheta)}$$

$$ds = -a \frac{\sin d\vartheta}{(\sin \vartheta \,.\, \cos d\vartheta + \cos \vartheta \,.\, \sin d\vartheta) \sin \vartheta}.$$

Da nun $d\vartheta$ nur ein unendlich kleiner Bogen ist, so können wir $\sin d\vartheta = d\vartheta$ und $\cos d\vartheta = 1$ setzen und im Nenner das mit $d\vartheta$ multiplicirte Glied als gegen das andere unendlich klein vernachlässigen, dann ist

$$ds = -a \frac{d\vartheta}{\sin^2 \vartheta}.$$

Setzen wir diese Werthe für r und ds ein, so wird

$$w = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds'}{a^{n-1}} \sin^{n-2} \vartheta \,(\sin^2 \vartheta + k \,.\, \cos^2 \vartheta)\, d\vartheta.$$

Diese Wirkung ist nach der Verbindungslinie r gerichtet; um daraus die parallel a gerichtete Wirkung zu erhalten, haben wir obigen Ausdruck mit sin ϑ zu multipliciren, dann ist

$$w' = w \,.\, \sin \vartheta = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds'}{a^{n-1}} \sin^{n-1} \vartheta \, (\sin^2 \vartheta + k \,.\, \cos^2 \vartheta) \, d\vartheta.$$

Um nun daraus die Wirkung des ganzen Stromes XY auf ds' zu erhalten, haben wir für alle den Strom zusammensetzenden Elemente ds einen eben solchen Ausdruck zu bilden, und alle diese Ausdrücke zu summiren. Wir gelangen dazu, indem wir in jenem Ausdrucke ϑ nach und nach alle Werthe zwischen 0 und 180° annehmen lassen, für jeden Werth von ϑ obigen Ausdruck bilden, und diese alle summiren. Jedes Glied dieser Summe hat den vor der Klammer stehenden Theil zum Factor, wir können daher diese Summe setzen

$$W = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds'}{a^{n-1}} \cdot \int_0^{\pi} \left\{ \sin^{n-1} \vartheta \, (\sin^2 \vartheta + k \,.\, \cos^2 \vartheta) \right\} d\vartheta.$$

Welchen Werth diese Summe $\int$ hat, können wir nicht bestimmen, das sieht man aber, dass sie irgend einen constanten von ds und a unabhängigen Werth hat, bezeichnen wir denselben mit A, so wird die Wirkung des unendlichen Stromes auf das ihm parallele Element ds'

$$W = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds'}{a^{n-1}} \cdot A.$$

Da nun jedes Element des begrenzten Leiters l gegen den unendlich langen Leiter dieselbe Lage hat, so wird die Wirkung des Stromes XY auf jedes dieser Elemente parallel a dieselbe sein; die Wirkung der beiden Elemente auf einander wird daher durch eine Summe von unendlich vielen Gliedern dargestellt werden. Jedes Glied der Summe besteht aus zwei Theilen, aus dem Factor

$$-A \cdot \frac{i \,.\, i'}{a^{n-1}}$$

und aus ds'; sie wird daher

$$-A \cdot \frac{i \,.\, i'}{a^{n-1}} \cdot \int ds';$$

Die Summe $\int ds'$ ist dann einfach gleich der Länge des Leiters l, so dass also die Einwirkung des unendlich langen Leiters XY auf den Leiter l im Abstande a ist

$$E = -A \cdot \frac{i \,.\, i'}{a^{n-1}} \cdot l.$$

Befindet sich nun neben dem unendlich langen Leiter XY im Abstande a' ein anderer begrenzter Leiter l', welcher ihm parallel und in welchem die Stromstärke auch gleich i' ist, so ist

$$E' = -A \cdot \frac{i \,.\, i'}{a'^{n-1}} \cdot l'.$$

Soll die Einwirkung auf beide Leiter dieselbe sein, so muss

$$\frac{l}{a^{n-1}} = \frac{l'}{a'^{n-1}}.$$

Der Versuch hat nun ergeben, dass die Einwirkung gleich ist, wenn

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}.$$

Daraus folgt, dass

$$n - 1 = 1,\ n = 2$$

ist.

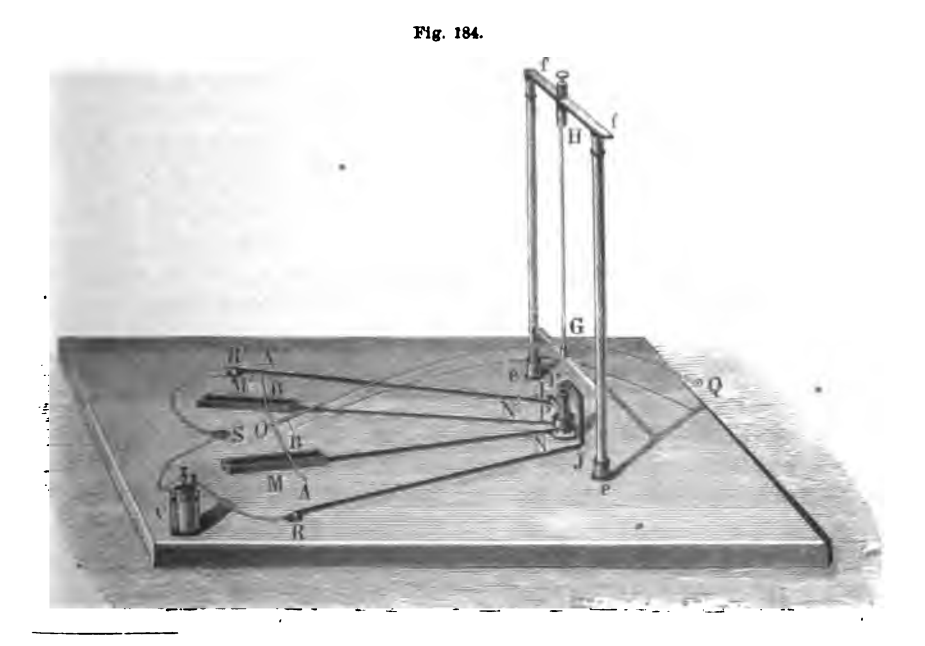
Die Constante n der Formel ist somit gleich 2, das heisst die Wechselwirkung zweier Elemente ist dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional; die Formel 3 wird:

$$w = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2} (\sin \vartheta \,.\, \sin \vartheta' \cos \omega + k \,.\, \cos \vartheta \,.\, \cos \vartheta').$$

Es erübrigt jetzt noch die Bestimmung der Constanten k.

Ampère gelangte dazu durch Beobachtung einer zweiten Gleichgewichtslage[1]). Er zeigte nämlich, dass ein geschlossener Strom, seine Form mag sein, welche sie will, ein Stück eines kreisförmigen Stromes, welches um eine durch den Mittelpunkt des Kreises gehende Axe drehbar ist, nicht in Bewegung zu setzen vermag. Die Versuchsanordnung, durch welche Ampère dieses zeigte, war folgende. Auf einem Tisch waren zwei verticale Säulen ff Fig. 184 angebracht und durch zwei Querleisten verbunden; eine Axe

Fig. 184.



1) *Ampère,* Mémoire sur la théorie. p. 194 ff.

GH wird von den letztern in verticaler Lage gehalten. Die Enden der Axe sind zugespitzt und stehen oben und unten in conischen Vertiefungen. Mit dieser Axe ist ein Arm *QO* verbunden, dessen Ende mit einem Charnier an der Mitte des Kreisbogens *AA'* befestigt ist, welcher aus einem Metalldraht gebildet ist und dessen Radius genau gleich dem Abstande des Punktes *O* von der Axe *GH* ist. Dieser Kreisbogen wird durch ein Gegengewicht *Q* equilibrirt, um die Reibung der Axe in den conischen Lagern möglichst zu vermindern.

Unter dem Kreisbogen *AA'* befinden sich die zwei Quecksilberrinnen *M*, *M'*, so dass die über den Rändern hervorragende Quecksilberfläche den Bogen *AA'* in *B* und *B'* eben berührt. Die beiden Rinnen communiciren durch die metallischen Leiter *MN*, *M'N'* mit den Quecksilberschälchen *P* und *P'*. Das Schälchen *P* und der Leiter *MN*, der es mit der Rinne *M* verbindet, sind an einer verticalen Axe befestigt, welche sich frei drehen lässt. Durch das ringförmige Schälchen *P'*, mit welchem der Leiter *M'N'* verbunden ist, geht die nämliche Axe hindurch, um welche es sich unabhängig von dem anderen Schälchen drehen kann. Man kann auf diese Weise mit den Leitern *MN* und *M'N'* beliebige Winkel bilden. Das ringförmige Schälchen *P'* ist von der Axe durch eine Glasröhre isolirt und wird durch eine kleine Glasplatte von dem Leiter *MN* geschieden.

Zwei andere in den Tisch eingelassene Leiter *RJ* und *R'J'* tauchen resp. in die Näpfchen *P* und *P'*, so wie andererseits in die Näpfchen *R* und *R'*. Zwischen den Näpfchen *R* befindet sich noch die ebenfalls mit Quecksilber gefüllte Vertiefung *S*.

Man verbindet dann *R'* mit *S* durch einen irgend wie gekrümmten Leiter, dann *S* mit dem einen, *R* mit dem anderen Pole der Säule *V*. Der Strom geht dann von dem positiven Pole der Säule durch *RJ* nach *P*, von dort durch *NM*, den Kreisbogen *AA'*, den Leiter *M'N'* nach *P'*, dann durch *J'R'*, *R'S* und den *S* mit dem anderen Pole der Säule verbindenden Draht zu dieser zurück. Auf den Kreisbogen *AA'* wirkt also der geschlossene Strom *VRJPP'J'R'SV*, denn dieser ist als geschlossen zu betrachten, da er zwischen *P* und *P'* nur durch eine dünne Glaswand unterbrochen ist.

Unter Wirkung dieses Stromes nimmt nun der Kreisbogen *AA'* durchaus keine Bewegung an, welches auch der Winkel ist, den die Leiter *MN*, *M'N'* mit einander bilden; daraus ergibt sich, dass kein Element des Bogens einen Antrieb parallel seiner möglichen Bewegungsrichtung von dem geschlossenen Strome erhält. Da nun der Bogen sich nur um eine durch den Mittelpunkt des Kreises, von welchem er ein Theil ist, gehende verticale Axe drehen kann, so folgt, dass die Bewegungsrichtung jedes Elementes in jedem Augenblicke mit der an dem betreffenden Punkt des Kreises gelegten Tangente zusammenfällt, das ist mit der Richtung des Elementes selbst.

Es folgt also aus dem Ausbleiben der Bewegung bei diesem Versuche, dass ein geschlossener Strom auf ein Element eines anderen Stromes keine der Richtung des Elementes parallele Wirkung ausübt.

Um nun diese Erfahrung zur Ableitung der Constanten k zu benutzen, müssen wir aus unserer Formel für die Wechselwirkuug zweier Elemente die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Element zu bestimmen suchen; wir können den Weg dahin hier nur andeuten.

In unserer Formel

$$w = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2} (\cos \varepsilon + (k - 1) \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta'),$$

in welcher wir uns ds' als ein Element des geschlossenen Stromes denken wollen, ändert sich r, ϑ, ϑ', ε, wenn sich die Lage des betrachteten Elementes in dem Stromkreis ändert, sie ändern sich aber ebenso, wenn wir anstatt des Elementes $ds_{,}$ ein folgendes Element betrachten, so dass also alle diese Werthe Functionen von s und s' sind. Sind z. B. L und L' Fig. 185 zwei Leiter, auf denen bei a und b die Elemente ds und ds' liegen, so ändert sich r sowohl, wenn wir a mit d, als auch, wenn wir c mit b oder d verbinden. Ebenso wird der Winkel ϑ, den ac mit r bildet, geändert, wenn wir a anstatt mit b mit d verbinden, der Winkel wird aber ebenso ein anderer, wenn wir auf dem Leiter L um ac voranschreiten und nun c mit b oder d verbinden. Gleiches gilt von ϑ', und ebenso ändert sich der Winkel, den die beiden Elemente mit einander bilden.

Fig. 185.

Da wir nun aber die Wirkung des Leiters L' auf ein irgend wie gelegenes Element zu bestimmen suchen, so müssen wir untersuchen, in welcher Weise sich die Winkel mit der Lage der Elemente ändern.

Wir bezeichnen die Länge des Leiters L von irgend einem Punkte P an gerechnet bis zur Stelle, wo das Element ds liegt, mit s, ebenso mit s' die Länge des Leiters L' von P' bis zum Element ds'.

Zunächst ist es nun leicht, den Abstand r der betrachteten Elemente in seiner Abhängigkeit von der Lage der Elemente auszudrücken. Wir beziehen dazu die Leiter L und L' auf ein rechtwinkliges dreiaxiges Coordinatensystem und nehmen dann an, dass sowohl s als auch s' als Functionen von x, y, z gegeben sind, d. h., dass wir die Beziehungen zwischen den drei Coordinaten kennen, welche jeden Punkt der Leiter bestimmen. Dieses gesetzt seien nun x, y, z die Coordinaten des Elementes ds, x', y', z' die

Coordinaten des Elementes ds'. Für den Abstand r der beiden Elemente haben wir dann bekanntlich

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Wächst nun s um ds, so ändert sich der Werth r um dr.

Wenn sich aber s um ds ändert, so ändern sich x in $x + dx$, y in $y + dy$, z in $z + dz$. Die Aenderung dr können wir darnach berechnen, indem wir die geänderten Werthe in jene Gleichung einsetzen; es wird dann

$$- dr = \frac{(x' - x) \cdot dx + (y' - y)\, dy + (z' - z)\, dz}{r}.$$

Ebenso ändert sich aber r um dr, wenn sich s' um ds', also x' um dx', y' um dy' und z' um dz' ändert; den Werth von dieser Aenderung dr erhalten wir ebenso,

$$dr = \frac{(x' - x)\, dx' + (y' - y)\, dy' + (z' - z)\, dz'}{r}.$$

Bezeichnen wir nun die Grösse, um welche dr sich ändert, wenn sowohl s als auch s' sich ändern, mit d^2r, so dass die Verbindungslinie der beiden Endpunkte c und d der Elemente wird

$$r + dr + d^2r,$$

so können wir den Werth dieser Aenderung aus einer der beiden Gleichungen für dr erhalten; nehmen wir die letzte und schreiben sie

$$r \cdot dr = (x' - x)\, dx' + (y' - y)\, dy' + (z' - z)\, dz'.$$

Aendern sich nun hierin auch x, y und z, so ändert sich r um dr, und dr um d^2r; demnach wird

$$(r + dr)\,(dr + d^2r) = (x' - x - dx)\, dx' + (y' - y - dy)\, dy' + (z' - z - dz)\, dz'.$$

Führen wir die angedeuteten Multiplicationen aus, und subtrahiren auf beiden Seiten rdr, so wird

$$dr \cdot dr + r \cdot d^2r + dr\, d^2r = -\,(dx\, dx' + dy\, dy' + dz\, dz').$$

Da nun d^2r selbst gegen dr unendlich klein ist, so ist drd^2r selbst gegen $dr \cdot dr$ unendlich klein, und deshalb zu vernachlässigen, so dass wir erhalten

$$dr \cdot dr + r \cdot d^2r = -\,(dx \cdot dx' + dy \cdot dy' + dz \cdot dz') \quad . \quad . \quad (a$$

Diese Aenderungen von r gestatten uns nun die Winkel ϑ, ϑ' und ε zu bestimmen.

Es ist ϑ der Winkel, welchen ds mit r bildet; projiciren wir nun ds auf r, so ist diese Projection die Grösse, um welche, wenn ϑ kleiner ist als 90^0, r abnimmt, wenn s um ds wächst, also gleich $- dr$; der Quotient dieser Projection durch ds ist aber der Cosinus von ϑ, demnach

$$\cos \vartheta = - \frac{dr}{ds};$$

in derselben Weise ist

$$\cos\vartheta' = \frac{dr}{ds'}\,.$$

Der Winkel ε ist der Winkel, welchen die beiden Elemente mit einander bilden; bezeichnen wir für einen Augenblick die Winkel, welche die beiden Elemente mit den drei Axen bilden, respective mit α, β, γ und α', β', γ', so ist

$$\cos\varepsilon = \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma'.$$

Nun sind aber, da dx, dy, dz und dx', dy', dz' die Projectionen der beiden Elemente ds und ds' auf die Axen sind,

$$\cos\alpha = \frac{dx}{ds}, \quad \cos\alpha' = \frac{dx'}{ds'}; \quad \cos\beta = \frac{dy}{ds}, \quad \cos\beta' = \frac{dy'}{ds'};$$
$$\cos\gamma = \frac{dz}{ds}; \quad \cos\gamma' = \frac{dz'}{ds'}\,.$$

Demnach ist

$$\cos\varepsilon = \frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'}\,.$$

Die Summe der drei Producte auf der rechten Seite können wir nun sofort durch r, dr und d^2r ausdrücken, denn nach Gleichung (a) ist

$$\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + r\cdot\frac{d^2r}{ds\,ds'} = -\left(\frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'}\right).$$

Demnach

$$\cos\varepsilon = -r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\,.$$

Auf diese Weise haben wir alle in unserer Gleichung für w vorkommende Werthe durch r, s und s' wieder gegeben; setzen wir diese Ausdrücke in jene Gleichung ein, so wird sie

$$w = -\frac{i\,.\,i'\,.\,ds\,.\,ds'}{r^2}\left\{r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + (k-1)\,\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}$$
$$w = -\frac{i\,.\,i'\,.\,ds\,.\,ds'}{r^2}\left\{r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} + k\cdot\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}.$$

Wir brauchen demnach nur die Abhängigkeit von r von s und s' zu kennen, d. h. nur die Form der Leiter, um die Wirkung zweier Elemente, welche irgendwo in den beiden Strömen liegen, auf einander zu berechnen.

Wir können diesem Ausdrucke noch eine bequemere Form geben. Berechnen wir nämlich die Aenderung, welche der Ausdruck

$$r^k\cdot\frac{dr}{ds}$$

erfährt, wenn sich s' um ds' ändert, so wird

$$d\left(r^k\cdot\frac{dr}{ds}\right) = (r+dr)^k\cdot\frac{dr+d^2r}{ds} - r^k\cdot\frac{dr}{ds}$$
$$= (r^k + k\cdot r^{k-1}\cdot dr + \cdots)\,\frac{dr+d^2r}{ds} - r^k\,\frac{dr}{ds}\,.$$

Führen wir die angedeutete Multiplication aus, und beachten, dass dr^3,

$dr \,.\, d^2r$ als unendlich klein gegen $dr \,.\, dr$ oder d^2r zu vernachlässigen sind, so wird

$$d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right) = k \cdot r^{k-1} \frac{dr \,.\, dr}{ds} + r^k \cdot \frac{d^2r}{ds}$$

und somit

$$\frac{1}{r^{k-1}} \cdot \frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} = r \cdot \frac{d^2r}{ds\,ds'} + k \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}$$

und daraus

$$w = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} \cdot ds'.$$

Dies ist die Wirkung der beiden Elemente auf einander; um nun die der Richtung des Elementes ds parallele Componente zu erhalten, haben wir die parallel r gerichtete Gesammtwirkung mit $\cos\vartheta$ zu multipliciren; vertauschen wir zugleich $\frac{dr}{ds}$ mit dem ihm gleichen $-\cos\vartheta$, so wird

$$v = w \,.\, \cos\vartheta = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d\,(r^k \,.\, \cos\vartheta)}{ds'} \cdot \cos\vartheta \,.\, ds'.$$

Um hieraus die Einwirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf ein irgendwie gelegenes Element ds zu erhalten, haben wir für alle Elemente ds' den Werth des so gefundenen Ausdruckes zu bestimmen und alle diese Werthe zu summiren; wir können diese Summe schreiben, da jedes Glied den constanten Factor $i \,.\, i' \,.\, ds$ hat,

$$V = i \cdot i' \cdot ds \cdot \int_{g_1}^{g_2} r^{-k-1} \,.\, \frac{d\,(r^k \,.\, \cos\vartheta)}{ds'} \cdot \cos\vartheta \,.\, ds',$$

worin das Zeichen $\int_{g_1}^{g_2}$ bedeutet, dass die Summe über alle Elemente des Leiters von dem einen Ende g_1 bis zum andern Ende g_2 zu bilden ist.

Die Integralrechnung lehrt nun diese Summe finden; und zwar beweist sie, dass, welches auch die Form des Leiters ist, zu welchem ds' gehört, immer

$$V = {}^1/_2\, i \,.\, i' \,.\, ds \left\{ \left[\frac{\cos^2\vartheta}{r}\right]^{g_2} - \left[\frac{\cos^2\vartheta}{r}\right]_{g_1} + (1 + 2k) \int_{g_1}^{g_2} r^{-2} \cos^2\vartheta \, \frac{dr}{ds'}\, ds' \right\}.$$

Die beiden ersten Glieder in der Klammer bedeuten die Werthe, welche diese Ausdrücke an den beiden Grenzen des Leiters, zu welchem das Element ds' gehört, annehmen.

Wie wir nun in dem beschriebenen Versuche sahen, ist V immer gleich 0, die Form des geschlossenen Leiters mag sein, welche sie will. Da nun der Leiter geschlossen ist, haben ϑ und r an den beiden Grenzen g_1 und g_2, welche zusammenfallen, gleiche Werthe, deshalb ist die Differenz der beiden ersten Glieder in der Klammer des Ausdruckes für V gleich 0,

welches auch die Form des Leiters ist; über den Werth der Summe des zweiten Gliedes lässt sich gar nichts aussagen. Diese Summe lässt sich gar nicht bilden, da der Ausdruck unter dem Summenzeichen kein vollständiges Differential ist, das heisst da dieser Ausdruck nicht die Differenz zweier auf einander folgender Werthe einer Function ist, in welchen die Veränderlichen nur unendlich wenig verschieden gesetzt werden. Soll nun V unter allen Umständen gleich 0 sein, so muss deshalb

$$1 + 2k = 0$$

oder

$$k = - {}^1/_2$$

sein.

Die Constante k der Formel ist somit gleich $- {}^1/_2$, d. h. die Wirkung zweier in einer geraden Linie liegenden Elemente ist bei gleichem Abstande r halb so gross, und bei gleichgerichteten Strömen entgegengesetzt der Wirkung zweier paralleler Ströme. Mit diesem Werthe wird unsere Formel 3a

$$w = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2} (\cos \varepsilon - {}^3/_2 \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta').$$

Sind nun die Elemente einander parallel und die Ströme gleichgerichtet, so ist $\varepsilon = 0$, $\vartheta = \vartheta' = 90^0$, somit

$$w = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2}.$$

Fallen die Elemente in eine gerade Linie und sind die Ströme gleichgerichtet, so ist $\varepsilon = 0$, $\vartheta = 0$, $\vartheta' = 0$, dann wird

$$w = -\frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{2r^2}.$$

Der Versuch hat nun bewiesen, dass im letzteren Falle die Elemente sich abstossen, im ersten sich anziehen; im letzteren Falle wird also durch die Wirkung w der Abstand r vergrössert. Man versieht nun gewöhnlich jene Wirkung, durch welche der Abstand der Elemente vergrössert wird, mit dem positiven, jene, welche den Abstand r zu verkleinern strebt, mit dem negativen Vorzeichen; deshalb vertauschen wir in unserm Ausdrucke die Vorzeichen und setzen

$$w = -\frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2} \left\{\cos \varepsilon - {}^3/_2 \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta'\right\}$$

oder

$$w = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2} \left\{r \frac{d^2 r}{ds\, ds'} - {}^1/_2 \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}\right\}$$

Diese Ausdrücke geben uns das elektrodynamische Grundgesetz, indem sie uns die Wechselwirkung irgend zweier beliebig gerichteter Elemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte geben[1]).

---

1) Eine von der Ampère'schen abweichende Theorie gibt *Grassmann* in Poggend. Ann. Bd. LXIV. Er verwirft in derselben die Annahme Ampère's, dass zwei Strom-

§. 91.

Das Potential zweier geschlossener Ströme auf einander. Die in dem vorigen Paragraphen entwickelten Ausdrücke liefern die Grundlage, um aus ihnen durch allerdings zuweilen ziemlich verwickelte Rechnungen die Wirkung beliebiger geschlossener oder nicht geschlossener Leiter auf einander zu berechnen. Auf diese Rechnungen können wir hier natürlich nicht eingehen; wir wollen hier nur noch eine allgemeine Anwendung dieser Ausdrücke geben, nämlich nachweisen, dass die Wirkung zweier geschlossener Leiter auf einander durch ein Potential bestimmt ist, dessen partielle Derivirten nach den Coordinataxen die Wirkungen der Ströme parallel diesen Axen geben. Denken wir uns zwei Elemente ds und ds', von denen das erste zu einem Leiter L, das zweite zu einem Leiter L' gehört, die Coordinaten des ersten Elementes seien x, y, z, des zweiten zu L' gehörigen x', y', z'. Die nach der Verbindungslinie r der beiden Elemente gerichtete Wirkung ist dann, wenn wir im übrigen ganz die Bezeichnungsweise des vorigen Paragraphen beibehalten,

$$w = -\frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2} \left(\cos \varepsilon - {}^3/_2 \cos \vartheta \cos \vartheta'\right).$$

Um nun hieraus die Wirkung parallel den Axen des Coordinatensystems zu erhalten, haben wir diesen Werth mit dem Cosinus der Winkel zu multipliciren, welche r mit den Axen bildet. Diese Cosinus sind

$$\cos \widehat{r, x} = \frac{x' - x}{r}, \cos \widehat{r, y} = \frac{y' - y}{r}, \cos \widehat{r, z} = \frac{z' - z}{r}.$$

Betrachten wir zunächst nur die Componente parallel x, so wird dieselbe

$$\xi = {}^1/_2\, i \cdot i' \cdot ds \cdot ds' \left\{3 \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta' - 2 \cos \varepsilon\right\} \cdot \frac{x' - x}{r^3}.$$

Diesem Ausdrucke können wir eine andere Form geben, wenn wir die

---

elemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte anziehend oder abstossend auf einander wirken. Wir können die Theorie von Grassmann hier nicht darlegen und bemerken nur, dass sie für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt, wie die Theorie von Ampère. Ein Unterschied zeigt sich nur in dem Verhalten begrenzter, d. h. nicht in sich selbst zurücklaufender Ströme. Eine experimentelle Prüfung dieses Falles, und somit eine Entscheidung zwischen beiden Theorieen hat noch nicht stattgefunden. Die allgemeinste Behandlung der elektrodynamischen Gleichungen gibt *Stefan* in seiner umfangreichen sehr interessanten Abhandlung, die wir schon im Beginne dieses Paragraphen erwähnten. Stefan weist darin nach, dass sowohl die Theorie von Ampère als die von Grassmann durch besondere nicht nothwendige Annahmen aus der von ihm entwickelten allgemeinen Theorie sich ergeben, wie z. B. die von Ampère einfach dadurch, dass er die Seite 664 Anm. 1) erwähnten transversalen Wirkungen gleich Null setzt. Zugleich weist Stefan nach, dass und weshalb diese Theorieen sämmtlich für geschlossene Ströme dieselben Resultate liefern.

Aenderung einführen, welche der $\cos \widehat{r, x}$ erfährt, wenn sich s um ds ändert. Dieselbe wird, da sich dann r um dr und x um dx ändert,

$$\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds} = -\frac{x'-x}{r^2}\frac{dr}{ds} - \frac{1}{r}\frac{dx}{ds}.$$

Bestimmen wir jetzt die Aenderung dieses Ausdruckes, wenn sich in demselben s' um ds' ändert, so erhalten wir, indem wir beachten, dass dann x' übergeht in $x' + dx'$, r in $r + dr$ und dr in $dr + d^2r$,

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} = 2\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} - \frac{x'-x}{r^2}\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds}.$$

Addiren und subtrahiren wir auf der rechten Seite den Ausdruck $\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr'}{ds'}$, so können wir die Gleichung schreiben

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} = 3\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr'}{ds} - \frac{x'-x}{r^3}\left(r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right) - \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}$$
$$+ \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds}.$$

Wie wir nun im vorigen Paragraphen gezeigt haben, ist

$$-\frac{dr}{ds} = \cos\vartheta,\ \frac{dr}{ds'} = \cos\vartheta',\ r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} = -\cos\varepsilon.$$

Führen wir diese Ausdrücke ein, so erhält man leicht

$$(2\cos\varepsilon - 3\cos\vartheta\cos\vartheta')\frac{x'-x}{r^3} =$$

$$= \frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} - \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} + \cos\varepsilon\frac{x'-x}{r^3}$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite können wir schreiben

$$\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} = -\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'}$$

und ebenso das dritte

$$-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{dx}{ds} = \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'}\cdot\frac{dx}{ds}.$$

Führen wir diese Ausdrücke in die Gleichung für ξ ein, so wird dieselbe

$$\xi = -\,{}^1\!/_2\, i\,.\,i'\,.\,ds\,ds'\left\{\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'}\cdot\frac{dx}{ds}\right.$$
$$\left. + \cos\varepsilon\frac{x'-x}{r^3}\right\}.$$

Ganz genau in derselben Weise erhalten wir die Componenten der Wirkung parallel der Axe der Y und parallel der Axe der Z, wir haben nur, um die erstere zu erhalten, für x' einzusetzen y' und y für x, ebenso um die Componente parallel Z zu erhalten x' mit z' und x mit z zu vertauschen.

Die den drei Coordinataxen parallelen Componenten der Wirkung, welche die geschlossenen Ströme auf einander ausüben, erhalten wir aus der abgeleiteten Wirkung der Elemente, indem wir für jedes Element des einen und des andern Leiters diesen Ausdruck bilden, und dann alle diese Ausdrücke summiren. Gehen wir von irgend einem Anfangspunkte der Leiter L und L' aus, und denken wir uns obigen Ausdruck für die in dem betrachteten Anfangspunkte liegenden Elemente gebildet, so erhalten wir zunächst die Wirkung des Leiters L' auf das Element ds, wenn wir in obigem Ausdruck r und x' nach und nach alle Werthe annehmen lassen, welche bei constanter Lage des Elementes ds diese Grössen durch die verschiedenen Lagen ds' auf dem zweiten Leiter erhalten können, und alle die so erhaltenen Ausdrücke summiren. Da nun aber die Leiter geschlossen sind, somit der Endpunkt mit dem Anfangspunkt zusammenfällt, so ist diese Summe des ersten und dritten Gliedes gleich Null. Denn das erste Glied

$$-\,{}^1\!/_2\, i\,.\,i'\,ds \int \frac{d\left(\frac{d\,(x'-x)}{r}\right)}{ds'}\,ds' = -\,{}^1\!/_2\, i\,.\,i'\,ds \int d\left(\frac{d\left(\frac{(x'-x)}{r}\right)}{ds}\right)$$

ist die Summe aller Differenzen der auf einander folgenden Werthe des Ausdrucks $\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}$, wenn in demselben alle auf einander folgenden Werthe von x' und r eingesetzt werden. Eine solche Summe ist aber, wie wir schon mehrfach zeigten, gleich der Differenz der Werthe, welche der Ausdruck, dessen Differential unter dem Summenzeichen an den beiden Grenzen, zwischen denen summirt wird, annimmt. Diese beiden Werthe sind aber, wenn die Grenzen zusammenfallen, einander gleich, somit hat die Summe den Werth Null.

Gleiches gilt für das dritte Glied, das die Summe der Differenzen aller auf einander folgenden Werthe von $\frac{1}{r}$ enthält. Für die Wirkung des Leiters L' auf das Element ds erhalten wir deshalb

$$X_1 = -\,{}^1\!/_2\, i \cdot i' \cdot ds \int \left\{\cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'}\right\} ds'.$$

Daraus erhalten wir die X Componente der Wirkung der gesammten Leiter, indem wir nochmals über den Leiter L also nach s summiren

$$X = -\,{}^1\!/_2\, i\, i' \int\!\!\int \left\{\cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\,\frac{dx'}{ds'}\right\} ds'\, ds.$$

Aus demselben Grunde, aus welchem bei der vorigen Summation das dritte Glied fortfiel, fällt jetzt das zweite Glied wieder fort, da dieses die Summe der Differenzen aller auf einander folgenden Werthe als Factor enthält, welche $\frac{1}{r}$ annimmt, wenn ds nach und nach alle Lagen auf dem Leiter L annimmt.

Die X Componente wird also schliesslich für zwei geschlossene Leiter

$$X = -\,{}^1\!/_2\, i \cdot i' \int\!\!\int \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3}\, ds\, ds'$$

und in derselben Weise die beiden andern Componenten

$$Y = -\,{}^1\!/_2\, i \cdot i' \int\!\!\int \cos \varepsilon\, \frac{y' - y}{r^3}\, ds\, ds'; \quad Z = -\,{}^1\!/_2\, i\, i' \int\!\!\int \cos \varepsilon\, \frac{z' - z}{r^3}\, ds\, ds'.$$

Diese drei Componenten lassen sich aber als die partiellen Derivirten nach den Richtungen der Axen eines und desselben Ausdruckes, nämlich des Ausdruckes

$$W = -\,{}^1\!/_2\, i\, i' \int\!\!\int \frac{\cos \varepsilon}{r}\, ds\, ds'$$

betrachten, wie man in folgender Weise erkennen kann. Sei der Werth des Integrales in obigem Ausdruck bei der wirklich stattfindenden Lage der Leiter gleich U, also

$$U = \int\!\!\int \frac{\cos \varepsilon}{r}\, ds\, ds'.$$

Nun sei der Leiter L ganz fest gehalten, und der Leiter L' werde parallel der Axe der X um die unendlich kleine Grösse $d\mathfrak{x}'$ verschoben, so dass jedes Element des Leiters ds', welches vorher die Coordinate x' hatte, jetzt die Coordinate $x' + d\mathfrak{x}'$ hat. Die andern Coordinaten y' und z' sind dann ungeändert, und ebenso der Winkel ε, den die beiden Elemente mit einander bilden. Durch die Aenderung von x' ist aber r in r' übergegangen und damit U in $U + \partial U$, so dass

$$U + \partial U = \int\!\!\int \frac{\cos \varepsilon}{r'}\, ds\, ds',$$

worin r' aus der Gleichung

$$r'^2 = (x' + \partial\mathfrak{x}' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2$$

zu berechnen ist

$$\frac{1}{r'} = \left\{(x' + \partial\mathfrak{x}' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2\right\}^{-1/2}$$

oder da $d\mathfrak{x}'^2$ als unendlich klein gegen $d\mathfrak{x}'$ zu vernachlässigen ist,

$$\frac{1}{r'} = \left\{r^2 + 2\,(x' - x)\,\partial\mathfrak{x}'\right\}^{-1/2}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{x' - x}{r^3}\, d\mathfrak{x}'.$$

Damit wird

$$U + \partial U = \int\int \left(\frac{\cos \varepsilon}{r} - \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3} \partial \mathfrak{x}' \right) ds \cdot ds'$$

und

$$\frac{\partial U}{\partial \mathfrak{x}'} = - \int\int \cos \varepsilon \frac{x' - x}{r^3} ds\, ds'.$$

Schreiben wir demnach

$$W = - {}^1/_2\, i \,.\, i' \int\int \frac{\cos \varepsilon}{r} ds\, ds',$$

so wird

$$X = - \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{x}'}$$

und ebenso werden dann

$$Y = - \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{y}'} \quad Z = - \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{z}'},$$

worin wir für die Verschiebungen die deutschen Zeichen $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ einsetzen, um anzudeuten, dass die Aenderung der Coordinaten für alle Elemente des Leiters gleichmässig durch eine Verschiebung des Leiters zu nehmen ist, nicht durch ein Fortrücken der Elemente *ds* und *ds'* auf den Leitern.

Der Werth *W* hat hiernach die Bedeutung des Potentials des einen Leiters auf den andern, in derselben Bedeutung, wie wir früher das Potential zweier ruhender elektrischer Massen bestimmt haben. Wir werden deshalb dieses Potential später benutzen können, um die Arbeit zu bestimmen, welche durch die Bewegung zweier Leiter gegen einander gewonnen oder geleistet wird, wobei wir gleich hier bemerken, dass das Potential zu solchen Berechnungen nicht nur dienen kann, wenn die Leiter einander genähert oder entfernt, sondern auch, wenn sie gegen einander gedreht werden [1]).

Zur Berechnung elektrodynamischer Wirkungen werden wir es nicht benutzen, da die hier uns gesteckten Grenzen eine Ausführung der Rechnungen nicht gestatten.

§. 92.

Weber's experimentelle Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes. Die in §. 90 gegebene Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes, besonders die Bestimmung der Constanten beruht auf der Herstellung gewisser Gleichgewichtslagen, in denen die auf einander wirkenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten, und in Folge dessen keine Bewegung des beweglichen Stromleiters eintritt. So sehr man auch den Geist Ampère's bewundern muss, welcher die Bedingungen dieser Beobachtungen auffand

1) Die Bestimmung obiger Function als Potential zweier geschlossener Ströme ist wohl zuerst von Neumann gegeben in: *F. Neumann,* Allgemeine Gesetze der inducirten Ströme. Abhandl. der Berl. Akad. 1845. Obige Ableitung ist nach *Stefan,* Sitzungsber. der Wiener Akad. 1869.

und aus denselben dann die Theorie der Erscheinungen ableitete, so lässt sich doch nicht läugnen, dass diese experimentelle Grundlage der Theorie nicht die ausreichende Festigkeit besitzt, um sie als über jeden Zweifel erhaben erscheinen zu lassen. Denn Ampère gründet seine Entwicklungen auf die Beobachtung, dass unter gewissen Umständen keine Bewegung eintritt, wenn Ströme auf Stromtheile einwirken, und auf die Annahme, dass in diesen Fällen die elektrodynamischen Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Letztere Annahme kann in Zweifel gezogen werden; denn damit eine Bewegung eintritt, müssen immer gewisse Bewegungshindernisse, insbesondere Reibung überwunden werden, wie vorsichtig man auch alles anwendet, um diese Hindernisse möglichst gering zu machen. Man kann deshalb aus dem Ausbleiben einer Bewegung nicht schliessen, dass die wirksamen Kräfte sich vollständig aufheben, sondern nur, dass sie nicht hinreichend sind, um die mechanischen Hindernisse der Bewegung zu überwinden.

Deshalb ist es nothwendig, die elektrodynamischen Kräfte direct zu messen, d. h. sie mit mechanischen Kräften zu vergleichen, indem man elektrodynamische und genau messbare mechanische Kräfte einander entgegenwirken lässt, und beobachtet, wann sie sich das Gleichgewicht halten. Man kann hierbei natürlich nicht einzelne Stromelemente auf einander wirken lassen, sondern muss geschlossene Ströme anwenden.

Diesen Weg zur Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes hat W. Weber eingeschlagen [1]); Weber berechnete das Drehungsmoment, welches ein fester Kreisstrom auf einen beweglichen in verschiedenen Lagen ausübt, und verglich mit den Resultaten der Rechnung die ablenkenden Kräfte, welche ein Kreisstrom in diesen Lagen auf einen andern ausübte.

Wir müssen uns hier darauf beschränken, die Versuche Weber's zu beschreiben und die von ihm gegebene Vergleichung der Resultate des Versuches mit denen der Rechnung anzuführen, da die Durchführung jener Rechnungen ohne ausgedehnte Anwendung der Integralrechnung nicht möglich ist.

Wenn ein Kreisstrom K (Fig. 186) um die verticale durch seinen Mittelpunkt O gehende Axe Z drehbar aufgehängt ist, und ein zweiter Kreisstrom, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des ersten ist, und dessen Mittelpunkt O' in derselben Horizontalebene liegt wie O, auf denselben einwirkt, so ertheilt dieser Strom K' dem ersteren ein gewisses Drehungsmoment, dessen Grösse und Richtung abhängig ist von der Grösse der beiden Kreise und von der Lage der Kreise zu einander.

Um dieses Drehungsmoment zu erhalten, verfährt man ähnlich wie bei den Rechnungen des §. 90, indem man zunächst die Einwirkung zweier Elemente bestimmt, und aus dieser durch Integration die Einwirkung der Kreise auf einander ableitet. Um den Weg, auf welchem man dahin ge-

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen. I. Theil. Leipzig 1846. Auszüglich in Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

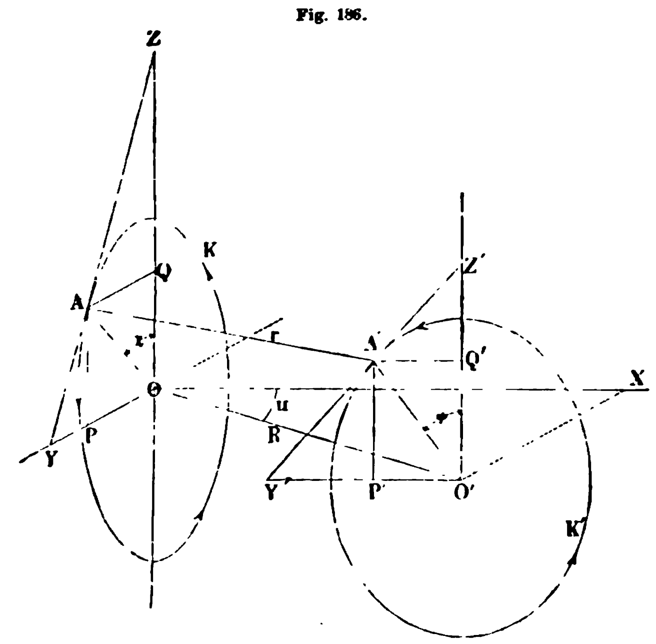
langen kann, anzudeuten, wollen wir die Wirkung zweier Elemente dieser Kreise auf einander bestimmen. Wir benutzen dazu die Formel:

$$w = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2} (\cos \varepsilon - {}^3/_2 \,.\, \cos \vartheta \,.\, \cos \vartheta');$$

es sind in derselben r, ε, ϑ, ϑ' zu bestimmen.

Legen wir zu dem Ende durch die beiden Kreise ein rechtwinkliges Axensystem, der Anfangspunkt liege in O, die Axe der Z sei die verticale

Fig. 186.



Drehungsaxe, Y in der Ebene des Kreisstromes K, und OX senkrecht zur Ebene K parallel der Ebene K' gelegt.

Der Abstand AA' der beiden Elemente oder r ist dann, wenn wir die Coordinaten der Punkte A mit x, y, z; A' mit x', y', z' bezeichnen, wie wir schon mehrfach sahen, gegeben durch

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Sind nun der Abstand OO' der beiden Mittelpunkte gleich R, der Winkel, den R mit x bildet u, die Radien der Kreise ϱ und ϱ', die Winkel, welche die an A resp. A' gezogenen Radien mit der Z Achse bilden, in der Richtung der Ströme von der vertical nach oben gehenden Axe der Z gerechnet, gleich χ und ψ, so können wir die Werthe x, y, z .. folgendermassen ausdrücken

$$x = 0,\ y = AQ = \varrho \,.\, \sin \chi,\ z = OQ = \varrho \,.\, \cos \chi$$

$$x' = OX - O'P' = R \,.\, \cos u - \varrho' \,.\, \sin \psi,\ y' = O'X = R \,.\, \sin u,$$

$$z' = O'Q' = \varrho' \,.\, \cos \psi.$$

Demnach ist

$$r^2 = \{R.\cos u - \varrho'.\sin\psi\}^2 + \{R.\sin u - \varrho.\sin\chi\}^2 + \{\varrho'\cos\psi - \varrho.\cos\chi\}^2$$

$$r^2 = R^2 - 2R\,\{\varrho'\cos u\sin\psi + \varrho\sin u\sin\chi\} + \varrho^2 + \varrho'^2 - 2\varrho\varrho'\cos\psi\cos\chi.$$

Der Winkel ε ist jener, welchen die beiden Elemente mit einander bilden; wir erhalten den Cosinus desselben aus den Cosinus der Winkel, welchen die beiden Elemente mit den drei Axen bilden.

Das Element ds bildet mit den Axen dieselben Winkel, wie die an den Kreisstrom bei A gelegte Tangente YZ. Der Winkel, welchen ds mit der Axe Z bildet, ist demnach $90^0 + \chi$, welchen es mit der Axe Y bildet χ, mit der Axe X, da dieselbe zur Kreisebene senkrecht ist, 90^0.

Das Element ds' bildet mit den Axen die gleichen Winkel wie die Tangente $Y'Z'$, dieselben sind mit Z $90^0 + \psi$, mit $Y = 90^0$, mit X $180^0 + \psi$.

Daraus folgt

$$\cos\varepsilon = \cos(180^0 + \psi).\cos 90^0 + \cos 90^0.\cos\chi + \cos(90^0 + \psi).\cos(90^0 + \chi)$$

$$\cos\varepsilon = \sin\psi.\sin\chi.$$

Die Winkel ϑ, ϑ', welche die Elemente mit r bilden, erhalten wir aus den Cosinus der eben bestimmten Winkel und den Cosinus der Winkel, welche r mit den Axen bildet. Bezeichnen wir die Winkel, welche r mit den drei Axen bildet, mit α, β, γ, so ist

$$\cos\alpha = \frac{x' - x}{r} = \frac{R.\cos u - \varrho'\sin\psi}{r};\ \cos\beta = \frac{y' - y}{r} = \frac{R.\sin u - \varrho.\sin\chi}{r}$$

$$\cos\gamma = \frac{z' - z}{r} = \frac{\varrho'\cos\psi - \varrho\cos\chi}{r}.$$

Demnach ist

$$\cos\vartheta = \cos\chi.\frac{R\sin u - \varrho\sin\chi}{r} - \sin\chi\,\frac{\varrho'\cos\psi - \varrho\cos\chi}{r}$$

$$= \frac{R\sin u\cos\chi - \varrho'\cos\psi\sin\chi}{r}$$

$$\cos\vartheta' = -\cos\psi.\frac{R\cos u - \varrho'\sin\psi}{r} - \sin\psi\,\frac{\varrho'\cos\psi - \varrho\cos\chi}{r}$$

$$= -\frac{R\cos u\cos\psi - \varrho\cos\chi\sin\psi}{r}.$$

Setzen wir diese Werthe für $\cos\varepsilon$, $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$ in unsere Gleichung ein, so wird

$$w = -\frac{i.i'.ds.ds'}{r^2}\Big\{\sin\chi.\sin\psi$$
$$+ {}^3/_2\,\frac{R\sin u\cos\chi - \varrho'\cos\psi\sin\chi}{r}.\frac{R\cos u\cos\psi - \varrho\cos\chi\sin\psi}{r}\Big\}.$$

Diese Wirkung der beiden Elemente auf einander ist parallel r gerichtet; um nun das Drehungsmoment zu erhalten, welches der feste dem beweglichen Leiter K, welcher nur um die verticale Axe Z drehbar ist, ertheilt, haben wir die der X Axe parallele Componente der Kraft w mit

dem Abstande des Elementes ds von der Axe Z oder mit $\varrho \sin \chi$ zu multipliciren. Dann wird das Drehungsmoment m

$$m = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds' \,(R \cos u - \varrho' \sin \psi)}{r^3} \cdot \varrho \sin \chi \left\{ \sin \chi \cdot \sin \psi \right.$$

$$\left. + \, {}^3/_2 \, \frac{R \sin u \cos \chi - \varrho' \cos \psi \sin \chi}{r} \,.\, \frac{R \cos u \cos \psi - \varrho \cos \chi \sin \psi}{r} \right\}.$$

Drei Lagen des festen Kreises sind nun von besonderem Interesse, nämlich:

1) Die Ebene des festen Kreises halbirt die Ebene des beweglichen Kreises, der Winkel u ist gleich Null, dann ist

$$m_1 = -\frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds' \,(R - \varrho' \sin \psi)}{r^3} \cdot \varrho \sin^2 \chi \left\{ \sin \psi \right.$$

$$\left. - \, {}^3/_2 \, \frac{\varrho' \cos \psi}{r} \,.\, \frac{R \cos \psi - \varrho \cos \chi \sin \psi}{r} \right\}.$$

2) Die Ebene des festen Kreises wird von der Ebene des beweglichen Kreises halbirt, der Winkel u ist 90^0, dann ist

$$m_2 = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds' \,.\, \varrho' \sin^2 \psi}{r^3} \cdot \varrho \sin \chi \left\{ \sin \chi \right.$$

$$\left. - \, {}^3/_2 \, \frac{R \cos \chi - \varrho' \cos \psi \sin \chi}{r} \,.\, \frac{\varrho \cos \chi}{r} \right\}.$$

3) Die Mittelpunkte der Leiter fallen zusammen, der Abstand R ist gleich 0; dann ist

$$m_3 = \frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^3} \, \varrho' \sin^2 \psi \, \varrho \sin^2 \chi \left\{ 1 + {}^3/_2 \, \frac{\varrho' \cos \psi}{r} \,.\, \frac{\varrho \cos \chi}{r} \right\}.$$

Um nun für diese Fälle das Drehungsmoment zu erhalten, welches der ganze feste Strom dem drehbaren ertheilt, hat man von diesen drei Ausdrücken, in denen man noch $ds = \varrho \,.\, d\chi$ und $ds' = \varrho' \,.\, d\psi$ setzt, durch Integration nach den Veränderlichen ψ und χ die Summe der Wirkungen aller Elemente des einen Stromkreises auf alle Elemente des andern Stromkreises zu bilden.

Führt man diese Rechnungen aus, so findet man zunächst, dass die Drehungsmomente, welche der feste dem um die verticale Axe drehbaren Strome ertheilt, proportional sind dem Producte aus den Stromstärken der beiden Ströme, dass sie überdies abhängig sind von der Grösse des Flächenraums, welchen die Ströme umkreisen, von dem Abstande R, und dass in dem zweiten Falle die Ablenkung des beweglichen Stromes fast doppelt so gross ist als in dem ersten Falle.

Hängt man den beweglichen Strom bifilar auf, so dass also das ihn in die Gleichgewichtslage zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist, während das ihm von dem festen Strome ertheilte Drehungsmoment, wie man unmittelbar sieht, dem Cosinus des

Ablenkungswinkels proportional ist, so lässt sich die Tangente des Ablenkungswinkels in dem zweiten Falle geben durch

$$\operatorname{tang} v = \frac{2a}{R^3} + \frac{b}{R^5},$$

und in dem ersten Falle durch

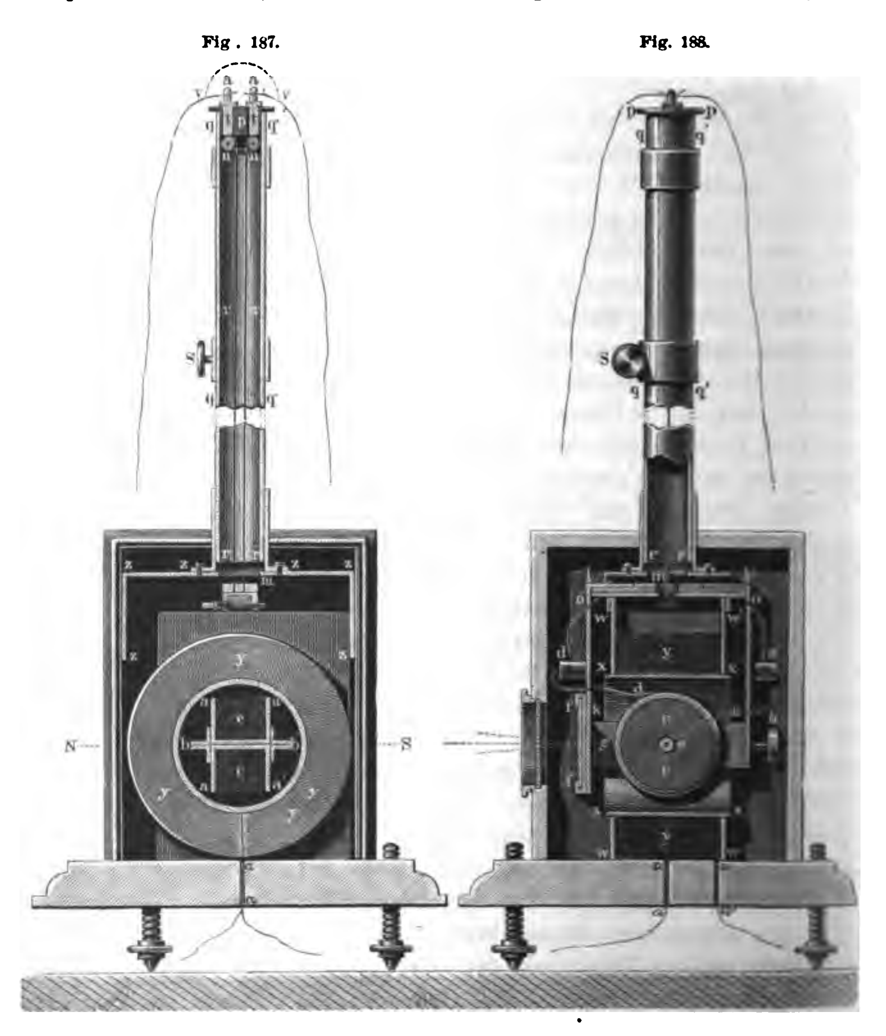
$$\operatorname{tang} v' = \frac{a}{R^3} + \frac{c}{R^5},$$

worin a dem Producte aus den Stromintensitäten und den Flächenräumen, welche von den Strömen umkreist sind, proportional ist.

Um die Wechselwirkung von Kreisströmen experimentell zu untersuchen, construirte Weber das Elektrodynamometer. Das Instrument besteht im Wesentlichen aus zwei Theilen, einer bifilar aufgehängten Drahtrolle und einer festen Rolle; erstere, welche den abzulenkenden Stromkreis darstellt, nennt Weber die Bifilarrolle, letztere, welche als ablenkender Stromkreis dient, die Multiplicatorrolle. Da dieser Apparat auch zu Strommessungen dienen kann, möge derselbe hier etwas genauer beschrieben werden. Die Abbildungen Fig. 187 und Fig. 188 zeigen ihn in zwei zu einander senkrechten Durchschnitten. Die Bifilarrolle, welche Fig. 187 in verticalem Durchschnitte dargestellt ist, besteht aus zwei dünnen Messingscheiben aa und $a'a'$, welche von einer etwa 3^{mm} dicken messingenen Axe in einem Abstande von etwa 30^{mm} festgehalten werden. Um die Axe zwischen den Scheiben ist ein mit Seide übersponnener Kupferdraht von $0{,}4^{mm}$ Durchmesser ungefähr 5000 mal herumgewunden und füllt den Zwischenraum zwischen den Scheiben ganz aus. In Fig. 188 cc ist dieselbe Rolle in einem zum ersten senkrechten Durchschnitte dargestellt; das eine Ende des Drahtes ist bei e durch eine Durchbohrung der einen Scheibe hindurchgeführt und in der Klemmschraube e' des Rahmens $kk'\,ll'$, welcher die Bifilarrolle trägt, befestigt. Das äussere Ende des Drahtes dd' ist ebenso zur Klemmschraube d' geführt. An der Drahtrolle ist der Planspiegel ff (Fig. 188) befestigt, indem er durch drei kleine Schrauben, welche die Stellung seiner Ebene zu corrigiren gestatten, an eine kleine Messingplatte geschraubt ist, welche durch die Fortsätze g an den Scheiben der Bifilarrolle befestigt ist. Auf der andern Seite wird der Spiegel durch ein kleines Gegengewicht h equilibrirt, so dass der Schwerpunkt der ganzen Vorrichtung in den Mittelpunkt der Axe der Rolle fällt. Die Rolle wird getragen durch den Träger $kl\,k'l'$ (Fig. 188), an welchem zwei parallele Drähte rr' (Fig. 187) befestigt sind, welche oben über die von einander isolirten Rollen nn' (Fig. 187) geführt und durch einen Seidenfaden mit einander verbunden sind. Die Aufhängedrähte können unten an dem Halter, an welchem sie ähnlich wie bei dem Bifilarmagnetometer befestigt sind, jedoch so, dass sie von einander isolirt sind, einander genähert oder von einander entfernt werden. Mit den Aufhängedrähten sind zugleich die Klemmen e' und d' leitend verbunden.

Die feste Multiplicatorrolle *yyy* (Fig. 187) besteht aus zwei quadratischen Messingplatten mit kreisrundem Loche von 76mm Durchmesser, welche parallel durch eine hohle Messingröhre von 76mm Durchmesser in einem Abstande von 70mm gehalten werden. Um diese Röhre, zwischen den parallelen Platten, ist ein mit Seide übersponnener 0,7mm dicker Kupfer-

Fig. 187. Fig. 188.



draht etwa 3500 mal herumgewunden. Die obere Seite des Multiplicators ist durch den Deckel *zzzz* (Fig. 187) bedeckt, welcher über einer mittleren Durchbohrung, durch welche die die Bifilarrolle tragenden Drähte hindurchgehen, die Messingröhre *qq'* trägt, in welcher die Drähte *r* bis zu den Rollen *n* aufsteigen. Die Röhre besteht aus zwei in einander geschobenen Theilen, so dass sie verlängert oder verkürzt werden kann. Die

Multiplicatorrolle steht auf dem hölzernen Fussbrett, in welches zwei Löcher α und α' gebohrt sind, um die Enden des Multiplicatordrahtes nach aussen zu führen. Die Bifilarrolle schwebt nun in der Röhre der Multiplicatorrolle, so dass die Ebene ihrer Windungen zur Ebene der Multiplicatorwindungen senkrecht ist. Wie man Fig. 188 sieht, ist der Deckel des Multiplicators seitlich durchbohrt, so dass der horizontale Arm ll' des Trägers durch dieselben hindurchgeht und frei in denselben schwingen kann.

Der ganze Apparat wird zum Schutze gegen die Luftströmungen durch ein Mahagonikästchen bedeckt, welches oben eine Oeffnung hat, um die Röhre qq' durchzulassen, und an der dem Spiegel der Bifilarrolle gegenüberstehenden Seite eine mit einem Spiegelglase verschlossene Oeffnung, durch welche das Licht von einer Scala auf den Spiegel fällt und von demselben reflectirt wird.

Der Apparat wird dann so aufgestellt, dass die Ebene der Multiplicatorrolle vertical und parallel der Ebene des magnetischen Meridianes, die Ebene der Bifilarrolle ebenfalls vertical, aber senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes ist. Um die Stellung der Bifilarrolle zu beobachten, wird dem Spiegel derselben gegenüber, wie bei dem Magnetometer, ein Fernrohr mit Fadenkreuz aufgestellt, unter welchem sich eine Scala befindet, deren Spiegelbild im Fernrohr beobachtet wird.

Leitet man nun einen Strom durch die Multiplicatorrolle, dessen Intensität gleich J ist, und einen mit der Intensität J' durch die Bifilarrolle, indem man die Enden der Aufhängedrähte nn (Fig. 187) mit den Polen einer Batterie verbindet, so ertheilt der feste Strom dem beweglichen ein zur Ebene des beweglichen Stromes senkrechtes Drehungsmoment, welches nach den vorigen Entwicklungen proportional $J \,.\, J'$ ist, oder

$$D = a \,.\, J \,.\, J',$$

setzen wir $J' = b \,.\, J$, so können wir auch schreiben

$$D = a \,.\, b \,.\, J^2.$$

Wird nun der bewegliche Strom um einen Winkel v abgelenkt, so wirken auf denselben nach entgegengesetzten Richtungen folgende Kräfte ein. Erstens die ablenkende Kraft des festen Stromes, welche den beweglichen dem festen Strome parallel zu stellen sucht, dieselbe ist gleich $D \,.\, \cos v$.

Da nun aber in Folge der Ablenkung die Aufhängedrähte nicht mehr parallel sind, und der Schwerpunkt der Bifilarrolle etwas gehoben wird, so ertheilt die Directionskraft in Folge der Aufhängung der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches sie wieder in die frühere Lage zurückzuführen sucht und welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Ausserdem aber ertheilt in später zu betrachtender Weise auch der Erdmagnetismus der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches ebenfalls dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Dasselbe ist gleichzeitig der

Stromstärke in der Bifilarrolle proportional; da es aber, wenn man durch die Bifilarrolle nur schwache Ströme leitet, gegen die andern Kräfte nur klein ist, so können wir dasselbe als constant betrachten. Bezeichnen wir nun die Summe der Directionskraft in Folge der Aufhängung und der Einwirkung des Erdmagnetismus mit M, so ist das die Bifilarrolle zurückdrehende Drehungsmoment gleich $M \,.\, \sin v$.

Ist nun die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2 \,.\, a \,.\, b \,.\, \cos v = M \,.\, \sin v$$

$$J^2 \,.\, \frac{a \,.\, b}{M} = \operatorname{tang} v.$$

Es muss also die der ablenkenden Kraft proportionale Tangente des Ablenkungswinkels dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Zur Prüfung dieses Satzes leitete Weber einen Strom durch die Multiplicatorrolle und dann durch die Bifilarrolle; da indess selbst bei Anwendung von nur einem Grove'schen Elemente die Ablenkung der Bifilarrolle dann so stark wurde, dass sie nicht mehr beobachtet werden konnte, wurden, wie Fig. 187 *vv* zeigt, die Drähte, welche den Strom zur Bifilarrolle hin und von ihr fortleiteten, durch einen kurzen Draht verbunden, so dass durch die Bifilarrolle nur ein Zweigstrom ging, dessen Intensität $\frac{1}{246{,}36}$ des ganzen, also auch des durch den Multiplicatordraht fliessenden Stromes war.

Die Intensität des durch den Multiplicator fliessenden Stromes wurde durch die Ablenkung bestimmt, welche dieser Strom einem Magnetstabe ertheilt; die Stromstärken sind dann der Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Die Ablenkung des Magnetstabes wurde wie bei dem Magnetometer und Dynamometer mit Fernrohr und Scala beobachtet.

Die in Scalentheilen gegebene Ablenkung liefert uns die Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel; man müsste daher eigentlich aus den direct beobachteten Ablenkungen erst die Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel ableiten; da indess die Ablenkungen überhaupt nur klein sind, weichen die Tangenten der Ablenkungswinkel so wenig von den halben Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel ab, dass wir ohne Weiteres den direct beobachteten Ablenkungen sowohl die Stromstärke J als auch das von der festen der beweglichen Rolle ertheilte Drehungsmoment proportional setzen dürfen.

Aus drei mit möglichster Sorgfalt durchgeführten Beobachtungsreihen erhielt Weber nun folgende zusammengehörigen Ablenkungen des Magnetstabes und Dynamometers.

Zahl der Elemente	Ablenkung des Magnetstabes J	Ablenkung des Dynamometers D
3 Grov. Becher	108,426	440,038
2 „ „	72,398	198,255
1 „ „	36,332	50,910.

Ist nun die Voraussetzung richtig, dass die elektrodynamische Wechselwirkung zweier Ströme dem Producte der Stromstärken proportional ist, dann muss die Quadratwurzel aus den Zahlen der letzten Reihe den Zahlen der zweiten Reihe, welche der Stromstärke des durch die Rollen fliessenden Stromes proportional sind, proportional sein, oder die Quadratwurzel der Zahlen der letzten Reihe muss, mit einem constanten Factor multiplicirt, die Zahlen der zweiten Reihe liefern. Das ist in der That der Fall, denn multipliciren wir die Quadratwurzeln mit 5,15534, so erhalten wir

$5,15534 \cdot \sqrt{D}$	J	Differenz
108,144	108,426	— 0,282
72,589	72,398	+ 0,191
36,786	36,332	+ 0,454.

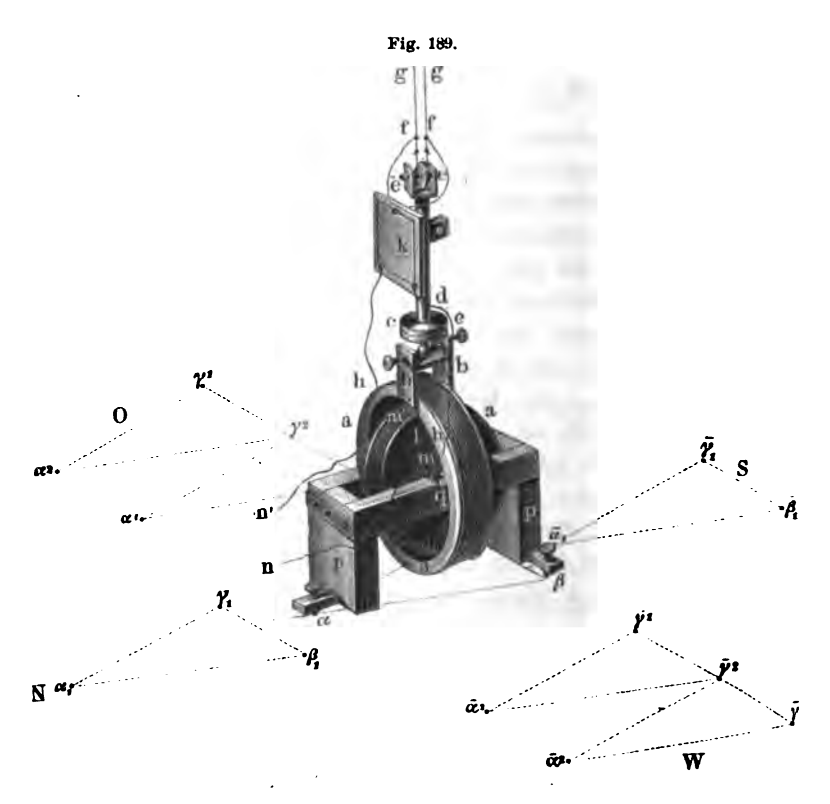
Die Differenzen zwischen den beobachteten und gefundenen Werthen für J sind so klein, dass sie vollständig innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler fallen; es folgt also, dass in der That die elektrodynamischen Wechselwirkungen zweier Ströme dem Producte der Stromstärken proportional sind.

Um nun die Einwirkung zweier Stromkreise in den beiden anderen vorher bestimmten Lagen und in verschiedenen Entfernungen zu untersuchen und mit den aus der Ampère'schen Theorie sich ergebenden Folgerungen zu vergleichen, gab Weber dem Dynamometer die Einrichtung Fig. 189. Die Bifilarrolle *aa*, welche circa 3000 Windungen Kupferdraht von $0,3^{mm}$ Dicke enthält, ist von einer Messingklammer *bb* gehalten, welche ihrerseits an der unteren der beiden horizontalen Messingscheiben *cc* befestigt ist. Die untere Messingscheibe ist in ihrer Mitte durchbohrt, und in dieser Durchbohrung ist ein Zapfen befestigt, welchen die obere der beiden Messingscheiben *c* trägt. Die untere Scheibe und mit ihr die Bifilarrolle kann um den Zapfen gedreht werden, so dass man die Ebene der Bifilarrolle in jedem Azimuthe feststellen kann, ohne die Aufhängedrähte aus ihrer parallelen Lage zu bringen. Die obere Scheibe *c* ist an dem verticalen hölzernen Zapfen *d* befestigt, an welchem oben eine kleine Gabel sich befindet, in welcher die sehr leicht bewegliche Rolle *ee* liegt. Um diese Rolle ist ein Seidenfaden gelegt, welcher an die Aufhängedrähte *fg* geknüpft ist. Die Aufhängedrähte sind oben an der Decke des Zimmers an zwei von einander isolirten Rollen von Messing befestigt; von diesen gehen zwei Drähte, der eine zu einem Pole der Batterie, der andere zum Commutator. Zu den Aufhängedrähten führen auch die Enden des um die Bifilarrolle gewickelten Drahtes.

An dem hölzernen Zapfen *d* ist zugleich ein verticaler Planspiegel befestigt, auf welchen aus circa 3,2 Meter Entfernung ein Fernrohr mit Fadenkreuz gerichtet ist, so dass man das Spiegelbild der unter dem Fernrohr befestigten Scala beobachten kann. Die Multiplicatorrolle besteht aus

zwei Messingscheiben *l*, deren Durchmesser etwas kleiner ist als der lichte Durchmesser der Bifilarrolle, und welche durch eine Messingaxe mit einander verbunden sind. Um die Axe ist in ungefähr 10,000 Windungen ein Kupferdraht von 0,3mm Durchmesser gewunden. Die Rolle wird auf ein kleines hölzernes Gestell *pp* gelegt, welches, um die Ebene der Rolle genau vertical zu stellen, mit drei Stellschrauben α, β, γ versehen ist. Der eine der Füsse des Gestelles ist mit einem Charnier versehen, so dass er zurückgeschlagen werden und so der Multiplicator frei in die Bifilarrolle eingeführt, oder aus ihr herausgenommen werden kann.

Fig. 189.



Die Bifilarrolle wird nun so gestellt, dass ihre Ebene genau senkrecht zur Ebene des Meridianes steht, während die Ebene der Multiplicatorrolle derjenigen des Meridianes parallel gestellt wird, also senkrecht zur Ebene der Bifilarrolle. Der Multiplicator kann nun erstens so gestellt werden, dass sein Mittelpunkt, wie die Figur zeigt, mit dem Mittelpunkte der Bifilarrolle zusammenfällt; dann aber auch so, dass er in der Ostweströchtung oder in der Südnordrichtung von der Bifilarrolle entfernt ist. Um bei diesen letzten Stellungen sicher zu sein, dass die Ebenen der beiden Rollen sich halbiren, dass also $u = 0^0$ oder 90^0 ist, werden auf der Tisch-

platte, über welcher die Bifilarrolle hängt, die Punkte α, β, γ vorher sorgfältig aufgesucht und markirt, auf welchen die Spitzen der Stellschrauben stehen müssen.

Die Bifilarrolle wird bei den Versuchen zum Schutze gegen die Luftströmungen von einem Gehäuse umgeben, dessen dem Spiegel gegenüberstehende Wand aus einer Spiegelglasplatte besteht.

Um nun mit diesem Apparate die Messungen vorzunehmen, stellte Weber die Multiplicatorrolle zunächst in die Bifilarrolle, wie es Fig. 189 zeigt, und dann in Abstände von 300 bis 600 Millimeter entweder in der Richtung des magnetischen Meridianes, oder in die magnetische Ost-Westrichtung auf die vorher markirten Punkte α, β, γ.

Es wurde dann durch beide Rollen der Strom von 8 Bunsen'schen Elementen nach einander hindurchgeführt; nur als die Multiplicatorrolle sich in der Bifilarrolle befand, wurde der Strom von 2 Grove'schen Elementen angewandt. Um die Stromstärke in jedem Falle zu messen, wurde der Strom dann noch ferner durch eine entferntere, vertical und dem magnetischen Meridiane parallel gestellte Drahtrolle geführt, welche den Magnetstab eines Magnetometers ablenkte. Die Stromstärken waren auch hier der Tangente des Ablenkungswinkels des Magnetstabes proportional; man konnte aber auch hier wieder die Stromstärke den direct beobachteten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel proportional setzen.

Bezeichnen wir nun wieder die Intensität des Stromes in beiden Rollen mit J, so ergibt die Ampère'sche Theorie auch hier wieder die Directionskraft der festen auf die bewegliche Rolle

$$D = J^2 \, . \, C,$$

worin die Constante C abhängig ist von der Grösse der Rollen, ihrer Lage gegen und ihrer Entfernung von einander. Ist dann die Bifilarrolle um den Winkel v aus ihrer Lage abgelenkt, so ist das sie ablenkende Drehungsmoment

$$J^2 \, . \, C \, . \cos v.$$

In der abgelenkten Lage wird nun die Bifilarrolle noch durch zwei Kräfte afficirt, nämlich durch die statische Directionskraft in Folge der Aufhängung, sei dieselbe gleich S, welche die Rolle der frühern Lage wieder zu nähern sucht, und durch die Directionskraft des Erdmagnetismus, welche je nach der Richtung des Stromes in der Bifilarrolle dieselbe der Gleichgewichtslage wieder zu nähern oder von ihr zu entfernen sucht. Diese Directionskraft darf bei diesen Beobachtungen, bei welchen die angewandten Stromstärken von 2, resp. 8 Elementen in der Bifilarrolle ziemlich beträchtlich sind, nicht ausser Acht gelassen werden. Die Grösse dieser Directionskraft lässt sich, wie Weber gezeigt hat, berechnen; sei sie in Theilen der statischen Directionskraft gleich s. Das Drehungsmoment, welches die Bifilar-

rolle aus der abgelenkten Lage in Folge dieser Kräfte zurückzudrehen sucht, ist dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, also

$$S\,(1 \pm s)\,.\,\sin v,$$

worin das positive Vorzeichen zu nehmen ist, wenn der Strom in der Bifilarrolle an der Westseite des Meridianes aufsteigt.

Ist nun die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2\,.\,C\,.\,\cos v = S\,(1 \pm s)\,.\,\sin v$$

$$C \cdot \frac{J^2}{S\,(1 \pm s)} = \operatorname{tang} v,$$

oder

$$\frac{C}{S} = \operatorname{tang} v \cdot \frac{(1 \pm s)}{J^2}.$$

Die von Weber beobachteten Werthe von $\operatorname{tang} v \cdot \frac{1 \pm s}{J^2}$ sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Entfernung der Rollen	Reducirte Ablenkung des Dynamometers, wenn die Multiplicatorrolle sich befand von der Bifilarrolle	
	östlich oder westlich	südlich oder nördlich
0^{mm}	22960	22960
300^{mm}	189,93	— 77,11
400^{mm}	77,45	— 34,77
500^{mm}	39,72	— 18,24
600^{mm}	22,46	—

Betreffs dieser Zahlen ist zu bemerken, dass sie den Abstand der beobachteten Punkte der Scalen geben, wenn die Bifilarrolle in den äussersten Lagen bei abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Strömen sich befand, dass sie also den doppelten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel, oder da die Ablenkungen immer nur sehr klein sind, den vierfachen Tangenten der Ablenkungswinkel proportional sind.

Die negativen Vorzeichen in der letzten Columne bedeuten, dass bei gleicher Stromrichtung in den beiden Rollen der Sinn der Ablenkung der entgegengesetzte ist, wenn die Ebene der festen Rolle die bewegliche halbirt, als wenn die bewegliche die feste Rolle halbirt; dass im ersten Falle die Rollen sich parallel und so zu stellen suchen, dass der Strom in ihnen im entgegengesetzten Sinne kreist, während im letztern die bewegliche Rolle so gedreht wird, dass die Ströme parallel und gleich gerichtet werden. Dass dieses mit der Ampère'schen Theorie übereinstimmt, zeigen unsere Ausdrücke m_1 und m_2, indem der erstere das negative, der letztere das positive Vorzeichen hat; es ergibt sich aber auch schon aus einer Betrachtung der Fig. 186. Denn fällt die Verbindungslinie der beiden Kreismittelpunkte mit der X Axe zusammen, befindet sich also der Kreis K'

nördlich oder südlich von K, so wird der Kreis K offenbar so gedreht, dass wenn beide parallel stehen, in den einander nächsten Kreiselementen die Ströme gleich gerichtet sind, dass also dort, wo die Ströme in den zugewandten Kreishälften die Axe der X passiren, dieselben von oben nach unten fliessen. Wie man sieht, durchfliessen die Ströme die beiden Kreise dann in entgegengesetztem Sinne.

Befindet sich aber der Kreis K' östlich oder westlich von K, so dass also R mit der Axe der Y zusammenfällt, so wird der Kreis K so abgelenkt, dass bei paralleler Stellung ebenfalls in den einander zunächst liegenden Theilen des Kreises die Richtung der Ströme dieselbe ist; das ist aber der Fall, wenn die Ströme die beiden Kreise in demselben Sinne durchfliessen.

Bei den in Fig. 186 angedeuteten Stromrichtungen dreht sich demnach von oben gesehen der Kreis K, wenn $u = 0$ ist, im entgegengesetzten Sinne wie der Zeiger einer Uhr; wenn $u = 90^0$ ist, in demselben Sinne wie der Zeiger einer Uhr.

Weber prüfte nun mit seinen Messungen das Ampère'sche Gesetz in doppelter Weise.

Zunächst müssen, wie erwähnt, bei gleicher Stromstärke und gleicher statischer Directionskraft die Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn die Ströme aus verschiedenen Abständen auf einander wirken, den Gleichungen genügen

$$\operatorname{tang} v = \frac{2a}{R^3} + \frac{b}{R^5},$$

wenn die Multiplicatorrolle östlich oder westlich von der Bifilarrolle aufgestellt ist; der Gleichung

$$\operatorname{tang} v' = \frac{a}{R^3} + \frac{c}{R^5},$$

wenn die Multiplicatorrolle sich nördlich oder südlich von der Bifilarrolle befindet.

Die in der oben gegebenen Tabelle angeführten Zahlen liefern uns die doppelten Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn wir sie durch die doppelte Entfernung der Scala vom Spiegel dividiren, da die beobachteten Werthe der doppelten Ablenkung der Bifilarrolle entsprechen.

Berechnet man hiernach die einfachen Ablenkungswinkel, so ergibt sich folgende Tabelle.

Abstand der Rollen R	Ablenkungswinkel v		Ablenkungswinkel v'	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
$0{,}3^m$	$0^0\ 49'\ 22''$	$0^0\ 49'\ 22''$	$0^0\ 20'\ 3''$	$0^0\ 20'\ 4''$
$0{,}4^m$	$0^0\ 20'\ 8''$	$0^0\ 20'\ 7''$	$0^0\ 9'\ 2''$	$0^0\ 8'\ 58''$
$0{,}5^m$	$0^0\ 10'\ 12''$	$0^0\ 10'\ 8''$	$0^0\ 4'\ 44''$	$0^0\ 4'\ 42''$
$0{,}6^m$	$0^0\ 5'\ 50''$	$0^0\ 5'\ 49''$	—	—

Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden nun die drei Constanten a, b, c berechnet, und es ergab sich

$$\text{tang } v = 0{,}0003572 \,.\, R^{-3} + 0{,}000002755\, R^{-5}$$
$$\text{tang } v' = 0{,}0001786 \,.\, R^{-3} + 0{,}000001886\, R^{-5}.$$

Wie genau die hiernach berechneten Werthe von v und v' mit den beobachteten Werthen übereinstimmen, zeigt obige Tabelle.

Eine noch eingehendere und vollständige Prüfung der Ampère'schen Theorie führte Weber dadurch aus, dass er die Constante C in den angeführten Gleichungen für die Verhältnisse des Versuches bestimmte, und dann die Ablenkungen der Bifilarrolle darnach berechnete. Wie vollständig die beobachteten und berechneten Werthe mit einander übereinstimmen, zeigt folgende Tabelle.

Abstand der Rollen	Ablenkungen der Bifilarrolle, wenn die Multiplicatorrolle sich befand von der Bifilarrolle			
	östlich oder westlich		nördlich oder südlich	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0mm	22960	22680	22960	22680
300mm	189,93	189,03	— 77,11	— 77,17
400mm	77,45	77,79	— 34,77	— 34,74
500mm	39,72	39,37	— 18,24	— 18,31
600mm	22,46	22,64	—	—

Die Uebereinstimmung ist so vollkommen, dass sie den schönsten Beweis liefert sowohl für die Richtigkeit des Ampère'schen Gesetzes, als auch für die musterhafte Genauigkeit der Weber'schen Messungen.

§. 93.

Weber's elektrisches Grundgesetz. Das Ampère'sche elektrodynamische Grundgesetz, welches in der Formel für die Wechselwirkung zweier Elemente ausgedrückt ist, ist das unmittelbare Ergebniss des Versuchs, so zwar, dass man dasselbe wohl als eine empirische Formel bezeichnen kann. Dasselbe geht auf die Natur der Kräfte, welche diesen Erscheinungen zu Grunde liegen, nicht weiter ein, als dass es der Erfahrung gemäss als die Ursache der beobachteten Erscheinungen die in den Stromleitern fliessende Elektricität betrachtet. In welcher Weise die an den Stromleitern beobachteten mechanischen Actionen mit den elektrischen Anziehungen und Abstossungen der in dem Stromleiter fliessenden Elektricitäten zusammenhängen, das hat Ampère nicht zu bestimmen gesucht.

Diese Frage hat sich W. Weber gestellt, er hat die elektrodynamischen Erscheinungen aus der Wechselwirkung der elektrischen Kräfte abgeleitet, welche in den galvanischen Strömen auf einander wirken, und so ein elek-

trisches Grundgesetz aufgestellt, von welchem die elektrodynamischen Bewegungen nur ein specieller Fall sind [1]).

Weber geht dabei auch von den beiden Erfahrungssätzen aus, dass zwei Stromelemente, welche in einer geraden Linie liegen, mit welcher ihre Richtung zusammenfällt, einander abstossen oder anziehen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind, und dass zwei parallele Stromelemente, welche mit ihrer Verbindungslinie rechte Winkel bilden, einander anziehen oder abstossen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Weber nimmt nun an, wie wir es schon mehrfach auseinandergesetzt haben, dass in jedem elektrischen Strome gleichzeitig beide Elektricitäten in gleicher Menge nach entgegengesetzten Richtungen fliessen.

Wir haben demnach in zwei Stromelementen, die wir betrachten, nach den Gesetzen der elektrischen Anziehungen und Abstossungen vier elektrische Wechselwirkungen, zwei abstossende zwischen den beiden positiven und den beiden negativen Elektricitäten, und zwei anziehende zwischen der positiven Elektricität des ersten und der negativen des zweiten, sowie zwischen der negativen Elektricität des ersten und der positiven Elektricität des zweiten Leiters. Da diese elektrischen Massen aus gleichen Entfernungen auf einander wirken, so müsste den Gesetzen der Elektrostatik gemäss die Summe dieser Wirkungen gleich Null sein. Denn bezeichnen wir die in beiden Leitern in dem Element gerade vorhandenen Elektricitäten mit $\pm e$ und $\pm e'$, den Abstand der Elemente mit r, so sind nach jenen Gesetzen die Wechselwirkungen dieser Elektricitäten

$$\frac{+e \,.\, +e'}{r^2},\ \frac{-e \,.\, -e'}{r^2},\ \frac{+e \,.\, -e'}{r^2},\ \frac{-e \,.\, +e'}{r^2}.$$

Dieselben sind ihrem absoluten Werthe nach gleich, zwei haben aber das positive, zwei das negative Vorzeichen; ihre Summe ist daher gleich 0.

Da wir nun aber die elektrodynamischen Erscheinungen der Einwirkung der in den Leitern fliessenden Elektricitäten zuschreiben müssen, so folgt, dass die Gesetze der Anziehung und Abstossung, wie wir sie aus den Wechselwirkungen der ruhenden Elektricität ableiten, nicht auch die Wechselwirkungen der bewegten Elektricität umfassen. Da ferner die beiden oben angeführten Erfahrungssätze uns zeigen, dass die Wechselwirkungen der Elemente um so stärker sind, je geschwinder die Elektricität durch die Elemente strömt, d. h. je grösser die Stromintensität ist, so folgt, dass die elektrischen Anziehungen und Abstossungen auch abhängig sind von den Geschwindigkeiten, welche die elektrischen Massen gegen einander haben. Die Gesetze der Elektrostatik geben uns daher nur einen Grenzfall, nämlich die elektrischen Wirkungen, wenn die gegenseitigen Geschwindigkeiten gleich Null sind.

---

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen. I. Theil. §. 18 — 21.

Wir müssen daher zu dem aus der Elektrostatik abgeleiteten Gesetze noch ein Glied hinzufügen, welches von der Geschwindigkeit abhängt, welche die elektrischen Massen gegen einander haben.

Die erste der beiden angeführten Thatsachen beweist nun, dass elektrische Massen, welche in entgegengesetztem Sinne bewegt werden, schwächer auf einander einwirken, als solche, welche in gleichem Sinne bewegt werden. Denn wenn die Stromrichtung in beiden Elementen dieselbe ist, so findet Abstossung statt; folglich müssen die Anziehungen der ungleichnamigen Elektricitäten schwächer sein als die Abstossungen der gleichnamigen; die ungleichnamigen Elektricitäten bewegen sich aber in diesem Falle nach entgegengesetzten, die gleichnamigen nach denselben Richtungen.

Aus derselben Thatsache lässt sich ferner der Satz ableiten, dass zwei elektrische Massen desto schwächer abstossend oder anziehend, je nachdem sie gleichartig oder ungleichartig sind, auf einander einwirken, je grösser das Quadrat ihrer relativen Geschwindigkeit ist, d. h. der Geschwindigkeit, mit welcher die Elektricitäten sich einander nähern oder von einander entfernen.

Dass die Geschwindigkeit, mit welcher die beiden Elektricitäten sich gegen einander bewegen, von Einfluss ist, folgt wie wir sahen daraus, dass die elektrodynamischen Wechselwirkungen von der Stromstärke abhängig sind. Bezeichnen wir nun den Abstand der elektrischen Massen mit r, und mit dr die Strecke, um welche sie sich in der Zeit dt von einander entfernen, also den Zuwachs des Abstandes r, so ist $-dr$ die Strecke, um welche sie sich einander in derselben Zeit nähern, wenn sie sich gegen einander hin bewegen. Die relativen Geschwindigkeiten sind dann in dem ersten Falle $\frac{dr}{dt}$, in dem zweiten Falle $-\frac{dr}{dt}$. Da nun eine Umkehr des Stromes in beiden Elementen die Wirkung derselben auf einander gar nicht ändert, so folgt, dass bei gleicher relativer Geschwindigkeit es gleichgültig ist, ob die beiden Elektricitäten sich einander nähern, oder von einander entfernen. Da somit das Vorzeichen von $\frac{dr}{dt}$ keinen Einfluss auf die Grösse der Kraft hat, so kann sie nur von einer geraden Potenz der relativen Geschwindigkeit abhängig sein; am einfachsten ist daher die Annahme, dass sie sich mit dem Quadrate derselben ändere.

Die Einwirkung zweier elektrischer Massen e und e' in dem Abstande r, wenn sie gegen einander die Geschwindigkeit $\pm \frac{dr}{dt}$ haben, werden wir darnach ausdrücken können durch die Form

$$\frac{e \cdot e'}{r^2} \left\{1 - \alpha \left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\},$$

worin die Vorzeichen von e und e' positiv oder negativ sind, je nachdem die Elektricitäten positiv oder negativ sind, und worin α eine Constante bedeutet.

Dieser Ausdruck spricht aus, dass nach entgegengesetzten Richtungen bewegte, oder überhaupt Elektricitäten, die nicht in relativer Ruhe sind.

schwächer auf einander einwirken als ruhende, und dass die Schwächung dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit proportional ist. Wenn $\frac{dr}{dt}$ gleich Null wird, so geht dieser Ausdruck in das einfache elektrostatische Gesetz über.

Wenden wir diesen Ausdruck auf den bisher betrachteten Fall, zweier in einer geraden Linie liegender Elemente an, um ihn mit dem durch die Erfahrung bestätigten Ausdruck von Ampère zu vergleichen. Nach der Ampère'schen Formel ist für diesen Fall die Wechselwirkung der Elemente

$$\frac{i \,.\, i' \,.\, ds \,.\, ds'}{2\, r^2}.$$

Um die völlige Uebereinstimmung beider Formeln zu zeigen, bezeichnen wir die Elektricitätsmenge, welche gleichzeitig in der Längeneinheit der Stromleiter vorhanden ist, mit $\pm e$ resp. $\pm e'$. Die in den Elementen ds gleichzeitig vorhandenen Elektricitäten sind dann $\pm\, eds$, $\pm\, e'ds'$. Nun seien die Geschwindigkeiten der Elektricitäten in beiden Leitern u und u'. Dann sind die relativen Geschwindigkeiten, also die Geschwindigkeiten, mit welchen die Elektricitäten sich von einander entfernen oder einander nähern,

Geschwindigkeiten	$\frac{dr}{dt}$	Deshalb sind die Wirkungen
von $+e$ und $+e'$	$u - u'$	$\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2}\,[1 - \alpha\,(u - u')^2]$
„ $-e$ „ $-e'$	$-(u - u')$	$\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2}\,[1 - \alpha\,(u - u')^2]$
„ $+e$ „ $-e'$	$u + u'$	$-\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2}\,[1 - \alpha\,(u + u')^2]$
„ $-e$ „ $+e'$	$-(u + u')$	$-\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2}\,[1 - \alpha\,(u + u')^2]$.

Die algebraische Summe aller dieser vier Wechselwirkungen ist dann die Wirkung der beiden Stromelemente auf einander, für welche der Ampère'sche Ausdruck gilt; diese Summe ist

$$8\,\alpha\,\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{r^2} \cdot u \,.\, u'.$$

Dieser Ausdruck soll nun dem von Ampère gegebenen identisch gleich sein.

Die Stromintensität i in der Formel von Ampère ist proportional der Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fliesst, es ist demnach, wenn a eine Constante bedeutet,

$$i = a \,.\, e \,.\, u, \qquad i' = a \,.\, e' \,.\, u'.$$

Darnach wird die Formel von Ampère

$$a^2 \cdot \frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{2\, r^2} \cdot u \,.\, u'.$$

Die beiden Ausdrücke sind demnach einander vollkommen gleich, wenn wir setzen

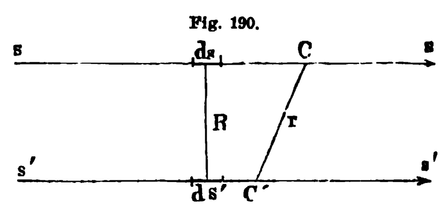
$$8\,\alpha = \frac{a^2}{2}, \quad \alpha = \frac{a^2}{16},$$

so dass der Weber'sche Ausdruck für die Wechselwirkung zweier Elemente hiernach wird

$$w = \frac{e\,.\,e'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\}.$$

Dieser Ausdruck reicht indess zur Darstellung der Erscheinungen nicht hin, denn nach demselben müsste die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente auf einander gleich 0 sein. Denn sind *ds*, *ds'* Fig. 190 die beiden auf einander wirkenden Elemente, *R* die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte, so sieht man, wie die durch die Leiter fliessenden Elektricitäten in dem Augenblicke, in welchem sie die Elemente passiren, sich weder einander nähern, noch von einander entfernen, wie also für alle Elektricitäten die relativen Geschwindigkeiten gleich Null sind. Nehmen wir an, in beiden Leitern sei die Stromrichtung dieselbe; die Intensität aber in *ss* die grössere. Die nach derselben Seite gerichtete Geschwindigkeit der gleichnamigen Elektricitäten ist dann in dem Leiter *ss* die grössere.

Fig. 190.



Zwei elektrische Massen, welche zu gleicher Zeit die Elemente passiren, nähern sich dann bis zu dem Augenblicke, in welchem sie sich in den Elementen befinden, von da an entfernen sie sich; in dem Augenblicke also, in welchem sie sich in den Elementen befinden, kehrt die relative Geschwindigkeit ihr Vorzeichen um, sie muss also gleich Null sein. Gleiches gilt für die entgegengesetzten Elektricitäten.

In diesem Falle ändern sich also die relativen Geschwindigkeiten mit der Zeit, sie nehmen ab, wenn die Elektricitäten sich nähern, gehen durch Null, wenn sie in den betrachteten Elementen sich befinden, und nehmen wieder zu, wenn sie sich von einander entfernen; Weber nimmt daher an, dass diese Veränderlichkeit der relativen Geschwindigkeit, oder die relative Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen ebenfalls von Einfluss auf die Anziehungen und Abstossungen derselben sei, und zwar, dass diese Kräfte der relativen Beschleunigung proportional zunehmen. Ist demnach *dv* die Grösse, um welche die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen in der Zeit *dt* zunimmt, so ist die relative Beschleunigung derselben $\frac{dv}{dt}$, denn dieser Quotient gibt uns die Zunahme der relativen Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, wenn sie in jedem Zeitelemente *dt* ebenso zunähme, wie in dem betrachteten Zeitelemente. Die Wechsel-

wirkung zweier bewegter elektrischer Massen e und e' im Abstande r ist dann ganz allgemein

$$w = \frac{e \cdot e'}{r^2} \left\{1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + b \cdot \frac{dv}{dt}\right\}.$$

Vergleichen wir wieder diesen Ausdruck mit dem Ampère'schen für die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente

$$w = -\frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{R^2}.$$

Seien wieder wie vorher $\pm e$, $\pm e'$ die Elektricitäten in der Längeneinheit der Leiter, $\pm u$, $\pm u'$ deren Geschwindigkeiten; die in den beiden Elementen auf einander einwirkenden Elektricitäten sind dann

$$\pm eds \quad \pm e'ds'.$$

Um die relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu erhalten, müssen wir bestimmen, um welches Stück dr sich der Abstand der Elektricitäten in der Zeit dt zu irgend einer Zeit t ändert. Legen nun die Elektricitäten e und e' in der Zeit t, von dem Momente an gerechnet, wo sie die Elemente passiren, den Weg $dsC = u \cdot t$ und $ds'C' = u' \cdot t$ (Fig. 190) zurück, so ist am Ende der Zeit t der Abstand r der beiden Elektricitäten gegeben durch

$$CC'^2 = r^2 = R^2 + (u - u')^2 \cdot t^2.$$

Wächst nun t um dt, so wächst r um dr, demnach ist

$$r \cdot dr = (u - u')^2 \cdot t \cdot dt$$

$$r \cdot \frac{dr}{dt} = rv = (u - u')^2 \cdot t$$

oder

$$v = \frac{(u - u')^2}{r} \cdot t.$$

Dieser Ausdruck für die relative Geschwindigkeit der Elektricitäten lässt schon erkennen, dass in dem Augenblicke, in welchem die Elektricitäten die Elemente passiren, $v = 0$ ist, denn dann ist $t = 0$. Vorher ist t negativ zu setzen, wie man sieht, ist dann auch v negativ, d. h. die Elektricitäten nähern sich einander.

Um die relative Beschleunigung der elektrischen Massen gegen einander zu erhalten, müssen wir die Geschwindigkeitsänderung dv in dem Zeitelement dt bestimmen; ändert sich in der Gleichung

$$r \cdot v = (u - u')^2 \cdot t$$

t um dt, so ändert sich auch der Werth von r um dr, so dass also

$$(r + dr)(v + dv) = (u - u')^2 (t + dt).$$

Vernachlässigen wir nun das Glied $dr \cdot dv$ als gegen die übrigen unendlich klein, so erhalten wir

$$rdv + vdr = (u - u')^2 \cdot dt$$

$$r \frac{dv}{dt} + v \frac{dr}{dt} = (u - u')^2$$

oder

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(u-u')^2}{r} - \frac{v^2}{r}.$$

In dem Augenblicke nun, in welchem die Elektricitäten die Elemente passiren, ist $r = R$, $v = 0$, deshalb

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R} \cdot (u-u')^2.$$

Daraus ergibt sich nun für die Wechselwirkung der in den Elementen strömenden Elektricitäten

$$+e \text{ auf } +e' \ldots\ldots \frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u-u')^2\right]$$

$$-e \;\;\text{,,}\;\; -e' \ldots\ldots \frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u-u')^2\right]$$

$$+e \;\;\text{,,}\;\; -e' \ldots\ldots \frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u+u')^2\right]$$

$$-e \;\;\text{,,}\;\; +e' \ldots\ldots \frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u+u')^2\right].$$

Die algebraische Summe dieser vier Wirkungen ist

$$w = -8\,\frac{b}{R}\,\frac{e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \cdot uu'.$$

Setzen wir nun wieder in der Formel von Ampère

$$i = a \,.\, e \,.\, u \quad i' = a \,.\, e' \,.\, u',$$

so wird dieselbe

$$-\frac{a^2 \,.\, e \,.\, e' \,.\, ds \,.\, ds'}{R^2} \cdot uu'.$$

Der Ausdruck von Ampère wird dem aus dem Weber'schen Grundgesetze abgeleiteten vollkommen gleich, wenn man

$$b = \frac{a^2}{8} \cdot R$$

setzt, so dass also der Ausdruck für die Wechselwirkung der Elektricitäten zweier Stromelemente ganz allgemein wird

$$w = \frac{e \,.\, e'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\, r\, \frac{dv}{dt}\right\},$$

wo dann sowohl e als auch e', sowohl positiv als negativ zu nehmen sind. Den Werth und die Bedeutung der Constanten a werden wir an einer anderen Stelle kennen lernen.

Sowie nach der eben gemachten Bestimmung der Constanten a und b sich sofort erkennen lässt, dass die Formel von Weber die beiden besonderen Fälle von Ampère einschliesst, so lässt sich auch mit Hülfe einiger Rechnungen leicht zeigen, dass die allgemeine Formel von Ampère in derselben enthalten ist, so dass man in der That die Formel von Weber als das elektrische Grundgesetz betrachten darf, welches die von Ampère nur aus den Versuchen berechneten Erscheinungen aus den wirksamen elektrischen Kräften abgeleitet hat.

Zwar lässt sich nicht leugnen, dass die Annahmen Weber's, dass die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen nicht allein von ihrer Grösse oder Entfernung, sondern auch davon abhänge, ob sie sich gegen einander bewegen, ja dass sie selbst von der Art der Bewegung bedingt sei, mit den Grundsätzen der Mechanik, nach welchen die Wirksamkeit einer Kraft durchaus nicht von einer vorhandenen Bewegung abhängen kann, nicht übereinstimmt. Indess ist zu beachten, das letzterer Satz durchaus nicht a priori feststeht, sondern auch ein aus der Erfahrung abstrahirter ist, dass er aus der Beobachtung der Einwirkung von Kräften auf ponderable Massen sich ergeben hat, ebenso wie Weber aus der Einwirkung elektrischer Kräfte den Schluss gezogen hat, dass die Wechselwirkung elektrischer Massen auch von deren relativer Geschwindigkeit und Beschleunigung abhänge. Die eine Schlussfolgerung ist so berechtigt wie die andere, so dass die Nichtübereinstimmung dieser Sätze mit denen der Mechanik durchaus keinen haltbaren Grund gegen die Einführung dieser Beziehungen abgeben kann.

Man kann sogar behaupten, dass möglicher Weise die von Weber für die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen angenommene Abhängigkeit der Kraftwirkung von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung das allgemeine Gesetz für die Einwirkung zweier Massen auf einander sei, dass aber in der Mechanik die von der Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängigen Glieder nur einen verschwindenden Werth haben in Bezug auf das erste von denselben unabhängige Glied, und dass wir deshalb in der Erfahrung nur dieses unabhängige Glied bei der Bewegung ponderabler Massen wahrnehmen[1]).

§. 94.

Richtung der Ströme unter dem Einfluss der Erde. Wir haben bereits im §. 89 erwähnt, dass ein einfacher, in Form eines Vierecks oder eines Kreises gebogener Leiter, am Ampère'schen Gestell aufgehängt, eine bestimmte Lage annimmt; er stellt sich so, dass seine Ebene senkrecht ist zur Ebene des magnetischen Meridianes und dass der Strom an der Westseite des Meridianes aufsteigt, dass also in dem untersten horizontalen Theile der Strom von Osten nach Westen fliesst[2]).

Man kann diese Einstellung einer Stromebene schon bei Anwendung eines einfachen Leiters beobachten; leichter sieht man es aber, wenn man anstatt eines Leiters einen Stromkreis anwendet, welcher wie bei dem Weber'schen Dynamometer aus einer grossen Zahl von Windungen übersponnenen

---

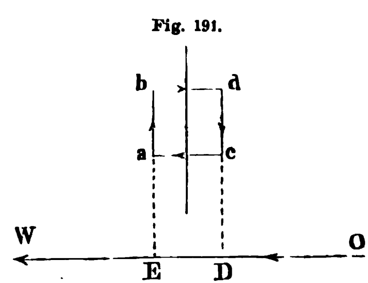
1) Man sehe gegenüber den Einwürfen von *Helmholtz* im Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. LXXII. *Weber* in der Abhandlung: Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondere über das Princip von der Erhaltung der Energie. Leipzig 1871. (Aus Bd. X der Abhandl. der mathem. phys. Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften.)

2) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XV.

Kupferdrahtes besteht; auf die Weber'sche Bifilarrolle ist, wie wir sahen, bei noch nicht sehr starken Strömen die Directionskraft durch den Einfluss der Erde ziemlich bedeutend. Dieser Directionskraft wegen musste bei dem Dynamometer die Bifilarrolle stets so gehängt werden, dass in ihrer Gleichgewichtslage die Ebene derselben senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes war. Mit Hülfe dieser Directionskraft ist es auch leicht zu erkennen, ob die Ebene der Bifilarrolle senkrecht zur Ebene des Meridians ist; denn leitet man durch dieselbe einen Strom, während durch den Multiplicator kein Strom geht, so wird sich in Folge dieser Directionskraft die Stellung der Rolle sofort ändern, wenn die Ebene der Rolle nicht zum Meridiane senkrecht ist, sie wird je nach der Richtung des Stromes der senkrechten Stellung näher gebracht oder von ihr entfernt.

Dieser Einfluss der Erde auf die Stellung von Ebenen, welche von galvanischen Strömen umflossen werden, ist so, als wenn die Erde von einem Strome in der Richtung vom magnetischen Osten nach dem magnetischen Westen umflossen würde. Denn denken wir uns einen Strom *OW* Fig. 191 und über demselben ein von einem Strome umflossenes Quadrat um eine zu *OW* senkrechte Axe drehbar, das zugleich so weit von *OW* entfernt ist, dass sein Durchmesser gegen die Entfernung verschwindend klein ist, so kann durch die Einwirkung des Stromes *OW* dem Quadrat *abcd* keine translatorische Bewegung ertheilt werden, da die untere Seite desselben von *OW* ebenso stark angezogen wird, als die obere Seite abgestossen wird. Die Seite *ab* des Quadrates wird

Fig. 191.



aber nach dem Verhalten begrenzter gegen unbegrenzte Ströme einen Antrieb gegen *W* hin erhalten, da der Theil *EW* die Seite *ab* anzieht, der Theil *EO* dagegen die Seite *ab* abstösst; die Seite *cd* erhält einen ebenso starken Antrieb gegen *O* hin, da *DO* diese Seite anzieht, *DW* sie aber abstösst. Wenn deshalb die Ebene des Quadrates nicht mit der durch *OW* gelegten Verticalebene zusammenfällt, so wirken diese Kräfte als ein Paar, welches das Quadrat in die durch *WO* gelegte Verticalebene zu bringen sucht, so dass in der gegen *W* gelegenen Seite der Strom aufsteigt, in der gegenüberliegenden Seite dagegen der Strom absteigt.

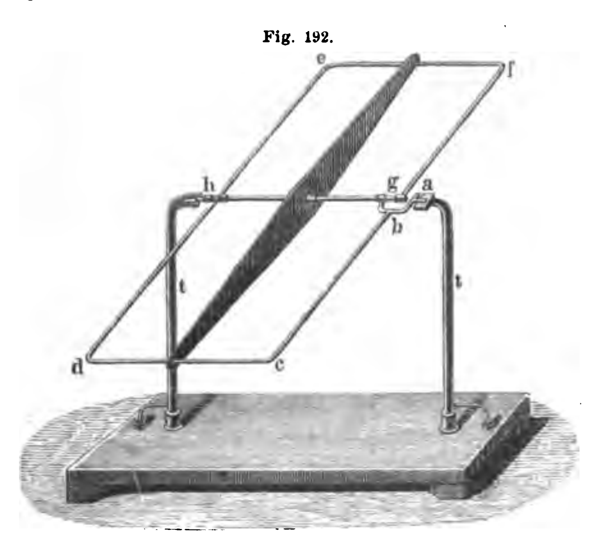
Da wir nun sehen, dass ein um eine verticale Axe drehbar aufgehängter Stromkreis sich stets senkrecht zum magnetischen Meridiane und so zu stellen sucht, dass an der Westseite des Meridianes der Strom aufsteigt, so folgt, dass das Verhalten der Ströme so ist, als wenn in der magnetischen Ost-Westrichtung ein Strom um die Erde kreiste.

Um die Lage des Erdstromes, d. h. des Stromes zu erhalten, den wir als Resultirenden der jedenfalls unendlich vielen Ströme betrachten können,

welche dann die Erde umkreisen, müssen wir einen Strom so aufhängen, dass er zugleich um eine verticale und um eine horizontale Axe drehbar ist. Oder da wir bereits wissen, dass eine um die verticale Axe drehbare Stromebene zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht gestellt wird, müssen wir einen Strom um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar aufhängen.

Ampère gab dafür den Apparat Fig. 192 an[1]). Es wurde ein Draht zu einem Rechteck *bcdefg* von etwa 3 Decimeter Breite und 6 Decimeter Länge gebogen und dann von *g* nach *h* geführt, ohne dass der Arm *gh* mit der Seite *de* in metallischer Berührung war. An *b* war ein gabelförmiges Stück angefügt, dessen eine Zinke mit *gh*, jedoch nicht leitend verbunden war, dessen andere Zinke nach *a* so umgebogen war, dass *agh* eine gerade Linie bildeten. Auf den Draht *gh* war ein rautenförmiges leichtes Holzleistchen gesetzt, welches die Seiten *cd* und *ef* stützte, so dass der Stromleiter eine grössere Stabilität erhielt.

Fig. 192.



An die Enden *a* und *h* waren Stahlspitzen angelöthet, welche auf die stählernen Pfannen der metallischen Träger *tt* gelegt wurden; um den Contact sicherer zu machen, wurde auf diese Pfannen etwas Quecksilber gebracht.

Die Gewichte der einzelnen Theile dieses Stromleiters wurden möglichst genau so abgeglichen, dass der Schwerpunkt desselben in die Axe *ah* fiel, so dass man der Ebene des Leiters jede Neigung gegen die Horizontale geben konnte, ohne das Gleichgewicht zu stören. Der Apparat wird dann so aufgestellt, dass die horizontale Drehungsaxe *ah* senkrecht steht zum magnetischen Meridian, dass also, wie auch die Neigung der Ebene des Stromleiters gegen die Horizontale ist, dieselbe immer senkrecht zu derjenigen des Meridianes ist.

Taucht man dann in die mit den metallischen Trägern verbundenen Quecksilbernäpfchen die Leitungsdrähte eines Stromes, so dass derselbe den

1) Annales de chim. et de phys. T. XV.

Leiter nach der Reihe der Buchstaben durchfliesst, so stellt sich der Leiter, welches auch vorher seine Lage war, so, dass seine Ebene senkrecht ist zur Richtung der Inclinationsnadel, und dass von oben her gesehen der Strom in dem Sinne circulirt, wie der Zeiger einer Uhr, dass also in der untersten horizontalen Seite des Rechtecks der Strom von Osten nach Westen fliesst.

Kehrt man, wenn der Leiter sich in dieser Lage befindet, den Strom um, so wird die Lage des Leiters nicht geändert; aber er ist in einer labilen Gleichgewichtslage, denn sobald man ihn nur ein wenig aus seiner Lage bringt, dreht er sich um 180°.

Aus diesem Versuche folgt, dass der Erdstrom sich südlich von uns in der zur Inclinationsnadel senkrechten Ebene befindet. Denn die Wirkung des Stromes auf den um die horizontale Axe drehbaren Leiter muss auf die beiden horizontalen Theile des Stromes beschränkt sein, da in den beiden anderen in ihrer Mitte unterstützten Seiten die Ströme einander entgegengesetzt sind. Der von Osten nach Westen gerichtete Erdstrom wird nun den ihm gleichgerichteten horizontalen Strom des Leiter anziehen, den entgegengesetzten abstossen, und deshalb dem Leiter so lange ein Drehungsmoment ertheilen, bis die Ebene des Leiters der durch die horizontale Drehungsaxe und den Erdstrom gelegten Ebene parallel ist.

Wenn nun in der That ein solcher Erdstrom existirt, so müssen wir auch alle im §. 89 erwähnten, aus der Einwirkung eines unbegrenzten Stromes auf einen begrenzten hervorgehenden Erscheinungen durch die Wirkung des Erdstromes allein hervorrufen können. In der That haben Ampère[1]) und De la Rive[2]) auch diese Erscheinungen nachgewiesen. Wir erwähnen von denselben hier nur die von Ampère beobachtete continuirliche Rotation eines horizontalen Stromes in dem Apparate Fig. 177. Leitet man durch denselben einen kräftigen Strom, so rotirt der Leiter *cae* schon ohne dass sich ein Strom in der Nähe befindet. Ganz ebenso rotirt auch der Leiter in dem Apparate Fig. 175, ohne dass man um die untere Quecksilberrinne einen Strom leitet. Die Rotation dieses Apparates beruht aber in diesem Falle nicht wie in dem §. 89 dargestellten auf der Einwirkung auf die verticalen Theile des beweglichen Leiters, sondern auf der Einwirkung auf die oberen horizontalen Theile. Denn da in den verticalen Theilen des Leiters die Ströme gleich gerichtet sind, so werden dieselben von dem Erdstrome immer und mit derselben Kraft nach derselben Seite getrieben; da sie sich aber an entgegengesetzter Seite der Drehungsaxe befinden, so sind die daraus sich ergebenden Drehungsmomente einander entgegengesetzt, sie heben sich daher auf.

Wird in dem Apparate Fig. 175 der eine verticale Arm *l* so kurz

---

1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XX. Gilbert's Ann. Bd. LXXI und Bd. LXXVII.

2) *A. de la Rive*, Annales de chim. et de phys. T. XXI.

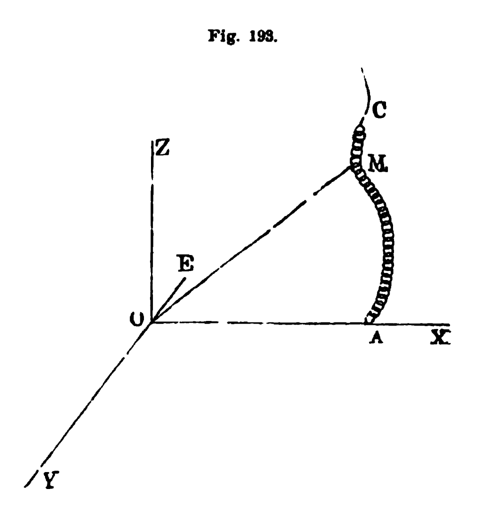
genommen, dass er nicht in das Quecksilber taucht, sondern nur als Gegengewicht dient, so tritt bei einiger Länge des verticalen Theils l' gar keine Rotation ein, sondern der Leiter stellt sich, wenn der Strom in ihm aufsteigt, so, dass der verticale Leiter an der Westseite der Axe sich befindet; wenn der Strom absteigt, dass er sich an der Ostseite befindet; immer also so, dass in dem horizontalen Theile der Strom von Westen nach Osten fliesst. Es ergibt sich das einfach aus dem Satze, dass ein unbegrenzter Strom einen gegen ihn gerichteten und zu ihm senkrechten parallel mit sich selbst, aber der Stromrichtung entgegen, einen von dem unbegrenzten fortgerichteten mit sich parallel und nach der Richtung des Stromes zu verschieben sucht. Es überwiegt dann die Wirkung des Erdstromes auf den verticalen Theil. Ist der verticale Theil des Leiters sehr klein, so überwiegt der Einfluss auf den horizontalen Theil und hat der letztere eine ziemliche Länge, so tritt wieder eine continuirliche Rotation ein.

§. 95.

Verhalten der Solenoide oder elektrodynamischen Cylinder.

Als ein Solenoid bezeichnet Ampère eine Menge auf einander geschichteter unendlich kleiner kreisförmiger Ströme, wie z. B. AC Fig. 193, welche alle senkrecht sind zu der ihre Mittelpunkte verbindenden Linie; ist diese Linie eine gerade, so wird das Solenoid ein unendlich dünner gerader Cylinder. Die Ströme sind in allen den Kreisen gleich gerichtet.

Fig. 193.



Das Verhalten solcher Solenoide gegen Ströme und gegen einander ist von Ampère[1]) besonders untersucht worden, da sie das Verbindungsglied zwischen den elektrodynamischen und elektromagnetischen Erscheinungen bilden, oder das Mittel, um das Verhalten der Magnete auf Eigenschaften galvanischer Ströme zurückzuführen.

Um die Wechselwirkung von Strömen und Solenoiden zu erhalten, beginnt man wieder damit, den Einfluss eines Solenoids auf ein Stromelement zu untersuchen.

Sei nun, um den Weg dieser Untersuchung anzudeuten, OE ein Strom-

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie des phénomènes électrodynamiques etc. p. 266 ff.

element, und *AC* ein Solenoid von unendlicher Länge, dessen im Endlichen liegendes Ende *A* sei. Man bestimmt dann zunächst die Wirkung eines Elementes des Kreisstromes *M*, welcher in dem Solenoid an einer durch die Richtung *OM* bestimmten Stelle liegt, auf das Element $OE = ds$. Diese nach der Verbindungslinie der beiden Elemente gerichtete Wirkung zerlegt man in ihre drei zu einander senkrechten nach den Axen *OX, OY, OZ* gerichteten Componenten.

Für jede dieser Componenten bestimmt man dann die Summe aller Wirkungen, welche alle Elemente des Kreises auf das Element *ds* ausüben, indem man mit Hülfe der Integralrechnung diese Summe bildet.

Hat man so für einen Kreis die drei Componenten der Einwirkung auf das Element erhalten und die Abhängigkeit derselben von dem Abstande des Elementes von dem Kreise, dem Winkel, welchen das Element mit der Verbindungslinie desselben und dem Mittelpunkte des Kreises bildet, und der Lage der Kreisebene gegen dieselbe Linie erhalten, so erhält man durch eine erneute Integration über das ganze Solenoid hin die Summe der Einwirkungen aller einzelnen Kreise desselben auf das Element *ds*.

Hat man auf diese Weise die drei Componenten der Einwirkung des Solenoides auf das Element erhalten, so bestimmt man nach bekannten geometrischen Sätzen die Richtung und Grösse der Resultirenden.

Bezeichnet man nun mit *r* den Abstand des Solenoidendes *A* von dem Elemente *ds*, mit ω den Winkel, welchen das Element mit der Richtung *r* bildet, wo $\omega = 0$ ist, wenn das Element mit der Verbindungslinie zusammenfällt und der Strom gegen das Solenoid hin gerichtet ist, bezeichnet ferner *i* die Intensität des Stromes in dem Elemente, so ist der Werth der Resultirenden seiner Grösse nach gegeben durch

$$w = \frac{c \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \omega,$$

worin *c* eine von der Beschaffenheit des Solenoides abhängige Constante ist, nämlich gleich dem Producte aus der Intensität der Ströme im Solenoide, der Grösse der von ihnen umkreisten Fläche und der Anzahl von Strömen, welche in der Längeneinheit des Solenoides liegen.

Die Richtung dieser Kraft ist senkrecht zu der durch das Element *ds* und die Verbindungslinie *OA* des Elementes mit dem Mittelpunkte des das Solenoid begrenzenden Kreises gelegten Ebene. Nach welcher Seite dieser Ebene die Kraft wirkt, das hängt ab von der Richtung des Stromes im Elemente und in den Kreisen des Solenoides. Denken wir uns in der Richtung des Stromes im Elemente *ds* stehend, und sehen die Endfläche des Solenoides, die wir dem Beobachter zugewandt denken, an, so wird das Element zur linken Seite der angeführten Ebene getrieben, wenn der Strom im Solenoide kreist, wie der Zeiger einer Uhr, es wird zur rechten getrieben, wenn der Strom in den Kreisen des Solenoides sich umgekehrt bewegt.

Ist nun das Element *ds* fest, dagegen das Solenoid beweglich, so wird in Folge der betrachteten Wechselwirkung das Solenoid seitlich abgelenkt, und zwar nach der Rechten, wenn das bewegliche Element zur Linken, nach der Linken, wenn dasselbe von dem festen Solenoide nach der Rechten abgelenkt würde. Das ergibt sich unmittelbar aus dem Princip von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, indem jedes Element des Solenoides von dem Element *ds* nach der entgegengesetzten Richtung gezogen wird, als es selbst das Element *ds* zieht.

Der angeführte Werth für die Wechselwirkung zwischen Stromelement und Solenoid gilt für jedes unendliche Solenoid, welches im übrigen auch seine Lage gegen *ds* oder die Form seiner Axe ist, ob die Axe eine gerade Linie oder irgend eine Curve ist. Deshalb lässt sich aus dem abgeleiteten Satze auch sofort die Wechselwirkung zwischen einem Stromelemente und einem begrenzten Solenoide herleiten.

Ist z. B. das Solenoid bei *M* Fig. 193 begrenzt, so würde die Stromrichtung in der Grenzfläche *M*, wenn die Fläche dem Elemente zugewandt wird, von *ds* aus gesehen die umgekehrte sein als in der Fläche *A*. Wir können nun dies begrenzte Solenoid *AM* uns ersetzt denken durch zwei unendliche Solenoide, deren eines von dem Unendlichen bis *A* reicht, während das andere aus dem Unendlichen bis *M* reicht; die Form und sonstige Beschaffenheit des letzteren ist genau gleich der des ersteren, auch haben die Ströme im letzteren dieselbe Intensität, die Richtung derselben ist nur gerade die entgegengesetzte. Ist dann r' der Abstand des Elementes *ds* von *M* und ω' der Winkel, welchen *ds* mit r' bildet, so wird die Wirkung des zweiten Solenoides auf *ds*

$$w' = -\frac{c \cdot i \cdot ds}{r'^2} \cdot \sin \omega',$$

worin wir das negative Vorzeichen wählen müssen um anzudeuten, dass wenn die Ebenen *AOE* und *MOE* zusammenfallen, die Richtung dieser Resultirenden entgegengesetzt ist der Richtung der von *A* ausgehenden Kraft.

Da nun das Solenoid mit entgegengesetzten Strömen das Solenoid *A* von *M* an bis ins Unendliche vollständig neutralisirt, so ersetzen diese beiden unendlichen Solenoide in der That das begrenzte Solenoid *AM*, die Wirkung des begrenzten muss daher genau gleich sein der Wirkung der beiden unendlichen Solenoide.

Fallen nun die beiden durch *ds* und *r* und durch *ds* und r' gelegten Ebenen zusammen, so sind die Wirkungen auf das Element *ds* einfach entgegengesetzt; ist dann $r = r'$, und liegen die beiden Enden des Solenoides, wir wollen sie Pole nennen, symmetrisch gegen *ds*, so dass $\omega' = 180^0 - \omega$ ist, dann heben sich die Wirkungen des Solenoides auf das Element auf, indem dann die nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte einander genau gleich sind.

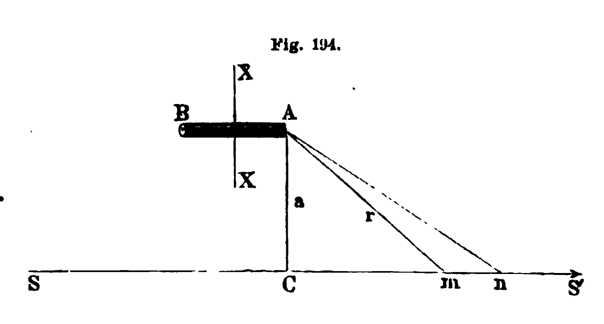
Die Einwirkung des Elementes auf das Solenoid gibt dann ein Kräfte-

paar, welches das Solenoid so zu drehen sucht, dass die Verbindungslinie der beiden Solenoidpole senkrecht wird zu der durch das Element ds und die Richtungen der Verbindungslinien r gelegten Ebene:

Aus der Wechselwirkung von Solenoid und Stromelement erhalten wir ebenfalls durch Rechnung die Einwirkung von Solenoiden auf endliche Ströme und endlicher Ströme auf Solenoide.

Um die Einwirkung eines geradlinigen Stromes auf ein begrenztes Solenoid zu erhalten, sei AB Fig. 194 ein dem Strome SS' paralleles Solenoid, dessen Axe eine gerade Linie sei; der senkrechte Abstand des Poles A von SS' sei gleich a. Die Einwirkung irgend eines Elementes mn auf den Pol A ist dann

Fig. 194.



$$w = \frac{c \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \omega.$$

Darin ist der Winkel AmS', welchen die Verbindungslinie r des Elementes mit A bildet, gleich ω. Die an den Endpunkt dieses oder den Anfangspunkt des folgenden Elementes gezogene Linie An bildet dann mit SS' den Winkel $AnS' = \omega + d\omega$. Der Winkel mAn ist dann

$$mAn = AnS' - Amn = \omega + d\omega - \omega = d\omega.$$

Nun ist

$$\frac{mn}{Am} = \frac{ds}{r} = \frac{\sin d\omega}{\sin (180 - \omega - d\omega)} = \frac{d\omega}{\sin \omega},$$

da wir $\sin d\omega = d\omega$ und $\cos d\omega = 1$ setzen können. Weiter ist

$$\frac{a}{r} = \sin (180 - \omega) = \sin \omega; \quad \frac{ds}{r^2} = \frac{d\omega}{a}.$$

Demnach erhalten wir

$$w = \frac{c \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \omega = \frac{c \cdot i}{a} \cdot \sin \omega \cdot d\omega.$$

Die Einwirkung des ganzen Stromes erhalten wir, wenn wir für jeden Winkel ω, welchen die Verbindungslinie r an den verschiedenen Punkten des Stromes mit SS' bilden kann, den Werth für w bestimmen und alle diese Werthe summiren.

Nehmen wir nun den Strom SS' als unbegrenzt an, so kann ω alle Werthe zwischen 0 und 180° annehmen, wir haben also für alle zwischen 0 und 180° liegenden Werthe von w die Summe zu bilden. Diese Summe ist, wie die Integralrechnung zeigt,

$$W = \frac{2 \cdot c \cdot i}{a}.$$

Für den Pol B des begrenzten Solenoides erhalten wir in derselben Weise

$$W' = -\frac{2 \cdot c \cdot i}{a}.$$

Nehmen wir nun an, dass von mn aus gesehen die Ströme um den Pol A kreisen wie der Zeiger einer Uhr, so folgt, dass dieser Pol mit einer der Intensität des Stromes in SS' proportionalen, dem Abstande a aber umgekehrt proportionalen Kraft von der Ebene der Zeichnung nach hinten, der Pol B aber mit eben derselben Kraft nach vorn getrieben wird. Ist das Solenoid um eine mit a parallele Axe xx drehbar, so ertheilen diese Kräfte demselben ein Drehungsmoment, welches das Solenoid senkrecht zur Ebene der Zeichnung stellen wird. Steht das Solenoid senkrecht zu dem Strome SS' und befindet sich derjenige Pol desselben, um welchen die Ströme, wenn wir in der Richtung des Stromes schwimmend gegen die uns zugewandte Fläche desselben hinsehen, entgegengesetzt kreisen als der Zeiger einer Uhr, zur Linken der durch den Strom und die senkrechte Verbindungslinie des Stromes und Solenoides gelegten Ebene, so ist das Solenoid im stabilen Gleichgewicht.

Auch ein begrenzter geraliniger Strom stellt ein Solenoid in derselben Weise, nur ist die Kraft, mit welcher das Solenoid gedreht wird, eine kleinere. Beginnt der Strom z. B. bei C Fig. 194, so ist

$$W = \frac{c \cdot i}{a}$$

und wenn die Länge des Solenoides AB gegen a nur klein ist, so ist auch sehr nahe

$$W' = -\frac{c \cdot i}{a}.$$

In ähnlicher Weise lässt sich die Einwirkung eines unbegrenzten Solenoides auf einen unendlich kleinen geschlossenen Kreisstrom oder die Wirkung zweier im Endlichen liegenden Pole unbegrenzter Solenoide auf einander berechnen. Das Resultat der Rechnung ergibt im letzteren Falle, dass, wenn a der Abstand der beiden Pole ist, die Wirkung derselben auf einander ihrer Grösse nach ist

$$P = {}^1/_2 \frac{c \cdot c'}{a^2},$$

wo c' für das eine Solenoid dieselbe Bedeutung hat wie c nach der vorherigen Definition für das andere.

Diese Kraft ist der Verbindungslinie der beiden Pole parallel gerichtet, so dass sich die beiden Pole entweder anziehen oder abstossen. Die Pole ziehen sich an, wenn die Ströme die einander zugewandten Flächen der Pole absolut genommen in derselben Richtung umfliessen, wie AB Fig. 195. Wie man sieht, umkreisen die Ströme das Solenoid B eigentlich entgegengesetzt als A, oder B ist ein dem Pol A entgegengesetzter Pol; denn

bringen wir *B* durch Drehung in die Lage von *A*, so umkreisen von einem vor *A* befindlichen Punkte gesehen die Ströme *A* wie der Zeiger einer Uhr, *B* dagegen im entgegengesetzten Sinne.

Fig. 195.

A B

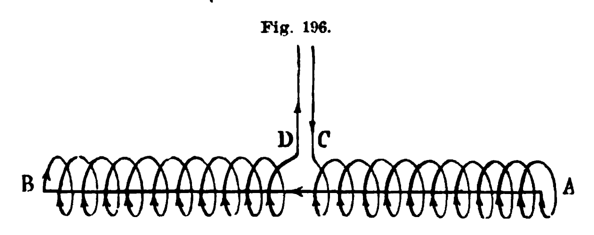
Es ergibt sich daraus, dass zwei entgegengesetzte oder ungleichnamige Solenoidpole sich anziehen.

Daraus ergibt sich dann schon, dass zwei gleichnamige sich abstossen: die einander zugewandten Polflächen werden dann in entgegengesetzter Richtung vom Strome umflossen.

Diese von der Theorie abgeleiteten Sätze lassen sich durch den Versuch nicht prüfen, da man in der That keine Solenoide herstellen kann. Man kann sie indessen annähernd im Versuche darstellen mit Hülfe von spiralförmig gewundenen Drähten[1]).

Windet man eine solche Spirale wie Fig. 196 von *C* aus zuerst nach *A* hin, indem man von der Linken zur Rechten den Draht wie den Zeiger einer Uhr etwa um eine Glasröhre legt, dann den Draht geradlinig von *A* im Innern der Glasröhre nach *B* und dann wieder in Windungen, welche der Bewegung des Uhrzeigers folgend um die Glasröhre bis *D* führt, so verhält sich diese Spirale gerade wie eine Anzahl auf einander geschichteter zur Axe der Röhre senkrechter Kreisströme. Denn jede einzelne Windung können wir uns ersetzt denken durch einen fast vollständig geschlossenen, um die Röhre gelegten Kreis und durch einen kleinen geradlinigen Draht, welcher den Strom von einer Windung zur nächstfolgenden führt. Die Summe aller dieser von einer zur andern Windung gehenden Ströme gibt einen der Länge der Röhre an Länge gleichen Strom, welcher den Strom von *B* nach *A* führt. Die Wirkung dieses Stromes wird vollständig aufgehoben von dem geradlinigen Strome *AB*, welcher von der letzten Windung bei *A* zu der ersten Windung bei *B* hinfliesst. In Bezug auf die Wirkung nach aussen bleiben demnach nur die einzelnen Kreisströme der Windungen übrig.

Fig. 196.



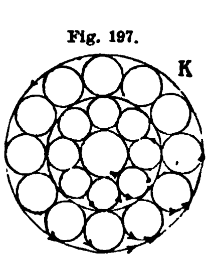
Eine solche Spirale, welche Ampère einen elektrodynamischen Cylinder nennt, unterscheidet sich demnach von einem Solenoide nur dadurch, dass die einzelnen Ströme nicht unendlich klein sind; man kann ihn deshalb, wie leicht zu zeigen ist, als ein Bündel einander parallel gelegter Solenoide

---

1) *Ampère,* Annales de chim. et de physique Tom. XV. Gilbert's Annalen Bd. LXVII.

betrachten. Denn ist Fig. 197 K ein zur Axe senkrechter Querschnitt des Cylinders, also ein einzelner Kreisstrom, welcher in der Richtung des Pfeiles fliesst, so können wir uns diesen ersetzt denken durch unendlich viele unendlich kleine, die ganze Ebene des Kreises K ausfüllende Kreisströme, welche alle in gleicher Richtung fliessen. Wie man unmittelbar in der Figur sieht, werden sich nun im Innern des Kreises die Ströme sämmtlich aufheben, so dass nur der Kreisstrom K übrig bleibt; denn jedes Element jedes Kreises innerhalb K wird unmittelbar von einem Elemente eines nebenliegenden Kreises berührt, in welchem der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, so dass die Wirkung der beiden Elemente sich geradezu aufhebt. So bleiben nur von den an K grenzenden Kreisen die in K fallenden Elemente übrig, und diese setzen den Kreisstrom K zusammen.

Fig. 197.



Das Verhalten eines elektrodynamischen Cylinders wird daher jenes eines Bündels gleicher Solenoide sein, und dieses wird sich qualitativ nicht von dem Verhalten eines Solenoides unterscheiden, sondern nur quantitativ. Wenn ferner der Durchmesser des Cylinders nur klein ist, so werden wir auch als den Angriffspunkt der auf den Solenoidpol wirkenden Kräfte den Mittelpunkt der Polfläche betrachten dürfen.

Hängt man nun einen solchen elektrodynamischen Cylinder an ein Ampère'sches Gestell, so ist es leicht, an demselben alle für die Solenoide abgeleiteten Folgerungen nachzuweisen.

Zunächst sieht man, dass ein solches Solenoid sich senkrecht zur Ostwestrichtung, also senkrecht zur Richtung des Erdstromes stellt, und zwar so, dass derjenige Pol desselben nach Süden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom wie der Zeiger einer Uhr kreist, der Pol nach Norden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüber stellt, der Strom in dem entgegengesetzten Sinne kreist.

Bezeichnen wir den nach Süden zeigenden Pol als Südpol, so ist der Südpol eines Solenoides jener, um welchen, wenn man sich ihm gegenüber stellt, der Strom im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers strömt. Bei dem Fig. 196 dargestellten Stromlauf ist also das Ende A der Südpol, B der Nordpol.

Hängt man einen elektrodynamischen Cylinder um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar auf, so stellt sich seine Axe der Richtung der Inclinationsnadel parallel, den Nordpol nach unten.

Wenn man über oder unter einen elektrodynamischen Cylinder, welcher dem magnetischen Meridiane parallel hängt, einen geradlinigen Strom herleitet, so wird derselbe abgelenkt, und ist die Richtkraft in Folge des Erdstromes gegen die Stromintensität des geradlinigen Stromes nur klein, so

wird der Cylinder fast senkrecht zum Strome gestellt. Wenn man sich dann in der Richtung des Stromes schwimmend denkt und den Cylinder ansieht, so wird der Nordpol desselben zur Linken abgelenkt.

Nähert man dem einen Pole des aufgehängten Cylinders den Pol eines andern Cylinders, so ziehen sich die beiden Pole an, wenn der eine ein Südpol, der andere ein Nordpol ist; sie stossen sich ab, wenn beide Südpole oder beide Nordpole sind.

Man sieht demnach, dass solche Cylinder qualitativ alle jene Erscheinungen darzustellen gestatten, welche die Ampère'sche Theorie für die Solenoide ableitet.

Zweites Kapitel.

Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

§. 96.

Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom. Wir kehren jetzt zurück zu der im Beginne des vorigen Kapitels beschriebenen Beobachtung Oersted's, der Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom. Führt man einen Strom an einer Declinationsnadel vorüber, so wird dieselbe im allgemeinen aus ihrer Gleichgewichtslage im magnetischen Meridiane abgelenkt, und zwar nach der Ampère'schen Regel so, dass wenn man in der Richtung des Stromes schwimmend die Nadel ansieht, der Nordpol nach der Linken hin gewandt wird.

Führen wir demnach in der Richtung des Meridianes über der Nadel einen Strom nach Norden, so wird der Nordpol nach Westen abgelenkt. steigt der Strom vor dem Nordpol vertical abwärts, so ist die Ablenkung dieselbe; ebenso ist es auch, wenn der Strom unter der Nadel nach Süden fliesst und an der Südseite aufsteigt. Ein im Kreise um die Nadel geführter Strom lenkt sie also ebenso ab, wie der geradlinig über die Nadel hingeführte Strom.

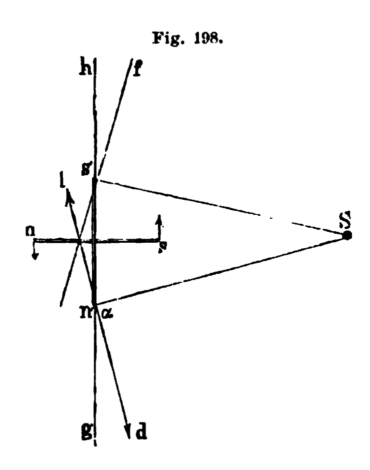
Nach welcher Richtung die von dem Strome auf einen Pol ausgeübte Kraft wirkt, und wie die Kraft sich mit der Intensität des Stromes und seiner Entfernung von der Nadel ändert, das haben gleich nach der Entdeckung Oersted's Biot und Savart[1]) durch Versuche festgestellt.

Zunächst wurde eine Magnetnadel an einem Coconfaden aufgehängt und durch einen in der Nähe aufgestellten Magnet die Richtkraft des Erdmagnetismus compensirt, so dass die Nadel in jedem Azimuthe im Gleich-

1) *Biot* und *Savart*. Eine Notiz dieser Versuche findet sich in den Annales de chimie et de physique T. XV. p. 222; ausführlich sind sie mitgetheilt in Biot's Lehrbuch der Physik, Fechner's Uebersetzung Bd. IV. p. 158 ff.

gewicht war, oder dass die Gleichgewichtslage nur durch die äusserst geringe Torsionskraft des Fadens bedingt war. In der Nähe der Nadel wurde dann ein verticaler Strom aufgestellt; die Nadel wurde dann nur durch die von dem Strome auf sie einwirkenden Kräfte gerichtet. Die Nadel stellte sich dann senkrecht zu der durch den Strom und Aufhängefaden der Nadel gelegten Ebene, so dass also die Verbindungsline des Mittelpunktes der Nadel mit dem Querschnitte des Leiters, welcher in der durch die Nadel gelegten Horizontalebene sich befindet, senkrecht steht auf der Axe der Nadel. Der Nordpol befindet sich dann von dem Strome aus, den Kopf in der Richtung des Stromes voraus, gesehen, an der linken Seite der durch den Strom und den Aufhängefaden gelegten Ebene. Hieraus folgt, dass die Richtung der von einem Strom auf die Pole einer Nadel ausgeübten Kraft senkrecht steht auf der durch den Pol und den Strom gelegten Ebene; steht man in dem Strome, den Kopf nach der Richtung des Stromes voraus, und sieht man die Nadel an, so wird der Nordpol durch jene Kraft nach der Linken getrieben. Dass Letzteres der Fall ist, folgt aus der angeführten stabilen Gleichgewichtslage unmittelbar; denn die Nadel *ns* (Fig. 198) kann durch die Wirkung des vertical aufsteigenden Stromes *S*, von welchem hier nur der in der Zeichnungsebene liegende Querschnitt dargestellt ist, nur dann in die Lage $n' s'$ gedreht werden, wenn von *S* aus gesehen der Südpol *s* zur Rechten, der Nordpol *n* zur Linken getrieben wird. Dass diese Kräfte nun zugleich senkrecht stehen zu der durch *S* und die Pole gelegten Ebene, leitet Biot folgendermassen ab. In der Gleichgewichtslage $n' s'$ hängt die Nadel so, dass die Abstände $n' S$ und $s' S$ einander gleich sind und mit der Axe der Nadel $n' s'$ gleiche Winkel bilden. Bezeichnet nun $n' d$ der Richtung und Grösse nach die zwischen dem Strome und Nordpole thätige Kraft, welche mit der Richtung $n' S$ irgend einen Winkel α bilde, so würde, wenn an der Stelle n' sich ein Südpol befände, die auf denselben einwirkende Kraft derjenigen, welche der Nordpol erfährt, gerade entgegengesetzt, also nach $n' l$ gerichtet sein.

Fig. 198.



Die auf den Südpol der Nadel ausgeübte Kraft muss der Grösse nach nun genau gleich der Kraft $n' d$ sein, da der Südpol s' ebenso stark magnetisch und genau ebenso weit entfernt von *S* ist, als der Nordpol n'; die Richtung dieser Kraft muss mit $s' S$ genau denselben Winkel bilden wie $n' l$ mit $n' S$, da der Strom *S* auf allen Seiten dieselben Eigenschaften hat, also den Südpol in s' genau ebenso afficirt, als den eben supponirten Südpol in n'.

Der Winkel $fs'S$ ist demnach $180^0 - \alpha$. Bezeichnen wir nun die Winkel, welche $n'S$ oder $s'S$ mit der Verlängerung der Axe der Magnetnadel bilden, mit γ, so ist der Winkel, welchen $n'd$ mit derselben Richtung bildet, $dn'g = \gamma - \alpha$, der Winkel, den $s'f$ damit bildet, $hs'f = \gamma - (180 - \alpha)$.

Zerlegen wir nun die Kräfte $n'd$ und $s'f$ in ihre der Nadel parallelen und zu derselben senkrechten Componenten, so sind letztere

$$n'd \cdot \sin(\gamma - \alpha) \text{ und } s'f \cdot \sin[\gamma - (180 - \alpha)].$$

Da nun die Nadel im Gleichgewicht ist, so müssen die entgegengesetzten Drehungsmomente, welche diese Kräfte der Nadel ertheilen, einander gleich sein; da die Hebelarme, an denen diese Kräfte angreifen, einander gleich sind, so müssen jene Componenten einander gleich sein, und das ist nur möglich, wenn

$$\alpha = 180 - \alpha$$

$$\alpha = 90^0$$

ist, also nur dann, wenn die Richtungen der Resultanten senkrecht sind zu der durch S und die Pole gelegten Ebene.

Um nun die Abhängigkeit der zwischen Strom und Magnetpol wirksamen Kraft von dem Abstande des Stromes von der Nadel zu untersuchen, wurde eine Magnetnadel von 20^{mm} Länge in der angegebenen Weise an einem Stativ aufgehängt, welches horizontal verschoben werden konnte; das Stativ war zu dem Ende an einer Zahnstange befestigt, welche durch einen Trieb hin und her geschoben werden konnte. Um Luftströmungen abzuhalten, war der Apparat mit einem Glasgehäuse umgeben. Die Nadel war wieder durch einen genäherten Magnet ihrer Directionskraft beraubt; sie stellte sich dann wieder senkrecht zu der durch den Strom und den Aufhängefaden geführten Verticalebene. Wurde dann die Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, so gerieth sie in Schwingungen. Bezeichnen wir nun das Drehungsmoment, welches der Strom der Nadel in der zur Gleichgewichtslage senkrechten Lage ertheilt, mit f, das Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf den Aufhängefaden mit K, die Schwingungsdauer der Nadel mit t, so werden wir dem Pendelgesetze, dessen Anwendung auf diese Schwingungen gestattet ist, zufolge setzen können

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{f}}$$

$$f = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Die von dem Strome auf die Nadel ausgeübte Kraft ist also dem Quadrate der Schwingungsdauer umgekehrt proportional.

Das Resultat einer solchen Beobachtungsreihe enthält folgende Tabelle.

Abstand des Stromes von der Mitte der Nadel	Schwingungsdauer aus 10 Oscillationen bestimmt	f, jene bei 30mm Abstand gleich 1 gesetzt
30mm	4,225"	1
40	4,885	$^3/_4$ (1 — 0,008508)
20	3,35	$^3/_2$ (1 + 0,02309)
50	5,475	$^3/_5$ (1 — 0,036673)
60	5,675	$^3/_6$ (1 + 0,095460)
120	8,990	$^3/_{12}$ (1 — 0,103892)
15	3,00	$^2/_1$ (1 + 0,076010).

Die in der letzten Columne angeführten Zahlen beweisen, dass die beobachteten Kräfte sich fast genau umgekehrt wie die Abstände der Nadel von dem Strome verhalten; die Abweichungen, welche die in den Klammern angegebenen Coefficienten messen, erklären sich leicht aus der Art der Beobachtungen. Denn da bei den verschiedenen Beobachtungen die Nadel selbst von ihrer Stelle gerückt wurde, musste jedesmal durch eine Aenderung in der Stellung des Magnetes die eigene Directionskraft der Nadel compensirt werden; die Unterschiede zwischen der Beobachtung und dem ausgesprochenen Gesetze erklären sich daher vollkommen daraus, dass die Compensation nicht immer gleich gut gelungen war.

Bei der Kürze der Magnetnadel kann man den Abstand des Stromes von der Mitte der Nadel mit dem Abstande desselben von den Polen vertauschen; dann ergibt sich das Gesetz, dass die Kraft, mit welcher ein unendlich langer Strom auf einen Magnetpol einwirkt, sich umgekehrt verhält wie der senkrechte Abstand des Poles von dem Strome.

Aus diesem Satze über die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf die Pole eines Magnetes lässt sich nun auch ableiten, wie das Element eines Stromes auf einen Magnetpol wirkt. Wir haben uns zu dem Ende nur an die im vorigen Paragraphen gegebene Ableitung der Wirkung eines unendlichen Stromes auf ein Solenoid zu erinnern. Die Wirkung eines Stromelementes auf einen Solenoidpol war ihrer Grösse nach gegeben durch

$$w = \frac{c \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \omega,$$

worin r den Abstand des Poles von dem Elemente und ω den Winkel bedeutet, welchen die Richtung des Elementes mit r bildet. Aus diesem Satze ergab sich für die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf den Pol eines Solenoides

$$W = \frac{2 \cdot c \cdot i}{a},$$

also ebenfalls, dass die Einwirkung dem senkrechten Abstande des Poles von dem Strome umgekehrt proportional ist.

Da wir nun letzteres Gesetz durch den Versuch auch für die Wechselwirkung zwischen einem unbegrenzten Strome und dem Pole eines Magnetes

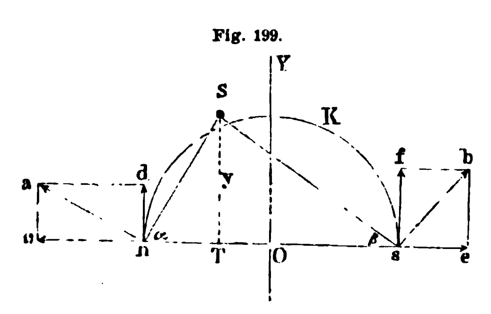
finden, so liegt es nahe daraus zu schliessen, dass für die Wechselwirkung zwischen einem Stromelement und dem Pole eines Magnetes derselbe Ausdruck gilt, wie für die Wechselwirkung zwischen dem Stromelement und einem Solenoidpole, vielleicht multiplicirt mit einer Constanten.

Die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol würde dann ebenso dem Sinus des Winkels, welchen das Element mit der Verbindungslinie des Poles und des Elementes bildet, direct, dem Quadrate des Abstandes umgekehrt proportional sein, sie würde zugleich senkrecht zu der durch den Magnetpol und das Stromelement gelegten Ebene gerichtet sein.

Ehe wir auf dieses Gesetz näher eingehen und aus demselben weitere Folgerungen ableiten, wollen wir einige Bewegungen aus dem Gesetze von Biot und Savart ableiten, welche eine Magnetnadel unter dem Einflusse eines Stromes zeigt, und nach welchen es häufig scheint, als wenn ein Strom eine Magnetnadel direct anzöge.

Lässt man z. B. eine kleine Magnetnadel mittels eines Korkes oder direct auf dem Wasser schwimmen, und leitet über die Nadel horizontal einen kräftigen Strom hin, so wird die Magnetnadel nicht nur so gerichtet, dass sie senkrecht liegt zu der durch den Strom gelegten Verticalebene, sondern sie schwimmt auch gegen den Strom hin, bis jene Verticalebene die Mitte der Nadel schneidet[1]). Um diese Erscheinung aus dem Biot-Savart'schen Gesetze abzuleiten, sei S (Fig. 199) der Durchschnitt des horizontalen Stromes mit der Ebene der Zeichnung und ns die schwimmende zu der durch S gelegten Verticalebene senkrechte Nadel; die auf die beiden Pole ausgeübten Kräfte sind dann $sb \perp Ss$ und $na \perp Sn$.

Fig. 199.



Die mit der Nadel parallelen und zu ihr senkrechten Componenten sind dann se, nc, sf, nd gerichtet wie die Pfeile es andeuten. Ist nun der Winkel $Sns = \alpha$, und $Ssn = \beta$, und bezeichnen wir die Einwirkung des Stromes auf die Pole in Abstande eins mit w, so ist

$$nd = \frac{w}{Sn} \cdot \cos\alpha,\ nc = \frac{w}{Sn} \cdot \sin\alpha;\ sf = \frac{w}{Ss} \cdot \cos\beta,\ se = \frac{w}{Ss} \cdot \sin\beta.$$

Die beiden zur Nadel senkrechten Componenten würden dieselbe vom dem Wasser empor zu heben suchen, wir brauchen sie deshalb nicht zu beachten.

---

[1]) Boisgiraud ainé, Ann. de chim. et de phys. T. XV.

Nennen wir nun den senkrechten Abstand des Stromes von der Nadel $ST = y$, die Länge der Nadel $2l$, und $OT = x$, so ist

$$\sin \alpha = \frac{y}{Sn}; \quad \sin \beta = \frac{y}{Ss}.$$

Daraus folgt

$$nc - se = \frac{wy}{Sn^2} - \frac{wy}{Ss^2} = \frac{wy}{y^2 + (l - x)^2} - \frac{wy}{y^2 + (l + x)^2}$$

$$nc - se = \frac{w \cdot 4lxy}{\left\{ y^2 + (l - x)^2 \right\} \left\{ y^2 + (l + x)^2 \right\}}.$$

Diese Differenz bewegt die Nadel nach der einen oder andern Seite hin, sie ist von Null verschieden, so lange x und y von 0 verschieden sind. Wenn y gleich 0 ist, der Strom also die Nadel berührt, so ist sie im Gleichgewicht, sobald die Nadel senkrecht liegt zur Richtung des Stromes; wie man sieht, sind dann die beiden der Nadel parallelen Componenten schon für sich gleich Null.

Die Differenz ist ebenfalls gleich Null, wenn x gleich Null ist, wenn also die durch den Strom gelegte Verticalebene die Nadel halbirt, dann ist die Nadel im Gleichgewicht; wenn der Strom sich einem Pole näher befindet als dem andern, so wird die Nadel nach der Seite dieses Poles fortgezogen, bis x gleich Null ist, also jene Gleichgewichtslage erreicht ist.

Wenn man dem Pole einer um eine verticale Axe drehbaren Nadel einen verticalen Strom nähert, so beobachtet man im allgemeinen eine Anziehung oder auch eine Abstossung des Poles. Stelle, um diesen Fall näher zu untersuchen und ihn aus dem Biot-Savart'schen Gesetze abzuleiten, jetzt S (Fig. 199) den Durchschnitt eines vertical absteigenden Stromes mit der Ebene der Zeichnung und ns eine in der Horizontalebene um O drehbare Nadel vor. Die Wirkungen des Stromes auf die Pole sind dann wieder na und sb; die der Nadel parallelen Componenten dieser Kraft haben wir nicht zu beachten, da die Nadel keine ihrer Axe parallele Bewegung annehmen kann; die zur Nadel senkrechten Componenten sind dann, da

$$\cos \alpha = \frac{l - x}{Sn}, \quad \cos \beta = \frac{l + x}{Ss},$$

$$nd = \frac{w \cdot (l - x)}{y^2 + (l - x)^2}, \quad sf = \frac{w \cdot (l + x)}{y^2 + (l + x)^2}.$$

Da nun diese beiden Kräfte an den gleichen Hebelarmen wirken, so ertheilen sie der Nadel ein Drehungsmoment, welches der Differenz der beiden Kräfte proportional ist und die Nadel im Sinne der grössern Kraft zu drehen sucht. Diese Differenz ist

$$nd - sf = \frac{w \cdot 2x \left[l^2 - (x^2 + y^2) \right]}{\left\{ y^2 + (l - x)^2 \right\} \left\{ y^2 + (l + x)^2 \right\}}.$$

Diese Differenz ist gleich 0, wenn $x = 0$, also immer dann, wenn die in der Ebene der Nadel von dem Strome auf die Richtung der Nadel

gefällte Senkrechte die Mitte der Nadel trifft; befindet sich also der Strom in der durch OY gelegten Verticalebene, so ist die Nadel im Gleichgewicht, wenn sie zu dieser Ebene senkrecht ist.

Diese Differenz ist ferner gleich 0, wenn der Draht sich in einer solchen Stellung befindet, dass

$$x^2 + y^2 = l^2;$$

das ist der Fall, wenn der Querschnitt S sich auf der Peripherie des um O mit dem Radius l, also mit der halben Länge der Nadel beschriebenen Kreises befindet, denn dann ist immer S die Spitze eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten x und y sind, dessen Hypotenuse l ist.

Ist nun x von 0 verschieden, so hängt es von dem senkrechten Abstande y des Stromes von der Nadel ab, nach welcher Richtung die Nadel gedreht wird; ist x positiv und befindet sich der Strom ausserhalb des Kreises K, so ist

$$l^2 < x^2 + y^2.$$

Die Differenz $nd - sf$ ist negativ, die Nadel wird also im Sinne des von sf ausgeübten Drehungsmomentes gedreht, der Norpol wird scheinbar abgestossen, befindet sich der Strom innerhalb des Kreises K, so ist

$$l^2 > x^2 + y^2.$$

Die Nadel wird im Sinne der Kraft nd gedreht, der Nordpol scheinbar angezogen.

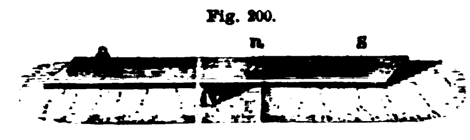
Ist x negativ, befindet sich also der Strom näher bei dem Südpol, so wird der Südpol abgestossen, wenn sich der Strom ausserhalb, angezogen, wenn er sich innerhalb des Kreises befindet.

Für einige Grenzfälle ergibt sich dieses schon ohne Rechnung; befindet sich der Strom z. B. in der Richtung nd senkrecht vor n, dann ist die Wirkung auf n der Nadelaxe parallel; dieselbe hat also, wie gross sie auch sein mag, keine zur Nadel senkrechte Componente; die Wirkung auf s aber ist senkrecht zu Ss, hat also immer eine zur Axe der Nadel senkrechte Componente; die Nadel wird sich daher immer in der Richtung dieser Componente drehen.

Pouillet hat nach der Angabe von Biot alle diese Folgerungen durch den Versuch bestätigt[1]).

In ganz ähnlicher Weise erklären sich alle sonstigen Anziehungs- und Abstossungserscheinungen, unter andern folgende von Dove beobachteten[2]). Eine Magnetnadel wurde, wie Fig. 200 ns, auf ein leichtes Brettchen und dieses auf

Fig. 200.



1) *Pouillet.* Nach Angabe von Biot, Lehrbuch der Physik von Fechner übersetzt, Bd. IV. p. 175.

2) *Dove,* Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

eine horizontale Schneide gelegt; um die Magnetnadel zu equilibriren, wurde auf die andere Seite des Brettchens ein kleines Gegengewicht aufgestellt. Die Nadel konnte sich demnach nur in der Verticalebene auf und abbewegen, indem das Brettchen sich um die Schneide als Axe drehte.

Die Nadel wurde nun dem magnetischen Meridiane parallel gestellt, und dann ein Strom darüber oder darunter hin geleitet, welcher senkrecht zu dem magnetischen Meridiane nach Süden oder nach Norden floss.

So zeigte sich Folgendes:

Die Nadel lag	Der Strom floss	Die Nadel wurde
das Südende nach Osten	darunter nach Norden	abgestossen
„ „ „ „	„ „ Süden	angezogen
„ „ „ „	darüber „ Norden	angezogen
„ „ „ „	„ „ Süden	abgestossen
„ Nordende „ „	darunter „ Norden	angezogen
„ „ „ „	„ „ Süden	abgestossen
„ „ „ „	darüber „ Norden	abgestossen
„ „ „ „	„ „ Süden	angezogen.

Diese Beobachtungen bedürfen nach dem Vorigen keiner weiteren Erklärung; ein Blick auf Fig. 185 weist z. B. sofort die Bewegung für den dritten und damit auch für alle übrigen Fälle nach.

Ebenso wie nach den vorigen Angaben die Pole eines Magnetes von den Strömen angezogen werden, so auch werden Ströme von den Magneten angezogen; um diese Anziehungen, welche nach den Erklärungen, die wir soeben durchführten, sich von selbst ergeben, zu zeigen, hat man nur den im Ampère'schen Gestell beweglich aufgehängten Strömen Magnetpole zu nähern. Wenn man einem absteigenden Strome z. B. einen Nordpol von Süden her nähert, so wird er angezogen, nähert man ihm denselben von Norden, so wird er abgestossen. Man braucht, um alle diese Erscheinungen abzuleiten, sich nur daran zu erinnern, dass nach dem Princip der Gleichheit von Action und Reaction auf die Ströme von den Polen gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Wirkungen ausgeübt werden, wie von den Strömen auf die Pole.

§. 97.

Ampère's Theorie des Magnetismus. Um die Erscheinungen des Magnetismus zu erklären, haben wir in dem ersten Abschnitte dieses Theiles die Annahme gemacht, dass in den Magneten und in jedem Moleküle derselben zwei magnetische Flüssigkeiten vorhanden sind, eine nordmagnetische und eine südmagnetische. Diese Flüssigkeiten sollen in den Molekülen der Magnete getrennt sein und in allen Molekülen die nordmagnetische Flüssigkeit an der einen, die südmagnetische Flüssigkeit an der andern Seite liegen. Die Anziehung oder Abstossung, welche wir bei den Magneten beobachten, wurde dann als von der Wechselwirkung dieser Flüssigkeiten

herrührend betrachtet, der Art, dass die gleichnamig magnetischen Flüssigkeiten sich abstossen, die ungleichnamigen sich anziehen.

Auf die Hypothese von der Existenz solcher Fluida war man nur geführt, weil man an den Magneten Eigenschaften beobachtete, welche man an andern Körpern nicht fand und auf keine Weise hervorbringen konnte; von dem Satze ausgehend, dass jede sich in Anziehung oder Abstossung äussernde Kraft Eigenschaft eines Stoffes sei, nahm man dann an, dass auch die magnetische Kraft die Eigenschaft eines Stoffes, der magnetischen Fluida sei.

Seit nun durch die Entdeckung Oersted's, dass strömende Elektricität und Magnete auf einander wirken, die innige Beziehung zwischen Elektricität und Magnetismus festgestellt war, und besonders, seit durch die Beobachtungen Ampère's gezeigt war, dass man mit Hülfe der strömenden Elektricität auch an andern Körpern Anziehungen uud Abstossungen hervorrufen konnte, welche den magnetischen sehr ähnlich sind, lag es nahe, die magnetischen Kräfte auf elektrische zurückzuführen, und nach dem Satze, dass die Natur sich vorgesetzt zu haben scheint, mit Wenigem Vieles zu leisten, die magnetischen Flüssigkeiten zu verbannen.

Denn in der That, vergleichen wir das Verhalten zweier Magnete mit demjenigen zweier Solenoide, so finden wir die vollste Uebereinstimmung. Die ungleichnamigen Pole zweier Magnete ziehen sich an, die gleichnamigen stossen sich ab, mit einer Kraft, welche abnimmt, wie die Quadrate der Entfernungen der beiden Pole wachsen; ebendasselbe thun die Pole zweier Solenoide. Für die Wechselwirkung zweier Solenoidpole erhielten wir den Ausdruck

$$W = \frac{1}{2} \frac{c \cdot c'}{a^2}.$$

Die Constanten c und c' sind darin gleich dem Producte aus der von den Strömen der beiden Solenoide umflossenen Fläche f und f', der Intensität dieser Ströme i und i', und der Anzahl der in der Längeneinheit der Solenoide enthaltenen Ströme α und α', also

$$W = \frac{1}{2} \frac{i \cdot i' \cdot f \cdot f' \cdot \alpha \cdot \alpha'}{a^2}.$$

Für zwei Magnetpole haben wir

$$W = \frac{m \cdot \mu}{a^2}.$$

Die beiden Magnetpole können also vollständig durch Solenoidpole ersetzt werden, wenn

$$m\mu = \frac{1}{2}\, i \cdot i' \cdot f \cdot f' \cdot \alpha \cdot \alpha'$$

ist. Ebenso kann aber auch jeder der beiden Pole durch einen Solenoidpol ersetzt werden, denn ein Magnetpol wirkt auf einen Solenoidpol gerade so, wie auf einen andern Magnetpol. Man kann das auch direct durch Ver-

suche mit dem elektrodynamischen Cylinder zeigen; auf denselben wirkt ein Magnet gerade so wie ein anderer elektrodynamischer Cylinder.

Ein Solenoid wird ebenso wie eine Magnetnadel durch den Einfluss der Erde gerichtet, ist es um eine verticale Axe drehbar, so stellt es sich der Ebene des magnetischen Meridianes parallel, ist es um eine zum magnetischen Meridiane senkrechte horizontale Axe drehbar, so stellt es sich der Richtung der Inclinationsnadel parallel.

Die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente ist ebenfalls, wie wir sahen, der Wechselwirkung zwischen einem Solenoidpole und dem Stromelemente vollkommen gleich.

Ebenso lässt sich nachweisen, dass die Wechselwirkung zwischen einem geschlossenen unendlich kleinen Strome und einem Stromelemente gleich ist der Wirkung eines unendlich kleinen zur Ebene des Stromes senkrechten Magnetes, wenn das Product aus dem von dem kleinen Strome umflossenen Flächenraume in die Intensität des Stromes gleich ist dem doppelten magnetischen Momente des Magnetes, wenn also

$$i' f' = 2m\lambda,$$

worin λ die Länge des kleinen Magnets und m den freien Magnetismus jedes Poles bedeutet.

Diese sich aus den beiden letzten Paragraphen ergebende, hier nochmals an einzelnen Punkten hervorgehobene Uebereinstimmung zwischen dem Verhalten von Magneten und Solenoiden veranlasste nun Ampère[1]), die Hypothese magnetischer Fluida vollständig fallen zu lassen und anzunehmen, dass ein Magnet sich von einem Solenoide oder einem Bündel Solenoide nicht unterscheide.

Betrachten wir zunächst einen linearen Magnet, so nimmt Ampère an, dass jedes Molekül desselben beständig von einem Strome umflossen werde, in dem Sinne, dass wenn man den dem Beobachter zugewandten Südpol betrachtet, der Strom in demselben Sinne sich bewegt, wie der Zeiger einer Uhr; sieht man dann gegen den Nordpol hin, so bewegt sich der Strom in dem entgegengesetzten Sinne, wie der Zeiger einer Uhr. Wir sahen, dass die Pole des Solenoides oder elektrodynamischen Cylinders ebenso bestimmt sind.

In einer Beziehung unterscheiden sich jedoch die linearen Magnete von den Solenoiden, wie wir sie bisher betrachteten. Bei den Solenoiden, welche aus einer Schichtung gleichstarker Ströme bestehen, reducirt sich die ganze Kraft, welche nach aussen wirkt, auf jene der Endfläche, denn die Resultirende aus den gegenseitigen Wirkungen zweier unendlicher Solenoide ist durch die Mittelpunkte der Endflächen gerichtet. Bei den Magneten dagegen ist das nicht der Fall, dort findet sich bis zur Indifferenzzone

---

1) *Ampère*, Ann. de chim. et de phys. T. XV. p. 70 ff. und p. 170 ff. Mémoire sur la théorie etc. p. 323—372.

freier Magnetismus, die Pole liegen daher nicht in den Endflächen, sondern in einiger Entfernung von denselben. Wie wir sahen, rührt diese Vertheilung des Magnetismus in den Magneten daher, dass die Molekularmagnete von den Enden gegen die Mitte hin an Stärke zunehmen, dass das magnetische Moment derselben gegen die Mitte hin grösser wird. Nach der obigen Vergleichung von Magneten und Solenoid kann nun ein Molekularmagnet durch einen kleinen geschlossenen Strom ersetzt werden, wenn

$$2m \,.\, \lambda = i \,.\, f;$$

wir würden daher, um das Verhalten des Magnetes mit dem eines Solenoides ganz zu parallelisiren, nur anzunehmen haben, dass die Intensität der Molekularströme von den Enden gegen die Mitte hin zunehme. Dann würde auf jedem Querschnitte des Solenoides, da die an einander grenzenden Ströme nicht gleiche Intensität haben, ein Strom übrig bleiben, dessen Intensität der Differenz der benachbarten Molekularströme proportional ist, und die Wirkung eines solchen Solenoides wird sich nicht auf die der Endfläche reduciren, der Pol wird nicht in der Endfläche liegen. Indess ist eine solche Annahme doch wohl nicht statthaft, man wird vielmehr, wie wir §. 2 dieses Theiles schon bei den Molekularmagneten thaten, annehmen müssen, dass die einzelnen Ströme alle gleich sind. Dann lässt sich der Linearmagnet mit dem Solenoide nicht vollständig parallelisiren; indess ist das kein Mangel der Theorie, da wir die magnetische Vertheilung in einem Linearmagnete durchaus nicht kennen, sondern dieselbe nur der an endlichen Magneten beobachteten analog annehmen. Allein schon die Annahme von Molekularmagneten forderte zur Erklärung der magnetischen Vertheilung Magnete mit endlichem Querschnitte, und wie dort, ergibt sich für solche auch hier die Vertheilung des Magnetismus leicht der Beobachtung gemäss, wie wir gleich zeigen werden.

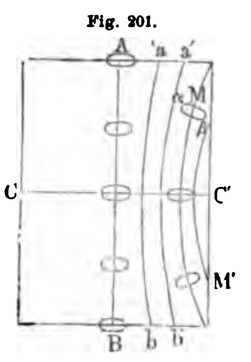
Betreffs der die Moleküle umkreisenden Ströme müssen wir noch eine besondere Voraussetzung machen; wir müssen annehmen, dass sie in Bahnen kreisen, in welchen ihnen kein Widerstand entgegensteht. Denn da wir wissen, dass ein galvanischer Strom, welcher in seinen Leitern einen Widerstand findet, sofort aufhört, wenn die elektromotorische Kraft aufhört, so würde irgend ein Widerstand die Molekularströme in den Magneten auch allmählich vernichten müssen, und der Magnetismus müsste allmählich verschwinden.

Von widerstandslosen Strombahnen können wir uns allerdings keine Vorstellung machen; indess dürfen wir dies vorläufig nicht als ein Hinderniss der Theorie betrachten, da wir über das Wesen der Elektricität noch durchaus im Dunkeln sind und es z. B. möglich ist, dass der elektrische Strom eine Bewegung ist, ähnlich wie die neuere Wärmetheorie sie im Innern der Körper annimmt; permanente Molekularströme würden dann fordern, dass unter gewissen Umständen diese Bewegung fortdauern kann.

Ein Magnetstab wurde von uns schon früher als ein Bündel von line-

aren Magneten betrachtet, nach der Theorie von Ampère besteht daher ein Magnet aus einem Bündel von Solenoiden, wobei indess nicht alle Axen der Solenoide gerade der magnetischen Axe parallele Linien sind. Es wird vielmehr durch die Einwirkung der im Innern der Magnete liegenden Molekularströme die Ebene der der Oberfläche näheren Ströme so gedreht werden, dass die Axe der äussern Solenoide eine gegen die Axe des Magnets convexe Linie wird. Denn ist Fig. 201 *M* ein ausserhalb der Axe liegender Molekularstrom, so wird dessen der Axe zugewandte Seite α von den ihm zugewandten Seiten der der Axe näher liegenden, die der Axe abgewandte Seite β ebenso von den weiter nach aussen liegenden Strömen abgestossen. Liegt nun *M* oberhalb der Mitte, so wird sich daraus eine den Strom nach oben treibende Kraft ergeben, da sich unterhalb *M* mehr Ströme befinden als oberhalb *M*. Zugleich wird aber, da auf der Seite der Axe von *M* aus eine grössere Zahl von Strömen liegt als ausserhalb *M*, der Antrieb, welchen α nach oben erhält, grösser sein als der Antrieb, welchen β erhält; daraus ergibt sich aber eine Drehung, welche *M* der Seite des Magnetes zuwendet. Das wird um so mehr der Fall sein, je weiter *M* von der Axe *AB* oder der Mitte *CC'* des Magnets entfernt ist. Links von *AB* und unterhalb *CC'* werden sich die Molekularströme entgegengesetzt richten.

Fig. 201.



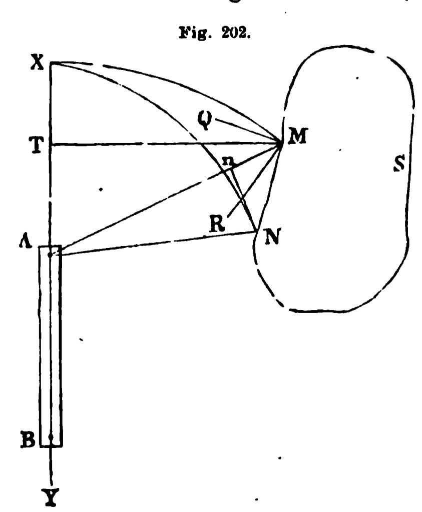
Wie man sieht, werden dadurch die Axen der nebeneinanderliegenden Solenoide gegen die Axe convex gekrümmt werden, und zwar um so mehr, je näher man der Oberfläche der Magnete kommt, so dass *ab*, *a'b'* dieselben darstellen. Daher werden von den Solenoiden einige auf der Seitenfläche des Magnets ihren Pol haben, und in Folge dieser Gruppirung der Solenoide muss auf den Seitenflächen der Magnete freier Magnetismus vorhanden sein, und das magnetische Moment der der Mitte näheren Querschnitte grösser sein als das derjenigen, welche dem Ende näher liegen. Es wird also durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularströme die Vertheilung ebenso erklärt, wie durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularmagnete.

Wie hiernach die Erscheinungen des Magnetismus überhaupt auf elektrische Ströme zurückgeführt sind, so wird man auch als den Grund des Erdmagnetismus jenen Erdstrom ansehen, auf dessen Annahme uns die im §. 94 betrachteten Erscheinungen geführt haben. Indem nun in den Temperaturänderungen an den verschiedensten Punkten der Erde und in den mannigfachen molekularen Vorgängen im Innern und an der Oberfläche der Erde eine Menge von Gründen für Variationen in der Intensität und auch wohl in der Richtung des Erdstromes vorliegen, sieht man zugleich einen Weg, um die Variationen des Erdmagnetismus zu verstehen.

§. 98.

Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten. Wir haben im §. 96 aus der Gleichheit der Wechselwirkung zwischen dem Pole eines Magnetes oder eines Solenoides und eines unbegrenzten geradlinigen Stromes den Schluss gezogen, dass auch die Wirkung zwischen einem Stromelemente und einem Magnetpole, und zwischen einem Stromelemente und einem Solenoidpole dieselbe sei. Dieser Schluss ist nicht ganz exact, da man aus der Gleichheit zweier Summen nicht ohne Weiteres den Schluss ziehen kann, dass auch die einzelnen Summanden, durch welche jede der beiden Summen gebildet wurde, einander gleich sind. Wir können indess a posteriori die Richtigkeit dieses Schlusses nachweisen, indem wir auf jenen Ausdruck für die Wechselwirkung von Magnetpol und Stromelement gestützt, das Verhalten beweglicher Ströme und fester Magnete, oder fester Ströme und beweglicher Magnete allgemein untersuchen und dann durch das Experiment die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung nachweisen. Gelingt das Letztere, so werden wir daraus die Richtigkeit der Voraussetzung, dass die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente gleich ist derjenigen zwischen einem Solenoidpole und einem Stromelemente, zu folgern berechtigt sein.

Fig. 202.



Sei nun, um die Bedingungen unter welchen ein Strom um einen Magnet rotiren kann, zu untersuchen[1], *MN* Fig. 202 ein Element eines Stromes *S*, welcher um die Axe *XY*, welche durch die Pole des Magnetes *AB* geht, drehbar ist. Die Wirkung des Poles *A* auf das Element ist dann senkrecht zu der durch die Verbindungslinie *AM* und das Element *MN* gelegten Ebene und greift im Mittelpunkte des Elementes an. Ist nun der Abstand *MA* des Elementes von dem Pole gleich r, und der Winkel *AMN*, welchen das Element mit r bildet, gleich ω, so ist die Einwirkung des Poles auf das Element, welche der Grösse und Richtung nach durch *MQ* dargestellt sein mag,

$$MQ = c \cdot \frac{m \, . \, i \, . \, ds}{r^2} \cdot \sin \omega,$$

worin m den Magnetismus des Poles *A* bedeutet.

---

1) *Ampère*, Ann. de chim. et de phys. T. XXXVII.

Die Wirkung MQ können wir nun in zwei Componenten zerlegen, deren eine in die durch die Axe des Magnetes XY und r gelegte Ebene fällt, deren andere zu dieser Ebene senkrecht ist. Nur die letztere dieser Componenten kann eine Rotation des Elementes erzeugen, da sie senkrecht zu der durch die Drehungsaxe gelegten Ebene ist. Bezeichnen wir den Winkel, den diese Componente MR mit MQ bildet, durch ε, so ist die Componente

$$MR = c \cdot \frac{m \,.\, i \,.\, ds}{r^2} \cdot \sin \omega \,.\, \cos \varepsilon.$$

Um nun das Drehungsmoment zu erhalten, welches diese Kraft dem Elemente ertheilt, müssen wir MR mit dem senkrechten Abstande des Angriffspunktes M der Kraft von der Drehungsaxe mit MT multipliciren. Ist nun der Winkel, welchen r mit der Axe bildet, der Winkel $TAM = \vartheta$, so ist

$$MT = r \,.\, \sin \vartheta,$$

und darnach wird das Drehungsmoment, welches die Kraft MR dem Stromelemente ertheilt,

$$\delta = c \cdot \frac{m \,.\, i \,.\, ds}{r} \cdot \sin \omega \,.\, \sin \vartheta \,.\, \cos \varepsilon.$$

Wir erhalten das Drehungsmoment, welches der ganze Strom durch die Wirkung des Magnetpoles erhält, wenn wir den Werth von δ für jedes Element aufsuchen und alle diese Werthe summiren. Um das zu können, müssen wir zunächst die sämmtlichen veränderlichen Grössen in dem Ausdrucke für δ, nämlich r, ds, ω, ε, ϑ als Functionen derselben Veränderlichen ausdrücken; wir wählen dazu ϑ.

Beschreiben wir nun um A mit dem Radius AM eine Kugel, so können wir ohne merklichen Fehler annehmen, dass auch N auf dieser Kugel liegt, dass also XMN ein sphärisches Dreieck ist. Der Winkel, welchen die Seiten des sphärischen Dreiecks an M bilden, es ist der Winkel, welchen die Ebenen AMN und AMX mit einander bilden, ist nun gleich dem Winkel ε oder QMR, da QM senkrecht zur Ebene AMN und RM senkrecht zu AMX ist. Nach dem Fundamentalsatze der sphärischen Trigonometrie ist dann

$$\cos XAN = \cos XAM \,.\, \cos MAN + \sin XAM \,.\, \sin MAN \,.\, \cos \varepsilon.$$

Der Winkel XAN ist nun jener, in welchen ϑ übergeht, wenn wir von ds zu dem nächstfolgenden Elemente übergehen, also

$$XAN = \vartheta + d\vartheta.$$

Der Winkel XAM ist gleich ϑ; der Winkel MAN ist so klein, dass wir ohne merklichen Fehler seinen Cosinus gleich 1 setzen können. Um den Sinus dieses Winkels zu bestimmen, fällen wir von N die Senkrechte Nn auf AM, dann ist

$$\sin MAN = \frac{Nn}{AN}.$$

Nun ist

$$Nn = ds \,.\, \sin \omega,$$

und für AN können wir ohne merklichen Fehler $AM = r$ einsetzen, dann wird

$$\sin MAN = \frac{ds \,.\, \sin \omega}{r}$$

und weiter

$$\cos(\vartheta + d\vartheta) = \cos\vartheta + \frac{ds}{r} \cdot \sin\omega \,.\, \sin\vartheta \,.\, \cos\varepsilon$$

und daraus, indem wir $\cos d\vartheta = 1$, $\sin d\vartheta = d\vartheta$ setzen,

$$-\sin\vartheta \,.\, d\vartheta = \frac{ds}{r} \cdot \sin\omega \,.\, \sin\vartheta \,.\, \cos\varepsilon.$$

Setzen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ ein, so wird

$$\delta = -c \,.\, m \,.\, i \,.\, \sin\vartheta \,.\, d\vartheta.$$

Das Drehungsmoment für alle übrigen Elemente erhalten wir, wenn wir ϑ nach und nach alle Werthe annehmen lassen, welche die Linie r von der einen Grenze des Stromes, wo sie mit der Axe den Winkel ϑ_1 bilde, bis zur anderen Grenze, wo dieser Winkel ϑ_2 sei, mit der Axe XY bilden kann. Das Drehungsmoment D ist dann für den ganzen Strom die Summe aller dieser einzelnen Momente, und diese ist, wie die Integralrechnung lehrt,

$$D = c \,.\, m \,.\, i \,.\, (\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1).$$

Auf das Element ds wirkt nun aber auch der Pol B ein, indem er demselben ein entgegengesetztes Drehungsmoment ertheilt. Bezeichnen wir den Winkel, welchen BM mit der Axe XY bildet, mit η, so ist

$$\delta' = c \,.\, m \,.\, i \,.\, \sin\eta \,.\, d\eta$$

und das Drehungsmoment, welches der ganze Strom erhält,

$$D' = -c \,.\, m \,.\, i \,.\, (\cos\eta_2 - \cos\eta_1),$$

wo η_2 den Winkel bedeutet, welchen BM mit der Axe an der einen Grenze bildet, η_1 den Winkel an der anderen Grenze bedeutet.

Das Drehungsmoment, welches der Strom von dem ganzen Magnete erhält, ist demnach

$$M = D - D' = c \,.\, m \,.\, i \,.\, \left\{(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)\right\}.$$

Das Drehungsmoment eines Stromes hängt demnach nur von der Lage seines Anfangspunktes und Endpunktes ab, es ist unabhängig von der Gestalt des Stromes.

Ist der Strom ein ganz in sich geschlossener, so ist, wenn sich der Magnet ausserhalb seines Kreises befindet, immer $\vartheta_2 = \vartheta_1$ und $\eta_2 = \eta_1$, und wenn sich der Magnet im Innern des Stromkreises befindet, $\vartheta_2 = \vartheta_1 + 2\pi$, $\eta_2 = \eta_1 + 2\pi$, demnach $M = 0$.

Ein geschlossener Stromkreis kann also nie in Rotation durch einen Magnet versetzt werden; man kann nur dann durch Magnete continuirliche Rotationen hervorbringen, wenn man einen Theil eines Stromes beweglich macht, denn nur für einen Theil des Stromes kann das Drehungsmoment

von Null verschieden sein. Aber auch für bewegliche Stromtheile ist das Drehungsmoment nicht immer von Null verschieden; ob das der Fall ist oder nicht, das hängt davon ab, wo sich die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden.

Nehmen wir an, die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden sich in der Axe des Magnets, so können wir vier Fälle unterscheiden, nämlich:

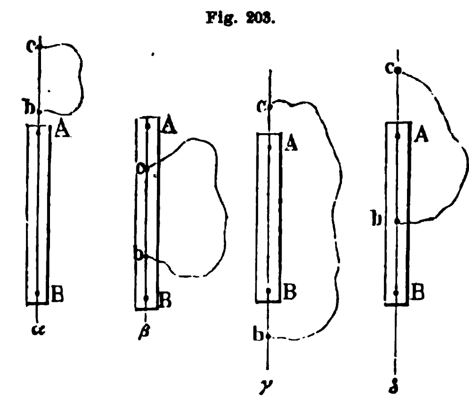
1) Beide Endpunkte befinden sich wie Fig. 203 α über oder unter dem Magnete.

2) Die Enden des beweglichen Leiters befinden sich zwischen den Polen des Magnets (Fig. 203 β).

3) Der eine Endpunkt des Leiters c befindet sich über dem Pole A, der andere unter dem Pole B (Fig. 203 γ).

4) Der eine Endpunkt des beweglichen Leiters c befindet sich über dem Pole A, der andere b zwischen den beiden Polen bei b (Fig. 203 δ).

Fig. 203.



Nur in dem letzten dieser vier Fälle kann eine Rotation eintreten; denn in dem ersten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 0 \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 0,$$

im zweiten Falle ist

$$\vartheta_2 = 180^0 \quad \vartheta_1 = 180^0 \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 0,$$

im dritten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^0 \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 180^0 \quad M = 0,$$

in dem vierten Falle aber ist,

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^0 \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 2\,c \,.\, m \,.\, i.$$

Der Strom rotirt also continuirlich um die Axe des Magnets, und das Drehungsmoment ist unabhängig von der Form des Leiters.

Liegt der eine Endpunkt des Stromes ausserhalb der Axe, der andere in der Axe, so tritt immer eine continuirliche Rotation ein, das Drehungsmoment ist jedoch verschieden, je nach der Lage des Punktes b; es ist sehr leicht zu zeigen, dass in dem Falle das Drehungsmoment ein Maximum wird, wenn b in der durch die Mittellinie des Magnets gelegten Ebene liegt und wenn es sich dem Magnete möglichst nahe befindet.

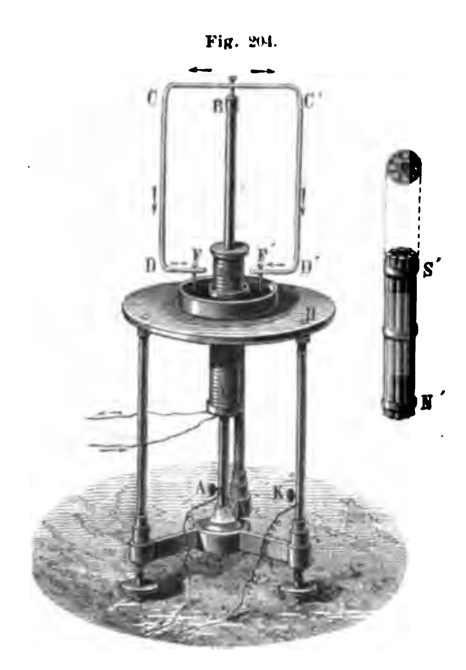
Es sind, seitdem Faraday[1]) zuerst die Rotation eines Stromtheiles um

1) *Faraday,* Ann. de chim. et de phys. T. XVIII. Gilbert's Ann. Bd. LXXI und LXXII.

einen Magnet gezeigt hat, von Vielen derartige Rotationsapparate construirt worden, wir beschreiben von diesen nur den von Jamin[1]) construirten, mit welchem man leicht zeigen kann, dass auch hier das Verhalten der Solenoide und Magnete identisch ist.

Eine feste Kupfersäule *AB* Fig. 204 ist auf einer isolirenden Platte von Elfenbein befestigt; dieselbe trägt oben eine kleine Vertiefung, in welche die Spitze eingesetzt ist, welche den Stromleiter *BCD* trägt. Letzterer besteht, um ihn möglichst leicht beweglich zu machen, aus einer Röhre von Aluminium. Die Enden des Leiters *FF'* sind mit Spitzen versehen, welche in das Quecksilber des ringförmigen Gefässes tauchen und der Axe *AB* so nahe wie möglich sind. Der Tisch und der Fuss *HK* sind leitend.

Fig. 204.



Auf die Säule *AB* kann man schieben und in verschiedenen Höhen feststellen, entweder den elektrodynamischen Cylinder *NS* oder das Magnetbündel *N'S'*; letzteres besteht aus acht dünnen cylindrischen Magnetstäben, welche um eine Röhre herumgelegt sind, deren innerer Durchmesser genau gleich dem äusseren der Säule *AB* ist.

Verbindet man nun die Klemmschrauben *A* und *K* mit den Polen einer Batterie, so fliesst der Strom in der Säule *AB*, welche zugleich Axe des Solenoids oder des Magnets ist, auf, und dann von *B* durch die Arme *BCDF* und *BC'D'F'* zu dem Quecksilbergefäss. Da der Abstand der Punkte *F* von der Axe *AB* nur sehr gering ist, kann man ohne merklichen Fehler annehmen, dass der bewegliche Stromtheil *BCDF* mit beiden Enden sich in der Axe des Magnets oder des Solenoids befindet.

---

1) *Jamin*, Cours de physique. T. III. p. 243. Andere Rotationsapparate siehe *Feilitzsch*, Galvanische Fernewirkungen. p. 293 ff. *Karsten's* Encyklopädie der Physik. Bd. XIX. Ferner *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 108 ff. Ueber die Rotation von Flüssigkeiten, welche auf den Polen eines Magnets von einem Strome durchflossen sind, siehe *Davy*, Philosophical Transactions for 1823, Annales de chim. et de phys. T. XXV. *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII. *De la Rive*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LVI. Ueber die Ablenkung und Rotation des Lichtbogens: *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII. *Walker*, Poggend. Ann. Bd. LIV.

Man kann nun leicht durch passendes Stellen des Magnets oder elektrodynamischen Cylinders die drei Fälle α, γ, δ Fig. 203 realisiren und findet dann der Theorie gemäss, wenn der Magnet vollständig über oder unter F ist, keine Bewegung, sobald aber F zwischen den beiden Polen sich befindet, tritt sofort die Rotation mit grosser Schnelligkeit ein.

§. 99.

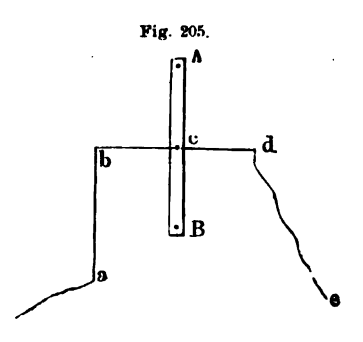
Rotation von Magneten unter dem Einfluss eines Stromes. Ebenso wie ein beweglicher Stromtheil unter dem Einfluss eines Magnetes in Rotation versetzt werden kann, so muss auch ein beweglicher Magnet um einen Strom zum Rotiren gebracht werden können. Die Bedingungen, unter welchen das eintreten kann, ergeben sich aus dem vorigen Paragraphen unmittelbar.

Da das Drehungsmoment, welches ein Magnet einem geschlossenen Strome ertheilt, gleich Null ist, so ist auch umgekehrt das Drehungsmoment, welches ein geschlossener Strom einem Magnet ertheilt, gleich Null. Um daher eine Rotation des Magnetes durch den Strom hervorzubringen, muss man wieder das Drehungsmoment, welches irgend ein Theil des Stromes dem Magnete ertheilt, aufheben, indem man einen Theil desselben mit dem Magnete fest verbindet. Indem dann dieser Theil mit dem Magnete ein festes System bildet, heben sich das Drehungsmoment, welches der Magnet diesem Stromtheile ertheilt, und umgekehrt das, welches dieser Stromtheil dem Magnete ertheilt, auf, und es bleibt nur das von dem übrigen Strome dem Magnete ertheilte Drehungsmoment übrig.

Ferner darf der übrige Stromtheil nicht mit beiden Enden in der Axe des Magnets endigen, oder es muss dann das eine Ende des Stromes ausserhalb, das andere innerhalb der Pole liegen.

Der einfachste Fall, um eine Rotation hervorzurufen, ist die Umkehr von Fig. 203 δ. Würde man Fig. 205 den Magnet um die Axe ab beweglich machen, durch dieselbe einen Strom führen, und den Strom dann weiter durch den mit dem Magnet fest verbundenen Theil bcd führen und ihn schliesslich in irgend einer Weise über e wieder zur Batterie zurückleiten, so muss der nicht mit dem Magnete fest verbundene Strom ihm ein Drehungsmoment ertheilen, welches ihn in umgekehrter Richtung um ab rotiren macht, als ab um den Magnet rotiren würde, wenn letzterer fest und der Strom beweglich wäre.

Fig. 205.



Der Sinn der Drehung ist leicht schon ohne Weiteres nach der Ampère-schen Regel zu erhalten; steigt der Strom in ab auf und ist B ein Nordpol, so muss der Nordpol B zur Linken abgelenkt werden, von oben her ge-

sehen rotirt daher der Magnet um *ab* entgegengesetzt wie der Zeiger der Uhr. Würde *B* ein Südpol sein, so rotirt der Magnet wie der Zeiger der Uhr. Umkehr der Stromesrichtung gibt ebenfalls Umkehr der Rotation.

Es bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, dass wenn wir die Bezeichnung des vorigen Paragraphen beibehalten, das Drehungsmoment gegeben ist durch

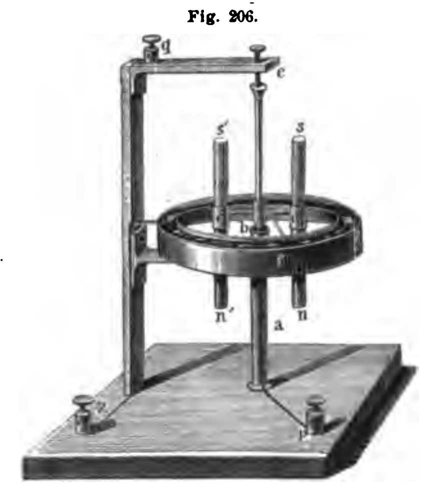
$$M = -c \cdot m \cdot i\,[(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)],$$

dass also die Grösse desselben von den Werthen der vier Winkel ϑ und η abhängig ist.

Die erste continuirliche Rotation eines Magnets unter dem Einflusse eines Stromes hat wieder Faraday [1]) hervorgebracht, indem er einen Magnet mit Hülfe eines an seinem unteren Ende befestigten Platingewichtes in ein Gefäss mit Quecksilber senkte, so dass der eine Pol desselben aus dem Quecksilber hervorsah, und dann in der Axe des Gefässes einen Strom in das Quecksilber einleitete, welcher auf der Peripherie das Quecksilber wieder verliess.

Jetzt wendet man zum Nachweise der Rotation gewöhnlich den Apparat Fig. 206 an. Eine Kupfersäule *a* ist in dem Bodenbrette des Apparates befestigt und trägt oben das Quecksilbernäpfchen *b*, auf dessen Boden ein kleines Achathütchen eingesetzt ist. In diesem Quecksilbernäpfchen steht auf einer Spitze balancirt der Bügel *cd*, in welchem in verticaler Stellung die beiden Magnete *ns* und *n's'* befestigt sind. Auf der Mitte des Bügels befindet sich eine dünne verticale Kupfersäule, welche oben ebenfalls in einem Quecksilbernäpfchen endigt. In dieses Näpfchen reicht die Spitze *e* hinab, theils um dem Bügel oben einen zweiten Halt zu geben, theils um nach Belieben auch hier den Strom in den Apparat eintreten lassen zu können. Die Spitze ist in leitender Verbindung mit der Klemmschraube *q*. Von dem Bügel *cd* geht ein Platindraht aus, dessen Spitze in die kreisförmige Quecksilberrinne *f* taucht, deren Mittelpunkt in der Axe des Apparates liegt. Die Säule *ab* ist mit der Klemmschraube *p*, die Quecksilberrinne mit der Klemmschraube *z* in Verbindung.

Fig. 206.



1) *Faraday,* Ann. de chim. et de phys. T. XVIII. Gilbert's Ann. Bd. LXXI u. LXXII.

Wird nun die Klemmschraube *p* mit dem positiven, *z* mit dem negativen Pole der Batterie verbunden, so dass der Strom in *ab* aufsteigt, dann von *b* durch den mit dem Bügel *cd* fest verbundenen Platindraht in die Quecksilberrinne und von dort über *z* zur Batterie zurückkehrt, so rotirt der Bügel mit den beiden Magneten, von oben gesehen, in entgegengesetzter Richtung wie der Zeiger einer Uhr, wenn die Nordpole *n* sich unten befinden.

Wird der positive Pol der Batterie mit *q* verbunden, so dass der Strom in der Axe *eb* absteigt, so tritt die Rotation in demselben Sinne ein, da jetzt der absteigende Strom vorzugsweise auf die Südpole *ss'* wirkt.

Verbindet man dagegen die Pole der Batterie mit den Klemmschrauben *p* und *q*, so dass kein Theil des Stromes mit den Magneten rotirt, so tritt gar keine Rotation ein, indem die den entgegengesetzten Polen ertheilten Drehungsmomente entgegengesetzt und an Grösse einander gleich sind.

Man kann in dieser Weise auch einen Magnet um seine eigene Axe zur Rotation bringen. Die Bedingung, unter welchen dieses eintritt, ist wieder dieselbe, es muss ein Theil des Stromes mit dem Magnete fest verbunden sein, am besten durch ihn selbst fliessen; der übrige Theil des Stromes ertheilt ihm dann die Drehung um die Axe, vorausgesetzt, dass nicht die Punkte, an welchen der Strom in die Axe selbst tritt, an derselben Seite eines Poles liegen oder durch den ganzen Magnet von einander getrennt sind; die beiden Punkte müssen durch einen der Pole von einander getrennt sein.

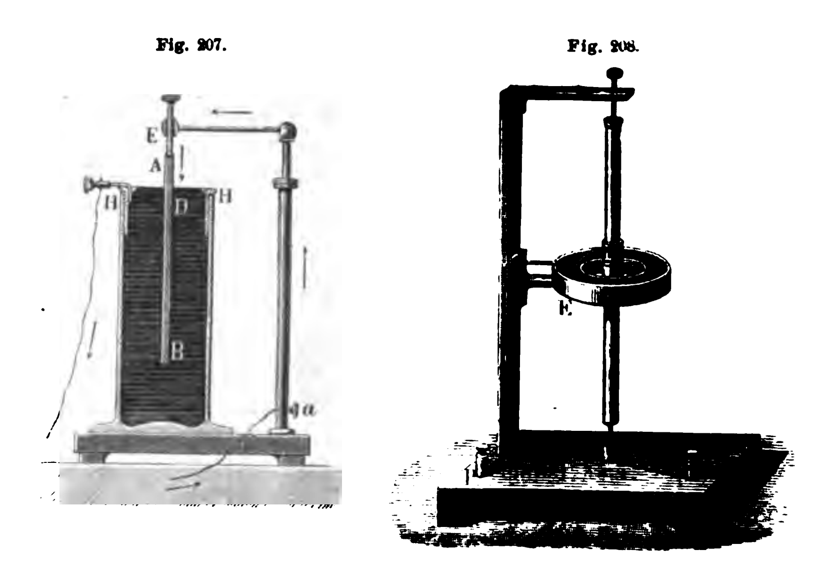
Man kann sich die Entstehung dieser Rotation am besten deutlich machen, wenn man den Magnet als ein Bündel von Linearmagneten betrachtet, welche der Axe parallel dieselbe in Röhrenform umgeben. Dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromtheil gibt dann dieses Bündel, wenn es selbst fest ist, ein Drehungsmoment um die Axe, dessen Grösse wir im vorigen Paragraphen bestimmten. Ist nun der Strom fest und das Bündel beweglich, so muss genau dasselbe Drehungsmoment, nur in entgegengesetzter Richtung das Bündel um dieselbe Axe rotiren machen.

Es gelang zuerst Ampère[1]), die Rotation eines Magnetes um seine eigene Axe zu zeigen. Er tauchte in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss einen Magnet *AB* Fig. 207, an dessen unterem Ende ein Platingewicht befestigt war, welches bewirkte, dass der Magnet in verticaler Stellung und so schwamm, dass der Pol *A* sich ausserhalb des Quecksilbers befand. Die obere Endfläche *A* des Magnets war vertieft, und in der Vertiefung befand sich ein Tröpfchen Quecksilber. Die Spitze der an dem Stative *S* befindlichen Schraube *E* reichte in diese Vertiefung bei *A* hinein und brachte so den Magnet mit dem Stativ in leitende Verbindung. Das Ge-

1) *Ampère,* Ann. de chim. et de phys. T. XX.

fäss war mit einem Metallringe auf seiner inneren Seite versehen, welcher von dem Quecksilber des Gefässes berührt wurde. Wenn nun die Klemmschraube *a* mit dem positiven, die Klemmschraube *H* mit dem negativen Pole einer Batterie verbunden wurde, so stieg der Strom im Stativ zu der Schraube *E* auf, von dort durch die Axe des Magnets zu der Oberfläche des Quecksilbers in *D* ab, und floss dann durch das Quecksilber zu dem mit der Klemme *H* verbundenen Ringe und von dort zu der Batterie zurück. Der Stromtheil *ED* ist mit dem Magnet fest verbunden, der in dem Punkte *E*, über dem Pole *A* und in dem Punkte *D*, zwischen den beiden Polen auf der Axe, endigende Stromtheil versetzt daher den Magnet in Rotation, er rotirt, wenn *A* ein Nordpol ist und der Strom die angegebene Richtung hat, von oben gesehen in dem Sinne der Bewegung des Uhrzeigers. Es ergibt sich das schon aus der Ampère'schen Regel, wenn man die Wirkung der nächstliegenden Stromtheile betrachtet, welche den Nordpol zur Linken ablenken.

Fig. 207. Fig. 208.



Jetzt gibt man dem Apparate gewöhnlich die Form Fig. 208; der Magnet kann sich um die Verbindungslinien der beiden Spitzen drehen, der in der Mittellinie befestigte Platindraht *g* taucht in die kreisförmige Quecksilberrinne *E*. Der Strom tritt in *P* ein, fliesst zur Quecksilberrinne, von dieser zu dem Magnete durch denselben nach *B* und von da durch die Klemme *H* zur Batterie zurück. Wie man sieht, ist der Apparat im Princip dem Ampère'schen ganz gleich.

§. 100.

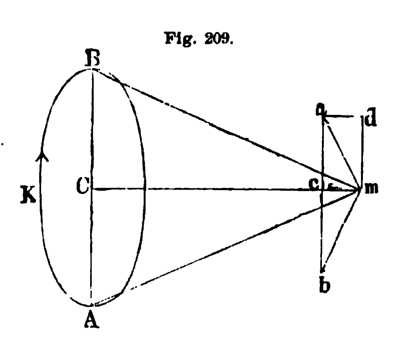
Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Kreisstrom. Bussolen. Die in den beiden letzten Paragraphen mitgetheilten Versuche liefern uns den Beweis für die Richtigkeit der Ampère'schen Theorie, sie zeigen uns, dass wir in der That berechtigt sind, die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente derjenigen, welche zwischen dem Pole eines Solenoides und einem Stromelemente stattfindet, gleich zu setzen, also dass dieselbe

$$w = c\frac{m \cdot i \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \omega$$

ist. Dadurch sind wir nun berechtigt dieses Gesetz anzuwenden, um das Drehungsmoment zu bestimmen, welches irgend ein geschlossener Strom auf eine Magnetnadel um eine zur magnetischen Axe senkrechte Drehungsaxe ausübt. Wir untersuchen davon nur einen speciellen Fall, nämlich die Ablenkung einer horizontalen Nadel durch einen Kreisstrom, um dadurch zu einer vollständigeren Theorie der elektromagnetischen Messapparate zu gelangen.

Die Einwirkung eines Kreisstromes auf ein in seiner Axe befindliches magnetisches Theilchen erhalten wir folgendermassen [1]). Sei K Fig. 209 ein ebener Kreisstrom und befinde sich in m ein magnetisches Molekül, in der Axe des Kreises. Der Abstand desselben Cm von der Ebene des Kreises sei gleich x, der Radius des Kreises sei gleich R.

Fig. 209.



Ein in A befindliches Stromelement wird dann das magnetische Molekül m in einer zu Am senkrechten Richtung, und zwar, wenn das Molekül nordmagnetisch ist und der Strom die angedeutete Richtung hat, nach a hin treiben. Die Grösse der Kraft, welche in ma dargestellt sei, ist dann

$$ma = c \cdot \frac{m \cdot i \cdot ds}{R^2 + x^2},$$

der Winkel ω ist, da m in der Axe des Kreises liegt, gleich 90^0.

Das dem Stromelemente A diametral gegenüber liegende Element B treibt dann das Molekül m nach der Richtung $mb \perp Bm$, mit einer Kraft mb

$$mb = c \cdot \frac{m \cdot i \cdot ds}{R^2 + x^2}.$$

---

1) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LV.

Zerlegen wir diese beiden Kräfte parallel und senkrecht zur Axe mc, so sieht man sofort, dass die zur Axe senkrechten Kräfte sich aufheben und nur die der Axe parallelen Componenten mc übrig bleiben. Diese Componente ist

$$mc = ma \,.\, \sin cam = ma \,.\, \sin Amc = ma \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

oder, ersetzen wir ma durch seinen Werth,

$$mc = c \cdot \frac{m \,.\, i \,.\, ds \,.\, R}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Bezeichnen wir nun die Länge des Elementes A im Bogenmaass mit $d\varphi$, so ist $ds = Rd\varphi$, und damit

$$mc = c \cdot \frac{m \,.\, i \,.\, R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot d\varphi.$$

Die Wirkung des ganzen Stromkreises K erhalten wir, indem wir die Summe der Wirkungen aller Elemente bilden, und wie man unmittelbar sieht, erhalten wir dieselbe, wenn wir einfach für $d\varphi$ die Summe aller Elemente oder 2π setzen, so dass die der Axe parallele Wirkung des ganzen Kreisstromes auf das Molekül m wird:

$$W = c \cdot \frac{2\pi i \,.\, m \,.\, R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Die Einwirkung des Kreisstromes auf das magnetische Molekül m ist also der Stromintensität i und dem von dem Strome umflossenen Flächenraume $R^2\pi$ direct, der dritten Potenz der Entfernung des magnetischen Theilchens von dem Strome umgekehrt proportional.

Befindet sich nun in unmittelbarer Nähe von m ein südmagnetisches Theilchen m, welches mit dem nordmagnetischen Theilchen einen kleinen Magnet von der Länge $2l$ bildet, so wird, wenn wir die Länge $2l$ so klein annehmen, dass wir voraussetzen dürfen, der Magnet befinde sich vollständig in der Axe des Kreisstromes, dieses südmagnetische Theilchen mit derselben Kraft W von dem Strome abgestossen, als das nordmagnetische Theilchen angezogen wird. Durch die Wirkung dieser beiden Kräfte erhält dann der kleine Magnet ein Drehungsmoment

$$D = 2\, l\, W$$

oder

$$D = c \cdot \frac{2\, R^2 \pi\, i \,.\, 2\, lm}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Das von dem Stromkreise auf den kleinen Magnet ausgeübte Drehungsmoment ist also dem magnetischen Momente des kleinen Magnets ebenfalls proportional.

Befindet sich nun die Nadel unter dem Einflusse des Erdmagnetismus in dem magnetischen Meridiane, und ist der Stromkreis der Ebene des magnetischen Meridianes parallel, so sucht dieses Drehungsmoment die Nadel senkrecht zum Meridiane zu stellen. Ist dann die Nadel um den

Winkel α aus dem Meridiane abgelenkt, so ist bei der Voraussetzung, dass l so klein ist, dass der Magnet als ganz in der Axe liegend gedacht werden kann, dass also die auf die Pole des abgelenkten Magnets wirksame Kraft der Grösse und Richtung nach sich nicht ändert, das Drehungsmoment auf den abgelenkten Magnet durch die Wirkung des Stromes

$$D \cdot \cos \alpha = c \cdot \frac{2 R^2 \pi i \,.\, 2\, lm}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \cos \alpha.$$

Auf den abgelenkten Magnet wirkt nun aber auch der Erdmagnetismus, welcher ihn in den Meridian zurückzuführen sucht.

Bezeichnen wir die Horizontalcomponente desselben mit T, so ist das Drehungsmoment, welches den Magnet in den Meridian zurückzuführen sucht, wie wir früher sahen,

$$T \,.\, 2\, lm \,.\, \sin \alpha.$$

Die beiden der Nadel ertheilten Drehungsmomente halten sich das Gleichgewicht, wenn

$$T \cdot 2\, ml \cdot \sin \alpha = c \cdot \frac{2 R^2 \pi i \,.\, 2\, lm}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \cos \alpha$$

$$T \cdot \operatorname{tang} \alpha = c \cdot \frac{2 R^2 \pi \,.\, i}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Daraus folgt also, dass die Intensität i des Stromes der Tangente des Ablenkungswinkels proportional, dass der Winkel α aber von dem magnetischen Momente der Nadel unabhängig ist.

Den soeben abgeleiteten Satz haben Pouillet [1]) und Weber [2]) zur Construction der schon früher beschriebenen Tangentenbussole benutzt. Bei dieser befindet sich die Magnetnadel in dem Mittelpunkte des Kreises, demnach ist $x = 0$.

$$T \cdot \operatorname{tang} \alpha = c \cdot \frac{2 R^2 \pi}{R^3} \cdot i$$

$$i = \frac{R \,.\, T}{c \,.\, 2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Damit also, mit der Tangentenbussole gemessen, die Ströme der Tangente des Ablenkungswinkels proportional sind, muss zunächst der Drahtring derselben der Ebene des magnetischen Meridianes genau parallel sein; ist das nicht der Fall, bildet er mit der Meridianebene den Winkel φ, so wird bei einer Ablenkung α aus der Ebene des Meridianes nach der einen Seite der Winkel, welchen die Nadel mit der zur Kreisaxe senkrechten Richtung bildet, $\alpha + \varphi$, und die Bedingung des Gleichgewichts ist

$$T \,.\, \sin \alpha = C \,.\, i \,.\, \cos (\alpha + \varphi).$$

Kehrt man dann den Strom um, so wird man jetzt eine andere Ablenkung in entgegengesetztem Sinne, α' beobachten. In dieser Lage bildet

1) *Pouillet,* Comptes Rendus. T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.
2) *W. Weber,* Poggend. Ann. Bd. LV.

dann die Nadel mit der zur Kreisaxe senkrechten Richtung den Winkel $\alpha' - \varphi$, und die Gleichgewichtsbedingung ist dann

$$T \,.\, \sin \alpha' = C \,.\, i \,.\, \cos (\alpha' - \varphi).$$

Ist der Winkel φ unbekannt, so kann man denselben hieraus berechnen und darnach die Stellung des Kreises corrigiren; ist der Winkel φ indess nur klein, also α von α' nur sehr wenig verschieden, so kann man ohne merklichen Fehler $\frac{1}{2} (\sin \alpha + \sin \alpha') = \sin \frac{\alpha + \alpha'}{2}$ setzen, und dann gibt eine Addition der beiden Gleichungen

$$i = \frac{1}{C} \cdot T \cdot \operatorname{tang} \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Ferner darf die Länge der Nadel nur eine sehr kleine sein. Denn das Tangentengesetz beruht wesentlich darauf, dass die Wirkung, welche der Strom auf die Pole der abgelenkten Nadel ausübt, genau gleich ist der Wirkung auf die nicht abgelenkte Nadel. Hat nun aber die Nadel eine gegen den Radius des Kreises merkliche Grösse, so treten die Pole merklich aus der Ebene des Kreises heraus und zwar, wenn l die Länge der Nadel ist, um den Werth $l \,.\, \sin \alpha$. Für die abgelenkte Nadel ist dann die Voraussetzung, dass $x = 0$, nicht mehr zutreffend, die Wirkung auf die Pole wird also kleiner. Wie man sieht, wird die Abweichung von dem Tangentengesetze um so grösser, je grösser die Ablenkung α ist, je grösser also die Intensität des durch die Tangentenbussole geleiteten Stromes ist.

Wenn die Länge der Nadel nur 0,1 bis 0,125 des Radius beträgt, ist bis $\alpha = 45^0$ nach W. Weber [1]) die Abweichung von dem Tangentengesetze unmerklich.

Um deshalb mit einer Tangentenbussole genaue Resultate zu erhalten, darf man bei derselben nur kleine Ablenkungen anwenden, indem man durch den Apparat entweder Zweigströme leitet, oder die Nadel excentrisch aufhängt, so dass das Drehungsmoment, welches der Nadel ertheilt wird, nur klein ist. Um bei den kleinen Ablenkungen dennoch genaue Messungen machen zu können, muss man nach der Methode von Poggendorff und Gauss Spiegelablesungen zu Hülfe nehmen.

Einen Apparat, welcher sehr geeignet ist genaue Resultate zu geben, hat Wiedemann construirt [2]). In einer dicken Hülse von Kupfer *A* Fig. 210 von 17^{mm} Wanddicke und 21^{mm} Länge hängt an dem am oberen Ende der auf der Hülse befindlichen Glasröhre befestigten Coconfaden ein Stahlspiegel (*SN* der Nebenfigur) von 1^{mm} Dicke und 19^{mm} Durchmesser. Der Stahlspiegel ist so magnetisirt, dass seine magnetische Axe mit dem horizontalen Durchmesser des Kreises zusammenfällt. Um den Spiegel genau zu centriren, ist durch einen seitlichen Schlitz der oberen Röhrenfassung eine

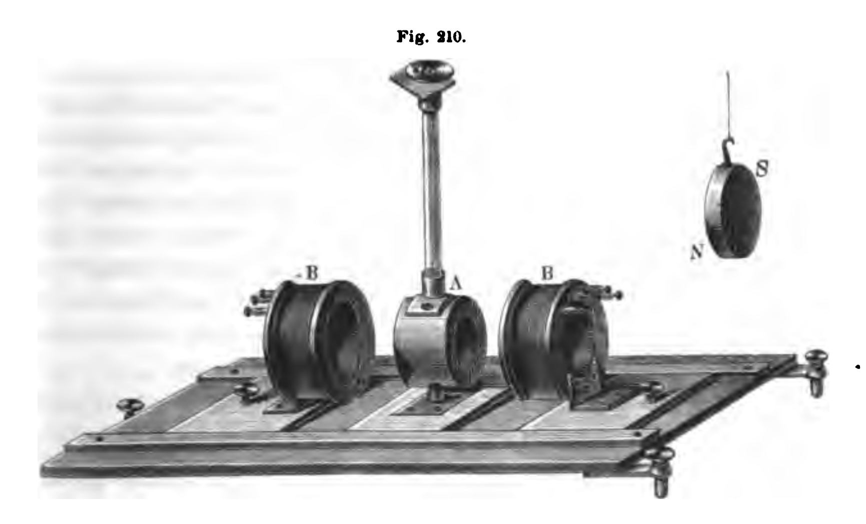
---

1) *W. Weber,* Poggend. Ann. Bd. LV.

2) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIX. p. 504. Galvanismus Bd. II. §. 181

Elfenbeinplatte geschoben, welche innerhalb einen kleinen Einschnitt hat, durch den der an dem kleinen Knöpfchen befestigte Coconfaden herabhängt. Die Kupferhülse mit dem Spiegel steht in der Mitte eines Schlittens, der sich durch drei Stellschrauben horizontal stellen lässt. Auf demselben lassen sich zwei Drahtspiralen *BB* hin- und herschieben, deren innerer Durchmesser so gross ist, dass sie gerade auf die Hülse *A* passen. Jede Spirale besteht aus zwei 60^{m} langen, 1^{mm} dicken übersponnenen Kupferdrähten, deren Enden mit besonderen Klemmschrauben verbunden sind.

Fig. 210.



Der Apparat wird so gestellt, dass die Axe der Hülse *A* und der Spiralen *B* senkrecht zum magnetischen Meridiane ist; die Stellung des Spiegels wird wie bei dem Magnetometer durch ein Fernrohr und Scala beobachtet.

Je nach der Intensität der zu messenden Ströme kann man die Spiralen auf die Kupferhülse schieben oder mehr oder weniger von derselben entfernen [1]).

W. Weber [2]) wendet zu demselben Zwecke ein transportables Magnetometer an. Fig. 211 zeigt dasselbe in perspectivischer Ansicht. Auf ein Kugelsegment von Messing, dessen convexe Seite in einer kugelförmig ausgearbeiteten Vertiefung der Bodenplatte des Apparates liegt, ist durch seitliche Fortsätze *i* ein elliptischer Kupferring *e e* von 80^{mm} Breite und 8^{mm} Wandstärke befestigt; in der grossen Axe dieses Ringes schwebt die Magnetnadel.

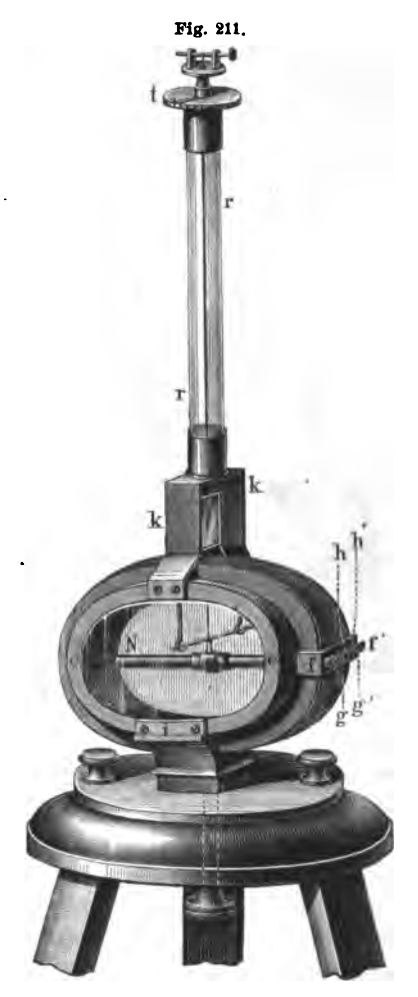
---

1) Andere Formen der Spiegelgalvanometer haben u. A. *Meissner* und *Meyerstein* construirt. Man sehe Poggend. Ann. Bd. CXIV.

2) *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen p. 338.

Auf diesen Ring ist ein Rahmen von dünnem Messingblech geschoben, auf welchen in neun Lagen über einander, in jeder Lage in 80 Windungen neben einander übersponnener Kupferdraht von 0,66 Millimeter Dicke gewunden ist. Je drei Lagen sind aus einem Stücke, so dass also eigentlich drei Drähte, jeder in drei Lagen, die Umhüllung des Rahmens ausmachen; der Anfang des ersten Drahtes ist mit der Klemmschraube *f*, das Ende mit *f'* verbunden, der Anfang des zweiten mit der von der ersten isolirten Klemme *g*, das Ende mit *g'*; Anfang und Ende der dritten mit *h* und *h'* verbunden. Man kann also nach Belieben einen Strom durch einen der Drähte, oder indem man *f'* mit *g*, *g'* mit *h* verbindet und die Zuleitungsdrähte an *f* und *h'* befestigt, den Strom nach einander durch alle Drähte gehen lassen.

Fig. 211.



Auf dem Kupferring ist durch seitliche Schrauben der Rahmen *kk* befestigt, welcher oben mit einer durchbohrten Platte bedeckt ist, welche die Röhre *rr* mit dem Torsionskreise *t* trägt. Von der Mitte des Torsionskreises hängt ein Coconfaden herab, welcher unten eine leichte, in dem Rahmen *kk* schwebende Metallplatte trägt. Von der Platte gehen durch zwei seitliche Ausschnitte des Kupferringes zwei schwache Stäbchen herab, welche unten, also im Innern des Ringes, zu Haken umgebogen sind. In diese Haken wird ein Magnetstab gelegt; derselbe ist zu dem Ende in seiner Mitte mit einer Hülse umgeben, an welcher sich oben ein zur Stabaxe senkrechtes Querstäbchen befindet, dessen walzenförmig auslaufende Enden in die Haken eingelegt sind.

Auf der in dem Rahmen *kk* schwebenden Metallplatte ist ein Spiegel mit drei Schräubchen befestigt, so dass wie bei dem Magnetometer die Lage des Magnetstabes durch ein Fernrohr mit darunter angebrachter Scala beobachtet wird.

Das Rähmchen *kk* ist schliesslich ausser auf der dem Spiegel gegenüberliegenden Seite mit leichten Metallplatten verschlossen, letztere Seite,

so wie die offenen Seiten des Kupferringes sind mit ebenen Spiegelglasplatten verschlossen.

Je nach der Stärke der zu messenden Ströme werden dieselben durch einen Draht oder durch alle drei entweder neben einander oder nach einander geführt; sind die zu messenden Ströme zu stark, so lässt man nur einen Zweigstrom durch das Galvanometer gehen.

Die Kupferhülsen bei den Apparaten von Wiedemann und W. Weber haben den Zweck, die Magnete in der abgelenkten Lage möglichst rasch zur Ruhe zu bringen; sie dienen als Dämpfer. Lässt man nämlich eine Magnetnadel in einer rings geschlossenen Metallhülse schwingen, so nehmen die Schwingungsbogen sehr rasch ab, und die Nadel kommt sehr bald in ihrer Gleichgewichtslage zur Ruhe. Den Grund dieser eigenthümlichen Erscheinung werden wir im nächsten Kapitel kennen lernen.

Man beobachtet bei diesen beiden Galvanometern direct die Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel; wegen der geringen Grösse derselben darf man aber auch diese den Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel, also die Stromstärken der in Scalentheilen beobachteten Ablenkung direct proportional setzen. Sind also die beobachteten Ablenkungen gleich d, so ist

$$i = k \,.\, d,$$

wenn k eine von der Beschaffenheit des Instruments und der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus abhängige Constante bedeutet.

Die Dämpfung ist bei dem Apparate von Wiedemann so bedeutend, dass der Magnet fast sofort die neue Ruhelage annimmt, bei dem Apparate von Weber muss man dagegen die neue Ruhelage nach Art der Magnetometerbeobachtungen aus einer ungeraden Anzahl auf einander folgender Elongationen bestimmen.

Den Fehler der einfachen Tangentenbussole hat Gaugain [1]) in einer anderen Weise durch Anwendung eines schon früher von Helmholtz [2]) angewandten Princips bei der Construction derselben umgangen; er hängt die Nadel excentrisch auf, so dass der Abstand derselben von der Stromebene gleich dem halben Radius des Stromkreises ist.

Es lässt sich nämlich nachweisen, dass wenn die Nadellänge dann nur $^1/_8$ des Kreisdurchmessers ist, das Tangentengesetz für alle Ablenkungen gültig bleibt. Wir können diesen Nachweis leicht auf folgende Weise führen [3]).

Wie wir sahen, ist die Wirkung des Stromes auf ein im Abstande x_1 von dem Stromkreise befindliches nordmagnetisches Molekül, vorausgesetzt, dass wir den Abstand von der Axe vernachlässigen dürfen,

---

1) *Gaugain,* Comptes Rendus. Bd. XXXVI. p. 191. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.
2) *Helmholtz,* nach einer Notiz von Wiedemann: Galvanismus. Bd. II. p. 197.
3) *Pierre,* Poggend. Ann. Bd. XCIV.

$$W = c \cdot \frac{2 \pi i . m . R^2}{(R^2 + x_1^2)^{3/2}}$$

auf ein mit diesem ungleichnamiges, im Abstande x_2 vorhandenes südmagnetisches Molekül

$$W' = - c \frac{2 \pi i . m . R^2}{(R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Denken wir uns diese beiden Moleküle zu einer Nadel von der Länge $2l$ verbunden, welche mit dem magnetischen Meridiane den Winkel α bildet, während der Stromkreis dem Meridiane parallel ist, so übt der Stromkreis auf diese Nadel ein Drehungsmoment aus, welches die Nadel zu dem Meridiane senkrecht zu stellen sucht, dessen Grösse ist

$$D = (W - W')\, l . \cos \alpha.$$

Der Erdmagnetismus ertheilt der Nadel dann ein entgegengesetztes Drehungsmoment, dessen Grösse ist

$$D' = T . 2\, lm . \sin \alpha.$$

Die Nadel ist im Gleichgewicht, wenn $D = D'$, also

$$c . 2 \pi i . m . R^2 . l . \cos \alpha \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2} (R^2 + x_2^2)^{3/2}} = T . 2\, lm . \sin \alpha.$$

Für die Stromstärke i ergibt sich daraus

$$i = \frac{T . \text{tang}\, \alpha}{c . R^2 \pi} \cdot \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2} (R_2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Ist nun der Abstand des Mittelpunktes der Nadel von der Kreisebene gleich x, so ist, wenn wir annehmen x_1 sei der Abstand des Nordpoles von der Kreisebene und dieser sei der Ebene zugewandt,

$$x_1 = x - 1 . \sin \alpha; \quad x_2 = x + l . \sin \alpha.$$

Setzt man nun diese Werthe in den Ausdruck für i ein, führt die angedeuteten Potenzirungen aus, indem man aber nur bis zu den Gliedern der einzelnen Reihen aufsteigt, welche $\sin^2 \alpha$ enthalten, so bekommt man nach passenden Reductionen leicht den Ausdruck

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c . 2 R^2 \pi} . T . \text{tang}\, \alpha \left\{ 1 + {}^3/_2 (R^2 - 4 x^2) \frac{l^2 . \sin^2 \alpha}{(x^2 + R^2)^2} \right\}.$$

Wenn nun aber $R = 2x$ ist, so ist das zweite Glied in der Klammer gleich 0, und

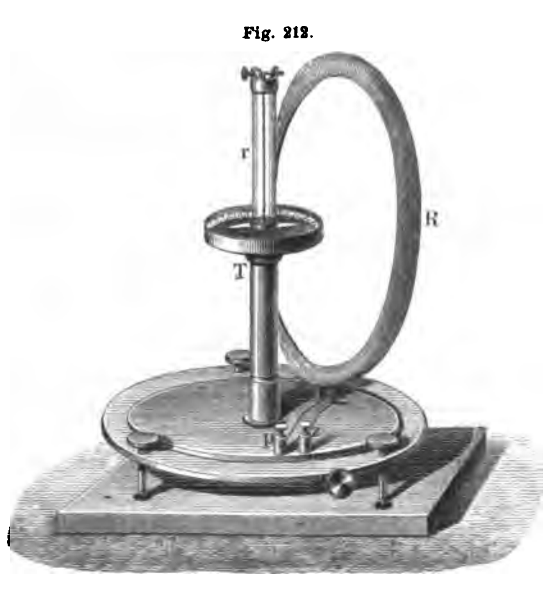
$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c . 2 R^2 \pi} . T . \text{tang}\, \alpha = \frac{27 . RT}{128 . c\pi} \cdot \text{tang}\, \alpha;$$

wie man sieht, ist also für jeden Winkel α, wenigstens wenn derselbe einem Rechten nicht sehr nahe kommt, die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Die Form, welche Gaugain der Tangentenbussole gab, zeigt Fig. 212. Auf einen Holzring R, dessen äussere Fläche conisch abgedreht ist, so dass die Oberfläche einen Theil eines Kegelmantels bildet, dessen Höhe

gleich ein Viertel der Basis, dessen Oeffnung also $63^0\ 26'$ beträgt, ist Kupferdraht in mehrfachen Windungen aufgerollt, dessen Anfang und Ende in den Klemmschrauben *p* und *z* liegt. Neben dem Ringe ist ein Tischchen *T* mit einem getheilten Kreise, dessen Mittelpunkt in der Spitze des Kegels liegt, auf dessen Mantel der Draht gewickelt ist. Ueber dem Kreise schwebt die Magnetnadel, an einem Coconfaden hängend, welcher in der Axe der Röhre *r* an dem oberen Ende derselben befestigt ist. Die Röhre *r* wird von der Glasplatte getragen, welche den getheilten Kreis bedeckt, um die Nadel vor Luftströmungen zu schützen.

Fig. 212.



Für den Fall, dass $x = \frac{1}{2} R$, kommt in dem Ausdrucke für *i* die Länge der Magnetnadel nicht vor, es könnte daher scheinen, dass diese bei der Gaugain'schen Bussole keinen Einfluss hätte, dass also die oben gemachte Beschränkung, nach welcher dieselbe nur $\frac{1}{4} R$ betragen dürfte, überflüssig wäre; das ist jedoch nur scheinbar, denn die Länge der Magnetnadel ist dadurch beschränkt, dass wir in der Berechnung der Wirkung auf die einzelnen Pole annehmen, dieselben lägen in der Axe des Kreisstromes. Genauere Rechnungen von Bravais [1]), welche die excentrische Lage der Pole berücksichtigen, beweisen, dass selbst bei der von uns vorausgesetzten Nadellänge bei Annahme des Tangentengesetzes noch ein sehr kleiner Fehler begangen wird.

Die mit der Benutzung der Tangentenbussole in ihrer einfachen Form verbundene Ungenauigkeit hat früher schon Pouillet [2]) zur Construction einer anderen Bussole, der Sinusbussole, veranlasst, welche später hauptsächlich von Poggendorff benutzt worden ist [3]).

Macht man nämlich bei der Tangentenbussole den Stromkreis um eine verticale durch die Mitte der Nadel gehende Axe drehbar, und dreht denselben dann der abgelenkten Nadel nach, so dass die Nadel immer in der

1) *Bravais,* Comptes Rendus. T. XXXVI. p. 193. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.
2) *Pouillet,* Comptes Rendus. T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.
3) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. L.

Ebene des Stromes bleibt, so stehen die auf die Pole der Nadel wirkenden Kräfte immer senkrecht auf der Axe der Nadel. Das von dem Stromkreis der Nadel ertheilte Drehungsmoment ist dann

$$D = c \cdot \frac{2\pi}{R} \cdot i \cdot 2\, lm.$$

Die Nadel wird dann um einen solchen Winkel α abgelenkt, dass das von dem Erdmagnetismus derselben ertheilte Drehungsmoment diesem gleich ist, dass also

$$2\, lm \cdot T \cdot \sin \alpha = c \cdot \frac{2\pi}{R} \cdot i \cdot 2\, lm$$

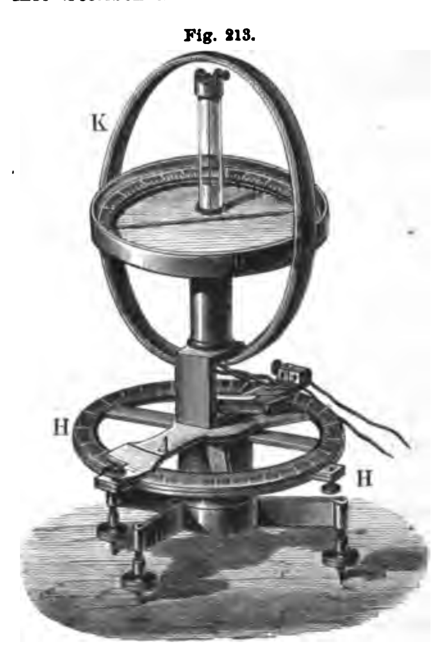
ist. Daraus folgt dann

$$i = \frac{R \,.\, T}{c \,.\, 2\pi} \cdot \sin \alpha.$$

Die Stromstärke ist also dem Sinus des Ablenkungswinkelc proportional. Man hat also nur den Winkel α zu beobachten, um welchen man den Stromkreis gedreht hat, um die Stromstärke zu erhalten.

Die Einrichtung einer solchen Bussole zeigt Fig. 213. Auf einem mit Stellschrauben versehenen Fusse ist ein getheilter Horizontalkreis *H* befestigt. Der Drahtkreis *K* ist um die verticale Axe dieses Kreises drehbar. An der Säule, welche den Drahtkreis trägt, ist eine Alhidade *A* mit einem Nonius befestigt, welcher die Grösse der Drehung genau zu messen gestattet. Eine zweite Alhidade, ebenfalls fest an der den Drahtring tragenden Säule, trägt die Klemmen zur Aufnahme der Leitungsdrähte. Die Aufhängung der Nadel ist genau wie bei der eben beschriebenen Tangentenbussole. Auf dem oberen getheilten Kreise fällt der durch die Punkte 0° und 180° gelegte Durchmesser mit der Ebene des Drahtringes zusammen; man hat also den Apparat immer so einzustellen, dass die Nadel auf die Punkte 0° und 180° zeigt.

Fig. 213.



Ausser den bisher beschriebenen Messapparaten, welche die Intensität eines Stromes aus der beobachteten Ablenkung einer Magnetnadel zu bestimmen gestatten, müssen wir an dieser Stelle noch der Galvanometer oder Multiplicatoren erwähnen, welche weniger den Zweck haben, die Stärke von Strömen zu messen, als die Existenz sehr schwacher Ströme nachzuweisen.

Die Principien, auf welchen die Construction dieser, zuerst von Schweigger[1]) und Poggendorff[2]) angegebenen Apparate beruht, sind folgende.

Da jeder Drahtkreis, welcher in demselben Sinne um eine Magnetnadel geführt wird, der Magnetnadel ein Drehungsmoment nach derselben Richtung ertheilt, so wird eine Vervielfältigung der Drahtkreise schon eine Ablenkung der Nadel durch einen Strom hervorbringen, wenn ein einzelner Drahtring noch lange nicht im Stande ist die Nadel abzulenken. Durch Vervielfachung der Windungen, welche um die Nadel geführt werden, wird allerdings auch die Stärke des Stromes geschwächt, es gibt deshalb eine Grenze, über welche hinaus eine Vermehrung der Windungen keine Verstärkung der Wirkung mehr zur Folge hat, da durch dieselbe die Stromstärke in einem stärkeren Verhältnisse geschwächt wird, als die ablenkende Kraft verstärkt wird. Diese Grenze hängt ab von der Natur der Elektricitätsquelle, oder vielmehr von dem Widerstande des Schliessungsbogens ausser dem Galvanometer; wir können dieselbe leicht in folgender Weise bestimmen.

Denken wir uns eine Magnetnadel zunächst von einem einzigen dicken Kupferringe umgeben, dessen Widerstand gleich R sei, sei ferner der Widerstand des andern Theils des Schliessungsbogens gleich r und die elektromotorische Kraft der Kette gleich e, so ist das der Stromstärke proportionale Drehungsmoment auf die Nadel

$$D = k \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt dieser Kupferring zu einem Drahte von $n$facher Länge ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch $\frac{1}{n}$ des Ringes ist, so wird die Stromstärke

$$i = \frac{e}{n^2 R + r},$$

wird aber der ganze Draht in n Windungen um die Nadel geführt, so würde bei gleicher Stromstärke auch das Drehungsmoment das $n$fache geworden sein, da jede Drahtwindung dann ebenso wirkt, als der Kupferring. Daraus folgt, dass das Drehungsmoment D_1 jetzt ist

$$D_1 = \frac{ne}{n^2 R + r}.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite erhält nun seinen grössten Werth, wie eine der im §. 62 durchgeführten ganz gleiche Rechnung zeigt, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand im Multiplicator dem sonstigen Widerstande der Kette an Grösse gleich ist.

1) *Schweigger*, Schweigger's Journal. Bd. XXXI. 1821.
2) *Poggendorff*, Gilbert's Annalen. Bd. LXVII. 1821.

Hat man daher eine Elektricitätsquelle, welche ausser dem Multiplicator in den Stromkreis keinen bedeutenden Widerstand bringt, so muss man auch einen Multiplicator anwenden, dessen Widerstand nicht gross ist, man muss also eine beschränkte Zahl von Windungen dicken Kupferdrahtes benutzen; ist dagegen der Widerstand *r* sehr gross, so muss man auch *n* sehr gross nehmen, also einen Multiplicator mit sehr vielen Windungen feinen Drahtes benutzen.

Ersteres ist z. B. der Fall bei Thermoströmen, wo die ganze Kette metallisch ist; wie wir bei Besprechung der strahlenden Wärme bereits erwähnten, wendet man bei denselben ungefähr 80 Windungen dickeren Kupferdrahtes an. Sind feuchte Leiter in dem Stromkreise von geringem Querschnitt, wie z. B. bei den physiologisch elektrischen Versuchen Du Bois Reymond's, so wendet man Multiplicatoren von mehreren tausend, bis zu 25000 Windungen an.

Da das Drehungsmoment, welches ein Stromkreis auf die Nadel ausübt, mit dem Durchmesser des Stromkreises abnimmt, so windet man die innersten Windungen so enge, dass nur eben die Magnetnadel in dem inneren Raume des Multiplicator Platz hat. Wie wir bereits im dritten Theile p. 139 erwähnten, wickelt man zu dem Ende den Draht um das Rähmchen Fig. 214, in dessen horizontaler Spalte *ss* die Magnetnadel schwebt. Der Zwischenraum zwischen den verticalen Brettchen des Rähmchens wird dann mit den Windungen angefüllt, wie es Fig. 216 zeigt.

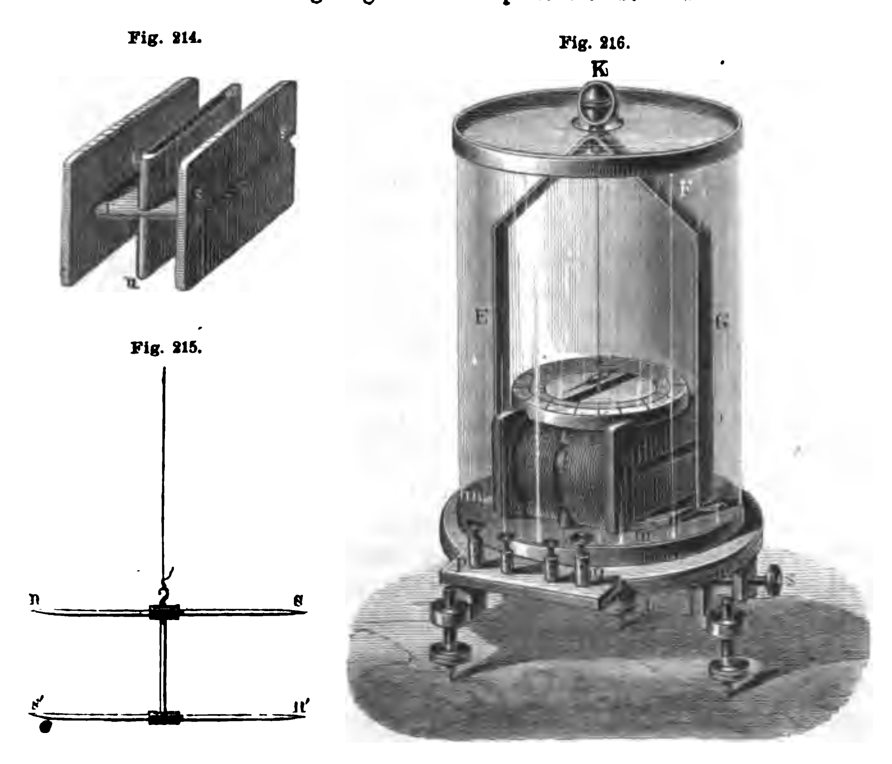
Anstatt einer einfachen Magnetnadel wendet man ferner eine astatische Doppelnadel an; dieselbe besteht aus zwei möglichst gleich stark magnetisirten feinen Nadeln von harten Stahl, welche (Fig. 215) in ein leichtes Stäbchen von Elfenbein eingesteckt sind, so dass sie einander parallel möglichst genau in einer Ebene und so liegen, dass die eine ihren Nordpol dort hat, wo die andere ihren Südpol hat. Diese Nadeln werden dann nur mit der Differenz der auf beide wirkenden Richtkraft des Erdmagnetismus in dem magnetischen Meridiane gehalten; je kleiner daher diese Differenz ist, um so leichter wird ein schwacher Strom, welcher auf beide in gleichem Sinne ablenkend wirkt, das Nadelsystem ablenken. Damit nun der Stromkreis auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend wirke, muss die eine über den Windungen, die andere zwischen denselben schweben.

Die Anordnung dieser Theile im Galvanometer zeigt Fig. 216. Der Rahmen mit den Drahtwindungen liegt auf der Mitte einer Messingplatte *m*, welche ihrerseits auf der durch Stellschrauben horizontal zu stellenden Bodenplatte *b* des Apparates liegt. Ein in der Mitte der die Windungen tragenden Messingplatte befestigter conischer Zapfen reicht durch eine Durchbohrung der Bodenplatte hindurch, so dass die Messingplatte *m* um die Axe des ganzen Apparates gedreht werden kann. Der Zapfen ist unten nach Art eines Triebes ausgeschnitten, in welchen eine Schraube ohne Ende *s* eingreift, welche andererseits an der Bodenplatte befestigt ist. Durch

eine kleine, in der Figur nicht sichtbare, Hebelvorrichtung kann die Schraube aus dem Trieb gelöst werden, so dass die grösseren Drehungen mit freier Hand und die feineren mit der Schraube *s* vorgenommen werden. Die Enden der Drahtwindungen sind mit den auf einem Vorsprunge der Platte *m* befestigten Klemmschrauben *p*, *q* verbunden. An dem abgebildeten Apparate sind vier solcher Klemmen vorhanden, je zwei stehen mit einem besonderen Drahte in Verbindung, die beiden äusseren mit einem in 80 Windungen um das Rähmchen geführten Kupferdrahte von 1^{mm} Dicke, die beiden inneren mit einem feineren Drahte, welcher in 12000 Windungen den Rahmen umgibt.

Das astatische Nadelsystem hängt an einem Coconfaden, dessen oberes Ende in der Mitte des Rahmens *EFG* befestigt ist. Die Ebene dieses Rahmens ist senkrecht zur Ebene der Drahtwindungen; durch Drehung des Knopfes *K* kann das Nadelsystem etwas gehoben oder gesenkt werden, ohne dass der Faden tordirt wird; es wird so gehängt, dass die obere Nadel über der auf den Windungen liegenden Kreistheilung, die untere in der horizontalen von den Windungen gelassenen Spalte frei schwebt.

Fig. 214. Fig. 216. Fig. 215.



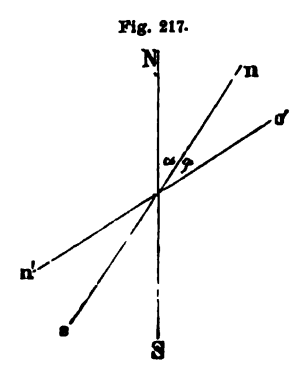
Um die Schwingungen der Nadeln etwas zu beschränken, sind an den vom Nullpunkte der Theilung auf dem getheilten Kreise um 90° entfernten Theilstrichen feine Metallstiftchen oder Glimmerblättchen vertical befestigt.

Die Windungen mit der Nadel werden schliesslich mit einer Glasglocke bedeckt, welche oben durchbohrt ist, um den Knopf *K* hindurch zu lassen.

Das astatische System muss möglichst leicht sein, damit sein Trägheitsmoment möglichst klein ist; es ist das deshalb nothwendig, damit ein momentaner Strom eine bedeutende Ablenkung zur Folge habe.

Bei den Versuchen stellt man nun am besten die Ebene der Windungen der Richtung der oberen Nadel parallel; diese Richtung fällt, wenn die Astasie der Nadeln möglichst weit getrieben ist, nicht mit der Richtung des Meridianes zusammen, sondern ist eine andere. Es ist nämlich nicht möglich, die beiden Nadeln genau parallel zu stellen, so also, dass sie in einer Verticalebene liegen. Dann wird aber, wenn das magnetische Moment der beiden Nadeln ganz gleich ist, die durch den spitzen Winkel der beiden gelegte Verticalebene sich senkrecht zu dem Meridiane stellen; ist das Moment der Nadeln verschieden, so werden sie irgend einen anderen Winkel mit dem Meridiane bilden. Denn bezeichnet m das magnetische Moment der einen Nadel ns Fig. 217, m' das der anderen $n's'$ und φ den Winkel, welchen dieselben mit einander bilden, so ist die Bedingung der Gleichgewichtslage, wenn ns mit dem Meridiane *NS* den Winkel α bildet,

Fig. 217.



$$m \,.\, \sin \alpha = m' \,.\, \sin \left\{ 180^0 - (\alpha + \varphi) \right\}$$

woraus

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{m' \,.\, \sin \varphi}{m - m' \,.\, \cos \varphi}.$$

Es ändert sich demnach der Winkel α mit der Differenz $m - m'$, und dem Winkel φ; ist $m = m'$, so wird

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} = \cot \frac{\varphi}{2},$$

so dass also dann die Ablenkung um so grösser wird, je kleiner der Winkel ist, welchen die Nadeln mit einander bilden. Ist $m = m'$ und $\varphi = 0$, so erhält der Ausdruck für tang α die Form $^0/_0$, wie wir sahen, ist dann die Lage des Nadelsystems unbestimmt[1]).

Ausser dieser sogenannten freiwilligen Ablenkung der Magnetnadeln im Galvanometer ist noch eine andere störende Ablenkung zu erwähnen, welche eintritt, wenn $m - m'$ sehr klein ist, welche daher rührt, dass alles Kupfer eisenhaltig ist. Die Windungen ziehen deshalb die Nadeln an; wenn die Nadeln dann in der Nulllage sich befinden, so dass die Windungen auf beiden Seiten gleichmässig vertheilt sind, ist das Nadelsystem in einer labilen Gleichgewichtslage, sobald es aber dann nach einer Seite aus dieser Lage abweicht, wird es durch die Anziehung der eisenhaltigen Windungen so weit abgelenkt, bis die noch vorhandene Directions-

1) *Moser*, Dove's Repertorium. Bd. I. p. 259.

kraft des Erdmagnetismus der Anziehung der eisenhaltigen Windungen das Gleichgewicht hält.

Diese Ablenkung kann dadurch aufgehoben werden, dass man durch einen kleinen am Apparate angebrachten Magnet die Anziehung der eisenhaltigen Windungen compensirt; am besten ist dazu wohl die Methode von Du Bois Reymond geeignet, welcher an einem kleinen verticalen Messingstab gerade über dem Nullpunkte der Theilung einen kleinen Magnet, ein Stück einer magnetisirten Nadel etwa, anbringt[1]). Der Magnetismus des Stäbchens reicht nur eben aus, die Nulllage zur stabilen Gleichgewichtslage zu machen; sobald die Nadel durch den Strom abgelenkt ist, ist wegen der Entfernung der Pole, und da dann der Magnet auf die ungleichnamigen Pole entgegengesetzt wirkt, der Einfluss des Magnets verschwindend klein.

Eine andere Methode zu astasiren, welche von Sauerwald an dem Wiedemann'schen Galvanometer und von Meyerstein an seinem Spiegelgalvanometer angewandt ist, besteht darin, dass man unter oder über dem Magnet des Galvanometers parallel dem magnetischen Meridian einen kleinen Magnet anbringt, dessen Nordpol nach Süden, dessen Südpol nach Norden zeigt. Da die Einwirkung dieses Magnetes der Richtkraft der Erde gerade entgegenwirkt, kann man durch Reguliren des Abstandes dieses Magnetes von jenem der Bussole den letztern in beliebigem Grade astasiren, so dass diese Form des Astasirens besonders dann den Vorzug verdient, wenn derselbe Apparat zur Messung sehr verschiedener Ströme dienen soll.

Das Galvanometer wird hauptsächlich zum Nachweise der Existenz schwacher Ströme angewandt; soll es auch zu Messungen benutzt werden, so muss man dasselbe graduiren.

Eine Methode zu diesem Zwecke haben wir bereits im dritten Theile bei Gelegenheit der Untersuchungen über die strahlende Wärme beschrieben; ausser dieser sind noch eine ganze Reihe anderer Methoden angewandt, von denen besonders die Poggendorff'sche[2]) sich durch Exactheit auszeichnet; wir verweisen betreffs derselben auf die Originalabhandlung.

§. 101.

Messung der Stromstärken nach absolutem Maasse. Wir haben bis jetzt drei Methoden kennen gelernt, die Intensität eines galvanischen Stromes zu messen, die chemische mit dem Voltameter, die elektromagne-

1) *Du Bois Reymond.* In den Untersuchungen über thierische Elektricität sind die genauesten und ausführlichsten Untersuchungen über den Multiplicator enthalten, aus denen auch im Wesentlichen die jetzige Form desselben hervorgegangen ist. Man sehe in denselben Bd. I. p. 162 und Bd. II. p. 477. Die Untersuchung über die störende Curve siehe Bd. I. p. 179.

2) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. LVI. Ueber andere Methoden siehe *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 202 ff.

tische mit der Tangentenbussole oder Sinusbussole und die elektrodynamische mit dem Elektrodynamometer. Bei ersterer Methode war die Stromstärke einfach der Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Flüssigkeit, also bei dem Wasservoltameter der Menge des zersetzten Wassers proportional. Wir gelangten dabei sofort zu einer bestimmten Einheit der Stromstärke, indem wir jenem Strome die Einheit der Stromstärke beilegten, welcher in der Einheit der Zeit die Einheit der chemichen Wirkung ausübt. Von Rücksichten der praktischen Brauchbarkeit geleitet, setzten wir als Einheit der Zeit die Minute und als Einheit der chemischen Wirksamkeit die Zersetzung einer Wassermenge fest, welche ein Cubikcentimeter Knallgas bei 0° und 760^{mm} Druck liefert.

Auf diese Einheit haben wir zunächst alle Stromstärken bezogen, und so für die Stromstärken bestimmte Zahlenwerthe erhalten. Die magnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen waren dann diesen Stromstärken proportional, und wie wir sahen, konnten wir auch mit Hülfe der Tangentenbussole die Stromstärke in diesem Maasse ausdrücken, indem wir auf das Gesetz der Proportionalität gestützt für die Tangentenbussolen den Reductionsfactor bestimmten.

Anstatt dieser willkürlichen chemischen Einheit der Stromstärke kann man ebenso gut die elektromagnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen benutzen, um zu einer Einheit für die Stromstärke zu gelangen, indem man mit Weber als die Einheit jene Stromstärke bezeichnet, welche unter den Normalverhältnissen die Einheit der Wirkung ausübt[1]).

Als die Einheit der Stromstärke in elektromagnetischem Maasse bezeichnet Weber die Stärke eines Stromes, welcher in einem kreisförmigen Leiter die Flächeneinheit umfliesst und einem Magnete in der Einheit der Entfernung, dessen Axe in der Ebene des Leiters liegt, ein der Einheit gleiches reducirtes Drehungsmoment ertheilt.

Denken wir uns an der Stelle des Kreisstromes in diesem Falle einen Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, dessen Axe senkrecht ist zu der Ebene des Kreisstromes, so ertheilt dieser Magnet dem anderen nach §. 8 ebenfalls ein der Einheit gleiches reducirtes Drehungsmoment, so dass also der die Flächeneinheit umfliessende Strom von der Stärke eins auf einen anderen Magnet gerade so wirkt, wie ein kleiner Magnet, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Hiernach können wir die elektromagnetische Einheit der Stromstärke auch so definiren, dass jener Strom die Einheit der Stärke besitzt, welcher die Einheit der Fläche umfliessend dieselbe magnetische Wirkung in die Ferne ausübt, wie ein Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit

1) *Kohlrausch* und *Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen §. 1, und *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

gleich ist, und welcher in dem Mittelpunkte des Kreisstromes senkrecht zur Ebene desselben liegt.

Wenn wir bei dieser Bestimmung dasselbe Maass anwenden, welches Gauss bei Messung des Magnetismus anwandte, so ist dieses elektromagnetische Strommaass ebenso ein absolutes Strommaass, wie wir im ersten Abschnitt dieses Theiles das Maass für den Magnetismus ein absolutes nannten.

Um die Intensität eines Stromes in diesem Maasse zu erhalten, haben wir das Drehungsmoment zu bestimmen, welches ein Strom in der angegebenen Lage auf einen Magnet aus grosser Entfernung ausübt; bequemer indess gelangen wir dazu, wenn wir das bereits von uns bestimmte Drehungsmoment dazu benutzen, welches ein Kreisstrom, welcher sich in der Ebene des Meridianes befindet, auf einen entfernten in seiner Axe befindlichen, dem Meridiane ebenfalls parallelen Magnet ausübt. Da nämlich der die Flächeneinheit umfliessende Strom von der Einheit der Stärke nach aussen so wirken soll, wie ein in seiner Mitte befindlicher zu seiner Ebene senkrechter Magnet, dessen Moment der Einheit gleich ist, so besitzt auch jener Strom die Einheit der Stärke, welcher in dieser Lage ebenso auf einen entfernten Magnet wirkt, wie ein Magnet mit der Einheit des Momentes auf einen anderen in der ersten Hauptlage (§. 8) wirkt.

Das Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom vom Radius R auf einen Magnet, dessen Moment gleich m sei, und dessen Entfernung von dem Stromkreise gleich r ist, ausübt, ist nun nach dem vorigen Paragraphen

$$D = c \frac{2 \,.\, i \,.\, R^2 \pi \,.\, m}{r^3}.$$

Das auf die Einheit der Entfernung reducirte Drehungsmoment somit

$$r^3 D = c \,.\, 2\, i \,.\, R^2 \pi \,.\, m$$

oder, wenn wir $i = 1$, $R^2 \pi = 1$ setzen,

$$r^3 D = c \,.\, 2\, m.$$

Das Drehungsmoment, welches ein Magnet, dessen Moment gleich eins ist, aus der Entfernung r auf einen anderen in der ersten Hauptlage ausübt, dessen Moment gleich m ist, ist

$$D = \frac{2\, m}{r^3},$$

das reducirte also

$$r^3 D = 2\, m.$$

Da beide Drehungsmomente gleich sind, so ist

$$c \,.\, 2\, m = 2\, m; \; c = 1.$$

Wenn wir also die Stromstärke nach elektromagnetischem Maasse messen, ist die Constante c in den Ausdrücken für die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol gleich 1.

Ein Strom, dessen Intensität im elektromagnetischen Maasse gleich i

ist und welcher eine Fläche vom Radius R umkreist, wirkt also auf einen entfernten Magnet gerade so, wie ein unendlich kleiner im Mittelpunkte der Fläche befindlicher Magnet, dessen Axe zu der Fläche senkrecht ist, und dessen magnetisches Moment ist

$$M = R^2 \pi \,.\, i.$$

Ein Magnet vom Momente m, welcher in der Ebene des Stromkreises in einer grossen Entfernung r von dem Mittelpunkte sich befindet, dessen Axe dem Stromkreise parallel ist, erhält daher von diesem Strome ein Drehungsmoment

$$D = \frac{R^2 \pi \,.\, i \,.\, m}{r^3};$$

denn dieser Magnet befindet sich in Bezug auf den den Stromkreis ersetzenden Magnet in der zweiten Hauptlage (§. 8).

Die Tangentenbussole liefert uns darnach, soweit das Tangentengesetz strenge richtig ist, die Stromstärke sofort in absolutem Maasse. Denn ist der Winkel, um welchen die Magnetnadel von einem Strome, dessen Intensität in elektromagnetischem Maasse gleich i ist, aus dem magnetischen Meridiane abgelenkt wird, gleich α, und ist die horizontale Intensität des Erdmagnetismus gleich T, so ist die Gleichgewichtsbedingung der Nadel

$$T \,.\, \sin \alpha = \frac{2 R^2 \pi \,.\, i}{r^3} \cdot \cos \alpha,$$

woraus

$$i = \frac{r^3 T}{2 R^2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Befindet sich nun die Nadel im Mittelpunkte des Kreises, ist also $r = R$, so ist

$$i = \frac{RT}{2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Bezeichnen wir den Winkel, um welchen der Strom von der Stärke eins die Nadel ablenkt, mit α', so ist

$$1 = \frac{RT}{2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha'$$

$$\operatorname{tang} \alpha' = \frac{2 \pi}{RT}.$$

In einer Tangentenbussole vom Radius R lenkt also ein Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, die Nadel um einen Winkel ab, dessen Tangente gleich ist $\frac{2 \pi}{RT}$.

Zur Bestimmung der Stromintensität nach absolutem Maasse bedarf es demnach der Kenntniss der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus, deren Bestimmung indess nach dem ersten Abschnitte keiner grossen Schwierigkeit unterliegt.

Kennt man dieselbe nicht, so ist es auch dann noch möglich, die Stromstärke nach absolutem Maasse aus der Beobachtung der chemischen



Wirkung oder dem für eine Tangentenbussole an einem bestimmten Orte bestimmten Reductionsfactor zu erhalten, wenn man das Verhältniss der elektromagnetischen Einheit zur chemischen Einheit kennt.

Um dieses Verhältniss zu bestimmen, hat zuerst W. Weber die Stromstärke nach absolutem Maasse genau bestimmt, welche in der Zeiteinheit, für welche Weber die Secunde setzt, ein Milligramm Wasser zersetzt[1]). Weber leitete zu dem Ende einen Strom durch einen Wasserzersetzungsapparat und zugleich durch eine bifilar aufgehängte Drahtrolle, deren Ebene mit derjenigen des Meridianes zusammenfiel. Als Wasserzersetzungsapparat diente eine ∞förmig gebogene Glasröhre, in deren verschlossenes Ende das zu zersetzende Wasser gebracht war, während das offene Ende unter Quecksilber mündete, über welchem das entwickelte Knallgas aufgefangen wurde. Um den Strom in das Wasser zu leiten, waren Platindrähte in die Röhre nahe dem verschlossenen Ende eingeschmolzen. Die Menge des zersetzten Wassers wurde aus dem beobachteten Volumen des entwickelten Gases bestimmt.

Die Intensität des Stromes nach absolutem Maasse wurde aus der beobachteten Ablenkung der bifilaren Rolle bestimmt. Die Rolle war dem Meridiane parallel, wurde sie dann von dem Strome durchflossen, so strebte der Erdmagnetismus ihre Ebene zum Meridiane senkrecht zu stellen, und die Gleichgewichtslage war erreicht, wenn das Drehungsmoment in Folge der Aufhängung dem der Rolle durch den Erdmagnetismus ertheilten Drehungsmomente gleich war. Die Intensität in absolutem Maasse ergibt sich daraus folgendermassen.

Ein Strom, dessen Intensität gleich 1 ist und welcher die Flächeneinheit umkreist, wird in Bezug auf seine magnetischen Wirkungen durch einen in seinem Mittelpunkte befindlichen, der Axe des Stromes parallelen Magnet, dessen Moment gleich 1 ist, ersetzt; ein Strom, dessen Intensität gleich J ist, und welcher die Fläche F umkreist, wird demnach in Bezug auf sein magnetisches Verhalten durch einen ebenso liegenden Magnet ersetzt, dessen Moment gleich $J \,.\, F$ ist, denn wie wir sahen, ist die magnetische Wirkung eines Stromes dem von ihm umkreisten Flächenraume und der Stromintensität direct proportional.

Ist nun die Axe eines solchen Magnets senkrecht zur Ebene des Meridians, so ist die von dem Erdmagnetismus ihm gegebene Directionskraft $J \,.\, F \,.\, T$, wenn T die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet. Bildet er mit dem Meridiane den Winkel β, so ist das ihn in den Meridian führende Drehungsmoment gleich $J \,.\, F \,.\, T \,.\, \sin \beta$.

Dieselbe Kraft nun, welche diesen Magnet in den Meridian zu führen strebt, sucht die mit der Meridianebene parallele Drahtrolle zum Meridiane

1) *Weber,* Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1840.

senkrecht zu stellen; ist daher der Winkel, welchen sie mit dem Meridiane bildet, gleich α, so ist das ihr von dem Erdmagnetismus ertheilte Drehungsmoment gleich

$$J \cdot F \cdot T \cdot \cos \alpha .$$

Bezeichnet nun D die Directionskraft der Rolle in Folge der bifilaren Aufhängung, welche die Rolle im Meridiane zu halten sucht, so ist das sie in den Meridian bei der Ablenkung zurückführende Drehungsmoment gleich D . sin α; die Gleichgewichtsbedingung ist dann

$$J \cdot F \cdot T \cdot \cos \alpha = D \cdot \sin \alpha ,$$

somit die Intensität J

$$J = \frac{D}{F \cdot T} \cdot \operatorname{tang} \alpha .$$

Der auf die Rolle aufgewundene Draht bildete 1130 Umwindungen, der Durchmesser der Rolle betrug 164mm, die Länge des Drahtes war 253000 Millimeter. Der Flächeninhalt der von dem Drahte gebildeten Kreise kann für die von dem Drahte umflossene Fläche gesetzt werden; Weber berechnet dieselbe zu

4638330 Quadratmillimeter.

Um die Directionskraft D zu erhalten, wurde zunächst nach der Gauss'schen Methode das Trägheitsmoment der Rolle bestimmt und zu

$$K = 77940000$$

gefunden, und darauf die Schwingungsdauer der Rolle, wenn sie nicht vom Strom durchflossen war, beobachtet. Die Schwingungsdauer ergab sich

$$t = 8'',0803,$$

woraus dann

$$D = \frac{\pi^2 K}{t^2} = 117817000.$$

Die absolute Intensität des Erdmagnetismus am Orte der Beobachtung wurde direct bestimmt und ergab sich

$$T = 1,7026.$$

Die aus 5 Messungen erhaltenen Resultate sind folgende:

Zersetztes Wasser in Milligrammen	Dauer der Zersetzung ϑ″	J . ϑ.
14,2346	1168″	1522,44
14,2026	1280″	1504,92
14,0872	1135″,5	1506,46
14,0182	1154″	1501,43
13,9625	1263″	1484,90

Dividiren wir nun die in der Zeit ϑ zersetzte Wassermenge durch ... halten wir die Wassermenge, welche ein Strom, welcher nach ... 'schem Maasse die Stromstärke eins hat, in der Zeiteinheit ... ergibt sich als Mittel aus den 5 Beobachtungen

0,009376 Milligramm.

Setzt man nun als chemische Einheit der Stromstärke jene fest, welche in einer Secunde ein Milligramm Wasser zersetzt, so ergibt sich als Verhältniss der chemischen und absoluten Einheit

$$\frac{1}{0,009376} = 106,66,$$

oder die so gewählte chemische Einheit ist 106,66 Mal grösser als die elektromagnetische oder absolute Einheit.

Wir haben nun jene Stromstärke nach chemischem Maasse als Einheit gesetzt, welche in der Minute ein Cubikcentimeter Knallgas liefert; das Verhältniss derselben zur absoluten Einheit wird dann folgendermassen bestimmt.

Die absolute Einheit zersetzt in der Minute

$$60 \cdot 0,009376 = 0,56256 \text{ Milligramme Wasser},$$

sie liefert also in der Minute, da ein Cubikcentimeter Knallgas 0,53631 Milligramm wiegt,

1,0489 Cubikcent. Knallgas.

Ein Strom, welcher in der Minute einen Cubikcent. Knallgas liefert, steht also zur absoluten Einheit im Verhältniss

$$\frac{1}{1,0489} = 0,9534.$$

Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke ist also nur um wenig kleiner als die absolute Einheit.

Die Bestimmung von Weber ist später mehrfach wiederholt worden, von Casselmann[1]), Bunsen[2]) und Joule[3]), und zwar nicht allein durch Wasserzersetzung, sondern auch durch Zersetzung von Glaubersalzlösung, Kupfervitriollösung u. a., woraus sich dann nach dem Faraday'schen Gesetze die Wassermenge berechnen lässt, welche durch die absolute Stromeinheit in der Secunde zersetzt wird; dieselbe ist im Mittel

nach	Casselmann	0,009331	Milligr.
„	Bunsen	0,0092705	„
„	Joule	0,009239	„

Zahlen, welche von der Weber'schen kaum ein Procent abweichen; als Mittel aus allen vier Beobachtungen würde sich für unsere chemische Einheit in absolutem Masse ergeben

0,96.

Hiernach sind wir also ohne Weiteres im Stande, die nach chemischem

1) *Casselmann,* Die Kohlenzinkkette. Marburg 1843.

2) *Bunsen.* In der Abhandlung von Reiset: Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VIII. p. 33.

3) *Joule,* Philosophical Magazin IV. Reihe, Bd. II. 1851.

Maasse gemessenen Stromstärken auf absolutes Maass zu reduciren, indem man sie nur mit 0,96 multiplicirt.

Bei der Ableitung der elektrodynamischen Grundgesetze haben wir noch eine andere Stromeinheit eingeführt; für die Wechselwirkung zweier paralleler, auf ihrer Verbindunglinie senkrechter Stromelemente erhielten wir zunächst

$$w = a \cdot \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds'}{r^2}.$$

Wir setzten dann die Constante a gleich 1, wählten also jene Stromstärke zur Einheit, von welcher zwei Elemente ds und ds' durchflossen sind, wenn sie in der Abstandseinheit eine Wirkung auf einander ausüben, welche sich zur Einheit der Kraft verhält, wie das Product $ds\, ds'$ zur Flächeneinheit.

Um diese von W. Weber[1]) als absolute elektrodynamische bezeichnete Einheit der Stromstärke mit der elektromagnetischen zu vergleichen, benutzen wir die Entwicklungen des §. 92 über die Wechselwirkung zweier Kreisströme.

Wir erhielten dort für das Drehungsmoment, welches ein Element eines festen Kreisstromes dem Elemente eines beweglichen Kreisstromes ertheilt, wenn die Ebenen der beiden Kreise auf einander senkrecht stehen, und wenn die Ebene des beweglichen Stromes jene des festen Stromes halbirt [p. 686 (2)]:

$$m = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds' \cdot \varrho' \sin^2\psi}{r^3} \cdot \varrho \sin\chi \left\{ \sin\chi - {}^3/_2 \, \frac{R \cdot \cos\chi - \varrho' \cos\psi \sin\chi}{r} \cdot \frac{\varrho \cos\chi}{r} \right\},$$

worin ϱ der Radius des beweglichen, ϱ' des festen Kreises, R der Abstand der Kreismittelpunkte ist, der Winkel χ die Lage des Elementes ds im beweglichen, ψ diejenige des Elementes ds' im festen Kreise bestimmt, i und i' die Stromstärken in elektrodynamischem Maasse bedeuten, und r, der Abstand der beiden Elemente, gegeben ist durch die Gleichung

$$r^2 = R^2 \left\{ 1 - 2\,\frac{\varrho \sin\chi}{R} + \frac{\varrho^2 + \varrho'^2 - 2\varrho\varrho' \cos\psi \cdot \cos\chi}{R^2} \right\}.$$

Setzen wir nun diesen Werth für r in den Ausdruck für m, indem wir zugleich die dort angedeuteten Potenzirungen ausführen, so erhalten wir eine nach fallenden Potenzen von R geordnete Reihe für m, deren erstes Glied ist

$$m = \frac{i \cdot i' \cdot ds \cdot ds' \cdot \varrho' \sin^2\psi \cdot \varrho \sin^2\chi}{R^3} + - \cdots;$$

nehmen wir nun an, dass R gegen ϱ und ϱ' sehr gross ist, so können wir alle folgenden Glieder der Reihe vernachlässigen.

Um nun das Drehungsmoment zu erhalten, müssen wir die Summe der

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen §. 9. Leipzig 1846.

Drehungsmomente bilden, welche alle Elemente des einen Kreises allen Elementen des andern Kreises ertheilen; setzen wir nun

$$ds = \varrho\, d\chi \quad , \quad ds' = \varrho'\, d\psi,$$

wo $d\chi$ und $d\psi$ die Länge der Elemente im Bogenmaass bedeuten, so wird

$$m = \frac{i \, . \, i' \, . \, \varrho^2 \, . \sin^2 \chi\, d\chi \, . \, \varrho'^2 \sin^2 \psi \, . \, d\psi}{R^3},$$

und wir erhalten die Drehungsmomente aller Elemente, wenn wir in diesem Ausdrucke sowohl für χ als ψ nach und nach alle Werthe zwischen 0 und 2π einsetzen. Die Summe aller dieser Drehungsmomente ist, wie die Integralrechnung lehrt,

$$M = \frac{i \, . \, i' \, . \, \varrho^2 \pi \, . \, \varrho'^2 \pi}{R^3}.$$

Das reducirte Drehungsmoment ist somit

$$M \, . \, R^3 = i \, . \, i' \, . \, \varrho^2 \pi \, . \, \varrho'^2 \pi.$$

Ist nun die Intensität der Ströme in elektrodynamischem Maasse der Einheit gleich, und die von jedem der Ströme umkreiste Fläche der Einheit gleich, so wird

$$M \, . \, R^3 = 1,$$

so dass wir die elektrodynamische Stromeinheit auch dahin definiren können, dass ein die Flächeneinheit umkreisender Strom einem andern ebenfalls die Flächeneinheit umkreisenden ein der Einheit gleiches reducirtes Drehungsmoment ertheilt, wenn die Ebenen beider Ströme zu einander senkrecht sind, und die Ebene des beweglichen Stromes die des festen Stromes halbirt[1]).

Würden die Kreisflächen von einem Strome umflossen, dessen Intensität in elektromagnetischem Maasse gleich J und J' ist, so könnten wir uns jeden durch einen Magnet ersetzt denken, dessen Momente wären $J \varrho^2 \pi$ und $J' \varrho'^2 \pi$, und da die Lage der Magnete dann der ersten Hauptlage (§. 8) entspricht, der feste halbirt verlängert den beweglichen, so ist das reducirte Drehungsmoment

$$M' R^3 = 2 J \varrho^2 \pi \, . \, J' \varrho'^2 \pi.$$

Wird hier die Intensität in beiden der Einheit gleich und ebenso der von jedem umkreiste Flächenraum gleich 1, so wird

$$M' R^3 = 2.$$

Zwei von der elektromagnetischen Stromeinheit in dieser Weise umkreiste Flächen ertheilen also dem beweglichen Strome ein Drehungsmoment gleich 2; das findet ebenfalls statt, wenn die Ströme nach elektrodynamischer Einheit gemessen die Stromstärke $\sqrt{2}$ haben, denn dann wird

$$MR^3 = \sqrt{2} \, . \, \sqrt{2} = 2.$$

---

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen p. 261 ff.

Daraus folgt also, dass die elektromagnetische Stromeinheit $\sqrt{2}$ mal grösser ist als die elektrodynamische, oder in elektromagnetischem Strommaasse ist die elektrodynamische Einheit

$$\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Um die in elektrodynamischem Maasse gegebene Stromstärke auf elektromagnetische zu reduciren, hat man sie durch $\sqrt{2}$ zu dividiren.

Hiernach sind wir im Stande, die an den verschiedenen Messapparaten, den chemischen, elektromagnetischen oder elektrodynamischen, beobachteten und in dem jedem eigenthümlichen Maasse gegebenen Stromstärken auf einander und auf absolutes Maass zu reduciren, also allgemein vergleichbare Resultate zu erhalten.

§. 102.

Magnetisirung durch den galvanischen Strom. Nachdem durch die Versuche von Oersted die Wechselwirkung zwischen galvanischen Strömen und Magneten festgestellt war, lag es nahe zu untersuchen, ob nicht durch solche Ströme in magnetisirbaren Substanzen Magnetismus erregt werden könne. Der Erste, welcher dahin gerichtete Versuche anstellte, war Arago[1], und er erkannte, dass durch den galvanischen Strom in Eisen oder Stahl ein kräftiger Magnetismus erregt werden könne. Er fand nämlich, dass ein die Pole der Batterie verbindender kupferner Leitungsdraht sich ringsum mit Eisenfeilspänen bedeckte, als er in dieselben eingetaucht wurde, welche sofort wieder abfielen, als die Verbindung des Drahtes mit der Batterie unterbrochen wurde. Dass man es hier in der That mit einer magnetischen Erscheinung zu thun hat, dass diese Anziehung und Anhäufung der Eisenspäne in einer vorhergehenden Magnetisirung ihren Grund hat, ergibt sich unmittelbar daraus, dass sich die Erscheinung nur bei Eisen- oder Stahlspänen, nicht bei Spänen eines andern Metalles zeigt.

Noch deutlicher ergibt sich dies aus einer genauern Betrachtung dieser Erscheinung; der in die Späne getauchte Draht umgibt sich ringsum mit denselben, so dass die Eisenspäne ihn gewissermassen als eine Röhre umgeben; diese Röhre haftet nicht an dem Drahte fest, sondern lässt sich mit Leichtigkeit auf demselben verschieben. Zugleich sieht man, dass die Feilspäne nicht aus der Ferne gegen den Leitungsdraht sich hin bewegen, sondern dass nur bei sehr kleinem Abstande des Drahtes von demselben die Späne sich gegen den Draht aufrichten, dass dann gewissermassen die Späne an einander empor klettern und sich oberhalb des Drahtes gegen einander neigen, bis sich die Umhüllung des Drahtes ausgebildet hat, diese ganze Hülle wird dann bei folgendem Heben des Drahtes mit aufgehoben; einzelne Späne haften an dem Drahte nicht.

1) *Arago,* Annales de chim. et de phys. T. XV.

Daraus folgt, dass der Draht als solcher die Feilspäne nicht anzieht, dass vielmehr die ganze Erscheinung darauf beruht, dass jedes Eisenfeilspänchen ein Magnet wird unter dem Einfluss des Stromes, und dass dieser Magnet dann von dem Strome nach der Ampère'schen Regel gerichtet wird. Hat sich auf diese Weise eine Kette von Magneten rings um den Draht gebildet, so können bei nachfolgendem Aufheben des Drahtes die Späne getragen werden, indem ein Eisentheilchen an dem andern haftet. Nachdem also durch die Einwirkung des Stromes die Feilspäne magnetisirt sind, trägt der Draht dieselben wie ein durch eine Röhre gesteckter Stab die Röhre trägt.

Ebenso wie die Feilspäne, wurden eiserne Nadeln in der Nähe des Stromes magnetisch, und der Magnetismus dauerte so lange als der Strom dauert; Stahlnadeln dagegen wurden dauernd magnetisch.

Nach unserer Hypothese permanenter Molekularmagnete in den magnetisirbaren Körpern, welche, wenn die Körper magnetisch werden, mehr oder weniger gleich gerichtet werden, verbunden mit der Ampère'schen Theorie, nach welcher der Magnetismus seinen Grund in galvanischen Strömen hat, welche die Moleküle der Magnete umkreisen, ist dieser Erfolg des Versuches voraus zu sehen. Denn darnach sind die Moleküle des Eisens, Stahls, überhaupt der magnetischen Körper schon im natürlichen Zustande von permanenten Strömen umflossen, deren Ebenen indess alle möglichen Lagen haben, so dass die Wirkungen nach aussen sich aufheben. Sobald aber nun auf diese Ströme eine Kraft einwirkt, welche dieselben in bestimmter Weise zu richten sucht, müssen diese Molekularströme, welche man natürlich ebenso beweglich annehmen muss, wie die früher supponirten Molekularmagnete, mehr oder weniger parallel gerichtet werden[1]).

Das ist zunächst der Fall, wenn wir einer magnetisirbaren Substanz einen fertigen Magnet nähern, von dem wir wissen, dass er auf geschlossene

---

1) Die hier vorgeführte Theorie der Magnetisirung wird fast überall, auch in französischen Werken als die Theorie von Ampère angeführt. Das ist sie indess nicht, sondern, wie schon Wiedemann im zweiten Theile seines ausgezeichneten Werkes über Galvanismus §. 58 ganz richtig hervorhebt, schliesst sich Ampère an die frühere Scheidungstheorie, indem er annimmt, dass durch den Act des Magnetisirens die den Magnetismus bedingenden Molekularströme erzeugt werden. Denn Ampère sagt deutlich in dem schon erwähnten mémoire sur la théorie etc. p. 372 sub Nr. 8: Quand l'action d'un aimant, ou celle de fil conducteur établit ce mouvement autour des particules des corps, les molécules d'électricité positive et d'électricité negative, qui doivent se constituer dans l'état électrodynamique permanent d'où résultent les actions qu'il exerce alors, ne peuvent arriver à cet état qu'après un temps toujours très court, mais qui n'est jamais nul.

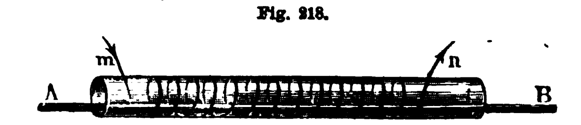
Die oben vorgeführte Theorie von drehbaren Molekularströmen ist wohl zuerst von W. Weber durchgeführt in den Maassbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus; wer sie zuerst aufgestellt, habe ich nicht auffinden können, da sie, wie erwähnt, fast immer, auch von Weber selbst, irrthümlich Ampère zugeschrieben wird.

Kreisströme in bestimmtem Sinne drehend einwirkt, das muss aber ebenso der Fall sein, wenn wir an einem magnetisirbaren Körper einen galvanischen Strom vorüberführen, da auch dieser geschlossene Ströme in bestimmtem Sinne zu richten sucht.

Wir können aus dieser Theorie sogar weiter ableiten, in welcher Weise wir einen Strom an der magnetischen Substanz vorüberleiten müssen, um die kräftigste magnetische Wirkung zu erhalten; es wird das der Fall sein, wenn wir den Strom in einer Spirale um den zu magnetisirenden Stab herumführen. Jede Windung derselben wirkt dann nahezu als geschlossener Kreisstrom auf die im Innern des Eisens befindlichen Molekularströme und sucht dieselben so zu stellen, dass die Ebenen dem Strome parallel werden und die Richtung der Ströme dieselbe ist, gerade so wie ein geschlossener Kreisstrom einen andern sich selbst parallel zu stellen sucht (§. 92).

Auch die Richtung der Pole lässt sich hiernach sofort voraussagen. Befindet sich in der Spirale (Fig. 218) ein Stab AB, und fliesst durch

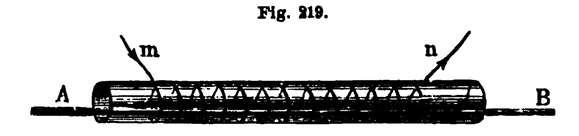
Fig. 218.



dieselbe ein Strom in der Richtung mn, der also, wenn man die Spirale von A aus ansieht, sich um dieselbe entgegengesetzt als der Zeiger einer Uhr bewegt, so werden auch die in AB befindlichen Molekularströme so gerichtet werden, dass sie von A aus gesehen sich entgegengesetzt bewegen als der Zeiger einer Uhr. Daraus folgt dann, das das Ende A ein Nordpol, das Ende B ein Südpol wird.

Befindet sich dagegen ein Stab in der Spirale Fig. 219 und fliesst der Strom ebenfalls von m nach n durch dieselbe, so werden die Mole-

Fig. 219.



kularströme entgegengesetzt gerichtet, es wird A ein Südpol werden müssen, B ein Nordpol.

Fliesst der Strom in den Spiralen von n nach m, so muss die Polarität der Stäbe umgekehrt werden, es muss B Fig. 218 ein Nordpol, B Fig. 219 ein Südpol werden.

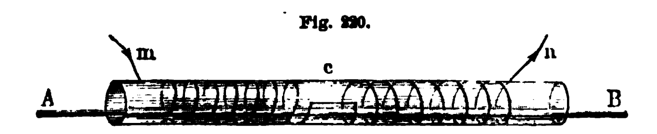
Die Lage der Pole wird durch den Versuch in allen Fällen dem entsprechend gefunden.

Man bezeichnet gewöhnlich die Spirale Fig. 218 als eine linksgewundene, die Spirale Fig. 219 als eine rechts gewundene, und kann deshalb

die Art der Magnetisirung kurz so aussprechen: Fliesst der Strom durch eine links gewundene Spirale, so entsteht an der Eintrittsstelle desselben ein Nordpol, fliesst er durch eine rechts gewundene, so entsteht an der Eintrittsstelle ein Südpol. Da die Bezeichnung rechts und links gewunden jedoch nicht immer in demselben Sinne gebraucht wird, einige das rechts, was andere links nennen, so dient am besten zur Orientirung der Art des Magnetisirens einfach die Ampère'sche Regel; ein Stab wird durch den Strom immer so magnetisirt, dass seine Pole nach dem Magnetisiren in Bezug auf den Strom so liegen, wie ein fertiger Magnet durch den Strom gerichtet wäre. Der Nordpol liegt also immer zur Linken, wenn man im Strome schwimmt und dabei den Magnet ansieht.

Ein einfacher Magnet mit zwei Polen entsteht daher nur dann, wenn die Spirale in demselben Sinne um den ganzen Stab geführt wird; wird die Spirale, wie Fig. 220, zur Hälfte von *m* bis *c* in dem einen, zur Hälfte

Fig. 220.



von *c* bis *n* in dem andern Sinne gewunden, so entsteht nach der eben angeführten Regel sowohl bei *A* als auch bei *B* ein Nordpol, in der Mitte dagegen bei *c* bildet sich ein Südpol; wir erhalten also auf diese Weise einen Magnet mit einem Folgepunkte. Die Zahl der Folgepunkte können wir beliebig vermehren, indem wir mehrfach mit dem Sinne der Windungen wechseln.

Unter dem Einflusse von Strömen werden sowohl Eisenstäbe als Stahlstäbe sofort magnetisch, und der Magnetismus dauert, so lange die Stromstärke ungeändert bleibt, ungeschwächt fort. Man bezeichnet diesen Magnetismus als temporären Magnetismus. Unterbricht man den Strom, so verschwindet der Magnetismus zum Theil; den zurückbleibenden nennt man den permanenten Magnetismus; dieser ist sehr verschieden, je nach der Natur des Eisens und Stahls, bei weichem Eisen ist er nur gering, bei hartem Stahl ist er oft nur wenig von dem temporären Magnetismus verschieden. Es gilt hier dasselbe, was wir im ersten Abschnitte dieses Theiles über den dauernden Magnetismus gesagt haben, der permanente Magnetismus nähert sich dem temporären um so mehr, je grösser die Coercitivkraft des magnetisirten Stabes ist.

Mit Hülfe kräftiger Ströme kann man sehr leicht starke Magnete erhalten; es ist dazu nicht einmal erforderlich, den zu magnetisirenden Stab mit der Spirale vollständig zu umgeben; es reicht hin, denselben nur theilweise zu bewickeln.

Um kräftige permanente Stahlmagnete herzustellen, ist die Methode

von Elias [1]) sehr geeignet. Man wickelt etwa 7—8 Meter Kupferdraht von 3^{mm} Dicke, welcher gut mit Seide übersponnen ist, zu einem hohlen recht dicken aber kurzen Cylinder zusammen, lässt einen kräftigen Strom durch den Cylinder gehen, etwa den Strom eines nicht zu kleinen Grove'schen Elementes, steckt den zu magnetisirenden Stahlstab durch den Cylinder und schiebt ihn mehrfach auf und ab von einem Ende zum andern; wenn der Stahlstab sich dann wieder mit seinem mittlern Theile im Cylinder befindet, so öffnet man den Strom. Ist der Stab hufeisenförmig gebogen, so ist es gut, ihn mit seinem Anker zu versehen, ist er gerade, so armirt man ihn füglich an seinen Enden mit weichen Eisenstücken.

Diese Magnetisirungsmethode fällt im Princip zusammen mit der Methode des Michell'schen Doppelstriches, bei welcher zwei Magnete vereint mit ihren ungleichnamigen Polen über den zu magnetisirenden Stab hin und her geführt und von der Mitte abgehoben werden. Denn eine solche Drahtspirale verhält sich gerade wie ein Magnet, welcher nur an den Endflächen magnetisch ist, und dessen eine Endfläche nordpolar, dessen andere südpolar ist. Es werden also auch bei dieser Methode zwei einander sehr nahe aber getrennte Pole über dem zu magnetisirenden Stabe hin und her geführt.

In sehr vielen Fällen wendet man jetzt anstatt permanenter Magnete temporär magnetisirte Eisenstäbe, sogenannte Elektromagnete an, und zwar besonders dann, wenn es sich darum handelt, sehr starke Magnete zu erhalten. Der Magnetismus, welchen man einem Stabe ertheilen kann, hängt nämlich, wie wir im ersten Abschnitte dieses Theiles sahen, ab von der Grösse und Dicke des Stabes, kräftige Magnete müssen daher sehr gross sein. Da sich nun sehr grosse Magnete nur äusserst schwierig permanent bis zur Sättigung magnetisiren lassen, so ist es im allgemeinen dann viel bequemer, grosse Eisenmassen passend mit Spiralen zu umgeben, und durch diese, so lange man den Magnetismus benutzen will, einen kräftigen Strom gehen zu lassen.

Die Formen, welche man diesen Elektromagneten gegeben hat, sind sehr verschieden [2]); die gewöhnlichste Form ist die in Fig. 221 oder Fig. 222. Ein hufeisenförmig gebogenes Eisen wird entweder wie Fig. 221 aufgehängt, dass seine Pole nach unten hängen, oder wie Fig. 222 aufgestellt, so dass seine Pole oben sind. Die senkrechten Schenkel des Hufeisens werden dann entweder mit auf hölzerne Rollen gewickelten Spiralen (Fig. 221), oder direct mit übersponnenem Kupferdrahte umgeben. Da die magnetisirende Kraft des Stromes mit seiner Stärke und der Anzahl Windungen, mit denen er um den Stab geführt wird, zunimmt, so muss man möglichst dicken Draht zu den Windungen wählen, und denselben möglichst oft um den Kern herumwinden. Der grosse Elektromagnet Plücker's, den Fig. 222 im Wesent-

1) *Elias,* Poggend. Ann. Bd. LXII und LXVII.

2) *Niklès,* Les Electroaimants, Paris 1860, unterscheidet mehr als 80 Arten.

lichen darstellt, besteht[1]) aus einem Eisenkern, dessen Durchmesser 102^{mm} beträgt, welcher ein Gewicht von 84 Kilogr. hat; jeder seiner senkrecht stehenden Schenkel ist mit 4 Lagen Kupferdraht, jede aus 92 Windungen

Fig. 221.

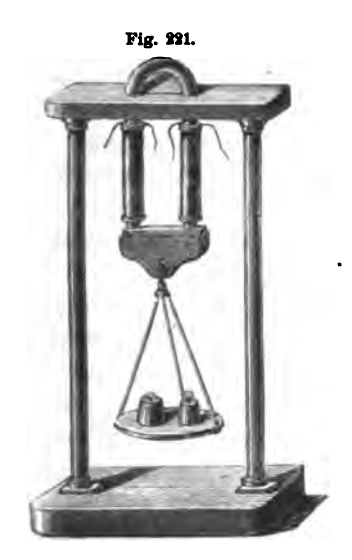
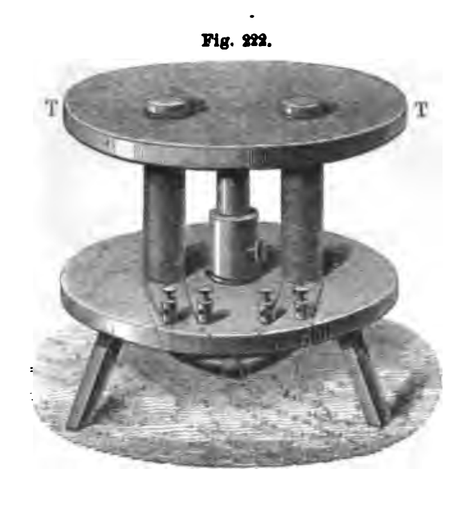


Fig. 222.



bestehend, umwickelt. Der Draht hat eine Dicke von 4,36^{mm} und wiegt 35 Kilogramm.

Um an so kräftigen Magneten bequem das magnetische Verhalten anderer Substanzen untersuchen zu können, versieht man die Pole mit Ankern. An dem Plücker'schen Magnete bestehen dieselben aus Platten von weichem Eisen 48^{mm} hoch, welche auf die Polflächen aufgeschliffen sind; in der Mitte ihrer Höhe sind die Platten der Breite nach durchbohrt, und in die Durchbohrungen, die 20^{mm} Durchmesser haben, werden darin passende verschiebbare, an einem ihrer Enden conisch zugespitzte Cylinder von weichem Eisen geschoben und durch Schrauben festgehalten, so dass die einander zugewandten Zuspitzungen passend von einander entfernt sind.

Häufig wendet man auch anstatt solcher Anker einfach parallelepipedische, oder an einer Seite zugespitzte oder zugeschärfte Eisenstücke an.

Eine andere Form hat Rühmkorff den Elektromagneten gegeben, welche zu vielen Untersuchungen sehr bequem ist[2]); dieselbe zeigt Fig. 223. Auf einer dicken, mit zwei Spalten versehenen eisernen Bank D lassen sich zwei massive knieförmige Eisenstücke HLH, JFJ verschieben und durch zwei Schrauben s in beliebiger Entfernung von einander befestigen. Oben sind in diesen Eisenstücken zwei horizontale Eisencylinder JO, HO be-

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Rühmkorff*, Comptes Rendus T. XXIII. p. 417 und 538. *Jamin*, Cours de physique T. III. p. 268.

festigt, deren Axen in einer geraden Linie liegen. Die Cylinder sind zu manchen Zwecken ihrer Länge nach durchbohrt. Diese Cylinder sind von den beiden, aus sehr vielen Windungen dicken Kupferdrahtes bestehenden Spiralen umgeben; durchfliesst ein kräftiger Strom dieselben in gleichem Sinne, so werden die Enden der Cylinder *JO*, *HO*, welche einander zugewandt sind, entgegengesetzte Pole erhalten. Der Strom tritt zunächst in den Rühmkorff'schen Commutator, welchen Fig. 224 im Durchschnitt zeigt; ein Elfenbeincylinder *M* ist um die in der Mitte durchbrochene Axe *CD* drehbar; der Theil *C* der Axe ist zunächst in leitender Verbindung mit der Klemme *A*, der Theil *D* ebenso mit der Klemme *B*. Auf dem Elfenbeincylinder sind auf entgegengesetzten Seiten zwei Metallwülste *FF'* und *EE'* mit Stiften befestigt, deren einer *F'* bis zur Axe *D* reicht, während ein anderer *E* bis zur Axe *C* reicht. Auf diesen Metallwülsten schleifen auf jedem eine Feder, welche mit den zur Seite des Cylinders stehenden Klemmschrauben, deren eine *H* Fig. 224 sichtbar ist, und welche Fig. 223 mit *h k* bezeichnet sind, in leitender Verbindung.

Fig. 223.

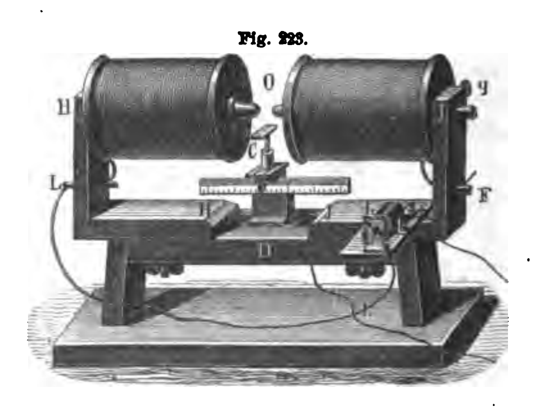
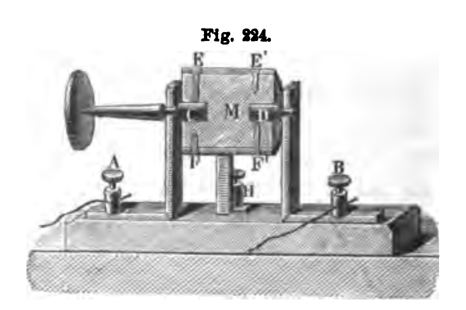


Fig. 224.



Der Strom tritt in *k* ein, geht dann durch den Commutator nach *F*, durchläuft die beiden Spiralen, indem er von der ersten Spirale über die zum Theil sichtbare Klemme *q* an dem Stativ her zur zweiten Spirale geführt wird, fliesst durch den Draht *LL'* zum Commutator und verlässt denselben durch die Klemme *h*. Wird der Cylinder des Commutators um 180° gedreht, so fliesst der Strom von *k* durch den Draht *LL'* in die Spiralen und kehrt durch *F* über *h* zurück.

Zwischen den Polen befindet sich ein Tischchen *C*, auf welches zu untersuchende Gegenstände gelegt werden können. Das Tischchen ist in horizontaler und verticaler Richtung verschiebbar.

Die Pole können mit verschiedenen Aufsätzen versehen werden, welche auf den Enden der Stäbe festgeschraubt werden.

Derartige grosse Magnete sind sehr geeignet, um andere Stahlmagnete permanent zu magnetisiren, indem man entweder die zu magnetisirenden

Stäbe über die Pole hinzieht, oder einfach an einen Pol ansetzt und dann mehrfach erschüttert; einen Hufeisenmagnet setzt man als Anker auf, und wenn er nicht zu gross ist, genügt eine geringe Erschütterung, um ihn zur Sättigung zu magnetisiren.

§. 103.

Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke. Die Stärke des in einem Stabe erregten Magnetismus, d. h. die Grösse seines temporären magnetischen Momentes, hängt ab von der Stärke des magnetisirenden Stromes, der Anzahl Windungen, in welchen derselbe den Stab umgibt, der Weite der Windungen und schliesslich von der Grösse und Form, sowie der Natur des Stabes.

Die ersten genaueren Versuche über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von den angeführten Umständen haben Jacobi und Lenz angestellt[1]). Die Methode, welche sie zur Messung des magnetischen Momentes anstellten, beruht auf Folgendem. Wenn man einen von einer geschlossenen Spirale umgebenen Eisenstab magnetisirt, so wird, wie wir im nächsten Kapitel ausführlicher nachweisen werden, im Momente des Magnetisirens in der Spirale ein elektrischer Strom erregt, welcher nur so lange dauert, als der Magnetismus erregt wird, aber aufhört, wenn der Magnetismus des Stabes vollständig ausgebildet ist. Man kann sich davon leicht überzeugen, indem man gegen ein mit einer Spirale, deren Enden mit den Drähten eines Galvanometers in Verbindung stehen, umwickeltes Hufeisen sehr rasch einen permanenten hufeisenförmigen Magnet bewegt; im Augenblicke, wo die Pole beider Hufeisen zusammenstossen, wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt. Sie kehrt, wenn die beiden Hufeisen an einander liegen bleiben, in ihre Gleichgewichtslage zurück. Wird dann der Magnet von dem Hufeisen abgerissen, so wird die Nadel wieder abgelenkt, aber jetzt nach der entgegengesetzten Seite; ein Beweis, dass der verschwindende Magnetismus in der Spirale ebenfalls einen Strom inducirt, dessen Richtung aber der des vom erregten Magnetismus inducirten Stromes entgegengesetzt ist.

Wir werden nachweisen, dass die Intensität des inducirten Stromes dem erregten oder verschwindenden magnetischen Momente proportional ist.

Umgibt man daher einen Eisenstab ausser mit der Magnetisirungsspirale noch mit einer durch ein Galvanometer geschlossenen, von der ersten getrennten Spirale, so wird der im Galvanometer beobachtete Inductionsstrom uns Aufschluss geben können über das im Stabe erregte magnetische Moment. Wir können indess dieses Moment dem beobachteten Strome in diesem Falle nicht einfach proportional setzen, da noch eine zweite Ursache vorhanden ist, welche in der geschlossenen Spirale einen Strom inducirt;

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

es ist der in der Magnetisirungsspirale sich ausbildende Strom. Dass dieser Strom im Momente, in welchem er durch die Spirale zu fliessen beginnt, einen Strom in der zweiten Spirale inducirt, davon kann man sich überzeugen, wenn man den Eisenstab aus der Magnetisirungsspirale herausnimmt. Auch dann wird die Nadel des Galvanometers in dem Momente, in welchem man den Strom schliesst, abgelenkt, und zwar in demselben Sinne, in welchem sie abgelenkt wird, wenn man einen in der Spirale liegenden Stab so magnetisirt, wie ihn der in der Spirale fliessende Strom magnetisiren würde. Dasselbe ist auch bei dem Verschwinden des Stromes der Fall; der verschwindende Strom inducirt in der zweiten Spirale einen ebenso gerichteten Strom wie der verschwindende Magnetismus.

Wir werden im nächsten Kapitel den Nachweis liefern, dass dieser Inductionsstrom der Intensität des inducirenden Stromes proportional ist.

Wenn sich demnach in der Magnetisirungsspirale ein Eisenstab befindet, so wird in der zweiten Spirale ein Strom inducirt, gleich der Summe der beiden erwähnten Ströme. Ist daher J die Intensität des inducirten Stromes, i diejenige des magnetisirenden, und ist M das magnetische Moment, so ist

$$J = a \cdot i + b \cdot M,$$

wenn a und b zwei Constante bedeuten. Daraus folgt dann

$$M = \frac{1}{b} \cdot J - \frac{a}{b} \cdot i = c \cdot J - d \cdot i.$$

Beobachtet man den Inductionsstrom J im Momente des Schliessens der Kette, so ist M das erregte temporäre magnetische Moment, beobachtet man dagegen den Inductionsstrom bei dem Oeffnen der Kette, so ist M das verschwindende magnetische Moment, also die Differenz zwischen dem temporären und dem permanenten Momente.

Lenz und Jacobi beobachteten die letztere, da sie mit inconstanten Ketten arbeiteten und deshalb bei dem Schliessen die Intensität i nicht gut beobachten konnten; bei den von ihnen angewandten weichen Eisenstäben war indess das permanente Moment so unbedeutend, dass man ohne Weiteres das beobachtete Moment M für das temporäre setzen durfte.

Die Methode der Versuche ist hierin gegeben; die Eisenstäbe wurden mit einer oder auch mehreren Spiralen umgeben, durch welche der Strom der Batterie geleitet wurde, und ausserdem von einer Spirale, welche durch ein entfernt stehendes Galvanometer geschlossen war. Wenn dann der durch die Magnetisirungsspiralen fliessende Strom constant geworden war, wurde die Inductionsspirale geschlossen und der magnetisirende Strom unterbrochen.

Die Intensität J des beobachteten Inductionsstromes fand sich nun bei ein und demselben Eisenkern und ein und derselben Magnetisirungsspirale einfach der Intensität des magnetisirenden Stromes proportional. Daraus

ergibt sich, dass auch das erregte magnetische Moment einfach der Stromstärke proportional ist. Denn setzen wir der Beobachtung gemäss

$$J = e \,.\, i,$$

so folgt

$$M = (ce - d)\; i = \text{const.}\; i;$$

die Stromstärke nahm bei diesen Versuchen bis auf die achtfache zu, die Dicke der Eisencylinder betrug zwischen 14mm und 81mm.

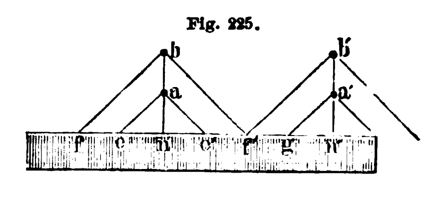
Nachdem dieser Satz festgestellt war, wurden um die Eisenkerne Spiralen von gleicher Windungszahl, von gleicher Weite, aber verschiedener Drahtdicke gelegt, und durch dieselben Ströme genau gleicher Intensität gesandt; es fand sich, dass dann das magnetische Moment immer dasselbe war. Bei gleicher Stromstärke und gleicher Windungszahl ist also das erregte magnetische Moment von der Dicke des zu den Windungen genommenen Drahtes unabhängig. Dieser Satz zeigte sich noch gültig, als um den Eisenkern ein Kupferblech gelegt wurde, dessen Querschnitt 600 Mal grösser war als der des dünnsten Drahtes.

Um den Einfluss der Weite der Spiralen zu untersuchen, wurden nach und nach über ein und denselben Eisenkern 6 Spiralen, jede von 79 Windungen, geschoben, deren Durchmesser waren:

Spirale	I	II	III	IV	V	VI
Durchmesser	54mm	62,25	70,4	78,6	89,33	99,6
Erregte Magnetism.	133	131	129	125	121	122.

Die in dem Eisenkern bei derselben Stromstärke erregten magnetischen Momente sind den in der letzten Reihe angegebenen Zahlen proportional. Es folgt daraus, dass die erregten Magnetismen von der Weite der Spiralen nur wenig abhängig sind. Dass bei den weiteren Spiralen die Magnetismen etwas kleiner werden, rührt daher, dass die magnetisirende Wirkung der Spiralen an den Enden der Kerne mit der Weite abnimmt, während in der Mitte, oder überhaupt weiter vom Ende die magnetisirende Wirkung von der Weite nicht abhängt. Es ergibt sich das schon nach der Hypothese drehbarer Molekularmagnete aus dem Biot-Savart'schen Gesetze. Nach demselben ist die Wirkung eines Stromes auf einen Magnet dem Abstande beider umgekehrt proportional. Ist nun a eine um an, b eine um bn (Fig. 225) von dem Magnet entfernte Windung, und ist der Winkel can die Grenze, nnerhalb deren die Wirkung des Stromes noch merklich ist, so wird sich die Wirkung der Windung b relativ ebenso stark über die Strecke ff' erstrecken, als die Wirkung von a auf ee'. Die Wirkung der Windung a auf den Stab werden wir nun nach dem Gesetze von Biot und Savart gleich setzen können $\frac{M}{an} \cdot ee'$,

Fig. 225.



die Wirkung von b dagegen gleich $\frac{M}{bn} \cdot ff'$. Da nun aber $\frac{ee'}{ff'} = \frac{an}{bn}$, so ist die Wirkung dieser beiden Windungen dieselbe, indem die entferntere Windung in demselben Verhältnisse auf eine grössere Zahl von Molekülen wirkt, als die Wirkung auf jedes einzelne schwächer ist.

An den Enden ist das aber nicht mehr der Fall; die Figur zeigt schon unmittelbar, dass die Windung a' noch ihre volle Wirkung hat, während die Windung b' dieselbe nicht mehr hat. Für Spiralen, welche erheblich kürzer sind als die Kerne, würde man daraus die Unabhängigkeit der magnetisirenden Kraft von der Weite der Spiralen folgern.

Um nun die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Windungszahl der Spiralen zu bestimmen, wurden die eben benutzten Spiralen zugleich auf den Eisenkern geschoben und der Strom in gleicher Stärke durch eine, zwei oder mehrere Spiralen geleitet. Die Resultate der Beobachtungen waren folgende:

Magnetisirende Spiralen	Magnetismen
I	1333
I + II	2640
I + II + IV	3889
I + II + IV + V	5110
I + II + III + IV + V	6391
I + II + III + IV + V + VI	7610

Beachtet man nun das soeben über den Einfluss der Weite der Windungen Gesagte, so ergibt sich, dass das in dem Stabe erregte magnetische Moment der Zahl der Windungen einfach proportional ist, denn die hier durch Einwirkung der verschiedenen Spiralen gefundenen Magnetismen sind einfach die Summen der durch die einzelnen Spiralen erhaltenen Magnetismen.

Man wird deshalb das Product aus der Stromstärke und der Windungszahl einer Spirale als die magnetisirende Kraft derselben bezeichnen können.

Das aus den Versuchen von Jacobi und Lenz sich ergebende Gesetz, nach welchem das temporäre magnetische Moment der Intensität des magnetisirenden Stromes proportional sein soll, ist später noch mehrfach geprüft worden. Dasselbe hat sich danach nicht als allgemein richtig ergeben, es ist, wie sich aus den ausgedehnten Versuchen Müller's[1]) ergibt, nur gültig für Stäbe von nicht zu kleinem Durchmesser, für dünnere Stäbe findet sich, dass die Stärke des Magnetismus langsamer zunimmt als die Stromstärke, dass sich das magnetische Moment einem Maximum nähert.

---

1) *Müller,* Poggend. Ann. Bd. LXXIX, Bd. LXXXII. Bericht über die Fortschritte der Physik. Braunschweig 1849, p. 494 ff.

Die Messung des magnetischen Momentes der Stäbe vollführte Müller durch Beobachtung der Ablenkung, welche die magnetisirten Stäbe dem Magnete eines Magnetometers ertheilten. Die Magnetisirungsspirale wurde senkrecht zur Richtung des magnetischen Meridianes aufgestellt und zwar westlich, ungefähr ein Meter von dem Magnetometer entfernt. Die Ablenkung des Magnetes rührte dann her von der Wirkung der Magnetisirungsspirale und von dem in dem Stabe erregten Magnetismus. Die beiden Einwirkungen wurden dadurch gesondert, dass man zuerst die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale allein beobachtete und dann, nachdem der Stab in die Spirale eingelegt war. Ist dann α der Ablenkungswinkel durch die Spirale allein, α_1 derjenige durch die Spirale und den eingelegten Stab, ist M das temporäre magnetische Moment des Stabes, m das der Spirale, T die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus und R der Abstand der Magnetisirungsspirale von dem Magnetometer, so ist nach §. 100 und 101

$$2m = R^3\,T\,.\,\mathrm{tang}\,\alpha;\quad 2\,(m + M) = R^3\,T\,.\,\mathrm{tang}\,\alpha_1,$$
$$M = {}^1/_2\,R^3\,T\,(\mathrm{tang}\,\alpha_1 - \mathrm{tang}\,\alpha).$$

Das permanente magnetische Moment des Stabes erhält man dann durch eine dritte Beobachtung der Ablenkung des Magnetometers, wenn der magnetisirende Strom unterbrochen ist.

Die Stromstärke bestimmte Müller an einer Tangentenbussole, deren Reductionsfactor, um die Stromstärke auf chemisches Maass zurückzuführen, gleich 70 war.

Folgende Tabelle enthält die Resultate dreier Versuchsreihen mit Stäben, deren Länge 560^{mm} betrug; dieselben wurden in eine Spirale von 780 Windungen gelegt, deren Länge 530^{mm} war, so dass die Stäbe an beiden Seiten 15^{mm} aus der Spirale hervorragten.

Die erste Columne der Tabelle enthält die Stromstärke s in chemischem Maasse, die zweite p die magnetisirende Kraft der Spirale, das Product aus der Stromstärke und der Windungszahl, die dritte m die Differenz tang α_1 — tang α, welcher das magnetische Moment des Stabes proportional ist, und die vierte $\frac{m}{p}$ den mit 100000000 multiplicirten Quotienten aus dem erregten magnetischen Momente und der magnetisirenden Kraft.

Stabdicke 9^{mm}

s	p	m	$\frac{m}{p}$
35,665	27819	0,2864	1027
30,436	23740	0,2842	1197
19,933	13288	0,2627	1967
8,569	6705	0,2078	3090
3,913	3052	0,1193	3909

Stabdicke 12^{mm}

s	p	m	$\frac{m}{p}$
35,432	27638	0,5098	1844
17,451	13612	0,4247	3120
8,596	6705	0,2954	4108
4,458	3243	0,1386	4270
Stabdicke 15^{mm}			
34,902	27223	0,7335	2694
21,399	16691	0,6228	3731
17,451	13618	0,5648	4147
8,596	6705	0,3092	4611
4,158	3243	0,1541	4748
Stabdicke 44^{mm}, Zahl der Windungen 372			
45,633	16975	1,3631	8041
25,753	9580	0,7898	8244
19,810	7369	0,5946	8069
9,093	3383	0,2730	8129
7,973	2946	0,2487	8102.

Hätte das Gesetz von Lenz und Jacobi allgemeine Gültigkeit, so müsste für ein und denselben Stab der Quotient $\frac{m}{p}$ denselben Werth bewahren; das ist indess nur für den Stab von 44^{mm} Durchmesser, also den dicksten der untersuchten Stäbe der Fall; für die drei dünnern Stäbe nimmt aber der Werth dieses Quotienten stets zu, je schwächer der Strom ist. Es ergibt sich daraus, dass das magnetische Moment langsamer wächst, als die magnetisirende Kraft der Spirale. Eine einfache Beziehung zwischen Magnetismus und Stromstärke liess sich nicht erkennen, indess gelang es Müller, die Resultate dieser Beobachtungen in einer empirischen Formel zu vereinigen, welche zugleich die Abhängigkeit des temporären Momentes von dem Durchmesser des Stabes in sich aufnimmt. Ist d der Durchmesser des Stabes und sind a und b zwei Constanten, so ergab sich

$$p = a\, d^{3/2}\, .\, \text{tang}\, \frac{m}{b\, .\, d^2}\, .$$

Die Constanten a und b sind, wenn die Stromstärke in chemischem Maasse (Einheit 1 Cubikcent. Knallgas in der Minute) und $m = \text{tang}\, \alpha_1 - \text{tang}\, \alpha$ gesetzt wird,

$$a = 220 \qquad b = 0{,}00005.$$

Vertauschen wir m mit dem magnetischen Momente M, so wird

$$b = 0{,}00005\, .\, R^3\, T,$$

und drücken wir die Stromstärke in einem andern Maasse aus, so muss a entsprechend geändert werden.

Für schwächere Ströme ergibt sich auch aus dieser Formel, dass die Magnetismen den Stromstärken proportional sind, denn so lange $\frac{m}{d^2}$ nur

einen kleinen Werth hat, können wir die Tangente mit dem Bogen vertauschen und erhalten

$$p = \frac{a}{b} \cdot d^{1/2} \cdot \frac{m}{d^2}, \quad p = c \cdot \frac{m}{\sqrt{d}},$$

und daraus

$$m = \frac{1}{c} \cdot p \cdot \sqrt{d}.$$

So lange also der Magnetismus der Stromstärke proportional gesetzt werden darf, ist er für verschiedene Stäbe auch der Quadratwurzel aus dem Durchmesser proportional.

Nimmt man an, dass diese Formel auch ausserhalb der Grenzen der Versuche, aus denen sie abgeleitet ist, ihre Gültigkeit bewahrt, so ergibt sich aus ihr, dass jeder Eisenstab nur bis zu einem bestimmten, von seiner Dicke abhängigen Maximum magnetisirt werden kann, welchem er sich bei stetiger Vergrösserung der magnetisirenden Kraft immer mehr annähert. Denn für $p = \infty$ muss

$$\frac{m}{b \, . \, d^2} = {}^1/_2 \, \pi$$

$$m = {}^1/_2 \, \pi \, . \, b \, . \, d^2$$

werden, so dass also das Maximum des temporären Magnetismus, welches bei verschiedenen Stäben erreicht werden kann, dem Quadrate des Stabdurchmessers proportional ist.

Durch einen sehr einfachen Versuch kann man, wie Koosen[1]) gezeigt hat, die von Müller aus seinen Versuchen abgeleitete Folgerung, dass der Magnetismus der Stromstärke nicht proportional zunimmt, beweisen. Man leite einen Strom durch eine Tangentenbussole und durch eine Magnetisirungsspirale, in welcher sich ein Eisenstab befindet. Die Magnetisirungsspirale wird so gestellt, dass sie ebenfalls ablenkend auf die Nadel der Tangentenbussole wirkt, und dann der Strom so durch sie hindurchgeführt und ihr Abstand von der Bussole so geregelt, dass die Wirkung des Stromes und der Magnetisirungsspirale auf die Nadel der Tangentenbussole bei irgend einer Stromstärke sich gerade aufheben. Ist dann das magnetische Moment der Stromstärke proportional, so müssen die beiden Wirkungen auf die Nadel sich bei jeder Stromstärke aufheben, und die Nadel darf nicht abgelenkt werden, welches auch die Stromstärke sein mag.

Als Koosen nun einen Eisenstab von 27^{mm} Durchmesser in die Magnetisirungsspirale legte, zeigte sich auch keine Ablenkung, selbst als er Stromstärken anwandte, welche für sich die Nadel der Tangentenbussole um 60^0 ablenkten, nachdem er den Apparat so aufgestellt hatte, dass bei einer Stromstärke von 10^0 die Ablenkungen compensirt waren. Bei dünneren Stäben fand er jedoch Ablenkungen der Nadel, welche zeigten, dass das magnetische Moment des Stabes langsamer zunahm als die Stromstärke.

---

1) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

W. Weber[1]) hat aus der Theorie der drehbaren Molekularmagnete einen Ausdruck für das magnetische Moment, welches durch irgend eine magnetisirende Kraft erregt wird, abgeleitet, welcher ebenfalls zeigt, dass das magnetische Moment sich mit wachsender Stromstärke einem bestimmten Maximum nähert, welches erreicht ist, wenn sämmtliche Moleküle des Magnets der magnetischen Axe parallel gelagert sind.

Es sei um den Weg anzudeuten, auf welchem man zu diesem Ausdrucke gelangt, $N'S'$ (Fig. 226) die natürliche Lage eines Molekularmagnets, welcher um seinen Mittelpunkt drehbar ist; durch eine der Richtung CX parallele magnetisirende Kraft X sei derselbe um den Winkel $N'CN = \varphi$ gedreht.

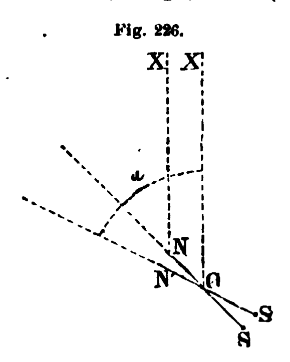


Fig. 226.

Die auf den Magnet einwirkenden Molekularkräfte, von deren Vorhandensein uns die einzige Thatsache überzeugt, dass bei dem weichen Eisen der temporäre Magnetismus fast vollständig, bei dem Stahl zum Theil verschwindet, üben auf den Magnet eine der Richtung $N'S'$ parallele Directionskraft aus; sei dieselbe gleich D. Würde man nun annehmen dürfen, dass diese Directionskraft auch in dem magnetisirten Stabe dieselbe bleibt, obgleich die naheliegenden Moleküle ebenfalls eine Drehung erfahren, so würde bei einer Drehung des Magnets $N'S'$ um φ die ihn zurücktreibende Kraft $D \,.\, \sin \varphi$ sein. Das ist nun zwar wohl nicht der Fall, indess wird man unter Annahme dieses Werthes doch wohl eine dem wahren Werthe der den Molekularmagnet in seine Gleichgewichtslage zurückführenden Kraft nahe kommende Voraussetzung machen, besonders bei dem Eisen, in welchem die Moleküle nach Aufhören der magnetisirenden Kraft in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.

Die magnetisirende Kraft X sucht den Magnet parallel CX zu stellen; ist der Winkel $N'CX$, welchen dieselbe mit $N'S'$ bildet, gleich u, so wird die in der Lage NS auf den Magnet wirkende Kraft sein

$$X \,.\, \sin (u - \varphi).$$

Ist nun NS die neue, unter Einwirkung der Kraft X erreichte Gleichgewichtslage, so ist die Bedingung derselben

$$X \,.\, \sin (u - \varphi) = D \,.\, \sin \varphi$$

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{X \,.\, \sin u}{D + X \,.\, \cos u}.$$

Ist auf diese Weise der Winkel φ bestimmt, so lässt sich daraus berechnen, um wie viel die der Richtung CX parallele Componente des Molekularmagnets zugenommen hat. Ist m das der Axe des Molekularmagnets parallele Moment, so war in der natürlichen Gleichgewichtslage die CX parallele Componente desselben

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. p. 566 ff.

$$m \,.\, \cos u,$$

nach der Drehung um den Winkel φ ist es dann

$$m \,.\, \cos (u - \varphi),$$

folglich ist die Zunahme

$$x = m\,[\cos (u - \varphi) - \cos u].$$

Entwickelt man nun aus dem gefundenen Werthe für tang φ die Werthe von sin φ und cos φ, so wird

$$x = m \left\{ \frac{X + D \,.\, \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2\,X\,D \,.\, \cos u}} - \cos u \right\}.$$

Da nun in einem natürlichem Eisenstabe die Molekularmagnete alle möglichen Lagen haben, so ist die Summe der Componenten parallel CX bevor eine Magnetisirung eintrat gleich Null, und das temporäre magnetische Moment nach der Magnetisirung ist gleich der Summe aller x für die sämmtlichen Elemente des Stabes.

In dem körperlichen Elemente des Eisenstabes, dessen Mittelpunkt C ist, liegen nun im natürlichen Zustande Molekularmagnete nach allen Richtungen des Raumes gerichtet; bezeichnen wir die Summe aller Werthe x für diese Molekularmagnete, deren Zahl gleich n sei, mit M_0, so ist nach der Berechnung von Wiedemann [1])

$$M_0 = mn \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{D^2}{X^2} \right\}.$$

Für jedes Element des zu magnetisirenden Stabes nähert sich also bei wachsendem X der Werth des temporären Momentes einem Maximum; denn wird X gleich ∞, so ist

$$M_0 = mn.$$

Ist so das temporäre Moment in seiner Abhängigkeit von der magnetisirenden Kraft für ein Element eines Stabes bestimmt, so erhält man das temporäre Moment des ganzen Stabes, unter Voraussetzung, dass an allen Stellen desselben die gleiche magnetisirende Kraft thätig ist, indem man setzt die Summe der Werthe M_0 für alle Elemente des Stabes bildet. Wie man sieht, hängt darnach das magnetische Moment eines solchen Stabes von seiner Gestalt, seiner Dichtigkeit und seiner Grösse ab.

Für einen Stab, dessen Querschnitt gegen die Länge sehr klein ist, den man als ein langgestrecktes Ellipsoid betrachten kann, und dessen Gewicht der Einheit gleich ist, ergibt sich nach Wiedemann

$$M = C \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{D^2}{X^2} \right\},$$

worin C, und wie sich nach dem Vorigen ergibt, auch D, die Directionskraft der Moleküle, zwei von der Natur des zu magnetisirenden Stabes abhängige Constanten sind; die Constante C bedeutet das in dem betreffenden Stabe zu erreichende Maximum.

---

1) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 284 ff.

Mit diesem von Wiedemann aus der Weber'schen Theorie abgeleiteten Ausdrucke (welcher etwas einfacher ist als der von Weber selbst gegebene) stimmen die Resultate einer von Weber angestellten Versuchsreihe recht gut überein. Weber umgab einen Eisenstab von 3,6mm Durchmesser und 100,2mm Länge mit einer engen Spirale, welche bedeutend länger war als der Stab, so dass die auf denselben wirkende magnetisirende Kraft der ganzen Länge des Stabes nach als gleich angenommen werden kann; das magnetische Moment des Stabes wurde, wie von Müller, durch die Ablenkung eines Magnetometers gemessen. Um die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale ganz zu eliminiren, wurde das Ende des Spiraldrahtes zweimal in umgekehrter Richtung um die Mitte der Spirale in weiten Kreisen herumgewunden, so dass der von diesen Windungen begrenzte Flächenraum dem von allen Windungen der engern Spirale begrenzten gleich war. Dadurch wird nach §. 100 die Wirkung der Spirale auf das Magnetometer aufgehoben.

Die Stromstärke wurde mit einer Tangentenbussole nach absolutem Maasse gemessen; die magnetisirende Kraft daraus berechnet ist in folgender Tabelle unter der Columne X verzeichnet.

Das beobachtete, ebenfalls in absolutem magnetischen Maasse ausgedrückte magnetische Moment wurde durch das in Milligrammen ausgedrückte Gewicht des Stabes dividirt, und so das Moment eines dem untersuchten an Gestalt gleichen Stabes, dessen Gewicht der Einheit gleich ist, bestimmt. Die folgende Tabelle enthält dieses Moment unter m beob.

Die dritte Columne enthält das nach der Formel von Wiedemann berechnete Moment, wobei angenommen ist, dass man den cylindrischen Stab als ein sehr langgestrecktes Ellipsoid betrachten dürfe.

X	m		
	beobachtet	berechnet	
658,9	911,1	911,1	
1381,5	1424,0	1595,0	
1792,0	1547,9	1686,9	$C = 1808$
2151,0	1627,3	1721	$D = 803,$[illegible]
2432,8	1680,7	1744	
2757,0	1722,7	1757	
3090,6	1767,3	1767,3	
3186,6	1787,7	1769	
2645,6	1707,9	1742,4	
2232,1	1654,0	1730	
1918,7	1584,1	1702,2	
1551,2	1488,9	1646	
1133,1	1327,9	1404,4	
670,3	952,0	942,6.	

Die Constanten C und D wurden aus dem ersten und letzten Versuche der ersten Reihe, bei aufsteigenden Stromstärken, berechnet.

Die bei absteigenden Stromstärken beobachteten Werthe von m zeigen, dass das Eisen keine merkliche Coercitivkraft besass, dass also von dieser das langsamere Wachsen des Magnetismus nicht herrührte.

Es folgt somit, dass das magnetische Moment eines Stabes nicht der magnetisirenden Kraft proportional, sondern langsamer wächst.

Gegenüber den Rechnungen von Weber hat Röber[1]) darauf aufmerksam gemacht, dass die Gleichung für M_0

$$M_0 = mn\left(1 - {}^1/_3 \frac{D^2}{X^2}\right)$$

nur gilt, wenn $X > D$, dass dagegen aus der Gleichung für x, wenn $X < D$, für M_0 die Gleichung folgt

$$M_0 = {}^2/_3\, mn \frac{X}{D},$$

so dass also für kleine magnetisirende Kräfte für jedes Element des Stabes und damit auch für den ganzen Stab der Magnetismus der magnetisirenden Kraft proportional sein müsste. Für einen Stab, den man als langgestrecktes Ellipsoid betrachten kann, würde sich daraus ergeben

$$M = {}^2/_3\, C \cdot \frac{X}{D}.$$

Der Verlauf der magnetischen Momente eines solchen Stabes würde also durch zwei Curven dargestellt, nämlich durch eine gerade Linie von $X = 0$ bis $X = D$, und durch eine Curve, auf welcher M langsamer wächst als X, und auf welcher M sich asymptotisch dem Werthe C annähert. Die beiden Curven würden in dem Punkte $M = {}^2/_3\, C$ sich schneiden.

Dub glaubte diese Folgerung durch seine Beobachtungen bestätigt zu finden[2]). Bei dicken Stäben, von etwa 2 Centim. Durchmesser an, fand er den Magnetismus, soweit er bei seinen Versuchen ging, der Stromstärke proportional, bei geringern Durchmessern fand er die magnetischen Momente bis zu einer gewissen Stromstärke derselben proportional, dann aber langsamer wachsend als diese. In der That stimmen die Beobachtungen mit den Gleichungen ziemlich gut überein, wie unter andern folgende Reihen zeigen, die an einem Stabe von 21 Cent. Länge und 1,3 Cent. Dicke gefunden wurden. Die Stromstärken X sind durch die mit 10000 multiplicirten Tangenten der Ablenkungswinkel einer Tangentenbussole, und ebenso die magnetischen Momente durch die mit derselben Zahl multiplicirten Tangenten der Winkel gegeben, um welche eine 78 Cent. von dem Stabe aufgehängte Nadel durch den Stab abgelenkt wurde.

1) *Röber*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.
2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

X	M beob.	M ber.	
522	1161	1224	
875	2011	2045	
1228	2867	2870	
1583	3788	3763	$\frac{M}{X} = 2{,}337$
1944	4610	4543	
2309	5514	5396	$C = 9732$
2679	6340	6161	$D = 2776$
2776	—	6488	
3057	7099	7057	
3640	7794	7848	
4245	8391	8344	
4663	8616	8584	

(The value $\frac{M}{X} = 2{,}337$ is bracketed against the rows from X = 522 to X = 2679.)

Die Constante C wurde aus den letzten 4 Werthen und dann die Constante D aus der Gleichung

$$\frac{M}{X} = {}^2/_3\,\frac{C}{D}$$

berechnet. Wie man sieht, stimmen die mit diesen Constanten berechneten Werthe von M mit den beobachteten ziemlich gut überein.

Der Verlauf der beobachteten Werthe, so lange sie nach der Gleichung der magnetisirenden Kraft proportional sein sollten, lässt indess erkennen, dass das doch nicht in aller Strenge der Fall ist, er zeigt vielmehr, dass die magnetischen Momente etwas rascher wachsen als die magnetisirende Kraft.

Auf diesen Verlauf der magnetischen Momente hat zuerst Wiedemann aufmerksam gemacht[1]) bei der Untersuchung des magnetischen Verhaltens einer Anzahl von Stäben verschiedener Länge und verschiedenen Querschnitts. Es zeigte sich bei denselben stets, dass die magnetischen Momente mit steigender magnetisirender Kraft anfangs rascher wachsen als die magnetisirende Kraft, dass sie dann aber, ohne eine Zeitlang der magnetisirenden Kraft proportional zu sein, entsprechend dem Weber'schen Gesetze langsamer wachsen. Diesen Gang lässt unter andern folgende Versuchsreihe erkennen, in welcher die Stromstärken J durch eine Wiedemann'sche Tangentenbussole, und die magnetischen Momente M nach der Methode von Müller beobachtet wurden. Die Länge des Stabes war 1 Meter, die Dicke $10{,}^{\text{mm}}3$.

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXVII.

J	M	$\frac{M}{J}$	J	M	$\frac{M}{J}$
4,60	11,63	2,500	48,03	173,1	3,602
7,86	23,42	2,982	56,04	193,2	3,446
13,96	52,82	3,639	61,31	207,6	3,310
19,49	73,24	3,758	74,91	230,9	3,072
25,89	99,82	3,807	83,10	244,0	2,935
30,1	115,8	3,845	87,78	249,7	2,844
41,7	158,4	3,798	107,3	273,9	2,553.

Bei dünnen Stäben und sehr schwachen magnetisirenden Kräften tritt nach den Versuchen von Quintus Icilius [1]) dieser Gang sehr viel deutlicher hervor, während bei dickern Stäben nach den Versuchen von Waltenhofen [2]) das raschere Ansteigen der Magnetismen noch bei Stromstärken erkennbar ist, bei welchen in dünnern Stäben die Momente schon sehr viel langsamer wachsen als die Stromstärke. Folgende drei Versuchsreihen von Quintus Icilius lassen diesen Unterschied deutlich erkennen. Die untersuchten Stäbe waren Rotationsellipsoide, bei Nr. 1 die Rotationsaxe 199, der Aequatorialdurchmesser 1,97 Millimeter, bei Nr. 2 erstere 200, letzterer 20,41 Millimeter und bei Nr. 3 erstere 51^{mm}, letzterer $19^{mm},84$ lang. Die Columne $\frac{m}{X}$ gibt die Quotienten des magnetischen Momentes der Volumeinheit, dasselbe ausgedrückt in absoluten Einheiten, und der magnetisirenden Kraft. Die Stäbchen wurden nach einander in die Mitte derselben Spirale gebracht.

Nr. 1.		Nr. 2.		Nr. 3.	
X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$
2,7	27,1	2,7	3,88	28,1	0,564
6,3	33,7	6,2	4,01	68,5	0,566
16,6	52,4	18,6	4,17	135,5	0,593
38,6	70,8	37,8	4,23	230,1	0,595
63,2	73,4	68,4	4,35	285,4	0,595
74,7	73,5	74,5	4,36	377,0	0,577
94,5	70,8	95,5	4,34	418,1	0,626
235,0	47,2	188,0	4,46	767,9	0,604
364,0	32,8	260,6	4,52	983,3	0,615
		361,5	4,47	1170,5	0,629.

Um diesen eigenthümlichen Verlauf der magnetischen Momente mit der Theorie von Weber in Einklang zu bringen, nimmt Wiedemann an, dass die Directionskraft D nach eingetretener geringer Magnetisirung gewissermassen kleiner wird, indem die magnetisch gerichteten Moleküle selbst

1) *von Quintus Icilius,* Poggend. Ann. Bd. CXXI.

2) *von Waltenhofen,* Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. LII u. LXI.

auf einander und die Nachbarmoleküle in dem Sinne einwirken, dass sie der parallelen Lage näher gebracht werden, als es allein durch die äussere magnetisirende Kraft geschieht. So lange in dem Körper überhaupt nur wenige Moleküle gerichtet sind, so lange also etwa nach der Weber'schen Gleichung die Momente den magnetisirenden Kräften proportional sein würden, muss dann in Folge dieses Umstandes der Magnetismus rascher wachsen.

§. 104.

Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Beschaffenheit der Stäbe. Wir sahen in dem ersten Abschnitte dieses Theiles, dass der Magnetismus, welchen ein Stab unter dem Einflusse magnetisirender Kräfte erhält, wesentlich abhängt von der Beschaffenheit des Stabes, seiner chemischen oder physikalischen Natur, seiner Form und Grösse. Wir konnten damals diese Abhängigkeit nur sehr im allgemeinen charakterisiren, da wir nicht im Stande waren die magnetisirenden Kräfte exact zu messen; in dem vorigen Paragraphen haben wir nun in Spiralen, welche von galvanischen Strömen durchflossen werden, magnetisirende Kräfte erhalten, deren Grösse wir genau bestimmen können; wir sind daher jetzt im Stande, die damals erhaltenen allgemeinen Resultate zu vervollständigen.

Was zunächst die Stärke des Magnetismus in verschiedenen Eisen- und Stahlsorten betrifft, so haben wir bereits §. 3 gesehen, dass diese bei gleicher magnetisirender Kraft sehr verschieden sein kann.

Es gilt das nach den Versuchen Müller's[1]) sowohl von dem temporären magnetischen Momente als auch von dem permanenten, und dabei zeigt sich im allgemeinen, dass, je grösser das temporäre Moment ist, je vollständiger also die Magnetisirung durch eine gegebene magnetisirende Kraft ist, um so kleiner das permanente Moment ist. Müller legte in eine Spirale, durch welche ein Strom von drei doppelten Bunsen'schen Elementen hindurch ging, Stäbe von 16,7 Cent. Länge und 6^{mm} Dicke, und fand nach der vorhin beschriebenen Methode

	das temporäre Moment	Bleibende Ablenkung des Magnetometers nach Unterbrechung des Stromes
Schmiedeeisen	0,490	0^0
gewalztes Eisen	0,474	0^0
geglühter Stahl	0,404	$3^0,5$
angelassener Stahl	0,393	7^0
harter Stahl	0,259	9^0
Gusseisen	0,220	1^0.

Mit Ausnahme des Gusseisens also zeigt sich die eben aufgestellte Behauptung bestätigt, dass je grösser das temporäre Moment ist, um so

1) *J. Müller* in Freiburg, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

kleiner der bleibende Magnetismus ist; es folgt das auch schon aus dem Wesen der Coercitivkraft, denn mit der Grösse derselben wächst der permanente Magnetismus eines Stabes, zugleich aber auch die Kraft, mit welcher die Molekularmagnete in ihrer Gleichgewichtslage gehalten werden. Mit derselben muss also die zur Erzielung eines bestimmten Moments erforderliche Kraft zunehmen. Damit ist auch die aus der Weber'schen Theorie abgeleitete Formel in Uebereinstimmung, denn die Constante D in derselben, die Directionskraft der Moleküle, ist eigentlich nichts Anderes als die Coercitivkraft. Je grösser aber D ist, um so kleiner ist bei constantem X der Werth des temporären Momentes M.

Diese Abhängigkeit des temporären Momentes von der Natur der Eisen- und Stahlstäbe erschwert die Untersuchung über die Abhängigkeit des Momentes von der Form und Grösse der Stäbe, da man nie bei der Vergleichung zweier Stäbe sicher sein kann, dass die molekulare Beschaffenheit der verglichenen Stäbe genau dieselbe ist.

Die Frage nach der Abhängigkeit des temporären Momentes von der Form und Grösse der Stäbe bei gleicher magnetisirender Kraft kann doppelt gestellt werden, nämlich es kann entweder auf jeden Theil des untersuchten Stabes dieselbe magnetisirende Kraft wirken, oder es kann die gesammte magnetisirende Kraft dieselbe sein, wobei dann die einzelnen Theile der verschiedenen Stäbe sehr verschiedenen Kräften unterworfen sein können. Ein Beispiel wird das klar machen. Umwickeln wir zwei Stäbe gleichen Durchmessers, aber verschiedener Länge, mit Spiralen gleicher Weite, deren Längen aber gleich den Längen der Stäbe sind, und lassen durch die Spiralen Ströme gleicher Intensität fliessen, so wirkt auf die Längeneinheit beider Stäbe die gleiche magnetisirende Kraft, die gesammten, auf beide Stäbe wirkenden magnetisirenden Kräfte verhalten sich aber wie die Längen der Spiralen. Legt man aber Stäbe verschiedener Länge in ein und dieselbe Spirale, oder besser noch, umwindet man zwei Stäbe verschiedener Länge mit einer gleichen Anzahl von Windungen, so ist die auf beide Stäbe wirkende gesammte magnetisirende Kraft dieselbe, aber die auf die Längeneinheit wirkende Kraft verhält sich umgekehrt wie die Länge der Stäbe.

Gleiches gilt, da die magnetisirende Kraft von der Weite der Windungen nicht ganz unabhängig ist, bei Anwendung von Stäben verschiedener Durchmesser.

Um nun bei diesen Untersuchungen allgemeine und unzweideutige Resultate zu erhalten, würde es nothwendig sein, dass dieselben so geführt würden, dass bei den einzelnen Versuchen auf alle Theile der gerade benutzten Stäbe gleiche magnetisirende Kräfte wirkten; da man die Abhängigkeit des Momentes von der magnetisirenden Kraft kennt, würde man dann die beiden aufgestellten Fragen beantworten können. Man würde das, wie sich schon aus dem vorigen Paragraphen ergibt, erreichen, wenn man stets

Spiralen anwenden würde, welche um ein Bedeutendes länger wären als die untersuchten Stäbe, und deren Durchmesser gegen diejenigen aller zu vergleichenden Stäbe sehr bedeutend ist, so dass man das Verhältniss zwischen dem Durchmesser der Stäbe und der Spirale für alle als nahezu gleich ansehen könnte[1]). Sehr annähernd allgemein gültige Resultate würde man auch erhalten können, wenn man stets die Verhältnisse zwischen den Dimensionen der Spiralen und der untersuchten Stäbe gleich wählte, da dann die auf die einzelnen Theile der Stäbe wirkenden Kräfte zwar nicht gleich, aber doch für die ähnlich liegenden Theile der Stäbe in einem constanten Verhältnisse ständen.

Es ist indess von den verschiedenen Experimentatoren auf dieses Verhältniss im allgemeinen nur wenig Rücksicht genommen, und deshalb sind auch trotz einer grossen Zahl von Versuchen nur wenig allgemein gültige Gesetze erhalten worden.

Die ersten Untersuchungen über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes verschiedener Eisenkerne von den Dimensionen derselben rühren wieder von Lenz und Jacobi[2]) her.

Um den Einfluss der Dicke auf das magnetische Moment bei gleicher gesammter magnetisirender Kraft zu bestimmen, wurden nach und nach in dieselbe Spirale Eisenkerne gelegt, deren Durchmesser von 4,5 Millim. bis 81 Millim. zunahmen, oder es wurden diese Eisenkerne unmittelbar mit Spiralen umwunden. Die temporären Momente der verschiedenen Stäbe wurden wieder durch die Inductionsströme gemessen, welche sie in einer die Magnetisirungsspiralen umgebenden, durch ein Galvanometer geschlossenen Inductionsspirale erzeugten.

Aus beiden Reihen folgerten Lenz und Jacobi, dass das temporäre Moment in Stäben verschiedener Durchmesser bei gleicher magnetisirender Kraft den Dicken der Stäbe einfach proportional sei. Die beobachteten Inductionsströme liessen sich nämlich in beiden Versuchsreihen durch die Gleichung

$$J = a + b \, . \, d$$

wiedergeben, worin a und b zwei Constanten und d den Durchmesser der Stäbe bedeutet. Die Constante a in der Gleichung bedeutet den Theil des Inductionsstromes, welcher von dem verschwindenden magnetisirenden Strome herrührt, $b \, . \, d$ ist dann der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende Theil. Das magnetische Moment ist somit $b \, . \, d$, also dem Durchmesser des Stabes proportional.

Dub[3]) hat indess darauf aufmerksam gemacht, dass dieser Schluss von Jacobi und Lenz nicht berechtigt ist. Bei der ersten Versuchsreihe ist

1) Man sehe *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 142 u. 251 ff.
2) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXI.
3) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CIV. Der Elektromagnetismus p. 208. Berlin 1861.

nämlich die magnetisirende Kraft nicht dieselbe, da die verschiedenen Stäbe in derselben Spirale lagen, und die Länge der Spirale nicht grösser ist als die Länge der Stäbe. Nach den eigenen Versuchen von Lenz und Jacobi ist aber die magnetisirende Kraft auf einen dünneren Stab unter diesen Umständen kleiner als auf einen dickeren Stab, so dass also die magnetischen Momente der dickeren Stäbe im Verhältniss zu denen der dünneren zu gross sind.

Wenn die dünneren Stäbe, wie es bei den dicksten der Fall war, von den Spiralen eng umschlossen gewesen wären, so würde bei gleicher Stromstärke und gleicher Windungszahl das magnetische Moment dort grösser gewesen sein. Die an den einzelnen Stäben erhaltenen Werthe sind also nicht vergleichbar.

Ein anderer Fehler ist von Lenz und Jacobi in der Interpretation der Resultate der zweiten Reihe begangen; sie nehmen nämlich auch für diese an, dass die Constante a der von dem verschwindenden magnetisirenden Strome herrührende Theil des Inductionsstromes sei. Das ist unrichtig, denn der von diesem inducirte Strom ist auch bei gleicher Stromstärke in der Magnetisirungspirale nicht constant, weil die Magnetisirungsspirale einen verschiedenen Durchmesser, also eine grössere Drahtlänge hat; es sind deshalb mehr inducirende Stromelemente in den weiteren Spiralen vorhanden als in den engeren, und der von den weiteren Spiralen inducirte Strom ist stärker als der von den engeren Spiralen inducirte Strom. Man wird deshalb diesen Theil als eine Function des Durchmessers der Spirale ansehen müssen, wodurch dann der zweite Theil des Inductionsstromes, der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende, dem Durchmesser nicht mehr proportional sein kann.

Dub sucht dann durch Rechnung bei der ersten Reihe den Magnetismus zu bestimmen, welchen die einfachen Stäbe erhalten haben würden, wenn das Verhältniss zwischen dem Durchmesser der Spirale und des Stabes immer dasselbe gewesen wäre, indem er nach den im vorigen Paragraphen angeführten Versuchen von Lenz und Jacobi annimmt, dass der Magnetismus eines Stabes um $^1/_{12}$ schwächer wird, wenn statt einer ihn eng umschliessenden Spirale eine andere genommen wird, deren Durchmesser doppelt so gross ist.

Indem er in dieser Weise die Beobachtungen von Lenz und Jacobi berechnet, findet er dann, dass bei gleicher magnetisirender Kraft die temporären Momente den Quadratwurzeln aus den Stabdurchmessern proportional seien.

Dieser Satz folgt auch, wie wir sahen, aus den von Müller an einer Anzahl von Stäben angestellten Versuchen, denn die aus diesen abgeleitete Formel ergab für das magnetische Moment m, so lange es der magnetisirenden Kraft p proportional gesetzt werden kann,

$$m = \frac{1}{c} \cdot p \cdot \sqrt{d}.$$

Die Formel war aus Beobachtungen an Stäben zwischen 9^{mm} und 44^{mm} Dicke abgeleitet, also Stäbe, deren Dicke bis zum Fünffachen zunahm. Es waren allerdings auch hier die Stäbe alle in dieselbe Spirale eingelegt; da indess die Stäbe an beiden Seiten 15^{mm} hervorragten, so war der Einfluss der Weite der Spirale hier bedeutend kleiner.

Dub hat endlich durch directe Versuche dieses Gesetz nachzuweisen versucht [1]), indem er theils Spiralen anwandte, welche die Stäbe enge umschlossen, theils sehr lange Stäbe nahm, so dass der störende Einfluss der verschiedenen Spiralweite gegen das magnetische Moment der Stäbe nur klein war. Die Versuche waren im Uebrigen wie die von Müller angestellt.

So erhielt Dub unter andern folgende Werthe des magnetischen Moments m, bei Stäben von 14,2 Cent. Länge und 28,4 Cent. Länge, während die Weite der Spirale 5,4 Cent. betrug.

Stablänge 14,2 Cent.			Stablänge 28,4 Cent.		
Stabdicke	m	$c \cdot \frac{m}{\sqrt{d}}$	Stabdicke	m	$c \cdot \frac{m}{\sqrt{d}}$
$13,5^{mm}$	0,0962	68	$13,5^{mm}$	0,33	24
20,25	0,114	66	20,25	0,41	24
27,0	0,15	72	27,0	0,49	24,5
40,5	0,2	81	40,5	0,63	26
54,0	0,27	95	54,0	0,77	27.

Die letzte Columne in beiden Tabellen lässt das von Dub nachzuweisende Gesetz schon erkennen, indess weichen die Quotienten $\frac{m}{\sqrt{d}}$ noch ziemlich von der Gleichheit ab, was seinen Grund in demselben Umstande, wie in der ersten Versuchsreihe von Lenz und Jacobi hat. In den folgenden beiden Versuchsreihen wurden in der ersten den Kern eng umschliessende Spiralen, in der zweiten Kerne von circa 97,5 Cent. Länge angewandt.

Stablänge 28,4 Cent.			Stablänge 97,5 Cent.		
d	m	$c \cdot \frac{m}{\sqrt{d}}$	d	m	$c \cdot \frac{m}{\sqrt{d}}$
27^{mm}	0,6693	473	27^{mm}	0,03404	3404
54	0,9535	478	54	0,04388	3102
			108	0,0742	3710
			162	0,0890	3630.

Diese beiden Reihen lassen allerdings recht gut das von Müller aufgestellte Gesetz über den Einfluss der Stabdicke erkennen. Indess wird man diesem Gesetze doch wohl nicht viel mehr als den Werth einer empirischen Formel zugestehen können, da bei den Versuchen, aus denen sie

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. XC, XCIV, CIV u. CXV. Elektromagnetismus p. 204 ff.

abgeleitet sind, keineswegs die magnetisirende Kraft an allen Stellen der Stäbe dieselbe war [1]).

Ueber die Abhängigkeit des temporären Momentes von der Länge der Cylinder bei gleichem Durchmesser haben ebenfalls Lenz und Jacobi [2]) Versuche angestellt; das Verfahren war das vorhin angegebene, die Stäbe waren ihrer ganzen Länge nach mit Spiralen umwunden, so dass mit grosser Annäherung angenommen werden kann, dass die magnetisirende Kraft für alle Theile der Stäbe dieselbe war; die gesammte magnetisirende Kraft war also der Länge der Stäbe proportional. Folgende Tabelle enthält die beobachteten Momente, jenes des kürzesten Stabes gleich 100 gesetzt.

Stablänge l	Moment M	$\frac{M}{l}$	$c \cdot \frac{M}{l^2}$	$c \cdot \frac{M}{l^2 \sqrt{l}}$
32,5 Cent.	100	100	100	100
48,75 „	285	190	127	103
65,0 „	572	286	143	101
81,25 „	970	388	155	98,1
97,5 „	1500	500	1[illegible]6	96,1
113,75 „	2031	580	165	88,6
138,0 „	2724	681	170	85,2.

Man sieht also, dass unter diesen Umständen das magnetische Moment des Stabes ganz bedeutend zunimmt; aber auch, wenn die gesammte magnetisirende Kraft dieselbe, somit die auf gleiche Länge der Stäbe wirkende magnetisirende Kraft der Länge der Stäbe umgekehrt proportional ist, nimmt das magnetische Moment der Stäbe mit der Länge derselben zu, wie sich aus der dritten Columne ergibt.

Die Momente M, welche durch eine der Stablänge proportionale gesammte magnetisirende Kraft oder eine für die Längeneinheit constante Kraft erregt werden, nehmen nach der vierten und fünften Columne etwas rascher als dem Quadrate, etwas langsamer als der Wurzel aus der fünften Potenz der Länge proportional zu.

Dieselben Resultate hat Wiedemann [3]) bei einigen Versuchen erhalten, bei welchen die magnetischen Momente durch die Ablenkung einer entfernten Magnetnadel bestimmt wurden.

l	M	$\frac{M}{l}$	$c \cdot \frac{M}{l^2}$	$c \cdot \frac{M}{l^2 \sqrt{l}}$
10 Cent.	100	100	100	100
20 „	545	272,5	136,5	96,5
30 „	1220	407	135,5	78,2
40 „	2300	575	144,0	91,9.

1) Man sehe *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 294. Poggendorff's Annalen. [illegible] CXVII.

2) *Lenz* und *Jacobi,* Poggend. Ann. Bd. LXI.

3) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 307. Poggend. Ann. Bd. CXVII.

Wie man sieht, wächst auch hier bei gleicher gesammter magnetisirender Kraft das Moment rascher als die Länge des Stabes, das Moment M rascher als l^2, langsamer als $l^{5/2}$.

Dub glaubt, dass das Moment M, also das Moment des Stabes, wenn die magnetisirende Kraft der Länge des Stabes proportional ist, in der That der Potenz $l^{5/2}$ genau proportional sei. Er schliesst das einmal aus den sofort zu besprechenden Versuchen über die Vertheilung des Magnetismus in Stäben, und besonders aus seiner experimentellen Bestätigung [1]) des Thomson'schen Satzes. Dieser Satz von Thomson, welchen Joule in einer Abhandlung über Elektromagnetismus [2]) mittheilt, lautet folgendermassen: „Aehnliche Stäbe verschiedener Dimensionen, ähnlich mit Drahtlängen bewickelt, welche den Quadraten der linearen Dimensionen proportional sind, und gleiche Ströme leiten, bewirken in Punkten, die zu ihnen ähnlich gelegen sind, gleiche Kräfte." Nehmen wir daher einmal einen Cylinder dessen Durchmesser und Länge wir als Einheit wählen, und bewickeln den seiner ganzen Länge nach, und ein anderesmal einen Cylinder, dessen Durchmesser und Länge die $n$fachen sind, und bewickeln denselben ebenfalls seiner ganzen Länge nach mit der gleichen Zahl von Windungen auf der Längeneinheit, im ganzen also mit der $n$fachen Zahl von Windungen so muss der letztere Magnet in der ersten oder zweiten Hauptlage eine kleine Magnetnadel in der $n$fachen Entfernung ebenso stark ablenken, wie der erstere in der einfachen Entfernung; oder lassen wir beide Magnete aus der gleichen Entfernung auf die Nadel wirken, so muss, vorausgesetzt dass die Entfernung hinreichend gross ist, das Drehungsmoment, welches der Magnet von $n$fachen Dimensionen der Nadel ertheilt, das n^3fache desjenigen sein, welches der Stab von einfachen Dimensionen der Nadel ertheilt.

Die Richtigkeit dieses Satzes ergibt sich unter andern aus folgender Versuchsreihe von Dub. Die Magnete wurden in der ersten Hauptlage (§. 8) einer Nadel in einer Entfernung von 62,77 Cent. gegenübergelegt, und die Ablenkungen α der Nadel beobachtet, wenn durch die, die Stäbe ganz bedeckenden Spiralen Ströme gleicher Stärke geführt werden.

Durchmesser der Stäbe	Längen der Stäbe	n	α	tang α	n^3	$\frac{1}{n^3}\cdot$ tang α
1,308 Cent.	10,46 Cent.	2	2° 20′	0,04075	8	509
1,962 „	15,69 „	3	7° 50′	0,1379	27	509
2,616 „	20,92 „	4	18°	0,325	64	508
3,924 „	31,38 „	6	47° 40′	1,0977	216	508
5,232 „	41,84 „	8	69°	2,605	512	509.

Wie man sieht, sind die Tangenten der Ablenkungswinkel sehr genau der dritten Potenz der homologen Dimensionen proportional, diese Tan-

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXX.
2) *Joule*, Philosophical Transactions (London) for 1856. part. I. p. 287.

genten sind aber das Maass des der Nadel durch die Magnete ertheilten Drehungsmomentes. Wie wir nun §. 8 gezeigt haben, ist das der Nadel ertheilte Drehungsmoment direct dem magnetischen Momente des ablenkenden Magnetes proportional. Es folgt demnach als eine andere Form des Thomson'schen Satzes, dass bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Stäben die magnetischen Momente bei gleicher Stromstärke den dritten Potenzen der homologen Dimensionen proportional sind. Nach dem Dub'schen Satze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Stabdicke soll nun das magnetische Moment der Quadratwurzel aus der Stabdicke proportional sein, es muss demnach, wenn der Thomson'sche Satz bestehen soll, das magnetische Moment des Stabes der $^5/_2$ Potenz der Länge proportional sein. So weit demnach der erstere Satz von Dub Gültigkeit hat, ist auch nach diesen Versuchen der zweite gültig, dass die magnetischen Momente von Stäben verschiedener Länge, auf welche eine der Länge proportionale magnetisirende Kraft wirkt, der $^5/_2$ Potenz der Länge proportional sind. Hierbei wird allerdings vorausgesetzt, dass in den Stäben gleichzeitig beide Dimensionen in demselben Verhältnisse geändert werden, es folgt daraus noch nicht, dass die einzelnen Gesetze gelten, wenn nur die eine geändert wird.

Um deshalb die Richtigkeit dieser beiden einzelnen Gesetze zu prüfen, hat Dub an seine Bestätigung des Thomson'schen Satzes eine Untersuchung der Abhängigkeit des magnetischen Moments von der Stablänge allein angeschlossen und einzelne neue Versuche über den Einfluss der Dicke bei gleicher Länge angestellt. Die Versuche wurden in derselben Weise wie die eben besprochenen ausgeführt, die magnetischen Momente durch die Ablenkung einer Magnetnadel in der ersten Hauptlage gemessen. Folgende Versuchsreihe zeigt, dass das Gesetz der Längen durch die Beobachtungen bestätigt wird. Die Magnete befanden sich in einer Entfernung von 282,5 Cent. von einem magnetisirten Spiegel, die Tangenten der Ablenkung wurden durch Beobachtung mit Fernrohr und Scala erhalten.

Stablänge	n	tang α	$n^2 \sqrt{n}$	$\frac{1}{n^2 \sqrt{n}} \cdot \text{tang}\,\alpha$
10,46 Cent.	2	1,1	5,656	194
15,69 „	3	3	15,6	192
23,53 „	4,5	8,25	42,9	192
31,38 „	6	16,5	86	192
47,06 „	9	45	243	185
62,76 „	12	96	499	192
94,14 „	18	267	1375	194
125,52 „	24	545	2822	193.

Für das Gesetz der Durchmesser gibt Dub unter andern folgende Zahlen, die Kerne waren ihrer ganzen Länge nach bewickelt, die Länge derselben war 31,38 Cent.

Stabdicke	tang α	$W . \sqrt{d}$	$\frac{\text{tang } \alpha}{W . \sqrt{d}}$
1,308 Cent.	29	451	643
2,616 „	42	660	644
3,924 „	50,25	785	641
5,232 „	60	933	643
7,848 „	79,25	1230	641.

Die Columne $W . \sqrt{d}$ enthält die Producte aus der stets gleichen magnetisirenden Kraft der Spiralen und den Quadratwurzeln aus den Kerndurchmessern.

Wenn andere Beobachter diese Gesetze nicht genau bestätigt finden, so soll nach Dub der Grund dieser Abweichung daran liegen, dass bei den Magneten verschiedener Dimensionen je nach ihren Dimensionen früher oder später der von ihm als Sättigung bezeichnete Zustand eintritt. Wie wir im vorigen Paragraphen erwähnten, nimmt Dub an, dass bis zu einem gewissen Werthe des magnetischen Momentes dasselbe der magnetisirenden Kraft proportional wächst, von da ab aber langsamer als letztere. Den Werth des Momentes, von welchem ab das Moment langsamer wächst als die magnetisirende Kraft, nennt Dub den Zustand der beginnenden Sättigung.

Auch in Bezug auf die Abhängigkeit des Eintretens der Sättigung von den Dimensionen der Stäbe gelangt Dub zu ähnlichen einfachen Gesetzen, welche er folgendermassen zusammenstellt [1]).

1) Bei gleicher Länge und ähnlicher Bewicklung der Magnetkerne ist die Stromstärke, bei welcher der Sättigungszustand auftritt, der $^3/_2$ Potenz der Durchmesser proportional.

2) Bei gleichem Durchmesser und derselben auf der ganzen Länge der Kerne proportional verbreiteten Windungszahl der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der Quadratwurzel aus den Stablängen umgekehrt proportional.

3) Bei gleichem Durchmesser und einer der Länge des Stabes proportionalen Windungszahl und Länge der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der $^3/_2$ Potenz der Längen umgekehrt proportional.

Aus dem ersten und dritten Satze ergibt sich dann, dass die Sättigung bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Kernen immer bei derselben Stromstärke eintritt.

Dieser letztere Satz lässt erkennen, dass der Satz von Thomson ganz allgemeine Gültigkeit hat, während die Sätze von Dub über die Abhängigkeit der magnetischen Momente der Stäbe verschiedener Dimensionen von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke jedes für sich genommen nur beschränkte Gültigkeit haben.

---

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Alle diese Untersuchungen beziehen sich auf cylindrische Stäbe, über anders geformte liegen keine Untersuchungen vor.

An die Untersuchung der Abhängigkeit des gesammten magnetischen Moments eines Stabes von seiner Dicke und Länge schliesst sich diejenige über die Magnetismen der einzelnen Theile. Im ersten Abschnitte dieses Theiles haben wir gesehen, dass nach den Versuchen von Coulomb die innern Schichten eines Stabes nicht so stark magnetisch werden als die äussern, dass also der Magnetismus bei gegebenen magnetisirenden Kräften dickere Stäbe ihrer Dicke nach nicht so vollständig magnetisire als dünnere. Daraus ergab sich die Regel, zur Herstellung kräftiger Magnete nach einer der dort angeführten Methoden Bündel kleinerer Magnete zu wählen.

Mit Hülfe der Magnetisirungsspiralen hat nun Feilitzsch [1]) den directen Nachweis geliefert, dass bei einer gegebenen magnetisirenden Kraft der Magnetismus nur bis zu einer gewissen Tiefe in das Innere von Eisenstäben eindringt, dass aber die Tiefe um so grösser ist, je grösser die magnetisirende Kraft ist. Feilitzsch wandte zu dem Ende hohle Eisenröhren an, welche in einander eingeschoben werden konnten; die Röhren hatten alle eine gleiche Länge von 102^{mm} und eine Wanddicke von $0{,}53^{mm}$. Der Durchmesser der äussersten Röhre betrug 31^{mm}, der der zweiten etwas mehr als 29^{mm}, der der dritten etwas mehr als 27^{mm} u. s. f., bis der Durchmesser der dünnsten Röhre, der siebenten, circa 19^{mm} betrug.

Diese Röhren wurden einzeln oder mehrere in einander in eine Spirale von derselben Länge und 346 Windungen Kupferdraht von $1{,}75^{mm}$ Dicke eingelegt. Die magnetischen Momente der Röhren wurden dadurch bestimmt, dass die Ablenkung, welche sie einer Magnetnadel ertheilten, durch die Wirkung eines Magnets von bekanntem Moment compensirt wurde. Aus dem für die Compensation erforderlichen Abstande des letzteren Magnets ergab sich dann sofort das Moment der magnetisirten Röhren.

Feilitzsch verglich nun zunächst das Verhalten einer solchen Röhre mit einem massiven Eisenkern von demselben Durchmesser, und es fand sich, dass bei schwachen Strömen das magnetische Moment in beiden von gleicher Grösse war. Bei stärkeren Strömen zeigte sich jedoch das Moment des massiven Stabes grösser, woraus folgte, dass auch die inneren Schichten des Stabes bei grösserer magnetisirender Kraft magnetisirt wurden.

Um nun die Tiefe zu bestimmen, bis zu welcher die Magnetisirung eindrang, wurde zunächst die weiteste Röhre in die Spirale geschoben und ihr Moment gemessen, dann in die weitere Röhre die nächst engere und wieder das magnetische Moment bestimmt. Die Differenz des zweiten und ersten Momentes ergab dann das magnetische Moment der engeren Röhre; dann wurde eine dritte Röhre eingelegt und so fort, so lange noch durch Einlegen der Röhre eine Vermehrung des Momentes eintrat. Der jedes-

---

1) *von Feilitzsch*, Poggend. Ann. Bd. LXXX.

malige Zuwachs des Momentes nach dem Einlegen eines engeren Cylinders gab dann das Moment dieses Cylinders.

Die Resultate einer Anzahl Versuche enthält folgende Tabelle; die Stromstärken sind in absolutem elektromagnetischen Maasse und die magnetischen Momente ebenfalls in absolutem Maasse gegeben.

Stromstärke	Gleichzeitig eingeschobene Cylinder	Gesammtes magn. Moment	Moment der einzelnen Cylinder
0,790	1	1,748	1 = 1,748
	1, 2	1,874	2 = 0,126
	1, 2, 3	1,913	3 = 0,039
1,212	1	2,639	1 = 2,639
	1, 2	2,911	2 = 0,272
	1, 2, 3	2,971	3 = 0,060
2,975	1	4,742	1 = 4,742
	1, 2	6,604	2 = 1,961
	1, 2, 3	7,024	3 = 0,420
	1, 2, 3, 4	7,199	4 = 0,175
5,150	1	5,690	1 = 5,690
	1, 2	9,613	2 = 3,928
	1, 2, 3	11,823	3 = 2,210
	1, 2, 3, 4	12,432	4 = 0,690
	1, 2, 3, 4, 5	12,751	5 = 0,319
8,510	1	6,374	1 = 6,374
	1, 2	11,413	2 = 5,066
	1, 2, 3	15,500	3 = 4,087
	1, 2, 3, 4	18,453	4 = 2,935
	1, 2, 3, 4, 5	20,019	5 = 1,566
	1, 2, 3, 4, 5, 6	20,800	6 = 0,781
	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	21,135	7 = 0,335

Es ergibt sich aus diesen Versuchen ganz unzweideutig, dass bei schwächeren magnetisirenden Kräften nur die oberflächlichen Schichten magnetisirt werden und erst bei stärkeren die tieferen Schichten. Zugleich aber folgt daraus, dass der Magnetismus auf dem Querschnitte des Magnets sehr ungleich vertheilt ist, dass derselbe von aussen nach innen sehr rasch an Stärke abnimmt.

Dasselbe Resultat enthalten eine Anzahl Versuche vom Kolkes, der an dem grossen Plücker'schen Magnete die Gewichte bestimmte, welche nothwendig waren, um ein zugespitztes Eisenstäbchen von der Polfläche

an verschiedenen Punkten abzureissen [1]. Die Gewichte waren am Rande am grössten, in der Nähe der Mitte der Polfläche am kleinsten. Die Versuche vom Kolkes bestimmen den freien Magnetismus der Endfläche, derselbe ist aber dem magnetischen Momente der betreffenden Schichten proportional zu setzen.

Für die Vertheilung des Magnetismus nach der Länge der Stäbe haben wir früher aus den Versuchen Coulomb's abgeleitet, dass der freie Magnetismus irgend eines Querschnittes, welcher um x von der Mitte des Magnets, von der Länge $2\,l$, entfernt ist, durch die Gleichung gegeben ist (§. 9)

$$y = c\,(m^{-x} - m^{x}),$$

worin C und m zwei Constanten sind. Der freie Magnetismus wurde durch die Anziehung gemessen, welche der betreffende Querschnitt des Magnets auf einen mit ihm in gleicher Höhe befindlichen Magnetpol ausübt.

Aus der Vertheilung des freien Magnetismus konnten wir nach van Rees die Menge des in jedem Querschnitte erregten Magnetismus, d. h. das magnetische Moment jedes Querschnittes berechnen; für dasselbe ergab sich die Gleichung einer Kettenlinie, d. h. wurde auf der Länge des Magnetstabes als Abscissenaxe das jedem Querschnitte entsprechende Moment als Ordinate construirt, so lagen die Endpunkte der Ordinaten auf einer Kettenlinie, welche ihre concave Seite der Abscissenaxe zuwandte. Wir erhielten die Gleichung

$$z = a + b\,(m^{x} + m^{-x}),$$

wo z das magnetische Moment eines um x von der Mitte des Stabes entfernten Querschnittes bedeutet.

Dieselbe Gleichung drückt, wie van Rees [2]) aus den Beobachtungen von Lenz und Jacobi [3]) abgeleitet hat, das magnetische Moment verschiedener Querschnitte von Elektromagneten aus.

Die beiden Petersburger Physiker bestimmten das magnetische Moment der verschiedenen Querschnitte von Eisenstäben in folgender Weise. Eine hohle aufgeschlitzte Messingröhre von 1,296 Meter Länge wurde in verschiedenen Absätzen mit einer Spirale umwunden, so dass man durch verschiedene Stücke oder durch die ganze Spirale einen Strom gehen lassen konnte. In die Röhre wurden die zu untersuchenden Stäbe von 0,325, 0,487, 0,65 .... bis 1,296 Meter Länge eingelegt, und jedesmal durch den Theil der Spiralen, welcher die Stäbe umgab, der Strom geführt.

Auf der Magnetisirungsspirale wurde dann eine 27^{mm} breite Inductionsspirale verschoben; befand sich dieselbe über irgend einem Theil des magnetisirten Stabes, so darf man mit grosser Annäherung den beim Verschwinden des Magnetismus in der kleinen Spirale inducirten Strom dem

1) *vom Kolke*, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.
2) *van Rees*, Poggend. Ann. Bd. LXX.
3) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

magnetischen Momente des Querschnittes proportional setzen, welcher gerade in der Mitte der Inductionsspirale sich befindet. Indem man nun den Inductionsstrom beobachtete, wenn die Spirale nach und nach über verschiedenen Querschnitten der Magnete sich befand, erhielt man die magnetischen Momente derselben [1]). Folgende Tabelle enthält eine Anzahl Beobachtungen verglichen mit der Berechnung von van Rees. Die Abstände der untersuchten Querschnitte sind von der Mitte an gerechnet, und die Einheit derselben ist $13{,}5^{mm}$.

Abstand von der Mitte $= x$	Magnetisches Moment m beobachtet	Magnetisches Moment m berechnet	Abstand von der Mitte $= x$	Magnetisches Moment m beobachtet	Magnetisches Moment m berechnet
Länge des Stabes 32,5 Cent.			Länge des Stabes 97,5 Cent.		
0	7171	7125	0	36785	36974
3	6867	6860	3	36677	36965
5	6322	6369	7	36081	36054
7	5528	5556	11	34966	34666
9	4416	4365	15	32804	32584
11	2530	2676	19	29626	29682
Länge des Stabes 65 Cent.			23	25685	25854
0	20811	20711	27	20820	20876
3	20608	20504	31	14637	14579
7	19412	19495	35	6192	6598
11	17470	17602	Länge des Stabes 129,6 Cent.		
15	14706	14692	0	52690	52602
17	12717	12790	3	52596	52592
19	10559	10546	7	52051	51851
21	7997	7911	11	50503	50579
23	4557	4868	15	49014	49074
			19	46793	46846
			23	43968	43987
			27	40275	40430
			31	36108	36088
			35	30902	30857
			39	24756	24706
			43	17078	17186
			47	6886	8556

1) In ähnlicher Weise, nämlich durch Abziehen einer schmalen Inductionsspirale von den verschiedenen Punkten eines Stahlmagnetes hat *van Rees* (Poggend. Ann. Bd. LXXIV) die § 9 erwähnten Versuche über die Vertheilung des Magnetismus in permanenten Magneten ausgeführt. Wie im nächsten Kapitel hervortreten wird, ist der Inductionsstrom, welcher in der Spirale entsteht, wenn dieselbe von einer Stelle des Magnets über das nächste Ende rasch abgezogen wird, dem unter der Spirale in der Anfangsstellung vorhandenen magnetischen Moment gerade so proportional, wie wenn der Magnetismus unter der Spirale plötzlich verschwindet.

Die als berechnet angeführten Werthe von m sind nach der Formel von van Rees berechnet, indem zunächst die Constanten a, b, m aus den Beobachtungen bestimmt wurden. Die direct aus der Beobachtung und Rechnung sich ergebenden Zahlen sind in unserer Tabelle mit 10000 multiplicirt.

Wie man sieht, stimmen die von van Rees nach seiner Formel berechneten Werthe der magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte so vollständig mit dem beobachteten überein, dass man in der That zu dem Schlusse berechtigt ist, dass die Gleichung der Kettenlinie die Vertheilung des Magnetismus in Stäben ausdrückt. Für die Vertheilung des freien Magnetismus ergibt sich dann rückwärts die Gleichung von Biot, aus welcher van Rees die Gleichung der Kettenlinie für die Vertheilung des erregten Magnetismus abgeleitet hat.

Dub leitet aus den Beobachtungen von Lenz und Jacobi andere Schlüsse ab [1]; er schliesst daraus, dass der in jedem Querschnitte erregte Magnetismus, wenn der ganze Stab mit einer Magnetisirungsspirale bedeckt ist, der Quadratwurzel aus der Entfernung dieses Querschnittes von dem nächsten Ende des Magnets proportional ist. Ist also l die halbe Länge des Magnets und x der Abstand des betrachteten Querschnitts von der Mitte, so soll

$$m = c \,.\, \sqrt{l - x}; \quad m^2 = c\,(l - x).$$

Demnach würden die Endpunkte der Ordinaten, welche, auf der Länge des Magnets als Abscissenaxe construirt, die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte darstellen, auf zwei Parabeln liegen, deren Scheitelpunkte in den Enden des Magnets liegen, und welche über der Mitte, dort, wo das Moment am grössten ist, sich scheiden. Die magnetischen Momente werden also überhaupt nicht durch eine Curve, sondern durch zwei dargestellt, indem jene Gleichung für jede Hälfte des Magnets, nicht für den ganzen Magnet gilt. Die nach dieser Formel berechneten Werthe stimmen in der That ziemlich gut mit den beobachteten überein, wie folgende kleine Tabelle zeigt, in welcher wir die nach Dub und van Rees berechneten mit den am längsten Magnet beobachteten zusammenstellen.

Abstand von der Mitte $= x$	m beobachtet	nach Dub	nach v. Rees
0	52690	57109	52602
7	52051	52659	51811
15	49014	44613	49074
23	43968	41120	43987
31	36108	33707	36088
39	24756	24672	24706
43	17078	18389	17186
47	6886	8224	8556

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CIV u. CXV. Elektromagnetismus p. 250 ff.

Sind auch die Abweichungen zwischen den Rechnungen von Dub und den Beobachtungen nicht zu bedeutend, so sprechen doch zwei Gründe dagegen, an der Stelle der Rees'schen Gleichung jene von Dub als das Gesetz der Vertheilung des Magnetismus in Stäben zu betrachten, auch abgesehen davon, dass die Gleichung von van Rees sich den Beobachtungen doch noch besser anschliesst. Zunächst nämlich verfolgen die Abweichungen der nach Dub berechneten Werthe einen regelmässigen Gang; für kleine x und für grosse x sind Dub's Werthe grösser, für mittlere dagegen sind sie kleiner als die Beobachtungen. Die Curven von Dub schneiden also die beobachteten in vier Punkten, so dass sie nur als eine erste Annäherung an diese Beobachtungen, die einzigen, welche bis jetzt vorliegen, betrachtet werden können. Zweitens aber fordert das Gesetz von Dub zwei über der Mitte des Magnets sich schneidende Curven, so dass also die magnetischen Momente in der Mitte eine Unterbrechung der Stetigkeit zeigen würden, was schwerlich mit der wahren Vertheilung übereinstimmt[1]).

Für den freien Magnetismus der verschiedenen Querschnitte stellt Dub den Satz auf[2]), dass derselbe proportional sei der Differenz zwischen dem in der Mitte des Stabes und dem an der betreffenden Stelle erregten Magnetismus, es soll derselbe also an der um x von der Mitte entfernten Stelle sein

$$f = c \,.\, (\sqrt{l} - \sqrt{l - x}),$$

woraus sich dann der Satz ergeben würde, dass die Summe des in einem Querschnitte erregten und freien Magnetismus constant und gleich dem in der Mitte des Stabes erregten Magnetismus sein würde, denn

$$f + m = c \,.\, \sqrt{l} = m_0.$$

Für den in der Mitte eines Stabes erregten Magnetismus m_0 würde also weiter folgen, dass er der Quadratwurzel aus der Stablänge direct proportional wäre, vorausgesetzt, dass auf die verschiedenen Stäbe gleiche magnetisirende Kräfte wirken.

Auch diese Gesetze, welche Dub theils an den Versuchen von Lenz

1) Gegen diese, auch von Wiedemann ausgesprochene Ansicht, welche auch für die folgenden Sätze und für den Satz gilt, dass der freie Magnetismus auf Stäben verschiedener Länge der Quadratwurzel aus der Länge der Stäbe proportional sei, hat Dub, Poggend. Ann. Bd. CXV protestirt, und geglaubt, in diesen Sätzen die wahren Gesetze der magnetischen Vertheilung in Stäben sehen zu können. Es ist natürlich hier nicht der Ort, auf die Polemik zwischen Wiedemann und Dub (Poggend. Ann. Bd. CXVII, Bd. CXVIII, Bd. CXX, Bd. CXXXIII) einzugehen; nur will ich hervorheben, dass nach den vorhin gemachten Bemerkungen bei Gelegenheit von Dub's Versuchen über das Eintreten der Sättigung, Dub's Sätze über die Abhängigkeit der magnetischen Momente von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke nur beschränkte Gültigkeit haben, und schon dadurch den Charakter empirischer Gesetze tragen.

2) *Dub,* Poggend. Ann. Bd. CVI. Elektromagnetismus p. 270 ff.

und Jacobi, theils an eigenen nachweist, scheinen nicht geeignet, als die wirklichen Gesetze der Vertheilung zu gelten. Denn das Gesetz der Vertheilung des freien Magnetismus stimmt nicht mit dem Gesetze der Vertheilung der magnetischen Momente überein. Wie nämlich aus der Gleichung von Biot die Formel von van Rees sich ableiten lässt, so folgt aus Dub's Gleichung für f

$$f + m = \text{const.}$$

auch eine ganz bestimmte Vertheilung des magnetischen Moments m in dem Stabe.

Ist nämlich dm der Zuwachs des magnetischen Moments, wenn wir von einem um x von der Mitte entfernten Molekularmagnet zum nächstfolgenden übergehen, und dx die Länge der Molekularmagnete, so erhalten wir nach §. 9 für den freien Magnetismus f

$$f = a \cdot \frac{dm}{dx};$$

die Gleichung für f wird darnach

$$a \cdot \frac{dm}{dx} + m = m_0.$$

Daraus folgt aber, wie die Integralrechnung lehrt, für m

$$m = C \cdot e^{-\frac{x}{a}} + m_0,$$

also

$$\log (m_0 - m) = \frac{x}{a} \cdot \log e - C.$$

Es würden also die magnetischen Momente nicht einer Parabel, sondern einer logarithmischen Curve entsprechen. Die beiden für den freien Magnetismus und für die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte aufgestellten Gesetze stimmen also nicht mit einander überein.

§. 105.

Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete. Als die erste Aeusserung des Magnetismus erkannten wir im ersten Abschnitte dieses Theiles die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und festzuhalten. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichneten wir als die Tragkraft der Magnete.

Bei der Untersuchung, ob wir dieses Gewicht als ein Maass des an der Stelle, welche das Gewicht trägt, vorhandenen freien Magnetismus ansehen könnten, zeigten wir, dass, wenn man die Tragkraft als Maass des Magnetismus betrachten wolle, man den Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müsse, behaupteten aber zugleich, dass auch dadurch ein genaues Maass des Magnetismus nicht erreicht werden könne, da die Tragkraft wesentlich abhängig sei von der Form und den Dimensionen der angelegten Körper. Daraus ergibt sich dann noch ein

weiterer Grund dafür, dass die Tragkraft nicht in einer einfachen Beziehung zu dem Magnetismus stehen kann, auch wenn man immer denselben Anker anwendet. Bei dem Abreissen des Ankers reisst nämlich niemals zugleich die ganze Fläche ab, sondern es wird sich dieselbe immer zuerst an einer Stelle losreissen und dann noch an einer anderen haften, dadurch ist aber die Form der angelegten Fläche und damit die Kraft, mit welcher sie festgehalten wird, geändert.

Letzterer Umstand fällt fort, wenn man den Anker nicht mit dem Magnete in Berührung bringt, sondern nur die Kraft beobachtet, mit welcher derselbe aus einiger Entfernung angezogen wird. Man bezeichnet diese Kraft zum Unterschiede von der Tragkraft als die Anziehung der Elektromagnete; die Anziehung wird daher bei Anwendung desselben Ankers dem Quadrate des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus proportional sein, und somit bei Anwendung desselben Ankers als Maass des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus dienen können, wenigstens dann, wenn man den Magnetismus der Endflächen dadurch bestimmen will.

Diese Beziehungen zwischen Anziehung, Tragkraft und Stärke des Magnetismus lassen sicht leicht mit Hülfe der Elektromagnete nachweisen, da wir die Stärke des Magnetismus dort nach der Grösse der magnetisirenden Kraft bestimmen können. Wenden wir nicht zu kleine Eisenmassen an, so können wir das magnetische Moment, und mit diesem den an den Enden vorhandenen freien Magnetismus der Stäbe der magnetisirenden Kraft, oder bei Anwendung derselben Spirale einfach der Stromstärke proportional setzen. Nähert man nun dem Ende des Magnets einen Stab weichen Eisens bis auf eine geringe Entfernung, die aber bei allen Versuchen dieselbe sein muss, so muss die Anziehung dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Die ersten Versuche, welche diesen Satz für stabförmige Elektromagnete bestätigen, rühren von Lenz und Jacobi[1]) her. Die Elektromagnete wurden unter dem Ende eines gewöhnlichen Wagbalkens vertical aufgestellt und an den Wagbalken ein Stab weichen Eisens, oder nach Umständen auch ein anderer Elektromagnet aufgehängt und durch Gewichte auf der am anderen Ende des Wagbalkens hängenden Schale das Gleichgewicht hergestellt. Der Abstand der Endflächen des Magnets und des Eisenstabes betrug dann circa 3^{mm} und derselbe wurde auch nach Erregung des Magnetismus dadurch erhalten, dass zwischen die beiden Endflächen eine Holzscheibe von der angegebenen Dicke eingeschoben wurde. Nach Erregung des Magnetismus wurde dann durch Zulegen von Gewichten auf der Wagschale der am Wagbalken befestigte Stab von dem Magnet losgerissen; das Gewicht, bei

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. p. 401.

welchem die Trennung eintrat, war dann gleich der Kraft, mit welcher der Eisenstab von dem Magnet angezogen wird.

Folgende Tabelle enthält die Resultate zweier Versuchsreihen; die Stromstärke wurde an einer Tangentenbussole gemessen, die als berechnet angegebene Anziehung wurde erhalten, indem das Quadrat der Tangente der in der ersten Columne angegebenen Ablenkung mit einem constanten, für jeden Magnetstab aber verschiedenen Factor multiplicirt wurde.

Stromstärke	Anziehung		Stromstärke	Anziehung	
	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet
Länge des Magnets 21,6 Cent. Dicke 4 Cent. Länge des Ank. 5,4 Cent.			Länge des Magnets und Ankers 14,8 Cent. Dicke „ „ „ „ 13,5mm		
19° 4′	13,16	13,75	15° 52′	1,46	1,64
19 6	13,32	14,03	16 2	1,46	1,67
28 48	32,45	33,44	28 52	5,65	6,16
33 8	44,13	43,05	29 2	5,81	6,42
36 27	57,45	57,51	37 42	11,49	12,10
42 26	89,10	90,34	46 37	21,16	22,68
50 35	154,10	153,1	52 44	33,81	34,99
50 48	159,20	160,2	55 30	42,97	42,89

Dasselbe Gesetz zeigte sich gültig, als sowohl der untere als der obere Stab durch denselben Strom magnetisirt wurden, nur war dann die Anziehung bei gleicher Stromstärke ungefähr viermal stärker, als wenn nur der eine Stab magnetisirt wurde.

Auch Dub[1]) hat durch seine Versuche dieses Gesetz bestätigt und den Satz zugleich über die Anziehung, welche Hufeisen auf Anker ausüben, ausgedehnt[2]). Er wählte bei diesen Versuchen genau cylinderförmige Anker, welche ein auf die Pole des Hufeisens gelegtes starkes Papierblatt in einer geraden Linie berührten; die Anker wurden wie bei den Versuchen von Lenz und Jacobi an dem Ende eines Wagbalkens befestigt und durch an

1) *Dub,* Elektromagnetismus p. 123.

2) *Dub,* Elektromagnetismus p. 131. Dub nimmt bei seinen Untersuchungen über die Vertheilung des Magnetismus in den Magneten dieses Gesetz nicht nur für die Endflächen, sondern auch für die Seitenflächen an, und gelangt dadurch zu den im vorigen Paragraph mitgetheilten Sätzen über die Vertheilung des Magnetismus. *Wiedemann* bemerkt dagegen (Galvanismus Bd. II. §. 347), dass dieses wohl nicht gestattet sei, da an den Seitenflächen der Einfluss der Anker ein anderer sei als an den Endflächen; es werden dort durch den Einfluss des angelegten Ankers die Moleküle gegen die Axe des Magnets dem Anker zugeneigt, und deshalb der Magnetismus mehr verstärkt als an den Endflächen. Es scheint mir nicht, als wenn Dub diesen Einwand genügend widerlegt hätte. (Siehe Anm. 1. S. 792).

dem anderen Ende des Wagbalkens auf eine Wagschale gelegte Gewichte abgerissen.

Folgende Tabelle enthält einige von Dub's Versuchen.

Stromstärke	Anziehung bei Hufeisen, deren Schenkellänge betrug			
	31,5 Cent.	24,3 Cent.	14,2 Cent.	10,8 Cent.
1	1,3	0,6	0,4	0,15
2	5	2,6	1,4	0,65
3	13	6	3,7	1,7
4	20,5	9,6	6,8	2,9
5	32	14,6	10,4	4,4
6	45	22	16	7
7	—	31,5	21	9
8	—	40,2	26	12

Wie man sieht, verhalten sich in allen vier Reihen die beobachteten Gewichte wie die Quadrate der natürlichen Zahlen, welchen letzteren die Stromstärken proportional waren.

Die Anziehung zwischen Magnet und Anker nimmt ab, wenn der Abstand des Ankers vom Magnete wächst. Nach Versuchen von Tyndall sollte von einer gewissen Entfernung an die Anziehung dem Abstande des Ankers von dem Magnete einfach umgekehrt proportional sein[1]). Nach den Versuchen von Dub kann man dagegen diesen Satz nicht als allgemeines Gesetz hinstellen, da das Gesetz der Abnahme der Anziehung wesentlich von der Grösse der Anker abhängig ist. Folgende Versuchsresultate von Dub[2]) zeigen dieses unzweideutig. Die Entfernungen der Endflächen von Magnet und Anker wurden mit einer sphärometerähnlichen Einrichtung gemessen. Die Einheit der Entfernung ist 0,15 Millimeter.

Entfernung von der Endfläche	Anziehung von Ankern, deren Dicke betrug			
	27^{mm}	20,25^{mm}	13,5^{mm}	10,12^{mm}
1	1,1	1,25	1,4	1,6
2	0,9	0,9	0,92	0,95
3	0,71	0,77	0,65	0,65
4	0,6	0,65	0,48	0,45
8	0,38	0,36	0,23	0,194
16	0,19	0,16	0,11	0,08
32	0,08	0,063	0,05	0,032

Wie man sieht, ist das Gesetz der Abnahme für die vier Anker ein ganz verschiedenes, die dickeren Anker werden bei geringerer Entfernung schwächer, bei grösserer stärker angezogen als die dünneren, und bei einer

1) *Tyndall,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

2) *Dub,* Poggend. Ann. Bd. LXXX. Elektromagnetismus p. 126.

gewissen, kleinen Entfernung werden alle Anker mit gleicher Stärke angezogen.

Wir haben die Reihe von Dub hier zugleich als Beleg für den Einfluss der Anker angeführt, indem sie deutlich zeigt, von wie grossem Einfluss bei derselben Entfernung die Dimensionen der Anker auf die Grösse der Anziehung sind. Es ergibt sich daraus auf das unzweideutigste, dass nur bei Anwendung desselben Magnetstabes und Ankers die Anziehung dem Quadrate des Magnetismus der Endfläche proportional gesetzt werden darf.

Ebenso wie die Dimensionen der Anker ist auch die Form der Endfläche des Magnets auf die Anziehung von Einfluss, so dass z. B. Magnete mit zugespitzten Enflächen bei sonst gleichem Querschnitte eine geringere Anziehung zeigen als nicht zugespitzte Magnete.

Betreffs der Tragkraft der Magnete lässt sich nach den Versuchen von Lenz und Jacobi[1]), Müller[2]) und Dub[3]) kein allgemeiner Satz aufstellen, welcher die Abhängigkeit der Tragkraft von der Stärke der Magnete ausdrückt. Aus den Versuchen von Dub ergiebt sich nur, dass die Tragkraft langsamer wächst als das Quadrat der Stromstärke, aber rascher als die Stromstärke selbst. Auch dann, wenn man zur Vermeidung des ungleichartigen Abreissens kugelförmige Anker anwendet, lässt sich kein weiteres Gesetz erkennen, wie unter andern folgende Beobachtungen von Dub zeigen:

Stromstärke	Tragkraft	
	Durchmesser der Kugel $40{,}5^{mm}$	Durchmesser der Kugel $20{,}25^{mm}$
1	0,3	0,09
2	0,7	0,21
3	1,25	0,45
4	1,6	0,65
6	2,8	0,95
8	4,6	1,5
12	7,4	2,6.

Aehnliches zeigt sich bei Anwendung anders geformter Anker, jedoch so, dass für jeden Anker die Tragkraft einen besonderen Werth hat.

Für die Tragkraft von Hufeisenmagneten, wenn dieselben durch einen Anker verbunden werden und dieser abgerissen wird, nahm man früher an[4]), dass dieselbe rascher zunehme als die Stromstärke oder die magne-

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

2) *Müller*, Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik p. 530. Poggend. Ann. Bd. CV.

3) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. LXXIV. Elektromagnetismus p. 133 ff.

4) Man sehe *Dub*, Elektromagnetismus p. 137 ff. *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. p. 402 ff.

tisirende Kraft. Waltenhofen hat indess gezeigt [1]), dass eine solche Zunahme der Tragkraft nur bei sehr geringen Stromstärken eintritt, dass mit steigender Stromstärke die Tragkraft sehr bald langsamer wächst als die Stromstärke und sich einem Maximum nähert, welches schon erreicht wird, wenn nach der Bezeichnung Dub's in dem nicht mit dem Anker versehenen Magnete die beginnende Sättigung noch nicht erreicht ist. Es ergibt sich das unter andern aus folgender Versuchsreihe an einem hufeifenförmig gebogenen Eisenstabe von 18,1 Cent. Länge und 1 Cent. Durchmesser.

Stromstärke s	Moment des ungeschlossenen Hufeisens p	$\frac{p}{s}$	Tragkraft T	$\frac{T}{s}$
16,29	3,01	0,194	1,97	0,121
28,11	5,57	0,198	4,17	0,148
35,29	6,79	0,192	4,92	0,139
89,35	17,78	0,199	10,27	0,115
130,01	24,85	0,191	11,37	0,087
246,53	51,39	0,208	14,42	0,058

Wie man sieht, nimmt schon von der zweiten Beobachtung die Tragkraft sehr viel langsamer zu als die Stromstärke.

Dieses Verhalten der Hufeisen hat denselben Grund, wie die Erscheinung, dass die Tragkraft eines geschlossenen Hufeisens weit grösser ist als die Summe der Tragkräfte der einzelnen Pole. Auf diese Erscheinung hat zuerst Magnus aufmerksam gemacht [2]), indem er zeigte, dass ein Hufeisenelektromagnet, welcher an jedem Pole für sich nur etwa ein Kilogramm tragen konnte, nach Anlegen des Ankers fast 70 Kilogramm trug. Der Grund dieser Erscheinung ergibt sich leicht, es ist derselbe, welcher bewirkt, dass in der Mitte eines Magnets das magnetische Moment bedeutend grösser ist als an den Enden. In einem solchen geschlossenen Hufeisenmagnete, dessen Anker selbst magnetisch wird, ist jeder Querschnitt an beiden Seiten von magnetischen Querschnitten umgeben, und zwar nach beiden Seiten von einer gleichen Zahl, da der Magnet vollständig geschlossen ist. Wie nun in der Mitte eines Stabes in Folge des Einwirkens der an beiden Seiten der Querschnitte liegenden Molekularmagnete das magnetische Moment grösser ist als an den Enden, so muss nach Anlegen des Ankers das Moment auch an den Enden der Schenkel zunehmen und nahezu gleich demjenigen der Mitte werden, da die Enden der Schenkel durch Anlegen des Ankers gewissermassen zur Mitte werden.

1) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie B. LXI.
2) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.

Es nimmt also an den Anlegestellen des Ankers in der That das magnetische Moment zu und mit demselben natürlich die Tragkraft, da die Tragkraft zweier sich berührender Flächen mit dem Magnetismus der Flächen zunimmt.

Mit der Zunahme der magnetischen Momente an den Enden der Schenkel muss das gesammte Moment des Hufeisens zunehmen, der freie Magnetismus dagegen abnehmen. Ersteres hat Poggendorff[1]) nachgewiesen, indem er nach der Methode von Lenz und Jacobi den Inductionsstrom beobachtete, welchen der entstehende Magnetismus eines Hufeisens erregte, als es keinen Anker trug und als es durch einen Anker geschlossen war. Er erhielt auf diese Weise folgende Werthe für die magnetischen Momente des Hufeisens.

Magnetisirende Kraft	Magnetisches Moment des offenen	geschlossenen
1	7,36	32,10
1,25	10,23	49,66
2,33	16,06	58,87

Dass der freie Magnetismus auf dem Elektromagnete sehr viel geringer ist als auf dem offenen, davon kann man sich sehr leicht überzeugen, indem man dem geschlossenen Magnete eine Magnetnadel nähert; die Schwingungsdauer wird nur wenig mehr geändert als bei der Annäherung an weiches Eisen[2]).

§. 106.

Magnetische Wirkung der Reibungselektricität. Im letzten Paragraph des zweiten Abschnitts haben wir erwähnt, dass auch der Entladungsschlag der Leydener Flasche, oder der Strom, welcher den einen elektrisirten Conductor ableitenden Draht durchfliesst, magnetische Wirkungen zeige. Nachdem wir nun in diesem Kapitel die magnetischen Wirkungen eines constanten Stromes kennen gelernt haben, ist es leicht, die magnetischen Wirkungen der Reibungselektricität zu charakterisiren und zu zeigen, in wie weit sie mit denen der constanten Ströme übereinstimmen, in wie weit nicht.

Die ablenkende Wirkung auf eine Magnetnadel durch einen Strom von Reibungselektricität hat zuerst Colladon[3]) nachgewiesen. Er verband das eine Ende eines Multiplicatordrahtes mit dem Conductor, das andere mit dem Reibzeuge einer Elektrisirmaschine und erhielt dadurch Ablenkungen der Magnetnadel in dem einen oder anderen Sinne, je nachdem der Strom

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

2) Ueber das Verhalten geschlossener Magnete sehe man ferner *Dub*, Elektromagnetismus. *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. §. 349—367.

3) *Colladon*, Annales de chim. et de phys. T. XXXIII. Poggend. Ann. Bd. VIII.

den Multiplicator in dem einen oder anderen Sinne durchsetzte. Die Richtung der Ablenkung war ganz der von Ampère für die Ablenkung der Nadel durch galvanische Ströme gegebenen Regel gemäss.

Durch die gewöhnliche Entladung einer Leydener Flasche konnte Colladon keine Ablenkung der Nadel hervorbringen, da der Entladungsschlag dann nicht den Windungen des Multiplicatordrahtes folgte, sondern quer durch die Windungen ging. Es gelang ihm indess auf folgende Weise auch durch die Entladung der Batterie eine Ablenkung hervorzubringen. Das eine Ende des Multiplicatordrahtes wurde mit der äusseren Belegung einer Batterie von 30 Flaschen verbunden und das andere Ende mit einer feinen Spitze versehen. Diese wurde dann isolirt vorsichtig der innern Belegung genähert; als dann durch die Spitzenwirkung die Batterie ausserhalb der Schlagweite geräuschlos entladen wurde, zeigte sich die Ablenkung der Magnetnadel und zwar der Ampère'schen Regel gemäss nach der einen oder anderen Seite, je nachdem die Batterie positiv oder negativ geladen war.

Anstatt in dieser Weise gelang es Faraday[1]) durch Einschaltung bedeutender Widerstände, einer feuchten Schnur oder einer Wasserröhre eine Ablenkung der Nadel bei der gewöhnlichen Entladung der Batterie in der Schlagweite hervorzubringen. Die Ablenkung war trotz grosser Verschiedenheit der Widerstände fast immer bei gleicher Ladung der Batterie dieselbe. W. Weber[2]) hat gezeigt, dass es, um eine Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen, nicht erforderlich ist, einen feuchten Leiter in den Schliessungsdraht einzuschalten, sondern dass auch bei einem rein metallischen Schliessungsbogen die Nadel abgelenkt wird. Dabei zeigte sich dann die eigenthümliche Erscheinung, dass die Ablenkung bei gleicher Ladung der Batterie viel kleiner war, als der Bogen ganz metallisch, als wenn in denselben eine feuchte Hanfschnur eingeschaltet war. Als eine Batterie von vier Flaschen durch eine feuchte 4^{mm} dicke und 320^{mm} lange Hanfschnur entladen wurde, trat eine Ablenkung von 55 ein, als statt der feuchten Schnur ein 230 Meter langer Draht von Neusilber, dessen Dicke $0{,}3^{mm}$ betrug, eingeschaltet wurde, betrug die Ablenkung nur 7.

Bei Anwendung feuchter Leiter ist die Ablenkung der Magnetnadel nach den Versuchen von Faraday und Riess[3]) unabhängig von der Grösse der eingeschalteten Widerstände, ferner unabhängig von der Dichtigkeit der entladenen Elektricität und nur abhängig von der entladenen Elektricitätsmenge, der sie nach einem Versuche Faraday's proportional zu setzen ist. So fand Riess die Ablenkung eines Galvanometers stets gleich 27, mochte er die Elektricitätsmenge aus 10, aus 7 oder aus 1 Flasche entladen, mochte er eine Wasserröhre oder einen feuchten Baumwollenfaden einschalten.

1) *Faraday*, Experimental researches III. Reihe art. 363—368. Poggend. Ann. Bd. XXIX.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen §. 14. Leipzig 1846.

3) *Riess*, Reibungselektricität Bd. I. §. 507—516.

Es kann daher das Galvanometer zur Messung der Elektricitätsmenge, welche entladen wird, benutzt werden. W. Weber [1]) hat zu diesem Zwecke das Galvanometer bei Einschaltung feuchter Widerstände und Oettingen [2]) selbst bei einem sehr langen rein metallischen Schliessungsbogen benutzt, für welchen Koosen [3]) nachgewiesen, dass auch dort das oben angeführte Gesetz der Ablenkung gilt. In welcher Weise solche rasch verlaufende Ströme mit dem Galvanometer gemessen werden können, werden wir im nächsten Kapitel zeigen.

Aus der Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom der Reibungselektricität folgt nun schon ohne Weiteres, dass dieser Strom auch im Stande ist, Eisen oder Stahlnadeln zu magnetisiren. Die ersten unzweideutigen Beobachtungen solcher Magnetisirungen rühren von Arago [4]) und Davy [5]) her. Arago magnetisirte Stahlnadeln, indem er durch die sie umgebende Spirale eine Anzahl elektrischer Funken schlagen liess; Davy magnetisirte dieselben durch den Entladungsschlag einer Leydener Batterie, indem er die Nadeln unter den Schliessungsdraht und zu demselben senkrecht legte. Die Richtung der Pole war der Ampère'schen Theorie gemäss.

Das ist jedoch, wie zuerst Savary [6]) gezeigt hat, nicht immer der Fall, weder wenn man die Nadeln nach der Methode von Davy magnetisirt, noch wenn man den Entladungsschlag der Batterie durch eine Magnetisirungsspirale gehen lässt.

Magnetisirt man die Nadeln nach der Methode von Davy, so hängt die Richtung der Magnetisirung ab von der Entfernung der Nadel von dem Strome, von der Stärke des Stromes und von der Stahlsorte, aus der die Nadeln bestehen. Liegen die Nadeln unmittelbar am Schliessungsdrahte, so werden sie immer normal magnetisirt, in einer gewissen, von der Stärke des Stromes und der Natur der Nadeln abhängigen Entfernung fand sich dagegen sehr häufig eine der Ampère'schen Regel widersprechende Magnetisirung. So befestigte Savary 25 Nadeln derselben Sorte einander parallel auf einer Holzleiste und befestigte diese Leiste unter einem sehr spitzen Winkel an einen Draht, welcher zu dem Schliessungsbogen einer Batterie gehörte, so dass die Nadeln nahezu senkrecht zum Drahte lagen, und die erste Nadel den Draht berührte, die anderen immer weiter von ihm entfernt waren. Die den Draht berührende Nadel war normal, die dann folgende nur 1^{mm} von dem Drahte entfernte war dagegen der Ampère'schen Regel widersprechend magnetisirt, die dritte 2^{mm} entfernte war

1) *W. Weber* und *Kohlrausch*, Elektrodynamische Maassbestimmungen. §. 7 ff.
2) *Oettingen*, Poggend. Ann. Bd. CXV.
3) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. CVII.
4) *Arago*, Moniteur universel 10. November 1820. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. 1. §. 517.
5) *Davy*, Gilbert's Ann. Bd. LXXI.
6) *Savary*, Annales de chim. et de phys. T. XXXVI.

unmagnetisch, die folgenden bis zu 8^{mm} entfernten waren wieder normal, die weiter folgenden bis zu 21^{mm} Abstand entgegengesetzt und die noch weiter entfernten wieder normal nach der Ampère'schen Theorie magnetisirt. Die verschiedenen Magnetisirungen treten also gruppenweise auf; die Gruppen sind verschieden, je nach der Stahlsorte der Nadeln und nach der Stärke des Entladungsstromes.

Ebenso zeigen sich der Ampère'schen Theorie entgegengesetzte Magnetisirungen im Innern einer Magnetisirungsspirale. Die vielfachen Versuche Savary's und Hankel's[1]) haben indess eine bestimmte Gesetzmässigkeit in der Erscheinung und somit den Grund derselben nicht aufzufinden vermocht, weshalb wir hier auf diese Untersuchungen nicht weiter einzugehen haben[2]). Die neuesten Versuche über diese Frage, welche von Liphart angestellt hat[3]), haben den Grund dieser, der Ampère'schen Theorie scheinbar ganz widersprechenden Erscheinung aufgeklärt; von Liphart hat nämlich gezeigt, dass eine der Ampère'schen Theorie entgegengesetzte Magnetisirung nur dann auftritt, wenn der Entladungsstrom der Batterie alternirend ist. So lange die Entladung einfach ist, ist die Magnetisirung normal und das magnetische Moment der in der Spirale liegenden Nadel steigt bis zum Maximum mit der Stromstärke. Sobald aber der erste rücklaufende Strom auftritt, wird das magnetische Moment der Nadel geschwächt, sie wird dann unmagnetisch und schliesslich entgegengesetzt magnetisirt. Auf die Einzelnheiten der ausgedehnten Arbeit von Liphart's einzugehen, fehlt hier der Raum, es genüge die Bemerkung, dass er in der angegebenen Weise gezeigt, dass die Magnetisirungen in Spiralen ganz und gar der Ampère'schen Theorie entsprechen. Seine Untersuchungen über die Magnetisirung nach der Davy'schen Methode hat von Liphart noch nicht mitgetheilt.

§. 107.

Magnetisches Verhalten nicht eisenhaltiger Körper. Diamagnetismus. Bei unsern bisherigen Untersuchungen über den Magnetismus haben wir als magnetische Substanzen nur das Eisen, eine Verbindung desselben mit Sauerstoff und seine Verbindungen mit Kohle, Stahl und Gusseisen, und ausserdem noch Nickel und Kobalt kennen gelernt. Die Versuche mit andern Substanzen haben lange kein unzweideutiges oder meist ein negatives Resultat gegeben. Schon im vorigen Jahrhundert hatte man mehrfach auch andere Substanzen auf ihr magnetisches Verhalten untersucht, und häufig Einwirkungen der Pole auf dieselben beobachtet, indess schrieb man stets die beobachteten Erscheinungen einem Eisengehalte der betreffenden Substanzen zu. Eine eigenthümliche, jedoch nicht weiter ver-

1) *Hankel,* Poggend. Ann. Bd. LXIX.
2) Man sehe darüber *Riess,* Reibungselektricität. Bd. I. §. 517 ff.
3) *von Liphart,* Poggend. Ann. Bd. CXVI.

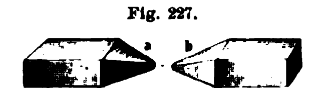
folgte Beobachtung von Brugmanns [1]) konnte indess nicht in dieser Weise erklärt werden; er untersuchte das magnetische Verhalten der Körper, indem er dieselben in Papierschiffchen oder frei auf Wasser oder Quecksilber schwimmen liess. Dabei zeigte sich, dass die meisten wegen Eisengehaltes von dem Pole eines kräftigen Magnetes angezogen wurden, dass einige sich ganz indifferent verhielten, dass aber metallisches Wismuth von beiden Polen eines Magnetes abgestossen wurde.

Diese und viele andere Beobachtungen blieben entweder unbeachtet oder wurden, wie erwähnt, dem Eisengehalte der untersuchten Körper zugeschrieben [2]), bis Faraday im Jahre 1845 den Nachweis lieferte, dass es wohl keinen gegen den Magnet indifferenten Körper gibt [3]). In ihrem Verhalten gegen die Magnete theilen sich die Körper nach diesen Versuchen in zwei grosse Gruppen, in die magnetischen, oder wie Faraday sie später nannte, die paramagnetischen und die diamagnetischen; erstere verhalten sich wie das Eisen, sie werden von dem Magnete angezogen, letztere verhalten sich im allgemeinen wie das Wismuth bei dem Versuche Brugmanns, sie werden von dem Magnete abgestossen.

Zur Anstellung dieser Versuche bedarf es im allgemeinen sehr kräftiger Elektromagnete; Faraday wandte zu seinen Versuchen einen dem Plücker'schen an Dimensionen ungefähr gleichen an. So bedeutender Kräfte bedarf es aber zu den Versuchen nicht, es reichen schon Eisenkerne von circa 400^mm^ Länge und 25^mm^ Dicke hin, welche durch eine Eisenplatte, auf welcher sie stehen, zu einem Hufeisenmagnete verbunden sind; dieselben werden ihrer ganzen Länge nach mit vielfachen Windungen dicken Kupferdrahtes umwunden.

Auf die nach oben gewandten Polflächen der Magnete werden dann Aufsätze gelegt, ähnlich wie die bei dem Plücker'schen Magnete beschriebenen, sogenannte Halbanker, welche wie Fig. 227 an den einander zugewandten Seiten zugespitzt sind, damit die magnetische Wirkung auf die zwischen die Anker, in das sogenannte Magnetfeld gebrachten Substanzen nur vorzugsweise von den beiden Spitzen *a* und *b* ausgehe. Bei andern Versuchen wendet man einfach parallelepipedische oder nach der einen Seite zugeschärfte Anker an. Sehr bequem zu diesen Versuchen ist auch der Rühmkorff'sche Elektromagnet.

Fig. 227.



Da die magnetische Wirkung auf die meisten Substanzen sehr schwach ist, so ist es zu ihrer Wahrnehmung erforderlich, die Substanzen möglichst leicht beweglich zu machen. Man hängt sie deshalb an ungedrehten Seiden-

1) *Brugmanns,* Magnetismus seu de affinitatibus magneticis observationes. Leyden 1778.

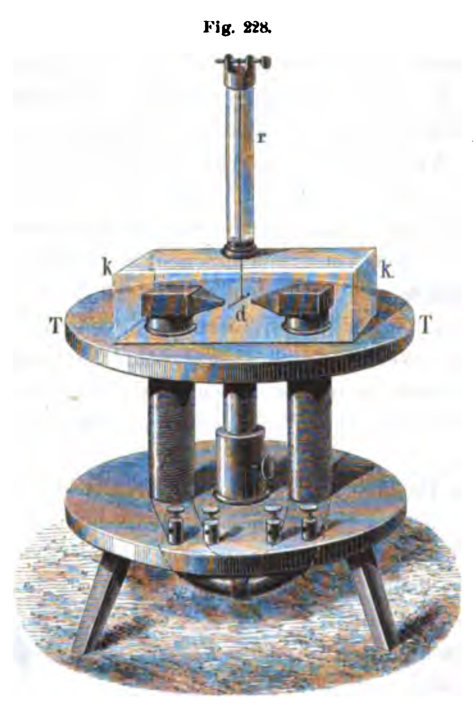
2) Man sehe *von Feilitzsch,* Galvanische Fernewirkungen §. 41.

3) *Faraday,* Experimental researches series XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX.

fäden, Coconfäden auf, entweder in leichte Papierschiffchen, oder besser noch, um jeden allenfallsigen Einfluss des Magnets auf die Aufhängevorrichtung zu vermeiden, indem man aus dem untern Ende des Coconfadens eine Schlinge bildet.

Um zu verhindern, dass Luftströmungen den untersuchten Substanzen eine Bewegung ertheilen, umgibt man das Magnetfeld mit einem Glaskasten, indem man entweder bei kleinern Apparaten den ganzen Elektromagnet in einen solchen einschliesst, oder nur die Pole mit einem solchen umgibt. Plücker[1]) hat zu dem Ende an seinem grossen Elektromagnete einen Tisch angebracht (Fig. 228 *TT*), welcher, an zwei Stellen durchbohrt, die Polenden des Elektromagnets durchlässt. Der Tisch ist auf dem Stative des Elektromagnets befestigt und kann höher oder tiefer gestellt werden. Auf den Tisch wird der Glaskasten *k* gestellt, so dass die Polflächen des Magnets sich in demselben befinden. Die Deckplatte des Kastens ist durchbohrt; auf die Durchbohrung ist in einer Holzfassung eine Röhre *r* gesetzt, welche oben in einer Messingfassung befestigt einen horizontalen Stift trägt; von diesem hängt der Coconfaden herab, welcher den zu untersuchenden Körper trägt. Durch Drehung des Stiftes kann der Faden auf und abgewunden und so die zu untersuchende Substanz gehoben und gesenkt werden.

Fig. 228.



Hängt man nun ein Eisenstäbchen *d* an den Coconfaden zwischen die zugespitzten Halbanker des Magnets, und leitet dann durch die denselben umgebenden Windungen einen Strom, so wird das Eisenstäbchen sofort zum Magnet und stellt sich so, dass seine Längsrichtung sich in der Verbindungslinie der beiden Pole befindet. Ebenso stellt sich ein Stäbchen von Kobalt oder Nickel; sie richten sich von Pol zu Pol oder stellen sich, wie Faraday es nennt, axial.

Bringt man nun an die Stelle des Eisenstäbchens ein solches von Wismuth, so ist die Erscheinung eine andere[2]); sobald der Magnet erregt

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Faraday*, Experimental researches ser. XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX.

ist, stellt sich dasselbe mit seiner Längsaxe senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole, oder wie Faraday es nennt, äquatorial, und kommt nach einigen Schwingungen in dieser Lage zur Ruhe; entfernt man es aus dieser Lage, so kehrt es in dieselbe zurück. Dabei dreht sich das Stäbchen, wenn es nicht in dieser Lage ist, jederzeit so, dass seine Enden den kleinsten Winkel beschreiben, um in diese Lage zu gelangen; jedes Ende des Stäbchens kann sich also an jeder Seite der die Pole des Magnets verbindenden Linie befinden, und welches an der einen oder andern Seite sich befindet, hängt nur von der Lage des Stäbchens vor Erregung des Magnetismus ab. Auch eine Umkehrung der Pole des Magnets bringt darin keine Aenderung hervor, das Stäbchen bewegt sich immer auf dem kürzesten Wege in die äquatoriale Lage.

Aus diesem Versuche sind wir zu schliessen berechtigt, dass von beiden Magnetpolen auf das Wismuthstäbchen eine abstossende Kraft ausgeübt wird, wie auf das Eisen eine anziehende, denn es ergibt sich aus demselben, dass das Wismuth sich stets möglichst weit von den Magnetpolen zu entfernen sucht, es strebt, wie Faraday sich ausdrückt, von Stellen stärkerer zu Stellen schwächerer magnetischer Wirkung sich zu bewegen. Steht das Stäbchen axial, so geht die Richtung der abstossenden Kraft durch die Drehungsaxe selbst und kann deshalb keine Drehung des Stäbchens hervorbringen.

Von dem Vorhandensein dieser abstossenden Kraft kann man sich auch direct überzeugen; ist nämlich die Drehungsaxe des Stäbchens in der axialen Linie, aber näher bei dem einen als bei dem andern Pole, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich aber weicht der Schwerpunkt des Stäbchens von dem Pole zurück und bleibt abgestossen, so lange der Magnet in Thätigkeit bleibt. Genau dasselbe findet statt, wenn man das Stäbchen dem andern Pole näher bringt.

Befindet sich der Drehpunkt des Stäbchens in der äquatorialen Linie, also gleich weit von den Polen, aber seitlich aus der axialen Linie entfernt, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich wird es aber parallel derselben abgestossen, es entfernt sich weiter von der axialen Linie, und bleibt in der abgelenkten Lage.

Wendet man anstatt des Stäbchens eine kleine Kugel oder einen Würfel von Wismuth an, so kann nach dem Vorigen keine Richtung desselben eintreten, dagegen lässt sich die Abstossung sehr leicht beobachten. Ist der Würfel einem Pole näher als dem andern, so wird er parallel der axialen Linie abgestossen; ist er gleich weit von beiden Polen entfernt, befindet sich aber seitlich von der axialen Linie, so wird er weiter von derselben entfernt, also im Magnetfeld seitlich verschoben. Es folgt somit, dass er gleichzeitig von beiden Magnetpolen mit gleicher Stärke abgestossen wird.

Man kann die Erscheinungen auch von einem einzelnen Pole erhalten,

auch hier zeigt sich bei einem Stäbchen die Ablenkung in die äquatoriale Stellung, bei Kugeln die Abstossung.

Wismuth verhält sich demnach gerade entgegengesetzt wie Eisen, während letzteres von jedem genäherten Magnetpole angezogen wird, wird Wismuth von demselben abgestossen; um diese magnetische Wirkung von der bisher betrachteten zu unterscheiden, nennt Faraday sie diamagnetisch, und die Eigenschaft des Wismuths Diamagnetismus.

In ähnlicher Weise untersucht fanden Faraday[1]) und Andere fast alle Substanzen magnetisch oder diamagnetisch. Von den Metallen fanden sich magnetisch:

Eisen, Nickel, Kobalt, Platin, Palladium, Titan, Mangan, Chrom, Cerium, Osmium.

Diamagnetisch und zwar mit absteigender Stärke:

Wismuth, Antimon, Zink, Zinn, Cadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Uran, Rhodium, Iridium, Wolfram.

Von den festen Metalloiden sind ebenfalls diamagnetisch:

Phosphor, Schwefel, Tellur, Jod.

Die Oxyde und Salze des Eisens, Nickels und Kobalts zeigten sich mit Ausnahme des Ferrocyankaliums, welches diamagnetisch ist, magnetisch, ebenso die meisten Verbindungen des Platin, Titan, Osmium, ferner die meisten Verbindungen von Mangan und Cerium. Von Chrom ist das Oxyd magnetisch, die Säure diamagnetisch; Bleisuperoxyd und Mennige sind ebenfalls magnetisch; ausserdem Papier, Tusche, Berliner Porzellan, Flussspath, Turmalin u. a. m.

Manche Verbindungen der magnetischen Metalle sind diamagnetisch, so Platinchlorid, Ammonium-Platinchlorid, ebenso auch Palladiumchlorid, auch fast alle Oxyde und Verbindungen der diamagnetischen Metalle, ausser Silbersuperoxyd und Kupferoxyd, sind diamagnetisch; ferner Eis, eisenfreies Glas, so insbesondere Faraday's Flintglas, thierische Fette, Fleisch, Holz, Elfenbein, Leder u. a. m.

Auch die Flüssigkeiten werden von den Magneten afficirt; zur Untersuchung derselben wandte Faraday eine Glasröhre von der Form Fig. 229

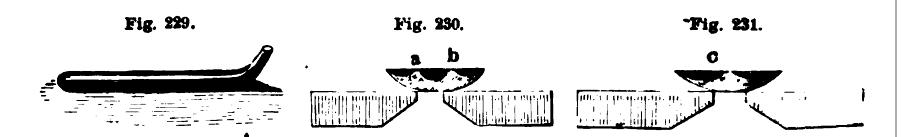


Fig. 229. Fig. 230. Fig. 231.

an, deren äquatoriale oder axiale Stellung zwischen den Magnetpolen, nachdem der Magnetismus der leeren Röhre bestimmt war, den Diamagnetismus

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX. ser XXI. Bd. LXX. ser. XXIII. Bd. LXXXII. ser. XXV. Ergänzungsband III.

oder Magnetismus der eingeschlossenen Flüssigkeit nachwies. Plücker[1]) legte auf die Halbanker Fig. 230 und 231 Glimmerblätter oder Uhrgläser, in welche die zu untersuchende Flüssigkeit gebracht war.

Wenn die Flüssigkeit magnetisch war, erhoben sich über den Magnetpolen zwei Wülste *a* und *b*, während bei den diamagnetischen Flüssigkeiten sich ein Wulst zwischen den beiden Polen *c* Fig. 231 bildete. Die Bildung der Wülste ergibt sich unmittelbar daraus, dass die freie Oberfläche einer Flüssigkeit stets normal sein muss zu den auf sie wirkenden Kräften.

Nach diesen Versuchen zeigt sich das Wasser ziemlich stark diamagnetisch; trotzdem sind concentrirte Lösungen der magnetischen Verbindungen des Eisens, Eisenchlorid, Eisenchlorür, Eisenvitriol, des Nickels u. s. f. magnetisch. Sind die Lösungen verdünnt, so überwiegt der Diamagnetismus des Wassers. Die Lösungen der diamagnetischen Salze sind ebenfalls diamagnetisch; ebenso die Lösungen der Salze der Alkalien und Erden; ferner Alkohol, Aether, Schwefelsäure, Salpetersäure, Blut, Milch, geschmolzenes Wachs etc.

Die soeben gemachten Angaben über den Magnetismus oder Diamagnetismus der Körper, d. h. über ihre Anziehung und Abstossung von den Polen der Magnete gelten nur, wenn man das Verhalten derselben in der Luft untersucht, nicht aber, wenn das Magnetfeld mit einer Flüssigkeit ausgefüllt ist[2]). Befindet sich nämlich eine magnetische Substanz in einer Flüssigeit, welche stärker magnetisch ist als sie selbst, so verhält sie sich diamagnetisch, befindet sich eine diamagnetische Substanz in einer Flüssigkeit, welche stärker diamagnetisch ist, so verhält sie sich magnetisch.

Die zu den Versuchen mit Flüssigkeiten benutzte Röhre wurde hermetisch verschlossen und dann zwischen den Magnetpolen aufgehängt. Sie stellte sich äquatorial. Dann wurde in das Magnetfeld ein mit Wasser gefülltes Gefäss gebracht und die Röhre in das Wasser eingesenkt, indem ein Wismuthwürfel an dieselbe angehängt wurde. Im Wasser stellte die Röhre sich axial.

Faraday stellte drei Lösungen von Eisenvitriol her, deren Procentgehalt sich wie 16 zu 4 zu 1 verhielt. Drei Glasröhren wurden mit den Lösungen gefüllt, sie stellten sich axial; ebenso stellten sie sich in Wasser oder Alkohol, und zwar mit noch grösserer Kraft axial. Anders indess, als die Röhren in die verschiedenen Eisenlösungen gesenkt wurden. Die mit 16procentiger Lösung gefüllte Röhre war in der 1procentigen und 4procentigen ganz entschieden magnetisch, sie stellte sich axial. In der 16procentigen Lösung dagegen verhielt sie sich ganz indifferent, sie nahm durch-

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

2) *Faraday*, Experimental researches ser. XXI. art. 2362 ff. 2400 ff. Poggend. Ann. Bd. LXX.

aus keine bestimmte Stellung ein. In einer Umgebung, welche ebenso stark magnetisch ist als er selbst, verhält sich also ein Körper ganz unmagnetisch. Dasselbe zeigte sich bei den andern Röhren; in den concentrirteren Lösungen waren sie diamagnetisch, in der gleichen indifferent, in der verdünnteren magnetisch.

Dasselbe zeigt sich, wenn man die Anziehungen oder Abstossungen untersucht, welche eine Substanz in verschiedenen Umgebungen von einem Magnetpole erfährt. Wurde eine der Röhren so aufgehängt, dass ihre Längsrichtung vertical war, so wurde sie in der Luft oder im Wasser, oder in verdünnterer Lösung von dem Magnetpole angezogen, in concentrirterer Lösung dagegen von demselben abgestossen. Plücker[1]) hat dies sehr deutlich durch folgenden Versuch nachgewiesen. Auf den Pol seines grossen Elektromagnets wurde ein unten durch ein Glimmerblatt verschlossenes Lampenglas gestellt, und in dieses eine mit einem Faden an einer Wage befestigte Wismuthkugel gelegt. Durch auf die Wagschalen gelegte Gewichte wurde die Kugel so äquilibrirt, dass sie, wenn der Magnetismus erregt war, gerade eben das Glimmerblatt berührte. Wurde dann der Strom unterbrochen, so wurde, da die Abstossung aufhörte, die Kugel schwerer, und es mussten auf der Wagschale Gewichte zugelegt werden, um die Kugel wieder wie vorher zu äquilibriren. Diese Gewichte waren, als 8 Grove'sche Elemente den Magnet erregten und das Lampenglas enthielt

Luft, 785 Milligr.; Wasser, 745 Milligr.; Eisenchlorid, 885 Milligr.

Diese Gewichte messen die abstossende Kraft, sie zeigen, dass im diamagnetischen Wasser die Abstossung am kleinsten, in dem magnetischen Eisenchlorid am grössten ist. Es zeigt sich hier somit etwas dem archimedischen Princip Analoges; wie ein in Wasser getauchter Körper an Gewicht verliert, ja selbst wenn er specifisch leichter ist als das Wasser, in die Höhe getrieben werden kann, so auch verliert ein magnetischer Körper in magnetischen Flüssigkeiten an Magnetismus und kann selbst diamagnetisch werden. Ja die Analogie mit dem archimedischen Princip geht nach den Versuchen von E. Becquerel[2]) so weit, dass die magnetische Anziehung eines Körpers in einer magnetischen Umgebung gerade so viel sich ändert, als die magnetische Anziehung oder Abstossung der Flüssigkeit beträgt, welche er aus der Stelle drängt. Becquerel hing zwischen den Polen eines Elektromagnets Stäbchen von Wachs oder Schwefel an dem Faden einer Torsionswage auf und gab durch Torsion des Fadens dem Stäbchen eine gewisse Neigung gegen die äquatoriale Lage. Dann wurde der Magnetismus erregt und die Torsion des Fadens beobachtet, welche das Stäbchen wieder in die frühere Gleichgewichtslage brachte, wenn es sich in der Luft

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.
2) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXVIII.

befand oder in verschiedenen Flüssigkeiten. Auf diese Weise ergaben sich die Abstossungen des

	Schwefelstäbchens	Wachsstäbchens
in Luft	0,9038	0,3485
in Wasser	0,1004	— 0,2647
in conc. Lösung von Chlormagnes.	— 0,0649	— 0,3816
von schwefels. Nickel	2,6060	1,6733.

Das negative Vorzeichen bedeutet Anziehung. Ist nun das angegebene Gesetz richtig, so muss die in den Flüssigkeiten beobachtete Abstossung gleich der Differenz zwischen der Abstossung des Körpers und des verdrängten Flüssigkeitsvolumens sein. Ist demnach A_s die Abstossung des Schwefelstäbchens in der Luft, A_w die Abstossung des gleichen Volumens Wasser, so ist

$$A_s - A_w = 0{,}1004;\ A_w = A_s - 0{,}1004.$$

So berechnet müssen dann, wenn das Gesetz richtig ist, die in beiden Reihen für die verschiedenen Flüssigkeiten erhaltenen Werthe einander proportional sein. Dass das in der That der Fall ist, zeigen folgende Zahlen, in welchen in jeder Reihe die Abstossung des Wassers $A_w = 10$ gesetzt ist, es ist

	beim Schwefel	beim Wachs
A_w	10	10
$A_{magn.}$	12,06	10,91
$A_{ni.}$	— 21,19	— 21,60.

Das negative Vorzeichen bei $A_{ni.}$ beweist, dass die Nickellösung magnetisch ist. Das Gesetz wird also durch diese Versuche bestätigt.

Zur Untersuchung, ob die Gase magnetisch oder diamagnetisch sich verhalten, wenn man die Versuche nicht in einem luftleeren Raume anstellt, müssen ganz besondere Vorsichtsmassregeln angewandt werden. Ist die Luft selbst magnetisch oder diamagnetisch, so wird man bei Versuchen in der Luft nach dem soeben bewiesenen Gesetze nur finden, ob die andern Gase es in einem höhern oder weniger hohen Grade sind als die Luft. Die bisher angegebenen Methoden können deshalb nicht zur Untersuchung der Gase dienen, und deshalb gelang es Faraday auch anfangs nicht, magnetische Eigenschaften bei den Gasen zu entdecken. Bald gelang es jedoch Faraday [1]) sowie Plücker [2]) zu gleicher Zeit, nachzuweisen, dass auch die Gase magnetische Eigenschaften haben. Plücker zeigte es für farbige Gase, indem er einen Strom derselben zwischen den Polen des Elektromagnets aufsteigen liess; waren die Gase diamagnetisch, so wurde der Strom in

1) *Faraday*, Philosophical Magazin. vol. XXXI. 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

äquatorialer Richtung verbreitert und selbst in zwei zu beiden Seiten der axialen Linie aufsteigende Ströme getheilt. Bei Gasen, welcher stärker magnetisch sind als Luft, wird der Strom in axialer Richtung verbreitert. Faraday untersuchte auch ungefärbte Gase, indem er in die Mündung der etwas unter den Polen befindlichen Röhre, aus welcher das Gas ausströmte, ein mit etwas Salzsäure befeuchtetes Fliesspapier brachte, so dass die Gase mit ganz wenig salzsaurem Dampfe gemischt wurden. In einiger Entfernung über den Polen brachte er Fangröhren an, dünne, ungefähr fingerlange, an beiden Enden offene Röhren, welche vertical an einem Gestelle befestigt waren, eine an jeder Seite der axialen Linie, eine in der axialen Linie. Die untern Enden der Röhren wurden mit etwas Ammoniak befeuchtet. In jenen Röhren, durch welche das Gas hindurchging, bildeten sich dann weisse Dämpfe; ist das Gas diamagnetisch, so entstehen in den seitlichen Röhren, ist es magnetisch, in der axialen Röhre die weissen Dämpfe. Auch mit Seifenblasen lassen sich die Versuche anstellen; Seifenwasser ist schwach diamagnetisch, denn eine mit Luft gefüllte Blase wird von den Polen abgestossen. Mit Gasen gefüllt, welche magnetischer sind als Luft, wird sie daher weniger stark, mit solchen, welche diamagnetischer sind, stärker abgestossen als die Luftblase[1]).

Auf diese Weise untersucht, fand sich von allen Gasen nur der Sauerstoff magnetisch, also magnetischer als die Luft; alle übrigen untersuchten Gase zeigten sich diamagnetisch, auch Wasserdampf und Quecksilberdampf. Wie die Gase verhalten sich auch die Flammen. Die Flamme einer Stearinkerze z. B. so zwischen die Magnetpole gebracht, dass die Spitzen der Halbanker mit dem Docht in gleicher Höhe sich befinden, nimmt die Gestalt Fig. 232 an, wenn man sie von der Seite, den Magnetpolen, her betrachtet. Sie wird also parallel der äquatorialen Richtung sehr stark verbreitert. Ebenso werden Flammen von Alkohol, Terpentinöl und andere parallel der äquatorialen Richtung auseinander gezogen[2]).

Fig. 232.



Aus der in diesem Paragraphen gegebenen Uebersicht über die magnetischen und diamagnetischen Substanzen ergibt sich, dass sich bis jetzt keine allgemeinen Kennzeichen aufstellen lassen, welche von vornherein mit Sicherheit angeben lassen, welche Körper magnetisch, welche diamagnetisch sind, dass man nicht einmal allgemein aus dem Magnetismus eines Elementes auf jene seiner Verbindungen schliessen kann.

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XXV. Poggend. Ann. Ergänzbd III *Plücker*, Poggend. Ann Bd. LXXIII.

2) *Bankalari*, *Zantedeschi*, *Faraday*, *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

§. 108.

Diamagnetische Polarität. Aus den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen ergibt sich, dass der Einwirkung eines Magnets nicht nur die wenigen sogenannten magnetischen Metalle, Eisen, Nickel und Kobalt, sondern alle Substanzen unterworfen sind, dass sich aber die Substanzen in zwei grosse Gruppen theilen, deren eine wie das Eisen von dem Magnete angezogen wird, während die andere von demselben abgestossen wird. Das Verhalten der ersten Gruppe, welches ganz mit dem des Eisens übereinstimmt, bedarf wohl keiner weitern Erörterung, es hat seinen Grund einfach darin, dass alle diese Substanzen temporär zu Magneten werden. Anders ist es mit dem Verhalten der diamagnetischen Substanzen, welche von jedem Pole des Magnets abgestossen werden. Wenn man indess erwägt, dass auch bei zwei Magneten sich eine Abstossung zeigt, wenn dieselben ihren gleichnamigen Pol einander zukehren, so wird man leicht zu der Ansicht geführt, dass die diamagnetische Abstossung darin ihren Grund hat, dass in den diamagnetischen Substanzen unter dem Einflusse des Magnets ebenfalls ein polarer Zustand entsteht, jedoch so, dass der Nordpol einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erregt. Diese Ansicht war es auch, welche Faraday[1]) sofort über die diamagnetischen Erscheinungen sich bildete, er meint, dass beide Gruppen im Magnetfelde magnetisch würden, und jedes Theilchen seine Axe parallel der durch sie hingehenden magnetischen Resultante stelle, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Theilchen des magnetischen Körpers ihre Nord- und Südpole den entgegengesetzten Polen des inducirenden Magnetes zuwendeten, die Theilchen des diamagnetischen aber es umgekehrt machten.

Diese Theorie hat Faraday selbst zwar später[2]) wieder verlassen, um sie mit einer eigenthümlichen, seinen Ansichten über die Elektrisirung durch Influenz analogen Theorie zu vertauschen. Indess ist die diamagnetische Polarität schon sofort nach Beobachtung der diamagnetischen Erscheinungen so deutlich und wiederholt nachgewiesen, und später von W. Weber auch theoretisch begründet worden, dass es überflüssig sein wird, auf andere Theorieen[3]) weiter einzugehen.

Der erste Nachweis, dass die diamagnetische Abstossung daher rührt, dass in den betreffenden Substanzen durch einen angenäherten Magnetpol ein gleichnamiger Pol erregt wird, ist von Reich[4]) geliefert worden. An

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XXI. art. 2429. Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) *Faraday*, Experimental researches ser. XXII. art. 2497. Poggend. Ann. Ergänzbd. III. ser. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXXII. ser. XXVIII u. XXIX. Philosophical Transactions for 1852. Poggend. Ann. Ergänzbd. III.

3) Man sehe die Theorie von *Feilitzsch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII, LXXXVII, u. XCII.

4) *Reich*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

der Drehwage, welche zu den Versuchen über die Dichtigkeit der Erde gedient hatte, wurde eine Wismuthkugel aufgehängt und derselben ein Magnetpol genähert; die Kugel wurde abgestossen. Darauf wurde der Kugel gleichzeitig und von derselben Seite ein Nordpol und ein ebenso starker Südpol genähert. Die Kugel wurde nicht mehr abgestossen, obwohl es nur einer Kraft von 0,0001 Milligramm an der Kugel bedurfte, um dieselbe merklich abzulenken. Eine Wiederholung dieses Versuches von Tyndall[1]) mit Elektromagneten ergab dasselbe Resultat; zwei cylinderförmige Elektromagnete wurden an dem einen Ende umgebogen, so dass die zu Halbcylindern abgeschliffenen Enden sich fast berührten und zusammen einen Cylinder von der Dicke der Elektromagnete bildeten. Vor denselben und durch ein dünnes Glasplättchen davon getrennt, war ein Wismuthstäbchen so an einem Coconfaden horizontal aufgehängt, dass es sich um eine verticale, durch seine Mitte gehende Axe drehen konnte, und dass sein eines Ende gerade vor den Polen hing. Wurde nun einer der Elektromagnete oder beide so erregt, dass die an einander liegenden Enden gleichnamige Pole erhielten, so wurde das Wismuthstäbchen abgelenkt, wurden aber beide Magnete so erregt, dass die zusammenliegenden Enden ungleichnamige Pole erhielten, so wurde es nicht abgelenkt.

Aus diesen Versuchen ergibt sich, dass jenes Ende eines Wismuthstäbchens, welches von dem Nordpole abgestossen wird, von dem zugleich wirkenden Südpole angezogen wird und umgekehrt. Daraus folgt, dass der Nordpol in dem ihm zugewandten Ende des Stäbchens einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erzeugt.

Noch directer haben dies Poggendorff[2]) und W. Weber[3]) gezeigt. W. Weber stellte in der Nähe einer an einem Coconfaden hängenden leichten Magnetnadel einen kräftigen Hufeisenmagnet auf, so dass die durch die Pole desselben gelegte Verticalebene den Aufhängefaden der Nadel aufnahm. Die Nadel wurde durch die Wirkung des Magnets sehr stark abgelenkt; die Ablenkung wurde dann dadurch compensirt, dass von der andern Seite der Nadel ein Magnet genähert wurde. Darauf wurde zwischen die Magnetpole ein Stück Wismuth gelegt, und die Nadel wurde wieder abgelenkt, und zwar so, als wenn der der Nadel nächste Pol verstärkt worden wäre. Auch daraus ergibt sich, dass die diesem Pole zugewandte Seite mit demselben die gleiche Polarität erhalten hatte. Vertauscht man das Wismuthstück mit einem Eisenstück, so ist die Ablenkung der Nadel, weil das Eisen die entgegengesetzte Polarität annimmt, entgegengesetzt.

Poggendorff hat die Polarität des Wismuth dadurch nachgewiesen, dass er einem Wismuthstäbchen, welches neben einem Nordpole eines kräftigen

1) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Elektromagnets in äquatorialer Lage hing, von derselben Seite her den Südpol eines Stahlmagnets näherte; es ergab sich, dass die dem Nordpol des Elektromagnets zugewandte Seite des Stäbchens unzweideutig von dem genäherten Südpole angezogen wurde.

Ausserdem haben Plücker, Tyndall und W. Weber auch nachgewiesen, dass ein Wismuthstab in einer Magnetisirungsspirale Polarität annimmt, aber eine dem Eisen entgegengesetzte Polarität.

Plücker[1]) wand zwei gleiche hohle Spiralen von 5^{mm} dickem Kupferdraht, 120^{mm} lang und 26^{mm} innerem, 52^{mm} äusserem Durchmesser. Die beiden Spiralen wurden senkrecht über einander gestellt, in die untere ein Eisencylinder von 130^{mm} Länge und 5^{mm} Dicke gestellt, in die obere ein Wismuthstab von 80^{mm} Länge und 15^{mm} Dicke hineingebracht, welcher an dem einen Arme einer Wage aufgehängt und durch auf die andere Wagschale gelegtes Schrot äquilibrirt war. Wurde dann der Magnetismus des Eisens erregt, so wurde das Wismuthstäbchen abgestossen; die Abstossung wurde dadurch aufgehoben, dass, von dem Schrot auf der andern Seite so viel fortgenommen wurde, dass das untere Ende des Wismuthstäbchens wieder wie vorher 2^{mm} von dem obern Ende des Eisenstabes entfernt war. Dann wurde auch durch die den Wismuthstab umgebende Spirale ein Strom geführt, und sofort war das Gleichgewicht gestört, indem der Wismuthstab abgestossen wurde, wenn der Strom in beiden Spiralen gleichgerichtet, dagegen angezogen wurde, wenn der Strom in beiden entgegengesetzt gerichtet war. Dieser Versuch beweist um so überzeugender das Vorhandensein diamagnetischer Polarität, als bei demselben die Anziehung eines Wismuthstäbchens durch den Magnetpol gezeigt ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Tyndall[2]) die Polarität eines Wismuthstabes nachgewiesen, indem er den mit einer dicken Magnetisirungsspirale umgebenen Wismuthstab zwischen die Pole mehrerer Elektromagnete brachte.

Die ausgedehntesten und wichtigsten Versuche sind diejenigen von W. Weber mit dem Diamagnetometer[3]), indem er das diamagnetische Moment eines Wismuthstabes mit demselben zu messen im Stande war. Das Diamagnetometer, in der ihm von Weber zuletzt gegebenen Form[4]), zeigt Fig. 233. In einem an der Wand des Zimmers befestigten Holzkasten $BOB'O'$ sind zwei Magnetisirungsspiralen $HE, H'E'$ befestigt. Dieselben bestehen aus zwei Lagen von je 230 Windungen Kupferdraht und haben eine Länge von 500^{mm}, einen lichten Durchmesser von 25^{mm}, einen äussern von 35^{mm}. Sie sind in entgegengesetztem Sinne, die eine links,

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI.

2) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855.

3) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus.

4) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1856. *Christie*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

die andere rechts gewunden, auf zwei Messingröhren gewickelt, welche oben *HG*, *H'G'* aus den Spiralen hervorragen. Oberhalb und unterhalb dieser Spiralen sind zwei drehbare Rollen *W* und *W'* befestigt, um welche ein endloser Faden *ss's's* gelegt ist, welcher durch die Axen der beiden Spiralen geht. An diesem Faden sind, im Innern der Spiralen, die Stäbe *mn* und *op* von der zu untersuchenden Substanz so befestigt, dass sie frei, und wenn beide Stäbe sich in gleicher Höhe befinden, gerade in der Mitte der Spiralen schweben. Wenn dann die Rollen gedreht werden, wird der eine Stab gehoben, und der andere um ebensoviel gesenkt.

Fig. 233.



Die beiden oberen Enden der Messingröhren sind durch eine Brücke *G*, *G'* verbunden; von derselben hängt an der Aufhängevorrichtung *R* durch Coconfäden befestigt der Magnet *SN* herab, welcher, da die durch die Axe der beiden Spiralen gelegte Ebene jene des magnetischen Meridianes ist, der Ebene der Spiralen parallel ist. Der Magnet ist mit einem Spiegel *M* versehen, in welchem mit Fernrohr und Scala die Lage des Magnets beobachtet wird. Um die Richtkraft des Magnets zu verkleinern und so seine Schwingungsdauer zu vergrössern, wird in einiger Entfernung von demselben, in derselben Höhe und in der Richtung des Meridians, ein Magnet hingelegt, welcher dem Ende des Magnets *SN* den gleichnamigen Pol zukehrt. Anstatt dessen verbindet Tyndall mit dem Magnete *SN* einen zweiten zu einem nahe astatischen System, welcher mit dem ersten in derselben Horizontalebene hinter den beiden Spiralen sich befindet. Der Abstand jedes Magnets von den beiden Spiralen ist so gross, dass sie in ziemlich grossen Amplituden frei schwingen können.

Die Magnete sind von dem kupfernen Gehäuse *da d'a'* umgeben, dasselbe hat, wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, einen dämpfenden Einfluss auf die Magnete, d. h. es bewirkt, dass die Schwingungen rasch nach einem bestimmten Gesetze kleiner werden und die Nadel so bald zur Ruhe kommt.

Führt man nun durch die Spiralen einen Strom, welcher durch die eine, von oben gesehen, im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers, durch die andere im entgegengesetzten Sinne kreist, so ertheilt jede Spirale für sich dem Magnete ein Drehungsmoment, welches eins dem andern aber entgegengesetzt ist. Ist der Apparat vollkommen construirt, so müssen diese Momente einander gleich sein, so dass der Magnet nicht abgelenkt wird, wenn die Stäbe *mn* und *op* beide gleich hoch und so hängen, dass

der Magnet sich vor ihrer Mitte befindet. Das ist indess nicht zu erreichen; um aber doch den Magnet in seiner Gleichgewichtslage zu erhalten, wird der Strom noch durch eine in der Nähe des Kastens befindliche Spirale geleitet, welche so aufgehängt ist, dass ihre ablenkende Wirkung jene der Spiralen des Diamagnetometers aufhebt.

Ist nun diese Compensation erreicht, so kann man zu den Messungen schreiten. Setzen wir voraus, dass in beiden Spiralen zwei ganz genau einander gleiche Wismuthstäbe sich befinden, von etwa 100^{mm} Länge, so wird durch Auf- und Abschieben derselben um ihre eigene Länge die in ihnen erregte diamagnetische Polarität nicht geändert. Dreht man nun die Rolle in dem einen Sinne, so dass etwa das untere Ende des Stabes rechts, das obere Ende desselben links mit dem Magnete *NS* sich in gleicher Höhe befindet, so wird der Stab durch die Wirkung der beiden Pole der Diamagnete abgelenkt, und zwar wirken beide Pole in gleichem Sinne. Denn ist das obere Ende des Stabes rechts ein Nordpol, so ist dasselbe des Stabes links ein Südpol, das untere desselben also ein Nordpol. In der eben angegebenen Stellung zieht dann der Pol links den Magnetpol *N* an, das untere Ende des Stabes rechts stösst den Südpol ab.

Wird die Rolle umgedreht gedreht, so muss die Ablenkung die entgegengesetzte werden.

Finden die Ablenkungen in dieser Weise statt, so ist das Vorhandensein der diamagnetischen Polarität bewiesen; um dann zu zeigen, dass sie derjenigen des Eisens entgegengesetzt ist, kann man die Wismuthstäbe mit Eisenstäben vertauschen; bei gleicher Stromesrichtung muss dann die Ablenkung entgegengesetzt sein.

Um die ablenkende Kraft der Diamagnete zu messen, muss man dann die neue Gleichgewichtslage des Magnets beobachten. Die Ablenkung nun, welche sich zeigt, wenn die Wismuthstäbe in der angegebenen Lage gehalten werden, ist nur sehr klein, und deshalb ist ein kleiner Beobachtungsfehler auf das schliessliche Resultat von bedeutendem Einfluss. Um dennoch genaue Resultate zu erhalten, wendet W. Weber zu den Beobachtungen die Multiplicationsmethode an. Dieselbe besteht in Folgendem. Ist bei der ersten Elongation des Magnets die äusserste abgelenkte Lage erreicht, so werden durch Drehung der Rolle *W* rasch die Wismuthstäbe umgestellt, so dass nach der eben angenommenen Stellung jetzt das obere Ende des rechten, das untere des linken Stabes mit den Magnetpolen in gleicher Höhe ist; dadurch wird die rückkehrende Bewegung des Stabes *SN* beschleunigt, indem jetzt der untere Nordpol des Wismuthstabes links den Pol *N* abstösst. Dadurch wird die zweite Elongation grösser als die erste. Indem man nun regelmässig wechselt, erhält der Magnet *SN* bei jeder Elongation einen neuen Impuls, in Folge dessen die Schwingungsweite wächst. Durch die Dämpfung des den Magnet umgebenden Kupfergehäuses wird aber die Schwingung nach einem bestimmten Gesetze gehemmt, so

dass die Nadel, wenn sie keine neuen Impulse erhielte, bald zur Ruhe käme. In Folge dieser beiden Wirkungen nun erhält die Schwingungsweite einen bestimmten Grenzwerth, dem sie sich immer mehr nähert, und der erreicht ist, wenn der dämpfende Einfluss der Hülle gleich ist der Verstärkung der Schwingungen in Folge der neuen jedesmaligen Impulse. Die Mitte der Schwingungen ist dann die Gleichgewichtslage des Magnets in Folge der Abstossung durch die, Diamagnete. Dieser Grenzwerth der Schwingungsweite ist aus einigen Beobachtungen zu berechnen [1]), in welcher Weise, das werden wir im nächsten Kapitel andeuten, und daraus dann auch die Ablenkung des Magnets durch die Wismuthstäbe mit grosser Genauigkeit zu erhalten.

In der angegebenen Weise hat nun W. Weber gezeigt, dass die Wismuthstäbe Polarität annehmen, indem die Ablenkungen in der angegebenen Weise erfolgen; er hat ferner gezeigt, dass die Polarität des Wismuths jener des Eisens entgegengesetzt ist, indem der Sinn der Ablenkungen des Magnets bei Anwendung des Eisens demjenigen bei Anwendung des Wismuths entgegengesetzt war, und schliesslich gelang es ihm, die Polarität des Wismuths mit der eines Eisenstabes gleichen Gewichtes zu vergleichen. Die beiden zu den Versuchen benutzten Wismuthstäbe waren 92^{mm} lang, 16^{mm} dick und wogen 343500 Milligramm. Die durch dieselben hervorgebrachte Ablenkung betrug 5,17 Scalentheile. Ein ebenso langes Eisenstäbchen, welches 5,8 Milligramm wog, lenkte den Magnet um 128,4 Scalentheile ab. Die Ablenkungen sind den magnetischen Momenten der Stäbe proportional; die durch denselben Strom diesen ertheilten magnetischen Momente verhalten sich also wie

$$128{,}4 : -\,5{,}17,$$

oder das Moment des Eisenstäbchens ist dem 24,8fachen der Wismuthstäbe entgegengesetzt gleich. Die Masse des Wismuths war 59200 Mal grösser als die des Eisens. Da das Eisenstäbchen ganz bis zur Sättigung magnetisirt war, so würde das magnetische Moment des dem Wismuth an Masse gleichen Eisenstabes auch 59200 Mal grösser sein als das des angewandten Stäbchens, bei gleicher Masse würde also das Moment des Eisens 1470000 Mal grösser sein als dasjenige des Wismuth. Welches Verhältniss sich daraus für die magnetischen Momente gleicher Massen Eisen und Wismuth bei der Einheit der magnetisirenden Kraft ergibt, werden wir im nächsten Paragraphen ableiten.

Nachdem auf diese Weise bewiesen war, dass das Verhalten der diamagnetischen Körper darin seinen Grund hat, dass diese Substanzen ebenfalls polar, aber entgegengesetzt magnetisch wie das Eisen werden, indem dort, wo durch einen Magnet oder eine Magnetisirungsspirale im Eisen ein

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Beilage C. 2.

Nordpol, im Wismuth ein Südpol erregt wird, ergibt sich die Frage, wie denn diese Erscheinung mit der Theorie des Magnetismus bestehen kann. Nach dieser Theorie werden die magnetischen Erscheinungen durch Molekularströme bedingt, welche in den Magneten nach den Gesetzen der Elektrodynamik gerichtet werden. In dieser Weise, das ergibt sich sofort, lassen sich die diamagnetischen Erscheinungen durchaus nicht erklären. Denn mag man annehmen, dass in den magnetischen Substanzen, wie Ampère annahm, die Molekularströme erst erregt werden, oder dass sie schon vorhanden sind, wenn die Moleküle drehbar sind, so werden dieselben immer so gelegt werden, dass magnetische und nicht diamagnetische Polarität entsteht, da nach den Gesetzen der Elektrodynamik immer die Molekularströme in dem Eisen parallel den erregenden Strömen gedreht werden. Aber dennoch lässt sich, wie W. Weber[1]) gezeigt hat, die Erscheinung der diamagnetischen Polarität mit der Theorie des Magnetismus vereinigen, wenn man nur die Annahme macht, dass die Moleküle des Wismuth nicht drehbar sind, dass um die Wismuthmoleküle nur in ganz bestimmten nicht drehbaren Bahnen jene Ströme bestehen können, welche, ohne Widerstand zu finden, die Moleküle dauernd und so lange umkreisen, bis eine äussere Kraft dieselben aufhören macht.

Wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, erregt nämlich jeder entstehende Strom in ihm parallelen und nahen Leitern einen Strom, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als der entstehende Strom. Dasselbe thut ein Strom, welchen wir einem andern ihm parallelen Leiter annähern. Ein verschwindender Strom oder ein von einem andern Leiter sich entfernender Strom dagegen erzeugt in parallelen Leitern einen dem verschwindenden gleichgerichteten Strom. Diese Ströme sind in den Leitern nur von sehr kurzer Dauer, weil sie in dem Leiter einen Widerstand finden und deshalb rasch in Wärme verwandelt werden.

Wenn man demnach um einen Wismuthstab eine Magnetisirungsspirale legt und dann durch diese einen Strom sendet, so muss in den die Wismuthmoleküle umgebenden, den Strömen der Spirale parallelen Bahnen durch den entstehenden Strom, oder wenn man denselben einen Magnetpol nähert, durch die genäherten Ströme ein Strom inducirt werden, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als die erregenden Ströme.

Diese Ströme dauern fort, da sie sich in widerstandslosen Bahnen bewegen, sie sind aber nicht drehbar, sondern behalten ihre ursprüngliche Richtung bei. Sie ertheilen daher dem Wismuthstabe Polarität, welche so lange dauert, als diese Ströme dauern, welche aber der des Eisens in der Spirale oder in der Nähe des Poles entgegengesetzt ist, da die Ströme die entgegengesetzte Richtung haben.

---

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. §. 17 ff.

Die durch die genäherten Ströme erregte Polarität muss nach dieser Theorie aber wieder verschwinden, wenn der Magnetpol entfernt wird, oder die Ströme in der Magnetisirungsspirale aufhören, denn der aufhörende oder sich entfernende Strom inducirt in den Leitern einen sich gleichgerichteten von derselben Stärke, als der entstehende Strom vorher in entgegengesetzter Richtung inducirt hatte. Dieser Strom muss daher den die Wismuthmoleküle umkreisenden aufheben und die Polarität desselben vernichten.

Damit stimmt es überein, dass man bisher noch nicht im Stande gewesen ist, eine dauernde diamagnetische Polarität nachzuweisen; einige Beobachtungen, welche Plücker[1]) eine solche zu beweisen schienen, lassen sich auch in anderer Weise erklären.

Der Nachweis der Polarität in den diamagnetischen Substanzen erklärt nun auch sofort die eigenthümliche, im vorigen Paragraphen erwähnte Erscheinung, dass die magnetische Anziehung oder Abstossung einer Substanz wesentlich abhängig ist von der magnetischen Beschaffenheit des umgebenden Mittels[2]). Sei, um dieses zu zeigen, *M* (Fig. 234) ein Magnetpol, vor welchem in dem Mittel *AB* ein Stäbchen *NS* schwimme. Nehmen wir an, es werde in dem Stäbchen durch Einwirkung des Poles Polarität in der Richtung *NS* erregt, und in derselben Weise werde die Polarität in den durch die einzelnen Felder dargestellten Molekülen des Mittels erregt. An der Grenze *N* des Stäbchens liegt dann unmittelbar eine entgegengesetzt magnetische Schicht der Flüssigkeit an. Wenn das Ende *N* von dem Pole angezogen wird, so wird die Schicht oder Flüssigkeit abgestossen und dadurch ein Druck auf *N* ausgeübt. Ist nun die Polarität des Mittels schwächer als die des Stäbchens, so ist der in Folge der Abstossung von *s* auf *N* ausgeübte Druck kleiner als die Anziehung, deshalb wird *N* in der axialen Lage gehalten werden; ist die Polarität in beiden gleich, so wird der Druck gleich der Anziehung, und das Stäbchen wird gar nicht das Bestreben haben, sich zu richten, und ist schliesslich die Polarität des Mittels grösser, so wird der Druck auf *N* grösser als die Anziehung; sobald das Stäbchen daher nur wenig aus der axialen Lage gedreht ist, muss es in Folge dieses Druckes in die äquatoriale Lage sich begeben. Je nach dem magnetischen Zustande des Mittels verhält sich also das Stäbchen magnetisch oder diamagnetisch.

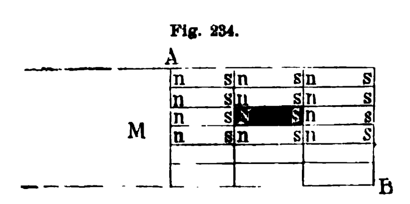


Fig. 234.

---

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVI. Man sehe *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 466.

2) Man sehe *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 451.

§. 109.

Abhängigkeit des Diamagnetismus von der magnetisirenden Kraft. Die diamagnetische Abstossung ändert sich wie die magnetische Anziehung mit der Grösse der magnetisirenden Kraft. Während die magnetische Kraft des Eisens nicht der magnetisirenden Kraft proportional, sondern langsamer wächst, schienen die ersten Untersuchungen zu ergeben, dass der Diamagnetismus einer Substanz der magnetisirenden Kraft proportional wächst.

E. Becquerel[1]) brachte in der schon im vorletzten Paragraphen beschriebenen Weise zwischen die Pole eines Elektromagnets Stäbchen der zu untersuchenden Substanz, indem er sie an dem Silberdraht einer Torsionswage aufhing, so dass sie um die verticale zu ihrer Längsrichtung senkrechte Axe frei schwingen konnten. Die Stäbchen erhielten, bevor der Magnetismus erregt wurde, durch die Torsion des Fadens eine bestimmte Gleichgewichtslage, welche mit einem Mikroskope beobachtet wurde. Wurde dann der Magnetismus erregt, so wurde das Stäbchen aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt, und dann durch Torsion des Fadens in dieselbe zurückgeführt. Die Torsion des Fadens misst somit die Stärke der magnetischen Anziehung oder Abstossung des Stäbchens, wenn es immer in derselben Lage gegen die Magnetpole sich befindet.

Unter der Voraussetzung, dass das diamagnetische oder magnetische Moment der untersuchten Substanzen der magnetisirenden Kraft M proportional ist, muss die Anziehung oder Abstossung oder die sie messende Torsion dem Quadrate der magnetisirenden Kraft proportional, oder

$$T = A \cdot M^2$$

sein. Bei den gewählten Stromstärken durfte man den Magnetismus des Elektromagnets der Stromstärke proportional oder

$$M = B \cdot J$$

setzen, woraus dann

$$T = C \cdot J^2$$

folgt; das heisst die der magnetischen Anziehung oder Abstossung entsprechende Torsion muss dem Quadrate der den Magnet erregenden Stromstärke proportional sein. In der That ergeben die Versuche Becquerel's dieses Resultat, wie unter andern folgende Zahlen zeigen.

Stab von weissem Wachs 35mm lang, 5mm dick			Stab von Wismuth 25mm lang		
J	T	$\frac{T}{J^2}$	J	T	$\frac{T}{J^2}$
1,822	3,42	1,029	1,123	3,20	2,536
3,447	12,18	1,025	3,937	40,00	2,580
5,299	28,25	1,012	6,576	110,45	2,544.

1) *E. Becquerel,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.

Dasselbe Resultat erhielt Becquerel für magnetische Substanzen, auch für fein vertheiltes Eisen, so dass er daraus allgemein annahm, dass in den diamagnetischen und magnetischen Substanzen das erregte magnetische Moment der magnetisirenden Kraft proportional wäre. Dass in fein vertheiltem Eisen das magnetische Moment länger der magnetisirenden Kraft proportional ist als in einem Eisenstabe, das lässt sich leicht erkennen. Wenn man z. B. gepulvertes, etwa aus chemisch niedergeschlagenem Oxyd durch Wasserstoff reducirtes Eisenpulver mit Schweineschmalz verreibt und dann der Wirkung eines Magnets aussetzt, so wird jedes Molekül nur durch die Wirkung des äusseren Magnets magnetisch, die einzelnen Moleküle wirken nicht auf einander inducirend ein; deshalb wird in diesem Falle die magnetische Sättigung nicht so rasch eintreten wie bei einem massiven Eisenstabe, und deshalb wird der Magnetismus des fein vertheilten Eisens länger der magnetisirenden Kraft proportional sein müssen, als bei massivem Eisen.

Aehnliches wird allgemein für die magnetischen und diamagnetischen Substanzen, mit Ausnahme wieder des massiven Nickels und Kobalts, gelten müssen, da man bei denselben allgemein annehmen kann, dass der gegenseitige Einfluss der Moleküle verschwindend klein ist[1]).

Die Resultate Becquerel's hat Tyndall[2]) durch ganz gleichzeitige und nach fast genau derselben Methode unternommene Versuche bestätigt, auch er maass die abstossende oder anziehende Kraft durch die Torsion eines Drahtes. Von den vielen Versuchen Tyndall's erwähnen wir folgende:

Wismuth			Schwefel		
J	$\sqrt{T}$	$C \cdot J$	J	$\sqrt{T}$	$C \cdot J$
0,176	2,23	2,06	0,364	1,10	1,20
0,577	6,50	6,74	0,595	1,73	1,96
0,839	10,00	9,81	0,880	2,83	2,90
1,192	13,96	13,95	1,376	4,58	4,54
	$C = 11,7$			$C = 3,3$	

Der Schwefel ergab sich bei nachheriger Untersuchung eisenhaltig, er war also eigentlich ein Gemenge einer magnetischen und einer diamagnetischen Substanz; die Uebereinstimmung der mit demselben erhaltenen Resultate mit dem von Becquerel abgeleiteten Gesetze beweist also, dass innerhalb der Grenzen des Versuches dasselbe gleicher Weise für die diamagnetischen wie für die magnetischen Substanzen gültig ist.

Auch einige Versuche von Reich[3]) nach derselben Methode, sowie von Christie[4]) mit dem Diamagnetometer ergeben dasselbe Resultat. So erh...

1) Man sehe *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus §. 20 ff.

2) *Tyndall*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

3) *Reich*, Poggend. Ann. Bd. XCVII.

4) *Christie*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Christie folgende zusammengehörige Werthe der Stromstärken und der durch die Ablenkungen nach dem vorigen Paragraphen bestimmten Momente des Wismuth:

J	M	$\frac{J}{M}$
16,77031	0,0015752	10646,7
26,08649	0,0023531	11090,4
34,05932	0,0030061	11376,7
46,57311	0,0043456	10729,9

Bei grösseren Stromstärken ist indess nach den Versuchen von Plücker[1]) dieses Gesetz nicht mehr gültig, dann zeigt sich allgemein, wie beim Eisen, ein langsameres Wachsen des Diamagnetismus, so dass auch hier Annäherung an ein Maximum eintritt. Plücker bestimmte die magnetische Anziehung oder Abstossung pulverförmiger Substanzen, welche in Fläschchen gefüllt und zum Theil mit Schweineschmalz verrieben waren, an seinem grossen Elektromagnete mittelst einer Wage, während er seinen Magnet durch Stromstärken erregte, welche sich wie 1; 2; 3; 4; 7,43 verhielten. Für den Magnetismus seines Elektromagnets fand er dann auf einem sehr indirecten Wege, den wir hier nicht auseinandersetzen können, und der wohl nicht ganz einwurfsfrei sein möchte, die Werthe 1; 2; 2,9; 3,45; 4. Die Einheit des Magnetismus ist dabei jene, welche ein Grove'scher Becher in dem Elektromagnete erregt.

Die beobachtete magnetische Anziehung oder Abstossung ist dem Producte aus dem Magnetismus der untersuchten Substanz und dem des Elektromagnets proportional, Plücker erhielt also die den verschiedenen magnetisirenden Kräften entsprechenden Magnetismen der untersuchten Substanzen, indem er die beobachteten Anziehungen jedesmal durch die eben angegebenen Werthe der Magnetismen des Elektromagnets dividirte. Als Einheit des Magnetismus gilt dann bei jeder Substanz der in ihr durch die angenommene Einheit der magnetisirenden Kraft erregte Magnetismus.

Folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der in dieser Weise von Plücker erhaltenen Resultate.

	Erregter Magnetismus im					
Elektromagnete	1	2	2,9	3,45	4	∞
Kobaltoxydhydrat	1	1,925	2,66	2,95	3,39	7,826
Wismuth und Phosphor	1	1,81	2,39	2,66	3,05	4,615
Nickeloxyd	1	1,715	2,14	2,28	2,54	3,516
Eisenoxyd	1	1,575	1,88	2,03	2,23	2,647
Eisen	1	1,38	1,51	1,61	1,69	1,915
Kobalt	1	1,325	1,41	1,465	1,49	1,742
Nickel	1	1,20	1,21	1,22	1,225	1,324

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

Wie man sieht, wachsen die Magnetismen oder Diamagnetismen, wenn die magnetisirende Kraft einen gewissen grossen Werth erreicht hat, nicht mehr proportional derselben, sondern viel langsamer; und es ist interessant zu bemerken, dass sich dieselben mit sehr guter Uebereinstimmung nach der Formel von Müller

$$m = k \,.\, \mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{M}{c}\right)$$

berechnen lassen, worin m der durch die magnetisirende Kraft M erregte Magnetismus und k und c zwei Constanten bedeuten, welche für jede Substanz einen anderen Werth haben.

Wendet man diese Formel ausserhalb der Grenzen des Versuches an, so ergibt sich, dass der Magnetismus jeder Substanz sich einem gewissen Grenzwerthe nähert, der erreicht wird, wenn $M = \infty$ wird; die letzte Columne obiger Tabelle gibt die so berechneten Grenzwerthe.

Die obige Tabelle zeigt, dass die Magnetismen sich verschieden rasch diesem Grenzwerthe nähern. Das ergibt sich noch aus einer anderen Beobachtung von Plücker[1]). Unterwirft man nämlich ein aus einer magnetischen und diamagnetischen Substanz, etwa Eisenoxyd und Wismuthpulver geformtes Stäbchen dem Einflusse eines Magnets, so stellt sich dasselbe bei starken magnetisirenden Kräften aequatorial, bei schwachen axial; während also bei schwachen Kräften die magnetische Erregung überwiegt, ist bei starken Kräften die diamagnetische die stärkere. Auch daraus ergibt sich, dass der Magnetismus des Eisenoxydes bei wachsender magnetisirender Kraft nicht so rasch wächst als der Diamagnetismus des Wismuths.

Nach den eben beschriebenen Methoden haben Becquerel[2]) und Plücker[3]) und nach einer wenig von der Methode Becquerels verschiedenen Faraday[4]) die Magnetismen verglichen, welche gleiche Gewichte oder gleiche Volumina der verschiedenen Substanzen bei gleicher magnetisirender Kraft annehmen. Die so bestimmten Werthe für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen, bei welchen die einer bestimmten Substanz, etwa des Eisens als Einheit gesetzt wird, gelten nach den eben mitgetheilten Untersuchungen von Plücker nur für die magnetisirende Kraft, für welche sie bestimmt sind, für andere magnetisirende Kräfte fallen dieselben anders aus. Da indess bei nicht zu grossen Kräften die Magnetismen den Kräften proportional wachsen, so geben diese Zahlen doch im allgemeinen ein Bild von dem Verhältniss, in welchem die verschiedenen Substanzen magnetisirt werden können. Wir stellen im Folgenden einige dieser Zahlen zusammen und bemerken zu den Versuchen von Becquerel noch, dass die magnetischen

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXIII. p. 616.
2) *Becquerel,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.
3) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXIV.
4) *Faraday,* Philosophical Magazin. IV. ser. vol. V. 1853. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

Kräfte der Flüssigkeiten in der §. 107 angegebenen Weise erhalten wurden, indem ein Glascylinder, dessen Abstossung in der Luft untersucht war, dann in den verschiedenen Flüssigkeiten untersucht wurde.

Die diamagnetischen Kräfte sind mit dem negativen Vorzeichen versehen, der Magnetismus des Wassers ist gleich — 10 gesetzt, die Zahlen gelten für gleiche Volumina.

Feste Körper		Flüssigkeiten			
Wasser	— 10,00	Wasser			— 10,
Zink	— 2,5	Alkohol			— 7,89
Wachs, weiss	— 5,68	Schwefelkohlenstoff			— 13,30
Schwefel	— 11,37	Lösung von			
Werkblei	— 15,28	Kochsalz	spec. Gew.	1,208	— 11,28
Phosphor	— 16,39	Nickelvitriol	„	1,082	+ 21,60
Selen	— 16,52	Eisenvitriol	„	1,192	+ 211,16
Wismuth	— 217,6	Eisenchlorür	„	1,276	+ 360,70
		desgl.	„	1,433	+ 558,13.

Hier wo die einzelnen Moleküle nicht auf einander einwirken, sind die Magnetismen den Massen proportional zu setzen, wir erhalten daher aus diesen Zahlen die Magnetismen gleicher Gewichte, indem wir obige Zahlen durch die Dichtigkeit der betreffenden Substanz dividiren.

Den Magnetismus fein vertheilten, mit Fett verriebenen Eisens gleich 1000000 gesetzt, findet Becquerel für ein gleiches Gewicht Wasser 3,1. Daraus ergibt sich für den Diamagnetismus des Wismuth bezogen auf ein gleiches Gewicht Eisen 7,5.

In der vorhin erwähnten Arbeit gibt Plücker für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen bei gleichem Gewichte, oder nach seiner Bezeichnung die specifischen Magnetismen für die Einheit der magnetisirenden Kraft, folgende Werthe

Eisen	1000000	Eisenoxyd	759
Kobalt	1009000	Nickeloxyd	287
Nickel	465800	Wismuth	23,6
Kobaltoxydhydrat	2178	Phosphor	16,5.

Diese Zahlen geben die Verhältnisse der Magnetismen der verschiedenen Substanzen, wenn sie fein vertheilt sind, das Verhältniss zwischen dem Magnetismus des Wismuths und des Eisens ist ein ganz anderes, wenn man die massiven Metalle mit einander vergleicht. Es ergibt sich das aus dem im vorigen Paragraphen erwähnten Versuche von W. Weber, in welchem das diamagnetische Moment zweier Wismuthstäbe mit dem eines Eisenstäbchens verglichen wurde. Aus den bei den Versuchen angewandten Stromstärken ergab sich nach der §. 103 erwähnten Gleichung, dass durch die Einheit der magnetisirenden Kraft in der Masseneinheit des Eisens das magnetische Moment 5,6074 in absoluten Einheiten hervorgebracht werde.

Für das diamagnetische Moment der Masseneinheit Wismuth berechnete sich aus den Versuchen unter der Voraussetzung, dass der Diamagnetismus noch der Stromstärke proportional gewesen, der Werth

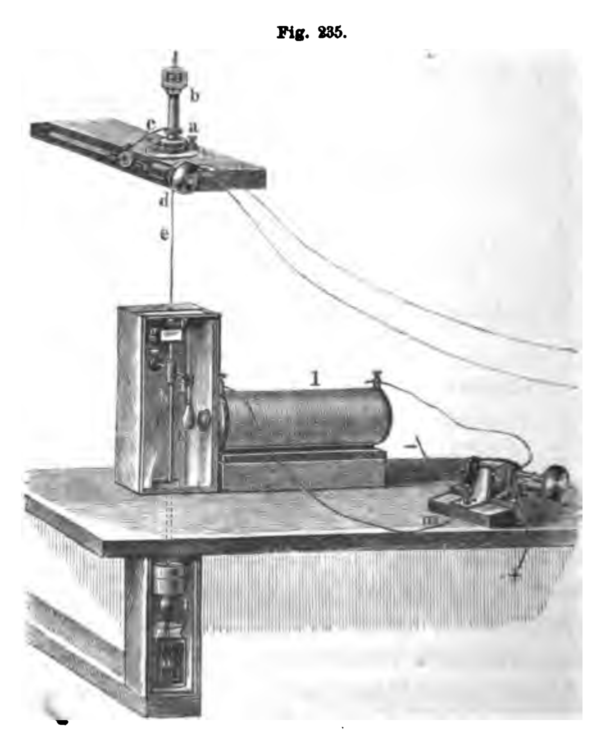
$$\frac{1}{434000}$$

in derselben Einheit. Demnach ist der specifische Magnetismus des massiven Eisens etwa 2,5 Millionen mal grösser als der Diamagnetismus des massiven Wismuth.

Dieser Unterschied zwischen dem Verhalten der massiven Metalle und der fein vertheilten stimmt durchaus mit der Weber'schen Theorie des Magnetismus und Diamagnetismus. In dem massiven Eisen muss wegen der Wechselwirkung der Moleküle der Magnetismus bedeutend stärker sein als in feinvertheiltem, während der Diamagnetismus, der nur in den um die Moleküle erregten Strömen seinen Grund hat, in dem massiven Wismuth nicht stärker sein kann wie in feinvertheiltem Metalle.

Das magnetische Verhalten der Salze einiger Metalle sowohl in ihren Lösungen als in fester Form hat später Wiedemann [1]) genauer untersucht. Die Anordnung seiner Versuche zeigt Fig. 235. Zur Messung des Magnetismus der Salze wandte Wiedemann die Torsion eines hartgezogenen Neusilberdrahtes an. Dieser Draht war in der Axe eines durchbohrten Messingzapfens befestigt, der in ein Messingrohr *a* conisch eingeschliffen war und sich in demselben mit sanfter Reibung drehen liess. Diese Drehung konnte bewirkt werden durch einen an dem Zapfen befestigten Stahlarm, der an seinem Ende gabelartig ausgeschnitten war und mit diesem Ende auf einem Stahlstab auflag, so dass ein auf dem Stahlstab aufgesetzter Stift sich zwischen

Fig. 235.



1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI.

Zinken der Gabel befand. Der Stahlstab wurde durch ein Messingrohr getragen, in welchem er sich nur parallel seiner Längsaxe bewegen konnte. In das aus dem Messingrohr bei *d* hervorragende Ende des Stahlstabes war eine feine Schraube eingeschnitten und auf diese eine scheibenförmige Mutter von 5 Cent. Durchmesser aufgesetzt. Die Scheibe war auf ihrem Rande ausgekehlt und in der Kehle war um die Scheibe eine seidene Schnur gelegt, deren beide Enden durch zwei Stahlringe zu dem etwa 3^m von dem Apparate entfernten Beobachter geführt waren. Durch Anziehen des einen oder andern Endes der Schnur konnte die Scheibe gedreht und damit der Stahlstab entweder vorwärts oder rückwärts bewegt werden. Um die Rückwärtsbewegung des Stabes zu sichern, wurde das andere Ende des Stahlstabes durch ein starkes Band von vulkanisirtem Kautschuk angezogen. Die Bewegung des Stahlstabes bewirkte durch den Arm *c* die Drehung des Messingzapfens, welche für die hier ins Spiel tretenden Kräfte eine hinreichende Torsion des Drahtes *e* bewirkte.

Der Draht *e* trug unten einen Messingstab *hn*, der an seinem untern Ende vier Flügel besass, welche, um die Schwingungen des Stabes zu vermindern, in Oel eingetaucht waren. Am obern Ende war an dem Stabe *h* ein Spiegel angebracht. Ausserdem trug der Messingstab eine Fassung, in welche ein horizontaler Messingarm eingesteckt wurde, welcher das zur Aufnahme der Lösung bestimmte Glaskölbchen *k* trug, und ein zweiter Arm, welcher ein Gewicht trug, das das gefüllte Kölbchen contrebalancirte. Das Glaskölbchen *k* schwebte vor dem Pole des Elektromagnets *l*, so dass die Axe des Magnets in ihrer Verlängerung genau den Mittelpunkt des Glaskölbchens traf und auf der durch diesen Mittelpunkt und den Draht *hn* gelegten Ebene senkrecht stand.

Nachdem nun das Kölbchen mit einer beliebigen Flüssigkeit gefüllt war, wurde zunächst durch das Fernrohr der Stand des Spiegels mit Fernrohr und Scala beobachtet und dann der den Magnetismus des Elektromagnets erregende Strom geschlossen. Hierdurch wurde das Kölbchen angezogen oder abgestossen und der Spiegel *g* gedreht. Durch Torsion des Drahtes *e*, mittels Anziehen der zum Beobachter führenden Schnüre, wurde dann das Kölbchen wieder in die Anfangslage zurückgeführt, was man daran erkannte, dass der Spiegel wieder denselben Theilstrich der Scala in das Fernrohr reflectirte. Darauf wurde der Strom wieder unterbrochen, worauf dann das Kölbchen in die durch die dem Draht ertheilte Torsion bedingte Lage sich bewegte. Die Beobachtung dieser Gleichgewichtslage mit Hülfe der vom Spiegel reflectirten Scala gab dann die Grösse der Torsion, welche der magnetischen Anziehung oder Abstossung das Gleichgewicht erhalten hatte.

Nachdem nun Wiedemann zunächst constatirt hatte, dass innerhalb der von ihm benutzten Stromstärken das magnetische Moment der zu untersuchenden Flüssigkeiten der magnetisirenden Kraft direct proportional war,

verglich er zuerst die Magnetismen verschieden concentrirter Lösungen. Dabei ergab sich, dass sich der Magnetismus der Salzlösungen direct durch Addition des Lösungsmittels und des in demselben gelösten Salzes ergibt, und dass der Magnetismus des gelösten Salzes proportional ist dem in der Volumeinheit enthaltenen Gewichte desselben.

Für vier Lösungen von Eisenchlorid ergaben sich nämlich folgende auf die Einheit der magnetisirenden Kraft reducirte der Anziehung das Gleichgewicht haltende Torsionen

	Lösung 1	Lösung 2	Lösung 3	Lösung 4
m . . .	96,94	71,62	45,17	19,19

Das mit Wasser gefüllte Kölbchen zeigte eine Abstossung von 5,53. Die Gehalte der Lösungen waren an Eisen in je 10 CC. der Lösung

g . . .	0,595 Gr.	0,450 Gr.	0,300 Gr.	0,149 Gr.

Addirt man zu den beobachteten Magnetismen m die Abstossung des mit dem Wasser gefüllten Kölbchens, so erhält man die Magnetismen des gelösten Salzes

m_1 . . .	102,47	77,16	50,70	24,72
$\frac{m_1}{g}$ . . .	172,3	170,3	169,0	165,7

Die letzte Reihe, welche aus jeder der vier Beobachtungen den Magnetismus bestimmt, den eine Lösung haben würde, welche in 10 CC. ein Gramm Eisen enthielte, beweist, dass die Magnetismen der gelösten Salze der in der Volumeinheit vorhandenen Menge proportional sind.

Bei der Lösung von Eisenchlorid in Wasser, Alkohol und Aether ergab sich, dass der Magnetismus der gelösten Salze von der Natur des Lösungsmittels unabhängig ist. Es fand sich nämlich bei einer Lösung in Alkohol, bei welcher $g = 0,399$ Gr. war, m gleich 60,79. Die Abstossung a des mit Alkohol gefüllten Gefässes betrug 4,85, somit war $m_1 = 65,64$ und $\frac{m_1}{g} = 164,4$. Bei einer Lösung in Aether war $m = 50,38$, $g = 0,321$, $a = 4,40$, somit $m_1 = 54,78$ und $\frac{m_1}{g} = 170,8$.

Mit steigender Temperatur nimmt der Magnetismus der gelösten Salze ab, und zwar für alle untersuchten Salze, eine Anzahl Eisensalze, Nickelsalze, Kobaltsalze und Ferricyankalium nach demselben Gesetze, so dass für alle sich das Moment m_t darstellen liess durch die Gleichung

$$m_t = m_0\,(1 - 0,325\,.\,t).$$

Eine interessante Beziehung ergab sich bei der Untersuchung der Magnetismen verschiedener Salze zwischen den Magnetismen und den Atomgewichten. Bezeichnet man nämlich den durch die Einheit der magnetisirenden Kraft in der Gewichtseinheit eines Salzes erregten Magnetismus als den specifischen Magnetismus des Salzes, so ergibt sich, dass das Product aus dem specifischen Magnetismus der analog zusammengesetzten Salze desselben

Metalles und ihrem Atomgewicht einen constanten Werth hat. Es ist demnach der durch die magnetisirende Kraft Eins erregte temporäre Magnetismus je eines Atoms der analog zusammengesetzten Verbindungen eines Metalls mit verschiedenen Säuren stets derselbe. So findet sich für die Nickelsalze das Product 282, für die Kobaltsalze 616, für die Mangansalze 936, für die Ferroverbindungen wird das Product 1550, für die Ferridverbindungen etwa 1900. Diesen Zahlen liegen die willkührlich von Wiedemann gewählten Einheiten des Magnetismus zu Grunde, sie haben deshalb nur die Bedeutung, dass der Molekularmagnetismus der gelösten Salze diesen Zahlen proportional ist.

Fast genau denselben Werth erhielt Wiedemann für den Molekularmagnetismus der festen Salze, welcher dadurch bestimmt wurde, dass die Salze fein gepulvert und mit geglühter Kieselsäure gleichförmig gemengt in demselben Glaskölbchen untersucht wurden, so dass man schliessen kann, dass der Magnetismus der Salze im trocknen und gelösten Zustande derselbe ist.

Der Magnetismus der Gase ist nach den Untersuchungen von Plücker, Becquerel und Faraday mit Ausnahme dessen des Sauerstoffs nur sehr gering. Letzterer ist

nach Plücker	bei	gleichem Gewicht,	Eisen	gleich 100000,	gleich	3500
„ Becquerel	„	„	„	„	„	3770
„ Faraday	„	„ Volumen,	Wasser	„ 100,	„	17,5.

Weitere Zahlenangaben über die Magnetismen der verschiedenen Stoffe zu geben wird überflüssig sein, da denselben doch keine allgemeine Gültigkeit zukommt.

§. 110.

Magnekrystallkraft. Aus der Thatsache, dass das verschiedene Verhalten der magnetischen oder diamagnetischen Substanzen im Magnetfelde darin seinen Grund hat, dass die einen magnetische, die andern diamagnetische Polarität erhalten, ergibt sich, dass eine aus irgend einer Substanz angefertigte Kugel innerhalb des Magnetfeldes zwischen den Ankern eines Elektromagnetes durchaus nicht das Bestreben haben kann, irgend eine bestimmte Lage anzunehmen. Denn die nach einer Richtung ausgedehnteren magnetischen Körper stellen sich mit dieser Richtung axial, weil das magnetische Moment derselben parallel dieser Richtung am grössten, die diamagnetischen sich mit derselben aequatorial, weil das Moment parallel dieser Richtung am kleinsten ist. Bei einer Kugel indess kann das Moment nach keiner Richtung grösser oder kleiner sein als nach allen andern, und deshalb kann dort keine besondere Richtkraft vorhanden sein.

Das Verhalten der Krystalle stimmt jedoch mit diesem Satze nicht überein; wie Plücker[1]) zuerst gezeigt hat, können Kugeln aus Krystallen

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXII.

gebildet eine bestimmte Richtung zeigen, wenn man sie zwischen die Pole bringt, ja selbst nach einer Richtung ausgedehnte Krystalle stellen sich oft anders, als nach der magnetischen Beschaffenheit der Substanz erwartet werden sollte.

Plücker nahm eine grüne Turmalinplatte eines Polarisationsapparates, welche nach §. 82 des II. Theils parallel der Axe des Krystalls geschnitten ist; die Platte war annähernd rechteckig, 12mm lang, 9mm breit und 3mm dick. Vor einem Magnetpole aufgehängt erwies sich die Platte magnetisch, und als sie an einem Coconfaden so aufgehängt wurde, dass die Richtung des Fadens mit derjenigen der Axe zusammenfiel, stellte sich die Platte zwischen den Magnetpolen auch so, wie es eine gleiche magnetische Platte gethan haben würde, also so, dass die Richtung der Fläche axial war. Dieselbe Platte wurde nun so aufgehängt, dass die Richtung der optischen Axe senkrecht zum Aufhängefaden war, dass die optische Axe also frei in der Horizontalebene schwingen konnte. Als magnetischer Körper hätte sich nun die Platte so stellen müssen, dass ihre Längsrichtung, welcher die optische Axe parallel war, mit der axialen Linie zusammenfiel. Sie stellte sich aber wie ein diamagnetischer Körper, so dass die der optischen Axe parallele Längsrichtung parallel der aequatorialen war.

Die Turmalinplatte wurde schliesslich auch so aufgehängt, dass sie selbst in horizontaler Ebene sich frei drehen konnte; sie stellte sich wieder so, wie ein diamagnetischer Körper gleicher Form sich gestellt haben würde, die der optischen Axe parallele Längsrichtung stellte sich aequatorial, die Breitenrichtung axial.

Ein anderer Turmalinkrystall, eine sechsseitige Säule von 36mm Länge und 4,6mm Dicke, stellte sich, als die Polspitzen des Elektromagnets so weit genähert waren, dass der Krystall nur eben zwischen denselben schwingen konnte, mit seiner Längsrichtung axial. Als man indess die Halbanker von einander entfernte, wurde der Krystall mit immer geringerer Kraft in dieser Lage festgehalten und wenn ihr Abstand mehr als 80mm betrug, drehte sich der Krystall um 90^0, die Längsrichtung des Krystalls stellte sich aequatorial.

Entfernte man die Halbanker nicht von einander, hob aber statt dessen den Krystall an dem Faden in die Höhe, so zeigten sich die Erscheinungen ähnlich; in einem bestimmten Abstande über den Polen stellte sich der Krystall aequatorial.

Sehr bald nachher machte Faraday [1]) ganz ähnliche Beobachtungen an krystallisirtem Wismuth, Antimon und Arsen. Wismuth, in schönen kleinen Rhomboedern krystallisirt, wurde mitten zwischen die flachen Pole des Elektromagnets gebracht; obwohl das Wismuth sich als stark diamagnetisch

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XXII. Poggend. Ann. Ergänzungsband III.

erwies, wurde es doch in dem Magnetfeld wie ein Magnet gerichtet, so dass die krystallographische Hauptaxe sich axial stellte.

Die Axe, welche sich abweichend von dem sonstigen Verhalten der Krystalle axial oder aequatorial stellt, bezeichnet Faraday als die Magnekrystallaxe, und als die Ursache dieser Richtung sieht Faraday eine neue Kraft oder Kraftform in den Körpern an, welche er Magnekrystallkraft nennt.

Die ausgedehnten Versuche von Plücker haben nun ergeben, dass bei allen nicht zum regulären Systeme gehörigen Krystallen eine solche Magnekrystallaxe vorhanden ist, welche im quadratischen und hexagonalen Systeme im allgemeinen mit der krystallographischen Hauptaxe oder der optischen Axe zusammenfällt. Anfänglich glaubte Plücker[1]), dass sich die optische Axe immer aequatorial stelle, und nahm deshalb an, dass ausser der magnetischen Anziehung oder diamagnetischen Abstossung die Richtung der optischen Axe unter allen Umständen von den Magnetpolen abgestossen würde, oder am wenigsten angezogen würde. Die eben angeführte Beobachtung Faraday's, nach welcher die Magnekrystallaxe des Wismuths und Arsens sich axial stellte, zeigte jedoch, dass dieser Satz nicht allgemein gültig sei, und darauf beobachtete auch Plücker[2]), dass die optischen oder krystallographischen Hauptaxen der einaxigen Krystalle von den Magnetpolen sowohl angezogen als abgestossen werden konnten. Kreisförmige Scheiben, welche der optischen Axe parallel aus Krystallen herausgeschnitten waren, konnten sich mit ihrer Axe sowohl axial als aequatorial stellen, und das sowohl, wenn die Masse der Krystalle magnetisch als wenn sie diamagnetisch war. Plücker theilte demnach anfangs die Krystalle in positive und negative, indem er als positiv jene bezeichnete, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen angezogen wird, als negativ jene, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen abgestossen wird.

Besser indess bezeichnete Plücker später[3]) jene Krystalle als positiv, bei welchen die magnetische Polarität der Axe dem Sinne nach dieselbe ist wie die der ganzen Masse, wo aber diese Polarität ein Maximum ist, während man als negative jene bezeichnet, bei denen die Polarität der Axe derjenigen der ganzen Masse entgegengesetzt ist, oder wenn sie gleichgerichtet ist, den kleinsten Werth hat, so dass diese sich in Folge der Magnekrystallkraft anders stellen als nach dem magnetischen Verhalten der ganzen Masse. Darnach unterscheidet man magnetisch positive und negative und diamagnetisch positive und negative Krystalle.

---

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXVI, Bd. LXXVIII, Bd. LXXVIII. *Plücker* und *Beer,* Poggend. Ann. Bd. LXXXI, Bd. LXXXII. *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVI, Bd. CX.

3) *Plücker,* Philosophical Transactions for 1858. p. 543.

In einem gleichartigen Magnetfelde stellt sich die Axe

magnetisch	positiver	Krystalle	axial
„	negativer	„	aequatorial
diamagnetisch	positiver	„	aequatorial
„	negativer	„	axial.

Nach dieser Bezeichnung gehören:

1) zu den positiven magnetischen Krystallen u. a. Spatheisenstein, eisenhaltige kohlensaure Magnesia, essigsaures Kalkkupfer, Uranglimmer, Skapolith;

2) zu den negativen magnetischen: Turmalin, Beryll, Dioptas, schwefelsaures Nickeloxyd;

3) zu den positiven diamagnetischen: Kalkspath, Antimon, Gelbbleierz, Arsenblei, Natronsalpeter;

4) zu den negativen diamagnetischen: Wismuth, Arsen, Eis, Zircon, Honigstein [1]).

Ein demjenigen einaxiger Krystalle ähnliches Verhalten hat Plücker bei einem schnell gekühlten Cylinder magnetischen Glases beobachtet, der sich mit seiner Axe aequatorial stellte [2]). Ebenso hat Tyndall beobachtet, dass Würfel von Holz in einem Magnetfelde sich immer so richten, dass die Richtung der Fasern aequatorial ist [3]). Knoblauch und Tyndall [4]) haben ferner beobachtet, dass nach einer Richtung zusammengepresste Körper sich meistens mit dieser Richtung aequatorial stellen. Ein Cylinder von Mehl und Gummiwasser stellte sich mit seiner längeren Axe aequatorial; als derselbe durch Pressen so weit verkürzt wurde, dass seine Länge kleiner war als der Durchmesser, stellte sich dennoch die Axe des Cylinders aequatorial.

Auch die Krystalle, welche keine Hauptaxe haben, die Krystalle des rhombischen, klinorhombischen und klinorhomboidischen Systems werden durch Magnekrystallkraft gerichtet.

Wie aber diese Krystalle in optischer Beziehung zwei Axen haben, so kann man nach Plücker [5]) auch zwei magnetische Axen unterscheiden, welche entweder angezogen oder abgestossen werden. Die Erscheinungen sind indess einfacher zu übersehen, wenn man die krystallographischen Axen selbst betrachtet.

Wir wollen das Verhalten in einem speciellen Falle deutlich machen. Der Arragonit krystallisirt in rhombischen Säulen, deren spitze Kanten durch die brachydiagonale Endfläche abgeschnitten sind. Die Krystallaxen

---

1) *Plücker*, a. a. O.
2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXV.
3) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855
4) *Knoblauch* und *Tyndall*, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.
5) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII und die vorher erwähnten zusammen mit Beer angestellten Untersuchungen.

sind die Axe der Säule *a*, die lange Diagonale *l* und die kurze Diagonale *k* des Rhombus, welchen man bei geradem Durchschneiden der Säulen erhält. Die Ebene der optischen Axen geht dann durch *a* und *l*, und *a* ist die erste Mittellinie. (Man sehe im zweiten Theil p. 540). Die Masse des Arragonits ist diamagnetisch. Schneidet man nun aus einem solchen Krystall ein Parallelepiped, dessen Kanten parallel den drei Krystallaxen sind, und zwar so, dass $a < k < l$ ist, so stellt sich derselbe in dem Magnetfelde folgendermassen ein:

Es ist vertical die Axe	Es sind horizontal die Axen	Es stellt sich aequatorial die Axe
a	*k* und *l*	*k*
k	*a* „ *l*	*a*
l	*a* „ *k*	*a*

Obwohl also die *a* parallele Dimension die kürzeste war, stellte sich doch diese Richtung aequatorial; es ist also parallel dieser Richtung die diamagnetische Polarität am grössten. Am kleinsten ist die diamagnetische Polarität parallel *l*, denn diese Richtung stellte sich stets axial.

Legt man nun den magnetischen Axen eine ähnliche Bedeutung bei wie den optischen Axen, bezeichnet man also jene Richtungen als magnetische Axen, senkrecht zu welchen die magnetische Polarität nach allen Richtungen gleich ist, so ergibt sich aus Betrachtungen, welche den in der Optik durchgeführten ganz analog sind, dass der Arragonit zwei magnetische Axen hat, welche in der durch die Axe der grössten und kleinsten diamagnetischen Polarität gelegten Ebene liegen, also in der durch *a* und *l* gelegten Ebene. Senkrecht zur Richtung dieser beiden Axen ist die diamagnetische Polarität nach allen Richtungen dieselbe und zwar gleich *k*; so aufgehängt, dass die magnetischen Axen vertical hängen, hat also der Krystall durch Magnekrystallkraft durchaus nicht das Bestreben eine bestimmte Lage anzunehmen. Die Richtkraft des Krystalles ist im Maximum, wenn die Ebene der magnetischen Axen horizontal ist, wenn also beim Arragonit die Richtung *k* mit dem Aufhängefaden zusammenfällt [1]).

Aehnliches zeigt sich nach den ausgedehnten Untersuchungen von Plücker und Beer und Plücker allein bei allen zweiaxigen Krystallen; es ergibt sich aus diesen Untersuchungen im allgemeinen, dass die Ebene der magnetischen Axen entweder jene der optischen Axen ist oder darauf senkrecht steht.

Die magnetische Einstellung der Krystalle hat ihren Grund darin, dass das magnetische Moment, welches dieselben unabhängig von ihrer Gestalt annehmen, nach verschiedener Richtung verschieden ist. Eine Kugel aus einem zweiaxigen Krystalle z. B. erhält in einem gleichartigen Magnetfelde

---

1) *Plücker*, Philosophical Transactions for 1858.

ebenso nach den verschiedenen Richtungen ein verschiedenes magnetisches Moment in Folge ihrer molekularen Beschaffenheit, wie ein dreiaxiges Ellipsoid von weichem Eisen in Folge seiner Gestalt, und deshalb richtet sich eine solche Kugel ganz analog diesem Ellipsoide. Auch in einem solchen Ellipsoide finden sich zwei magnetische Axen, die so beschaffen sind, dass, wenn man das Ellipsoid um dieselben drehbar aufhängt, dasselbe keine Richtkraft zeigt; diese Axen fallen indess nicht mit den Normalen der Kreisschnitte zusammen[1]).

Woher es indess kommt, dass die Krystalle nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Momente annehmen, das lässt sich nicht absehen, um so weniger, da, wie erwähnt, auch ganz amorphe Körper dadurch, dass sie nach einer Richtung zusammengepresst werden, eben dieselbe Fähigkeit erhalten.

§. 111.

Drehung der Polarisationsebene durch Magnete und den Strom. Die in den letzten Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen liefern den Beweis, dass der Magnetismus nicht, wie man früher glaubte, auf einige wenige Substanzen beschränkt ist, sondern dass er eine allgemeine Eigenschaft der Materie genannt werden kann. Denselben Beweis hat Faraday noch in anderer Weise geführt, indem er zeigte, dass der Einfluss des Magnets sich über die innere Structur der Körper erstreckt, und nachwies, dass der Lichtstrahl in isotropen durchsichtigen Körpern, welche sich zwischen den Polen eines Magnets befinden, afficirt wird[2]). Ja diese Beobachtung war die erste, welche Faraday den Beweis lieferte, dass der von ihm schon lange vermuthete Einfluss des Magnetismus auf alle Substanzen existire.

Vielfache von ihm früher angestellte Versuche, ob nicht ein Lichtstrahl durch den Magnet afficirt würde, hatten ein negatives Resultat gegeben; der Einfluss zeigte sich erst, als er zwischen die Magnetpole durchsichtige Substanzen brachte, welche von dem Lichte durchsetzt werden mussten. Zwischen die Pole eines kräftigen Hufeisenmagnets wurde ein prismatisches Stück Faraday'schen Glases von 54^{mm} Seite und 13^{mm} Dicke so eingesetzt, dass es zur Hälfte über die Polebene hervorsah, und dass es mit seiner grösseren Ausdehnung axial stand. Durch dieses Glas wurde unmittelbar über den Polflächen ein polarisirter Lichtstrahl hindurchgeleitet, so dass er das Glas in axialer Richtung, also der ganzen Länge von 54^{mm} nach durchsetzte. Der Strahl trat dann in ein Nicol'sches Prisma ein, welches als Analyseur diente. Das Glas hatte auf den Lichtstrahl gar keinen Einfluss; wurde die Polarisationsebene des analysirenden Nicols senkrecht zur Polarisationsebene des Lichtstrahls gestellt, so blieb der Strahl ausge-

---

1) *Plücker,* Philosophical Transactions for 1858.

2) *Faraday,* Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.

löscht, mochte das Glas sich zwischen dem polarisirenden Spiegel und dem Nicol befinden oder nicht. Wurde dann der Nicol in dieser Lage festgehalten, so dass also der Strahl ausgelöscht wurde, und nun der Magnetismus des Elektromagnets erregt, so wurde augenblicklich das Gesichtsfeld des Nicols erhellt und blieb hell so lange der Magnetismus andauerte; um das Licht wieder zum Verschwinden zu bringen, bedurfte es einer gewissen Drehung des Nicols, je nach der Polarität des Magnets, entweder zur Rechten oder zur Linken. Es folgt somit, dass dass Faraday'sche Glas unter dem Einfluss des Magnets die Fähigkeit erhält, die Polarisationsebene zu drehen; diese Fähigkeit dauert so lange, als das Glas sich unter dem Einfluss des Magnets befindet; sobald der Magnetismus des Elektromagnets verschwunden ist, hört sie auf, dann verhält sich das Glas wieder wie jeder isotrope Körper.

Die Richtung der Drehung ist folgende; wenn der dem analysirenden Nicol nächste Pol ein Nordpol ist, so wird der Strahl rechts gedreht, das heisst der Beobachter muss den Nicol von der Linken zur Rechten, wie den Zeiger einer Uhr drehen, damit der Strahl wieder ausgelöscht wird. Ist der nächste Pol ein Südpol, so wird der Strahl zur Linken gedreht.

Die in dieser Weise auftretende Drehung ist nur schwach, Faraday beobachtete sie bei einem dem Plücker'schen an Grösse gleichen Elektromagnete mittelst fünf Paaren Grove'scher Elemente. Man kann sie indess schon bei viel geringeren Kräften beobachten, wenn man den Strahl nicht nur an den Polen vorüber, sondern gewissermassen durch die Pole hindurch gehen lässt. Becquerel[1]) versah deshalb die Pole mit durchbohrten Halbankern und brachte die Substanz, durch welche die Lichtstrahlen hindurchgehen sollten, so zwischen die Anker, dass der Strahl die Durchbohrungen durchsetzte. Wie sehr durch diese Anordnung die Drehung zunimmt, zeigen einige Angaben von Bertin[2]). Ein und derselbe Elektromagnet brachte bei derselben Stromstärke in einem Stücke Faraday'schen Glases nach der Methode von Faraday beobachtet eine Drehung von $6^0\ 30'$ hervor, nach Aufsetzung der durchbohrten Halbanker eine Drehung von $25^0\ 6'$.

Noch vortheilhafter zu diesen Versuchen ist der Rühmkorff'sche Apparat mit durchbohrten Magnetkernen[3]). Man bringt in das Ende *a* Fig. 236 des einen Kernes einen polarisirenden Nicol, vor welchem die Lichtquelle aufgestellt wird; in das Ende *b* des anderen Kernes wird der analysirende Nicol gebracht, befestigt in einem mit einem Nonius versehenen getheilten Kreise. Auf den Tisch *t* zwischen die Pole der hohlen Magnetkerne legt man dann die diamagnetische Substanz. Da hier der Lichtstrahl genau von Pol zu Pol geht, so ist die Drehung die stärkste, welche bei den angewandten Kräften

---

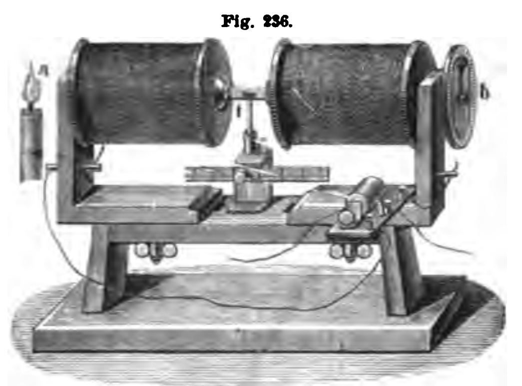
1) *E. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tome XVII.

2) *Bertin*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXV.

3) *Bertin*, a. a. O.

erreicht werden kann. Um auch bei schwachen magnetischen Kräften die Drehung deutlich wahrnehmen zu können, bringt man füglich zwischen dem polarisirenden Nicol und der drehenden Substanz eine Pouillet'sche Doppelplatte an wie bei dem Soleil'schen Saccharimeter (man sehe im II. Theil §. 94), welche die empfindliche Farbe gibt. Wie wir wissen, gibt dann die geringste Drehung der Polarisationsebene in dem einen oder anderen Sinne zu einer verschiedenen Färbung der beiden Hälften der Doppelplatte Anlass. Die Grösse der Drehung ist gleich jener, welche man dem analysirenden Nicol ertheilen muss, damit die Doppelplatte wieder gleichmässig gefärbt erscheint.

Fig. 236.



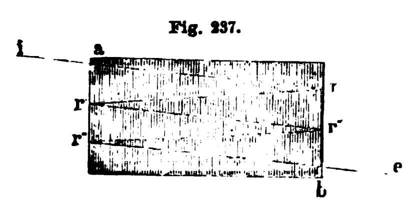
Ein anderes Mittel, die Drehung der Polarisationsebene zu verstärken, ergibt sich aus einem eigenthümlichen Unterschiede, welchen die Drehung derselben durch den Magnetpol von der Drehung in doppelbrechenden Substanzen unterscheidet. Lässt man einen polarisirten Lichtstrahl durch eine rechtsdrehende Quarzplatte gehen, so wird die Polarisationsebene immer so gedreht, dass der Beobachter den analysirenden Nicol zur Rechten zu drehen hat; es wird also die Polarisationsebene in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung immer in demselben Sinne gedreht. Lässt man daher einen Lichtstrahl in eine Quarzplatte eindringen und dann an der hinteren Fläche derselben reflectirt werden, so zeigt der wieder austretende Strahl keine Drehung, da die beiden Drehungen, welche er auf dem Hin- und Rückwege in der Quarzplatte erfährt, sich aufheben. Anders ist es bei der Drehung zwischen den Magnetpolen[1]; hier ist die Drehung nicht in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung dieselbe, wie auch der Strahl das zwischen den Magnetpolen befindliche Glas durchsetzt, sondern sie ist entgegengesetzt, wenn der Strahl vom Nordpol zum Südpol, als wenn er vom Südpol zum Norpol sich fortpflanzt. Schreitet der Strahl vom Südpol zum Nordpol durch das Glas fort, so wird er rechts gedreht, schreitet er umgekehrt fort, so wird er links gedreht. In Bezug auf die Richtung im Raume wird also der Strahl in beiden Fällen nach derselben Seite gedreht. Lässt man daher einen Lichtstrahl in das zwischen den Polen befindliche Glas eindringen und an der Rückfläche reflectirt werden, so werden in dem vorn wieder hervordringenden Strahle die Drehungen auf dem Hin- und Rückgange sich

1) *Faraday,* Philosophical Magazin vol. XXIX. 1846. Poggend. Ann Bd. LXX.

nicht aufgehoben, sondern verstärkt haben, die Drehung wird doppelt so gross sein, als wenn der Strahl nur einfach in dem letzten Sinne durch das Glas hindurchgegangen wäre.

Um hierdurch die Drehung zu verstärken, versilberte Faraday die Flächen des Glases, in welchen der Strahl eintritt und austritt, Fig. 237 bis auf zwei Stellen *a* und *b*, welche so lagen, dass, wenn der Strahl *i* bei *a* in das Glas eintrat, nach mehrmaliger Reflexion bei *r*, *r'*, *r''*, *r'''* dasselbe bei *b* nach der Richtung *bc* wieder verliess. Auf den Strecken *ar*, *r'r''*, *r'''b* wird der Strahl dann rechts, auf den Wegen *rr'*, *r''r'''* links gedreht, so dass in dem bei *c* austretenden Strahle die Summe aller Drehungen beobachtet wird.

Fig. 237.



Um eine Drehung der Polarisationsebene hervorzubringen, ist es nicht erforderlich, das Glas zwischen die Pole eines Hufeisenmagnets zu bringen, es genügt schon, dasselbe auf einen Pol oder neben denselben zu bringen [1]). Bertin legte auf einen Pol eines hufeisenförmigen Elektromagnets einen Spiegel, setzte auf denselben ein Stück Faraday'schen Glases und leitete in dasselbe mit Hülfe eines geneigten unbelegten Spiegels einen polarisirten Strahl vertical nach unten; der Strahl wurde an dem Spiegel reflectirt, durchsetzte aufsteigend das Glas zum zweiten Mal, und seine Drehung wurde mit Hülfe einer Doppelplatte beobachtet. Es trat bei dem Versuche Bertin's und unter Anwendung eines Glases von 48^{mm} Dicke eine Drehung von 21^0 ein. Dieselbe war dem Sinne nach verschieden, je nachdem der angewandte Pol ein Nordpol oder ein Südpol war [2]).

Der Sinn der Drehung lässt sich am besten nach den den Magnetpol umkreisenden Molekularströmen bestimmen, sie geschieht immer in der Richtung dieser Ströme.

Ganz dieselbe Regel ergibt sich aus der vorhin angeführten Angabe Faraday's über die Drehung zwischen den Magnetpolen, denn nach derselben geschieht z. B. in dem Rühmkorff'schen Apparate die Drehung immer in dem Sinne, wie der Strom in den Spiralen die Magnetkerne umkreist.

Nachdem die Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet nachgewiesen war, lag die Vermuthung nahe, dass auch ein elektrischer Strom dieselbe Wirkung auf das Licht ausübe, um so mehr, da man nach der Ampère'schen Theorie die magnetischen Eigenschaften als von elektrischen Strömen bedingt ansieht. Es gelang Faraday auch gleich nach der ersten Entdeckung, diese Wirkung der elektrischen Ströme nachzuweisen [3]). Man

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.
2) *Bertin*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.
3) *Faraday*, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.

lege in eine Magnetisirungsspirale ein Prisma von Flintglas etwa 6 Cent. lang, dessen Endflächen geschliffen und polirt sind, und bringe an beiden Enden der Spirale Nicols an, den einen, der als Analyseur dienen soll, an einer drehbaren Alhidade in der Mitte eines getheilten Kreises befestigt; man lasse dann parallel der Axe der Spirale Licht hindurchtreten und kreuze die Nicols, so dass das Gesichtsfeld dunkel wird. Sobald man dann durch die Spirale einen kräftigen Strom leitet, wird das Gesichtsfeld wieder beleuchtet, und man muss den analysirenden Nicol nach der einen oder anderen Seite, je nach der Richtung des Stromes drehen, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen.

Die Polarisationsebene wird dabei immer in dem Sinne gedreht, in welchem der Strom die Spirale umkreist, d. h. der Beobachter muss den analysirenden Nicol immer in demselben Sinne drehen, in welchem von seinem Standpunkte aus der Strom kreist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet dauert auch diejenige durch den Strom nur so lange als der Strom das Glas umkreist.

Nicht allein das Faraday'sche Glas, sondern auch viele andere, ja die meisten durchsichtigen festen und flüssigen Körper ertheilen zwischen den Magnetpolen oder in einer Magnetisirungsspirale der Polarisationsebene eine Drehung; dieselbe ist mit wenigen nachher zu besprechenden Ausnahmen dem Sinne nach dieselbe, an Grösse unter sonst gleichen Umständen aber sehr verschieden. Fast ebenso stark wie das Faraday'sche Glas (kieselborsaures Bleioxyd) wirkt das borsaure Bleioxyd; ebenso ist gewöhnliches Flintglas sehr geeignet, um diese Erscheinung zu zeigen.

Die doppelbrechenden Krystalle zeigen keine Drehung, wenn das Licht nicht in der Richtung der optischen Axe durch sie hindurchgeht[1]).

Um die Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten zu zeigen, ist das Soleil'sche Saccharimeter sehr geeignet, indem man die Flüssigkeitsröhre desselben mit einer Spirale umgibt. Man findet dann, dass fast alle Flüssigkeiten die Polarisationsebene mehr oder weniger stark drehen. Wasser, Alkohol, Aether, alle fetten und ätherischen Oele, geschmolzener Schwefel, Chlorschwefel; ebenso alle wässerigen und alkoholischen Lösungen. Faraday glaubte, dass in diesen nur das Lösungsmittel die Drehung bewirke; nach den Versuchen von Bertin[2]) und Verdet[3]) ist das jedoch nicht der Fall. Beide Physiker fanden, dass unter ganz denselbsn Umständen Lösungen oft stärker oft schwächer drehen als das Lösungsmittel allein. So fand z. B. Bertin bei Lösungen von Clorcalcium folgende Drehungen:

1) *Faraday,* Experimental researches ser. XIX.

2) *Bertin,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.

3) *Verdet,* Comptes Rendus. T. XLIII. p. 529. Poggend. Ann. Bd. C.

Concentrirte Lösung 13mm dicke Schicht	6° 20′
Verdünnt mit demselben Volumen Wasser	4° 55′
„ „ dem 3fachen „ „	4° 40′
„ „ „ 7 „ „ „	4°
Reines Wasser	3° 40′
Salpetersaures Ammoniak	3° 45′
Wasser	4° 55′
Schwefelsaures Eisenoxyd	4° 20′
Wasser	6°

Die mit Klammern versehenen Beobachtungen sind unter sonst gleichen Umständen gemacht.

Ebenso fand Verdet, dass alle Lösungen von Eisensalzen die Polarisationsebene schwächer drehen als Wasser.

Die Gase erhalten zwischen den Magnetpolen nicht die Fähigkeit, die Polarisationsebene zu drehen. Auch zwischen den stärksten Magnetpolen zeigt sich die Drehung nur, wenn zwischen denselben ein fester oder ein flüssiger Körper vorhanden ist.

Daraus ergibt sich schon die Richtigkeit der vorhin aufgestellten Behauptung, dass die Drehung Folge einer molekularen Aenderung der Substanzen ist, in denen sie stattfindet, dass sie nicht Folge einer directen Einwirkung der magnetischen Kraft auf den schwingenden Aether ist. Denn wäre das der Fall, so müsste auch in Gasen diese Drehung stattfinden.

Die Grösse der Drehung hängt ausser von der angewandten Substanz ab von der Dicke derselben, von der Stärke des Magnetismus oder des elektrischen Stromes und von der Neigung gegen die axiale Richtung, in welcher der Strahl die Substanz durchdringt.

Faraday glaubte, dass diese Drehung der Dicke der von dem Licht durchlaufenen Schicht sowohl als auch der Stärke des Magnetismus proportional sei[1]).

Die beiden Sätze können indess in der Allgemeinheit, wie zuerst Bertin[2]) bemerkt hat, nicht mit einander bestehen. Denn wenn die Drehung der magnetischen Kraft proportional ist, so kann sie nur dann der Dicke der durchstrahlten Substanz proportional sein, wenn dieselbe sich in einem gleichartigen Magnetfelde befindet, so dass die auf die einzelnen Schichten wirkende magnetische Kraft dieselbe ist. Das ist aber zwischen den Magnetpolen nur an einer kleinen Stelle der Fall.

Um die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchstrahlten

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. XIX. art. 2163 u. 2164.

2) *Bertin*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXV.

Schicht zu bestimmen, begann Bertin damit, den Einfluss des Abstandes des Diamagneticums von der Polfläche zu untersuchen.

Denn denken wir uns eine Schicht von gewisser Länge an einem Magnetpole anliegend, so wird, wenn wir uns dieselbe in lauter Schichten von etwa ein Millimeter Dicke zerlegt denken, die gesammte Drehung die Summe deren sein, welche der Strahl in diesen einzelnen Schichten erhält. Die Drehung in den dem Pole nächsten Schichten wird nun jedenfalls am grössten sein; sie wird in den einzelnen um so kleiner sein, je weiter sie von don Polen entfernt sind, da die magnetische Kraft mit dem Abstande von den Polen abnimmt. Kennt man nun das Gesetz, nach welchem die Drehung in einer 1mm dicken Schicht mit der Entfernung von den Polen abnimmt, so kann man daraus sofort das Gesetz der Dicke ableiten.

Um zu bestimmen, wie die Drehung mit der Entfernung von den Polen abnimmt, befestigte Bertin ein Stück Faraday'schen Glases an einem mit einer Millimetertheilung versehenen Stativ, so dass er es nach und nach in verschiedene Abstände von einem Pole eines Elektromagnets bringen konnte, und beobachtete dann bei constanter Stärke des Magnetpoles die Drehung der Polarisationsebene in dem Glase. Das angewandte Glas hatte eine Dicke von 38,9mm. Folgende Tabelle enthält eine von Bertin's Versuchsreihen.

Abstand des Glases vom Pole = x Millim.	Beobachtete Drehung y	Verhältniss der aufeinander folgenden Drehung $\frac{y'}{y}$	Berechnete Drehung $y_1 = 0{,}88504\, y$	Differenz $y_1 - y'$
0	12° 30′		12° 30′	
5	11 10	0,8934	11 4	— 6′
10	9 35	0,8582	9 54	+ 19
15	8 30	0,8870	8 30	0
20	7 25	0,8762	7 31	+ 6
25	6 35	0,8876	6 33	— 2
30	5 45	0,8735	5 50	+ 5
35	5 5	0,8840	5 5	0
40	4 35	0,9016	4 31	— 4
45	4 0	0,8728	4 4	+ 4
50	3 35	0,8957	3 32	— 3

Aus dieser Versuchsreihe ergibt sich, dass die Drehung in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Abstände des Glases von dem Pole in einer arithmetischen Reihe wachsen; bezeichnen wir also die Drehung, welche die Polarisationsebene in dem am Pole anliegenden Glase erfährt, mit

A, und mit r einen echten Bruch, so ist die Drehung im Abstande x^{mm}

$$y = A \, . \, r^x.$$

Die Constante A hängt ab von der magnetischen Kraft des Poles und von der Dicke des Glases. Bezeichnet nun c die Drehung, welche die Polarisationsebene in einer 1^{mm} dicken Schicht am Pole erfährt, so wird nach diesem Gesetze die Drehung in der zweiten ebenfalls 1^{mm} dicken Schicht des Glases sein, da diese Schicht zugleich 1^{mm} von dem Pole entfernt ist, $c \, . \, r$, in der dritten Schicht $c \, . \, r^2$, in der nSchicht $c \, . \, r^{n-1}$; ist demnach die Dicke des Glases e^{mm}, so ist

$$A = c\,(1 + r + r^2 + \ldots\ldots. r^{e-1}) = c\,\frac{1-r^e}{1-r},$$

und somit die Drehung y durch ein solches Glas in irgend einem Abstande x

$$y = c\,\frac{1-r^e}{1-r} \cdot r^x.$$

Befindet sich die diamagnetische Substanz zwischen zwei Polen, so soll sich die Wirkung der beiden Pole addiren; ist dann d der Abstand der beiden Pole, so ist, wenn obiger Ausdruck die Wirkung eines Poles gibt, die des andern

$$y' = c\,\frac{1-r^e}{1-r} \cdot r^{d-x-e},$$

demnach die Wirkung beider Pole zusammen

$$z = y + y' = c\,\frac{1-r^e}{1-r}\,(r^x + r^{d-x-e}).$$

In der That stimmen die hiernach berechneten Werthe für die Drehung ziemlich gut mit den beobachteten überein.

Die Grösse c, welche Bertin den Coefficienten der magnetischen Polarisation nennt, hängt ab von der Grösse der magnetischen Kraft und von der Natur der Substanz; bestimmt man ihn bei gleicher magnetischer Kraft für die verschiedenen Substanzen, so kann man ihn als ein Maass des molekularen Drehungsvermögens, welches die betreffenden Substanzen unter dem Einfluss der Magnete erhalten, betrachten. Dabei wird indess vorausgesetzt, dass bei geänderter magnetischer Kraft der Coefficient c sich für alle Substanzen gleichmässig ändert. Nach Bertin soll das auch der Fall sein, und einige Versuche sprechen auch dafür, so folgende, in denen die Drehung Faraday'schen Glases und Schwefelkohlenstoff bei verschiedener Stärke der magnetischen Kraft mit einander verglichen werden

Drehung in Faraday'schem Glase $18{,}3^{\mathrm{mm}}$ dick	Drehung in Schwefelkohlenstoff 10^{mm} dick	Verhältniss der Drehungen
$7^0\ 42'$	$3^0\ 18'$	0,43
$13^0\ 48'$	$6^0\ 0'$	0,43
19	$8^0\ 18'$	0,43.

Bertin hat für eine Reihe von Substanzen den Werth des Coefficienten c bestimmt; indem er ihn für Faraday's Glas gleich 1 setzt, findet er ihn z. B. für gewöhnliches Flintglas 0,53, Zinnchlorid 0,77, Schwefelkohlenstoff 0,74, Wasser 0,25, Alkohol 0,18, Aether 0,15.

Der Bertin'sche Satz über den Einfluss der Dicke auf die Drehung der Polarisationsebene stimmt ebenfalls nicht mit dem Faraday'schen Satze überein, nach welchem die Drehung der magnetischen Kraft proportional sein soll, denn darnach müsste die magnetische Kraft bei Entfernung vom Pole nach demselben Gesetze abnehmen, was sie indess nicht thut; ist daher das Gesetz von Faraday richtig, so kann man das Bertin'sche nur als ein angenähertes betrachten, welches innerhalb gewisser Grenzen wohl geeignet ist, die Drehung zu bestimmen.

Die Richtigkeit des Faraday'schen Gesetzes ist nun durch die Versuche Verdet's[1]) bestätigt worden; die Methode derselben war folgende.

Die einander zugewandten Polenden der durchbohrten Cylinder eines Rühmkorff'schen Elektromagnets wurden mit Platten von weichem Eisen von 50^{mm} Dicke und 140^{mm} Durchmesser armirt, die in der Mitte dem Kanal der Eisenkerne entsprechend durchbohrt waren. Stellte man die so armirten Magnete in passenden Entfernungen 50^{mm}—90^{mm} gegenüber, so zeigte sich, dass ein durchsichtiges Medium im Magnetfelde an allen Stellen, mit Ausnahme der unmittelbaren Nähe der Pole die Polarisationsebene gleich stark drehe. Daraus und aus directen Messungen ergab sich, dass das Magnetfeld gleichartig, d. h. dass die magnetische Kraft an allen Punkten des Feldes gleich war.

Um die Magnetkraft zu messen, wandte Verdet einen aus der im nächsten Kapitel zu besprechenden Theorie der Induction folgenden Satz an: Wenn in einem Raume von constanter magnetischer Kraft ein kreisförmiger Leiter, dessen Ebene parallel der Richtung der Magnetkraft ist rasch so gedreht wird, dass seine Ebene senkrecht auf der Richtung der Magnetkraft zu stehen kommt, so wird in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt, welcher der magnetischen Intensität proportional ist. Er brachte demnach in das Magnetfeld eine kleine Drahtspirale von 28^{mm} äusserem Durchmesser, an einem Stativ befestigt, so dass sie leicht um 90^0 gedreht werden konnte, und beobachtete den durch die Drehung in derselben erregten Inductionsstrom.

Darauf wurde an Stelle der Spirale die diamagnetische Substanz gebracht, die Drehung der Polarisationsebene beobachtet und dann nochmals die Substanz mit der Spirale vertauscht und die magnetische Kraft bestimmt. Das Mittel aus den beiden nur wenig von einander abweichenden Bestim-

---

1) *Verdet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCII.

mungen wurde dann als die magnetische Kraft während des Versuches genommen.

Als diamagnetische Substanz wandte Verdet Parallelepipede von Faraday'schem Glase, von 40^{mm} Länge, von Flintglas und von Schwefelkohlenstoff von ungefähr derselben Länge an. Die Drehung wurde mit Hülfe einer Doppelplatte bestimmt, theils für die Uebergangsfarbe, theils für homogenes Licht. Letzteres wurde durch eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak erhalten, welches nur blaues der Linie G entsprechendes Licht durchlässt.

Folgende Tabelle enthält einige von Verdet's Beobachtungen; in der ersten Columne findet sich der Abstand der Polflächen, in der zweiten die zur Erregung des Magnets benutzte Anzahl Bunsen'scher Elemente, die dritte unter m die durch den Inductionsstrom gemessene magnetische Intensität, die vierte unter α den beobachteten doppelten Drehungswinkel.

Faraday'sches Glas 40^{mm} dick.

Drehung der Uebergangsfarbe					des blauen Lichts		
a	n	m	α	$\frac{\alpha}{m}$	m	α	$\frac{\alpha}{m}$
60^{mm}	20	143,37	$9^0\ 13,75'$	3,86	157,5	$16^0\ 36'$	6,32
80^{mm}	20	115	$7^0\ 28,50'$	3,90	119	$13^0\ 13'$	6,66
60^{mm}	10	112,37	$7^0\ 17,75'$	3,89	109,6	$11^0\ 44'$	6,42
90^{mm}	10	63,62	$3^0\ 55,75'$	3,71			

Es ergibt sich also, dass die Drehung der Polarisationsebene in einer durchsichtigen Substanz stets der Intensität der auf die Substanz wirkenden Kraft proportional ist, sei es, dass die magnetische Kraft durch Veränderung des Magnetismus der Pole, sei es, dass sie durch Veränderung des Abstandes derselben geändert wird.

Dasselbe Gesetz ergibt sich aus den Versuchen Verdet's[1]), über die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationsebene von dem Winkel, welchen der Lichtstrahl mit der Richtung der magnetischen Kraft, also mit der axialen Richtung bildet. Um diese zu untersuchen, wandte Verdet einen vertical gestellten drehbaren Elektromagnet an. In der Drehungsaxe desselben war die durchsichtige Substanz aufgestellt, so dass sie etwas über die Polflächen hervorsah. Der Lichtstrahl durchlief immer dieselbe Dicke der Substanz; die Neigung des Strahles gegen die axiale Richtung wurde durch Drehung des Elektromagnets um die verticale Axe hervorgebracht. Es ergab sich, dass die Drehung der Polarisationsebene dem Cosinus des Wickels d proportional ist, welchen der Strahl mit der axialen Richtung bildet. Es ergibt sich das unter Anderem aus folgenden Zahlen:

---

1) *Verdet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIII.

Faraday'sches Glas 40mm dick			Schwefelkohlenstoff 44mm dick		
d	α	$\frac{\alpha}{\cos d}$	d	α	$\frac{\alpha}{\cos d}$
0°	8° 55,75′	535,75	0°	5° 58′	358,0
30°	7° 40,0′	531,25	30°	5° 7,75	355,25
60°	4° 28,75′	537,50	60°	2° 58,75	357,50.

Es folgt aus diesem Satze, dass es für die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchlaufenen Schicht in einem ungleichartigen Magnetfelde kein allgemeines Gesetz geben kann, da die Aenderung der magnetischen Kraft mit der Entfernung von den Polen nicht für alle Magnete dieselbe ist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationsebene der magnetischen Kraft proportional ist, ist sie nach den Versuchen von Wiedemann[1]) auch proportional der Stromstärke, wenn man durchsichtige Substanzen in eine vom Strom durchflossene Magnetisirungsspirale legt. Wiedemann wandte bei seinen Versuchen Flüssigkeiten an; dieselben wurden in Röhren von 210mm Länge in Kupferdrahtspiralen gelegt, und die Drehung bestimmt, wenn der Strom in der einen oder der entgegengesetzten Richtung durch die Spirale ging. Die Stromstärke wurde an einem Zweige beobachtet, welcher durch eine Tangentenbussole ging. So erhielt Wiedemann folgende Werthe für die Drehung der Fraunhofer'schen Linien D, E, b, F in Schwefelkohlenstoff.

Stromstärke	D	E	b	F
260	0,7	1,1	1,1	—
325	1	1,25	—	—
364	1	1,3	1,4	1,5
394	1,2	1,7	1,75	1,9
456	1,4	1,75	2,0	2,3
521	1,5	2,2	2,25	2,5.

Die Zahlen bestätigen das angegebene Gesetz vollständig; sie zeigen ausserdem, dass die Drehung von der Wellenlänge des angewandten Lichtes in derselben Weise abhängt, wie bei den doppeltbrechenden Substanzen, sie nimmt zu, wenn die Wellenlänge kleiner wird.

Wie vorhin erwähnt wurde, hat Verdet gefunden, dass eine Lösung von Eisensalzen die Polarisationsebene schwächer dreht als eine Wasserschicht von gleicher Dicke. Die Drehung in der Lösung wird theils von dem in der Lösung enthaltenen Salze, theils von dem Wasser bewirkt. Da nun in einem gleichartigen Magnetfelde die Drehung der Dicke der durchstrahlten Schicht proportional ist, so kann man aus dem bekannten Procentgehalte und der Dichtigkeit der Lösung berechnen, welchen Antheil an der Drehung das Salz, welchen das Wasser hat, indem man bestimmt, wie dick

1) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

die Schicht des in der Lösung enthaltenen Wassers ist. Führt man diese Rechnung bei den Eisensalzen durch, so findet man, dass dieselben die Polarisationsebene in entgegengesetztem Sinne drehen als die bisher angeführten Substanzen. Es gelang Verdet auch, diese negative Drehung direct an einer Lösung von Eisenchlorid in Holzgeist oder Aether nachzuweisen [1]). So fand er z. B. bei einer Lösung von 8 Gramm Eisenchlorid in 32 Gramm Aether eine deutliche Drehung zur Linken unter Umständen, wo Wasser und Alkohol zur Rechten drehen. Eine Lösung von 55 Gr. Eisenchlorid in 45 Gr. Holzgeist drehte die Polarisationsebene fast doppelt so stark zur Linken, als das Faraday'sche Glas sie zur Rechten dreht.

Wie das Eisenchlorid, verhalten sich fast alle Eisensalze mit Ausnahme des diamagnetischen Ferrocyankaliums. Es lag daher die Vermuthung nahe, dass die magnetischen Salze in den Lösungen sämmtlich ein negatives Drehungsvermögen besitzen. Diese Vermuthung zeigte sich indess nicht bestätigt [2]), da die Nickel-, Mangan- und Kobalt-Salze ein positives Drehungsvermögen, dagegen Chromsäure, chromsaures Kali, Titanchlorid u. a., die diamagnetisch sind, ein negatives Drehungsvermögen haben.

Aus der Thatsache, dass die Drehung der Polarisationsebene so wesentlich von der Natur der zwischen den Magnetpolen enthaltenen durchsichtigen Substanz abhängt, ergibt sich unzweideutig, dass dieselbe nicht Folge einer directen Einwirkung der magnetischen Kräfte auf den schwingenden Aether ist, sondern dass sie von einer Einwirkung der magnetischen Kräfte auf die Moleküle der Körper herrührt. C. Neumann [3]) sieht als Ursache derselben die in den magnetischen und diamagnetischen Substanzen inducirten Molekularströme an, welche auf den im Innern der Körper schwingenden Aether einwirken. Die ziemlich ausgeführte Theorie Neumann's können wir hier nicht ausführlicher betrachten.

Drittes Kapitel.

Elektrische Induction.

§. 112.

Induction in linearen Leitern. Von den Wirkungen der galvanischen Ströme erübrigt noch eine, die elektrische; die Erregung von elektrischen Strömen in Leitern, welche sich in der Nähe anderer Ströme

---

1) *Verdet,* Comptes Rendus. T. XLIII. Poggend. Ann. Bd. C. Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

2) *Verdet,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

3) *C. Neumann,* die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichts. Halle 1863.

befinden. Auch die Entdeckung dieser Wirkungen verdanken wir dem experimentellen Scharfsinne Faraday's[1]); er glaubte in dem später zu betrachtenden Rotationsmagnetismus Arago's[2]) eine elektrische Erscheinung zu erkennen, und es gelang ihm bald, die Erregung elektrischer Ströme durch andere Ströme und durch Magnete nachzuweisen. Schon bei seiner ersten Bekanntmachung theilte Faraday alle vier Arten mit, in welchen durch Ströme oder Magnete in linearen Leitern Ströme erregt werden; wir wollen sie in derselben Reihenfolge mittheilen und untersuchen.

Ein Kupferdraht von 62 Meter Länge wurde in einem Stück um eine grosse Walze von Holz gewickelt[3]), und zwischen seinen Windungen, indess durch Zwirnsfaden an jeder directen Berührung derselben gehindert, ein zweiter ähnlicher Draht von gleicher Länge. Der eine dieser Drähte wurde mit dem Galvanometer, der andere mit einer kräftigen galvanischen Batterie verbunden. Im Moment der Verbindung des Drahtes mit der Batterie war eine plötzliche Wirkung auf das Galvanometer sichtbar, und eine ähnliche Wirkung zeigte sich, als diese Verbindung aufgehoben wurde. So lange indess der elektrische Strom fortfuhr durch den einen Schraubendraht zu gehen, konnte keine Spur von Wirkung bemerkt werden.

Die Ablenkung der Nadel war im Momente des Schliessens derjenigen im Momente der Stromunterbrechung entgegengesetzt gerichtet; sie war im Momente des Schliessens so, als wenn durch den entstehenden Strom in den parallelen Windungen des Schraubendrahtes ein dem entstehenden der Richtung nach entgegengesetzter Strom erregt würde, im Augenblicke des Oeffnens aber ein dem verschwindenden Strome gleich gerichteter.

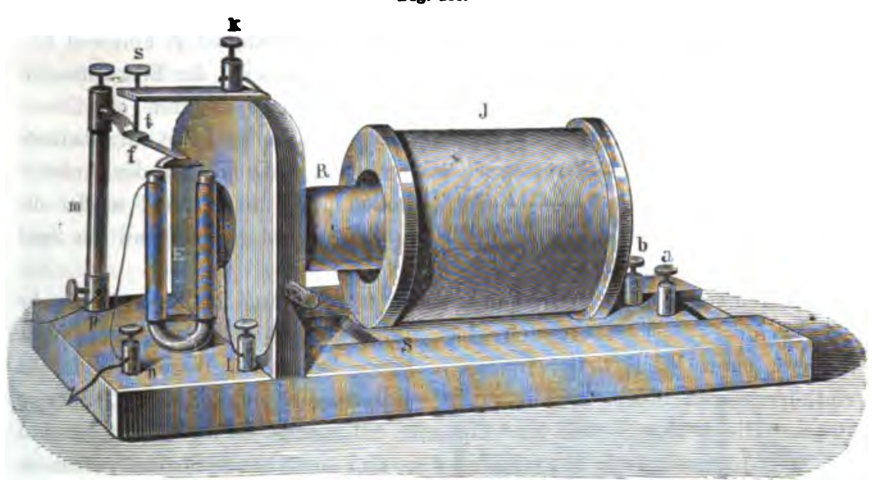
Um ausser durch die Ablenkung der Galvanometernadel den Nachweis zu liefern, dass der in der ersten Spirale entstehende oder verschwindende Strom in der zweiten Spirale einen elektrischen Strom erzeuge, suchte Faraday sofort auch die übrigen Wirkungen der galvanischen Ströme nachzuweisen. Es gelang ihm, die magnetisirende Wirkung zu zeigen; denn als er, anstatt ein Galvanometer einzuschalten, die Enden der Drähte um eine Glasröhre wand und mit einander verband, wurde eine in die Glasröhre gelegte Stahlnadel magnetisirt, als er den Strom in der ersten Spirale herstellte. Ebenso, aber in entgegengesetzter Richtung wurde die Nadel magnetisirt, als er sie nach Herstellung des Stromes in der ersten Spirale in die Glasröhre einlegte, und dann den Strom unterbrach.

Andere Wirkungen nachzuweisen, gelang es zunächst bei diesem Versuche Faraday nicht. Es gelingt das indessen leicht, wenn die Inductionsströme verstärkt werden. Wie wir im nächsten Paragraphen nachweisen werden, nimmt bei einer ähnlichen Anordnung der Spiralen die Stärke des

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.
2) *Arago*, Ann. de chim. et de phys. T. XXVII.
3) *Faraday* a. a. O.

Inductionsstromes mit der Zahl der Windungen der zweiten oder Inductionsspirale zu. Um deshalb einen kräftigen Inductionsstrom zu erhalten, windet man (Fig. 238) auf eine hohle Rolle J mehrere 100 Meter feinen Kupfer-


Fig. 238.



draht, dessen Enden mit den Klemmen a und b in Verbindung sind. In die hohle Inductionsrolle J, welche bei dem Schlittenapparate von Du Bois Reymond auf einem hölzernen Schlitten S, Fig. 238, horizontal befestigt ist, passt die inducirende Rolle R, welche ebenfalls aus einem langen um eine hohle Rolle gewickelten Kupferdrahte besteht. Durch die innere Rolle wird dann der inducirende Strom geleitet.

Da die in der Inductionsrolle erzeugten Ströme von äusserst kurzer Dauer sind, ist es, um die Wirkungen dieser Ströme zu zeigen, nothwendig, den inducirenden Strom häufig zu schliessen und zu unterbrechen. Zu diesem Zwecke ist an dem Apparate Fig. 238 ein selbstthätiger Unterbrecher, der von Neef beschriebene Wagner'sche Hammer angebracht[1]). Derselbe besteht aus einer Feder f, welche an der Messingsäule m befestigt ist und an seinem freien Ende den kleinen eisernen Anker h trägt. In der Mitte der Feder ist auf der oberen Seite ein kleines Platinplättchen t befestigt, welches durch die Feder gegen die Platinspitze der Schraube s gedrückt wird. Die Schraube s ist durch den Metallstreifen, in welchem sie sich bewegt, mit der Klemme k in Verbindung, an welcher das eine Ende des inducirenden Drahtes befestigt ist. Das andere Ende des inducirenden Drahtes ist mit der Klemme l verbunden. Von dieser Klemme führt ein Draht um den Elektromagnet E, dessen Schenkel vertical stehen und dessen Polflächen sich etwas unterhalb des kleinen Ankers h befinden; von dort

1) *Neef*, Poggend. Ann. Bd. XLVI. p. 107.

führt der Draht zu der Klemme *n*. Wird nun in die Oeffnung *p* der Säule *m* der eine, in die Klemme *n* der andere Leitungsdraht einer Batterie eingesetzt, so fliesst durch die inducirende Rolle ein Strom, welcher, wenn *p* mit dem positiven Pole der Batterie verbunden ist, von dort durch *m* in die Feder *f*, durch *s* nach *k*, dann durch die inducirende Rolle fliesst, aus dieser zur Klemme *l* kommt, dann den Elektromagnet *E* umkreist und über *n* zur Batterie zurückkehrt. In Folge dessen wird der Elektromagnet magnetisch, zieht den Anker *h* an und unterbricht dadurch die Stromleitung bei *t*. Der Strom hört dann in der inducirenden Rolle auf; dadurch wird aber auch der Elektromagnet wieder unmagnetisch und der Anker *h* durch die Kraft der Feder wieder gehoben, bis die Platte *t* wieder die Spitze *s* berührt. Dadurch ist der Strom wieder hergestellt und das Spiel wiederholt sich wie oben[1]).

Auf diese Weise erhält man je nach der Stellung der Spitze *s* in mehr oder weniger rascher Folge einzelne, die inducirende Rolle durchlaufende Ströme, deren jeder in der Inductionsspirale bei seinem Beginne und beim Aufhören einen Strom inducirt, den Schliessungsstrom und den Oeffnungsstrom. Die beiden Ströme sind einander entgegengesetzt gerichtet, so dass in der Inductionsspirale abwechselnd hin- und hergehende Ströme vorhanden sind. Für den Nachweis, dass die thermischen und elektrodynamischen Wirkungen der gewöhnlichen Ströme auch den Inductionsströmen zukommen, schadet das nichts, da die thermischen Wirkungen nicht von der Richtung der Ströme abhängig sind, und da, wenn man die Inductionsströme gleichzeitig durch die feste und bifilare Rolle des Dynamometers leitet, auch hier die verschiedene Richtung der Ströme ohne Einfluss ist; das Drehungsmoment, welches die feste der losen Rolle ertheilt, hängt nur davon ab, ob in den beiden Rollen die Richtung des Stromes gleich oder entgegengesetzt ist; wird daher in beiden Rollen die Richtung des Stromes gleichzeitig geändert, so bleibt das Drehungsmoment dasselbe. Leitet man daher die Inductionsströme durch ein Dynamometer, so erhält die Bifilarrolle bald eine constante Ablenkung, welche dem Quadrate der Stromintensität proportional ist, so dass man das Dynamometer sehr bequem als Messapparat für Inductionsströme benutzen kann.

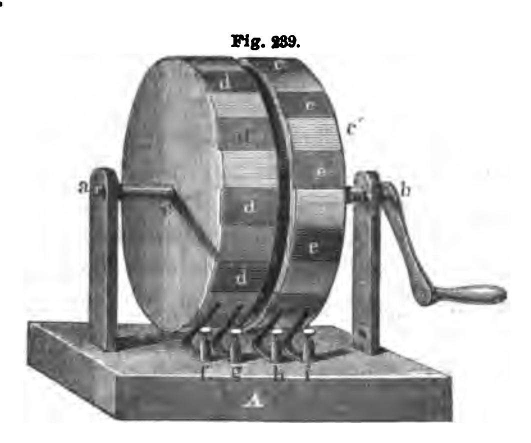
Die chemischen Wirkungen lassen sich mit diesem Apparate schon durch einen einzigen Strom nachweisen, wenn man die Enden des Drahtes auf ein mit Jodkaliumkleister bestrichenes Papier legt; unter dem positiven Drahtende wird Jod abgeschieden, welches sich durch Blaufärbung des Kleisters zu erkennen gibt. In einem Voltameter erzeugt schon ein einzelner Strom Polarisation; lässt man durch dasselbe die Ströme nur in einem Sinne gehen, also z. B. nur den Oeffnungsstrom, so zeigt sich auch

1) Eine etwas veränderte Form des Hammers gibt *Halske*, Poggend. Ann. Bd. XCVII.

eine Gasentwickelung. Man kann das erreichen, wenn man den Stromkreis des Inductionsstromes durch eine dünne Luftschicht unterbricht, indem diese den Uebergang, also die Ausbildung des Schliessungsstromes verhindert, nicht aber den Uebergang des Oeffnungsstromes[1]). Man erhält dann also eine Reihe einzelner, sich rasch folgender gleich gerichteter Ströme, welche zur Elektrolyse benutzt werden können.

Ein anderes Mittel, um in der Inductionsspirale nur gleichgerichtete Ströme zu erhalten, ist die Einschaltung des Dove'schen Disjunctors[2]) an Stelle des Hammers. Fig. 239 zeigt denselben in der Form, welche ihm Wiedemann gegeben hat. Auf die beiden Hälften einer durch eine isolirende Schicht von Elfenbein getheilten Metallaxe *ab* sind zwei Metallräder *c* und *c'* aufgesetzt, deren Ränder abwechselnd mit nichtleitenden Segmenten *d* und *e* ausgelegt sind; die Segmente *d* sind etwas breiter als *e*. Das Rad *c'* ist gegen das andere etwas verstellbar. Gegen die Räder schleifen die mit den Klemmen *f*, *g*, *h* und *i* verbundenen Federn. Die Räder *c*, *c'* werden durch eine Kurbel oder einen Schnurlauf gedreht. Schaltet man nun das Rad *c* in den Stromkreis der inducirenden, das Rad *c'* in den der Inductionsspirale ein, und stellt die Räder so, dass die Federn *h*, *i* etwas früher die leitenden Metallflächen berühren, und ebenso etwas früher verlassen als die Federn *f*, *g*, so kommt in der inducirten Spirale nur der Schliessungsstrom zu Stande, nicht der Oeffnungsstrom; stellt man die Räder so, dass die Federn *h* und *i* die leitenden Metallflächen etwas später erreichen und später verlassen, so tritt in der Inductionsspirale nur der Oeffnungsstrom auf. Wenn man aber die Räder so stellt, dass die breiteren Metallflächen auf *c'* früher erreicht und später verlassen werden, so entstehen in der Inductionsspirale beide Ströme wie bei dem Wagner'schen Hammer.

Fig. 239.



Es ergibt sich aus den angegebenen Versuchen, dass jedesmal dann, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters ein Strom entsteht oder verschwindet, in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt wird; dieser Satz lässt sich noch weiter ausdehnen, dass jedesmal, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters die Stärke eines Stromes geändert wird, ein Strom

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

2) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIII. *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 544.

entsteht, welcher bei Zunahme der Stromintensität dieselbe Richtung hat wie der Schliessungsstrom, bei Abnahme derselben dagegen die Richtung des Oeffnungsstromes. Man kann das sehr leicht zeigen, wenn man den Stromkreis der inducirenden Spirale mit einer Zweigleitung versieht, welche man abwechselnd öffnet und schliesst.

Aber nicht allein wenn man in einem von zwei benachbarten Stromkreisen die Intensität des Stromes ändert, entsteht in dem andern ein Inductionsstrom, sondern auch dann schon, wenn man einem geschlossenen Kreise einen von einem Strome durchflossenen Leiter nähert oder denselben von dem Stromkreise entfernt[1]). Man stelle an dem Inductionsapparate Fig. 238 die Spitze *s* so, dass die Feder die Spitze und zugleich der Anker *h* den Elektromagnet berührt, so dass also durch die inducirende Spirale ein constanter Strom hindurchfliesst. Man schliesse dann die Inductionsspirale durch ein Galvanometer und schiebe sie rasch auf die inducirende Spirale; sofort zeigt die Nadel des Galvanometers einen Strom an, welcher gleich dem Schliessungsstrome die entgegengesetzte Richtung hat, wie der erregende Strom. Der Strom hört auf, sobald die Inductionsspirale in Ruhe ist. Zieht man sie dann rasch von der inducirenden Spirale ab, so entsteht wieder ein Strom, welcher dem Oeffnungsstrome gleich gerichtet ist.

Es ist indess nicht einmal erforderlich, dass die beiden Stromkreise sich einander parallel nähern, sondern im allgemeinen entsteht schon ein Strom, wenn zwei Stromkreise ihre gegenseitige Lage ändern, welcher so lange dauert wie die Bewegung der Stromkreise. Das Gesetz dieser Stromerregungen hat Lenz[2]) gleich nach Faraday's Entdeckung richtig erkannt und allgemein folgendermassen ausgesprochen:

„Wenn sich ein metallischer Leiter in der Nähe eines galvanischen Stromes bewegt, so wird in ihm ein elektrischer Strom von solcher Richtung erregt, dass durch die elektrodynamische Wirkung des erregenden auf den erregten Strom die dem Leiter desselben ertheilte Bewegung gerade entgegengesetzt der Bewegung wäre, welche den Inductionsstrom veranlasst hat, vorausgesetzt, dass der inducirte Leiter nur in der Richtung der ertheilten Bewegung und in der entgegengesetzten beweglich wäre."

Wie dieses Gesetz den soeben beschriebenen Versuch ergibt, sieht man sofort. Nähert man einem Strome einen ihm parallelen Leiter, so entsteht in demselben ein dem erregenden entgegengesetzter Strom; die beiden Ströme stossen sich ab, der bewegte Draht würde also in Folge der elektrodynamischen Wirkung von dem erregenden Strome sich entfernen; die in Folge derselben eintretende Bewegung würde also derjenigen entgegengesetzt sein, welche den Inductionsstrom veranlasst hat.

---

1) *Faraday,* Experimental researches. Ser. I.

2) *Lenz,* Poggend. Ann. Bd. XXXI.

Dies Gesetz lässt in allen Fällen die Richtung des Inductionsstromes erkennen. Verschiebt man z. B. Fig. 240 den Draht *ab* parallel sich selbst

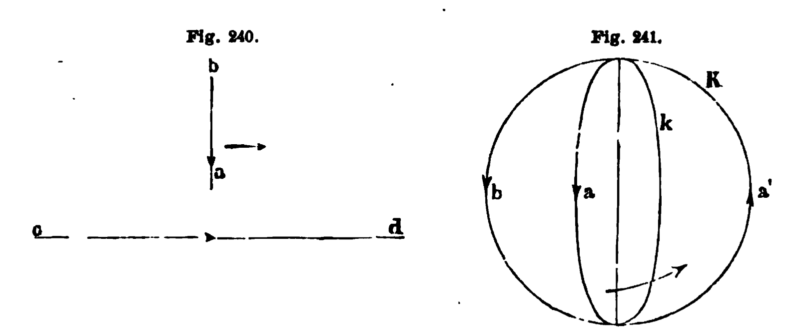


Fig. 240. Fig. 241.

über dem Strome *cd* nach *d* hin, so entsteht in dem Drahte *ab* ein von *b* nach *a* gerichteter Strom. Dieser Strom würde durch die elektrodynamische Wirkung nach *c* hin verschoben werden; also auch hier ist durch die Bewegung ein Strom erregt, welcher in Folge der elektrodynamischen Wechselwirkung der beiden Drähte dem Drahte *ab* die entgegengesetzte Bewegung ertheilen würde.

Fliesst durch den Kreis *k* (Fig. 241) ein Strom in der Richtung der Pfeilspitze, so würde derselbe durch den Strom im Kreise *K* so gedreht, dass *a* sich gegen *b* hin bewegt. Durch Induction entsteht in *k* ein solcher Strom, wenn man ihn nach entgegengesetzter Richtung, also so dreht, dass *a* gegen *a'* hin bewegt wird.

Nach der Ampère'schen Theorie beruhen die Eigenschaften der Magnete darauf, dass die Moleküle derselben von einander parallelen Molekularströmen umkreist werden; umgeben wir nun einen Eisenstab mit zu seiner Axe senkrechten Umwindungen und magnetisiren denselben dann, so muss in Folge des Magnetisirens in der Spirale ein Inductionsstrom erregt werden, der so lange dauert, als das magnetische Moment des Stabes sich ändert. Die Richtung des bei dem Magnetisiren entstehenden Inductionsstromes muss der Richtung der Molekularströme entgegengesetzt sein, da auch, wenn wir annehmen, dass das Magnetisiren Folge einer Drehung der Molekularströme ist, nach dem Lenz'schen Gesetze die Richtung der dadurch entstehenden Ströme dieselbe ist, als wenn plötzlich im Magnet Molekularströme in zur Axe senkrechten Ebenen erregt werden.

Wenn in dem von der Spirale umgebenen Eisenstabe der Magnetismus wieder verschwindet, so muss ebenfalls ein Strom inducirt werden, welcher mit den Molekularströmen des Magnets gleich gerichtet wird.

Diese Induction, welche Faraday zum Unterschiede von der durch elektrische Ströme bewirkten Induction Magnetoinduction nennt[1]), hat der-

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I.

selbe zuerst auf folgende Weise nachgewiesen. Ein eiserner Ring von 16 Cent. äusserem Durchmesser und 23mm Dicke wurde zur Hälfte mit einer Magnetisirungsspirale umgeben; die andere Hälfte wurde mit einer ähnlichen von der ersten getrennten Spirale umwickelt, welche durch ein Galvanometer geschlossen wurde. Wurde dann durch die Magnetisirungsspirale ein Strom geleitet, so wurde die Nadel des Galvanometers momentan abgelenkt, und zwar viel kräftiger als es bei den früher beschriebenen Versuchen der Fall gewesen war, obgleich dort viel kräftigere Batterien angewandt waren. Sobald das magnetische Moment des Ringes constant geworden war, kehrte die Nadel wieder zur Ruhelage zurück. Wurde durch Unterbrechung des Stromes der Magnetismus des Ringes aufgehoben, so zeigte sich ein neuer Inductionsstrom, dessen Richtung derjenigen des beim Magnetisiren entstandenen Stromes entgegengesetzt war.

Anstatt des eisernen Ringes kann man auch einen Elektromagnet wählen, dessen Anker mit einer Inductionsspirale umwickelt ist; durch abwechselndes Magnetisiren und Entmagnetisiren des Elektromagnets wird auch der Anker abwechselnd magnetisch und unmagnetisch, und dadurch werden in der denselben umgebenden Spirale hin- und hergehende Ströme inducirt.

Anstatt Elektromagnete kann man zu diesen Versuchen auch gewöhnliche Stahlmagnete anwenden, deren Polen man dann die mit Inductionsspiralen umgebenen Anker nähert, oder von denen man die Anker entfernt. Beim Annähern werden die Anker magnetisch und in Folge dessen entsteht in den Spiralen ein Inductionsstrom, beim Entfernen werden die Anker unmagnetisch und in den sie umgebenden Spiralen entsteht ein entgegengesetzter Strom.

Auch an den magnetelektrischen Strömen lassen sich alle Wirkungen der gewöhnlichen elektrischen Ströme nachweisen; man wendet zu dem Ende magnetelektrische Maschinen an, deren Einrichtung wir beschreiben werden, nachdem wir die Gesetze der Inductionsströme untersucht haben.

Wie bei der Induction durch elektrische Ströme ein Strom auch dadurch inducirt wird, dass zwei Leiter, deren einer von einem Strome durchflossen wird, ihre Lage gegen einander ändern, so entsteht auch ein Strom, wenn ein Magnet seine Lage gegen einen Leiter ändert[1]). Um die Richtung der Ströme in allen Fällen zu bestimmen, dient auch hier das Gesetz von Lenz[2]). Der durch eine Bewegung des Magnets oder Leiters in dem letztern erregte Strom hat eine solche Richtung, dass durch die elektromagnetische Wirkung zwischen dem erregten Strome und Magnete dem Leiter oder Magnete eine Bewegung ertheilt würde, welche derjenigen, die den Strom erregt hat, entgegengesetzt wäre.

---

1) *Faraday* a. a. O.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXI.

Wenn man z. B. in eine Inductionsspirale einen Magnet rasch bis zur Mitte einführt, so entsteht in der Spirale ein Strom, dessen Richtung jener der die Magnetmoleküle umkreisenden Ströme entgegengesetzt ist. Diese Richtung ergibt sich aus dem Gesetze von Lenz folgendermassen. Nähert man einer beweglich aufgestellten, von einem Strome durchflossenen Spirale einen Magnet, dessen Axe der Axe der Spirale parallel ist, so dass die Molekularströme des Magnets dem Strome in der Spirale parallel und gleich gerichtet sind, so wird die Spirale über den Magnet hingezogen, da die einander parallelen Ströme sich anziehen, bis sich die Spirale über der Mitte des Magnets befindet. Ist umgekehrt die Spirale fest, der Magnet beweglich, so wird der Magnet in die Spirale hineingezogen. Nähern wir der Spirale aber den Magnet so, dass die Molekularströme desselben und der Strom der Spirale parallel, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so stossen Magnet und Spirale sich ab. Durch das Hineinschieben wird also ein Strom erzeugt, welcher den Magnet abstossen würde.

Zieht man den Magnetpol aus der Spirale wieder heraus, so entsteht ein entgegengesetzt gerichteter Strom, ebenso als wenn man anstatt des einen Poles den entgegengesetzten in die Spirale schiebt. Schiebt man deshalb einen Magnet rasch durch eine Spirale hindurch, so entstehen in derselben zwei einander entgegengesetzte Ströme.

Auch die Entstehung des Inductionsstromes bei dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche von Verdet ergibt sich hiernach unmittelbar; befindet sich ein geschlossener Stromkreis zwischen zwei Magnetpolen, so dass seine Ebene der axialen Richtung parallel ist, so wird je nach der Richtung des Stromes der Kreis durch elektromagnetische Wirkung in dem einen oder andern Sinne so gedreht, dass die Stromebene zur axialen Richtung senkrecht wird. Dreht man daher einen nicht von einem Strome durchflossenen Kreis, welcher der axialen Richtung parallel ist, in eine zu derselben senkrechte Lage, so entsteht ein Strom, dessen Richtung so ist, dass der Kreis in Folge desselben von der axialen Lage aus entgegengesetzt, also nach der andern Seite gedreht worden wäre.

§. 113.

Gesetze der Inductionsströme. Die ersten Versuche, um die Bedingungen festzustellen, von welchen die Stärke der Inductionsströme abhängig ist, rühren von Lenz[1]) her; sie beziehen sich auf die durch Magnetinduction erregten Ströme.

Um zunächst zu bestimmen, in welcher Weise die Stärke des Inductionsstromes in einer Spirale, in welcher ein Stab weichen Eisens magnetisirt oder entmagnetisirt wird, mit der Zahl der das Eisen umgebenden Windungen sich ändert, wurde ein 15 Meter langer Draht mit einem Multipli-

1) *Lenz,* Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

cator verbunden, und die Mitte dieses Drahtes in mehrfachen, bei den verschiedenen Versuchen verschiedenen Windungen um einen Eisenstab gewickelt, welcher als Anker eines kräftigen Stahlmagnets diente. Der Anker wurde von dem Magnete abgerissen und der durch den verschwindenden Magnetismus erregte Inductionsstrom gemessen.

Die Stärke dieses Inductionsstromes ergibt sich aus der beobachteten Ablenkung der Galvanometernadel in folgender Weise. Da die Dauer des Stromes gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel verschwindend klein ist, so kann man die durch denselben auf die Magnetnadel ausgeübte Wirkung als einen momentanen, der augenblicklichen Bewegungsrichtung parallelen Stoss ansehen. In Folge dieses Stosses weicht die Nadel aus dem magnetischen Meridiane soweit aus, bis die ihr durch den Stoss ertheilte Geschwindigkeit durch die sie in den Meridian zurückführenden Kräfte vernichtet ist, ebenso wie ein Pendel durch einen Stoss so hoch aufsteigt, bis die ihm ertheilte Geschwindigkeit durch die Schwere vernichtet ist. Kehrt nun die Magnetnadel in den Meridian zurück, so wirken dieselben Kräfte auf die Nadel beschleunigend ein, welche in der vorigen Periode verzögernd auf sie einwirkten. Die Nadel kehrt daher nach den Pendelgesetzen in die Gleichgewichtslage mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie dieselbe verlassen hat. Die Geschwindigkeit v, mit welcher ein Pendel, also auch die Magnetnadel die Gleichgewichtslage passirt, ist nun nach §. 26 des ersten Theiles, wenn α den Ausschlagswinkel bedeutet,

$$v = C \cdot \sqrt{1 - \cos \alpha},$$

worin C eine von der Beschaffenheit des Galvanometers abhängige Constante bedeutet.

Diese Geschwindigkeit ist gleich derjenigen, welche der Inductionsstoss der Nadel ertheilt, sie ist der Stärke des Stosses, also auch der Intensität des Inductionsstromes proportional; ist daher i die gesuchte Intensität, so ist

$$i = c' \, . \, v = D \, . \sqrt{1 - \cos \alpha} = E \, . \sin \frac{\alpha}{2} \cdot$$

Die Stärke des Inductionsstromes ist also dem Sinus des halben Ablenkungswinkels proportional.

Da bei den verschiedenen Versuchen die Windungen eine verschiedene Länge des Ankers bedeckten, so musste Lenz sich erst vergewissern, dass es ohne Einfluss auf die Stärke des Inductionsstromes war, an welcher Stelle des Ankers sich eine schmale Spirale befand, ob in der Nähe der Magnetpole, oder in der Mitte des Ankers. Es zeigte sich das, wie nach den Bemerkungen über die magnetische Vertheilung in geschlossenen Magneten auch zu erwarten ist, in der That bestätigt. Denn als er bei drei Versuchen eine Spirale einmal ganz an das dem Nordpol anliegende Ende des Ankers heranschob, einmal auf die Mitte des Ankers und schliesslich in

unmittelbare Nähe des Südpols brachte, wurde jedesmal die Magnetnadel um $5,55^0$ abgelenkt.

Die Resultate der sich auf den Einfluss der Windungszahl beziehenden Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. In der ersten Horizontalreihe ist die Zahl der um den Anker gelegten Windungen und in den folgenden der jedesmalige halbe Ablenkungswinkel, dessen Sinus und der Quotient aus diesem Sinus und der Windungszahl angegeben.

Windungszahl n	2	4	8	9	10	12	14	15	16	18	20
$^1/_2\,\alpha$	$2^0\ 49'$	6^0	$12^0\ 27'$	$14^0\ 15'$	$15^0\ 54'$	$19^0\ 23'$	$22^0\ 51'$	$24^0\ 16'$	$26^0\ 33'$	$29^0 54'$	$32^0\ 1'$
$\sin {}^1/_2\,\alpha$	0,0491	0,1045	0,2156	0,2461	0,2740	0,3319	0,3883	0,4109	0,4470	0,4985	0,5594
$\frac{1}{n} \cdot \sin {}^1/_2\alpha$	0,0245	0,0261	0,0269	0,0273	0,0274	0,0276	0,0277	0,0274	0,0279	0,0277	0,0279

Die fast vollkommene Uebereinstimmung der Zahlen der letzten Horizontalreihe beweist, dass die in der Spirale erregten Inductionsströme der Windungszahl der Spirale proportional sind; da nun hier für den Inductionsstrom immer dieselbe Leitung, also auch derselbe Widerstand vorhanden ist, so gilt dasselbe für die durch den verschwindenden Magnetismus in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft. Bei einer aus gleichen Windungen bestehenden Spirale ist also die durch Magnetoinduction in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft der Windungszahl der Spirale direct proportional.

Um den Einfluss der Windungsweite zu untersuchen, wurden auf eine in der Mitte durchbohrte Holzscheibe 10 Windungen Kupferdraht gewunden, so dass die Weite der Windungen 177^{mm} betrug, und in einem zweiten Versuche um den Anker 10 Windungen von 20^{mm} Durchmesser gelegt. Der Anker wurde dann zwischen die entgegengesetzten Pole zweier geradliniger Magnete gebracht und die Ablenkung der Galvanometernadel beobachtet, wenn die Magnete rasch nach beiden Seiten hin entfernt wurden. Die Ablenkungswinkel betrugen dann

$$\text{für die engere Spirale } \alpha = 26^0\ 15'$$
$$\text{für die weitere Spirale } \alpha = 22^0\ 42'.$$

Die Leitungswiderstände waren hier nicht dieselben, sie waren in einem willkürlichen Maasse bei der engeren Spirale 701,25, bei der weiteren Spirale 876,25. Das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte ist also

$$\frac{701{,}25\ .\ \sin\,(13^0\ 7')}{876{,}25\ .\ \sin\,(11^0\ 21')} = \frac{1}{1{,}0838}.$$

Bei einem zweiten Versuche, bei welchem die Durchmesser der Spiralen sich wie 1 : 38,3 verhielten, fand sich das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte 1 : 1,0107.

In beiden Fällen war also das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte so nahe der Einheit gleich, dass man daraus den Schluss zu ziehen berechtigt ist, dass die elektromotorische Kraft der Magnetinduction von der Weite der Windungen unabhängig ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Lenz gezeigt, dass die elektromotorische Kraft der Magnetinduction unabhängig ist von der Dicke des zu den Spiralen angewandten Drahtes und von dem Stoffe, aus welchem derselbe gemacht ist. Er wandte bei den ersten Versuchen Drähte an, deren Querschnitte sich verhielten wie 233 : 839 : 1661, und fand für die elektromotorischen Kräfte Werthe, die sich verhielten wie 1 : 1,00305 : 1,0085, deren Verhältniss also kaum von der Einheit verschieden war. Um den Einfluss des Stoffes, aus welchem der Draht besteht, zu untersuchen, verglich er die in Spiralen von Platin, Eisen und Messing erregten Ströme mit solchen, die in Kupferspiralen erregt wurden. War der Widerstand derselbe, so war auch die Stromstärke dieselbe.

Es ergibt sich somit, dass die durch Magnetoinduction in Spiralen erzeugte elektromotorische Kraft nur von der Windungszahl der Spiralen und von der Stärke des verschwindenden Magnetismus abhängt.

Was nun die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft des Inductionsstromes von dem verschwindenden Magnetismus betrifft, so ergibt sich schon aus den §. 103 mitgetheilten Versuchen von Lenz und Jacobi, dass dieselbe dem verschwindenden magnetischen Momente proportional ist. Lenz und Jacobi setzten den Inductionsstrom dem magnetischen Momente des Stabes proportional, und fanden dann bei den dickeren Eisenkernen ihrer Versuche das so gemessene magnetische Moment der magnetisirenden Kraft der Spirale proportional. Innerhalb dieser Grenzen findet sich aber auch auf anderem Wege, durch Ablenkungsversuche gemessen, das magnetische Moment der magnetisirenden Kraft der Spirale proportional.

Ueber die durch die Bewegung eines geschlossenen Leiters in der Nähe eines Magnetpols erzeugten Inductionsströme hat W. Weber[1]) einige Versuche mit dem Dynamometer gemacht und gezeigt, dass die in jedem Momente erzeugten Inductionsströme der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind. Da die Leitungswiderstände dann immer dieselben sind, so folgt auch, dass die elektromotorischen Kräfte in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind.

Um die Methode von W. Weber verstehen zu können, müssen wir einige mechanische Erörterungen vorherschicken.

Wenn irgend ein Körper, ein Pendel oder ein Magnetstab, in Schwingungen versetzt wird, so ist die Schwingungsamplitude nicht, wie es die einfache Theorie der schwingenden Bewegung annimmt, eine constante Grösse, sondern sie wird allmählich kleiner. Der Grund dieser Abnahme der Amplitude

---

1) *W. Weber*, Elektromotorische Maassbestimmungen. Leipzig 1846.

liegt darin, dass bei jeder Bewegung ein Widerstand vorhanden ist, welcher einen Theil der Geschwindigkeit vernichtet, welche der schwingende Körper durch die beschleunigende Kraft erhält. Der Körper besitzt daher bei der Zurückkunft in die Gleichgewichtslage nicht mehr die Geschwindigkeit, mit welcher er sie vorher verliess; er kann sich daher nach der anderen Seite nicht mehr so weit von der Gleichgewichtslage entfernen, als er an der einen Seite entfernt war, und so wird bei jeder Schwingung die Amplitude um eine gewisse Grösse kleiner.

Das Gesetz, nach welchem die Amplitude abnimmt, hängt von dem Gesetze ab, nach welchem die Widerstände, welche wir uns als eine der Bewegung entgegenwirkende Kraft denken können, die Bewegung hemmen. Der einfachste Fall ist der, dass die Widerstände in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind. Es ergibt sich dann [1]), dass die Amplituden in einer geometrischen Reihe abnehmen. Bezeichnet man mit y den Abstand eines Punktes von der Gleichgewichtslage zur Zeit t, wenn derselbe unter Wirkung einer beschleunigenden Kraft φ schwingt, welche dem Abstande des Punktes von der Gleichgewichtslage proportional ist, und wenn der Bewegung eine der Geschwindigkeit der Bewegung proportionale Kraft entgegenwirkt, so dass, wenn v die Geschwindigkeit zur Zeit t bedeutet,

$$\varphi = -ky - 2\varepsilon . v$$

ist, so folgt, wie wir im ersten Bande §. 117 zeigten, für den Abstand y von der Gleichgewichtslage zur Zeit t

$$y = A . e^{-\varepsilon t} . \sin t . \sqrt{k - \varepsilon^2},$$

worin e die Basis des natürlichen Logarithmensystems ist.

Es entstehen also isochrone Schwingungen, denn jedesmal wenn

$$t . \sqrt{k - \varepsilon^2} = n\pi,$$

ist $y = 0$, also der schwingende Körper wieder in seiner Gleichgewichtslage. Die Amplituden der auf einander folgenden Schwingungen sind aber nicht von gleicher Grösse; wir erhalten nämlich für y seinen grössten Werth, wenn wir die Schwingungsdauer, das ist die Dauer der Bewegung von einer äussersten Lage zur andern, mit T bezeichnen für

$$t = \frac{T}{2};\ t = 3\,\frac{T}{2};\ \ldots\ldots\ t = (2n+1)\,\frac{T}{2}\,.$$

Die Amplituden der Schwingung werden dann

$$A . e^{-\varepsilon \frac{T}{2}};\ A . e^{-\varepsilon . 3 \frac{T}{2}}\ \ldots\ldots\ A . e^{-\varepsilon (2n+1) \frac{T}{2}}\,.$$

Das Verhältniss zweier auf einander folgenden Amplituden ist also

$$q = \frac{A . e^{-\varepsilon (2n+3) \frac{T}{2}}}{A . e^{-\varepsilon (2n+1) \frac{T}{2}}} = e^{-\varepsilon T}.$$

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837. p. 74 ff. Man sehe §. 117 des ersten Bandes.

Die Amplituden nehmen also in einer geometrischen Reihe ab; bilden wir deshalb die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungsamplituden, so sind diese Differenzen constant; diese Differenzen oder

$$\lambda = \log \frac{1}{q} = \varepsilon \, . \, T \log e$$

nennt man, wie wir damals erwähnten, nach Gauss die logarithmischen Decremente der Schwingungen. Nehmen wir natürliche Logarithmen, so ist

$$\lambda = \varepsilon \, . \, T;$$

bedeutet m den Modulus der Briggischen Logarithmen, so ist bei Benutzung dieser

$$\lambda = m \, . \, \varepsilon \, . \, T.$$

Es ergibt sich also auch, dass bei gleicher Schwingungsdauer die logarithmischen Decremente den widerstehenden Kräften oder letztere den ersteren proportional sind.

Diesen letzten Satz wandte nun Weber zur Untersuchung der Induction mit Hülfe des Dynamometers an.

Es zeigt sich nämlich, wenn man ein Pendel oder einen Magnet oder eine bifilar aufgehängte Rolle einfach in der Luft schwingen lässt, dass die Schwingungsbogen in einer geometrischen Reihe abnehmen, so dass daraus folgt, dass der Widerstand der Luft bei diesen langsamen Bewegungen der jedesmaligen Geschwindigkeit proportional ist.

Beobachtet man daher das logarithmische Decrement, wenn man eine Bifilarrolle zunächst für sich schwingen lässt, so kann man den Einfluss des Luftwiderstandes auf die Schwingungen bestimmen.

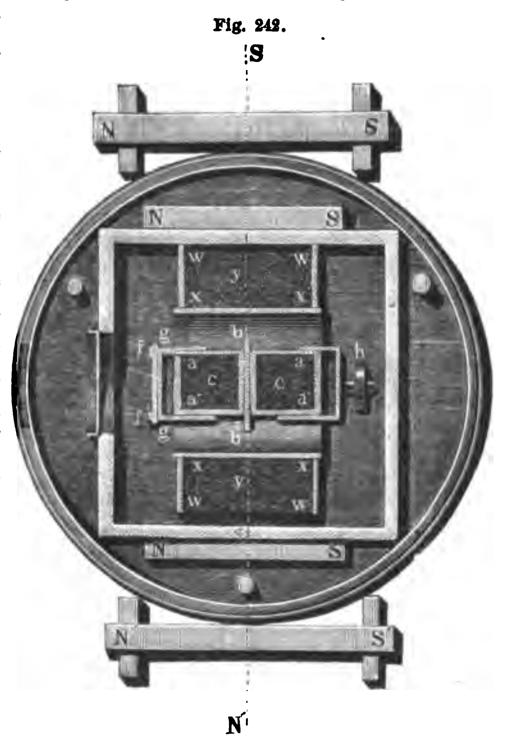
Lässt man nun eine Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, in der Nähe eines Magnetes schwingen, so wird durch die Bewegung in derselben ein Strom inducirt, wenn die Bewegung derartig ist, dass der Spirale, wenn ein Strom sie durchfliessen würde, von dem Magnete ein Drehungsmoment ertheilt würde. Bewegt sich dann die Spirale in dem einen Sinne, so wird durch die Bewegung ein Strom inducirt, so dass durch die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den inducirten Strom der Spirale ein dem Sinne der augenblicklichen Bewegung entgegengesetztes Drehungsmoment ertheilt wird, welches in jedem Augenblicke dem Producte aus dem magnetischen Momente des Stabes und der Intensität des inducirten Stromes proportional ist. Da also diese elektromagnetische Wirkung zwischen dem inducirenden Magnete und dem inducirten Strome in jedem Momente der Bewegung der Bifilarrolle entgegenwirkt, so muss durch diese die Schwingungsamplitude verkleinert werden.

Das zeigt sich nun auch in der That, es zeigt sich nämlich, dass die Schwingungsweite einer Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, wenn sie unter dem Einflusse eines Magnets schwingt, sehr viel rascher kleiner wird, als wenn sie schwingt, wenn kein Magnet in der Nähe

ist, oder als wenn ihre Enden nicht mit einander verknüpft sind, so dass der Inductionsstrom nicht zu Stande kommen kann.

W. Weber wandte zu seinen Versuchen das §. 92 beschriebene Dynamometer an; dasselbe wurde, wie Fig. 242 im Grundriss zeigt, so aufgestellt, dass die Bifilarrolle in der Ruhelage senkrecht zum magnetischen Meridian war. Ausserhalb des Kastens, welcher die Bifilarrolle umgab, wurden dann mehrere kleine Magnete theils nördlich, theils südlich hingelegt. Die Magnete lagen sämmtlich senkrecht gegen den durch die Axe der Bifilarrolle gehenden magnetischen Meridian, und zwar nördlich und südlich von der Bifilarrolle symmetrisch und wie die Figur zeigt, in der *N*, *N'* *S*, *S'* die Nord- und Südpole bezeichnen, so, dass die gleichnamigen Pole an derselben Seite lagen. Die Bifilarrolle wurde dann in Schwingungen gesetzt, wenn ihre Enden nicht in leitender Verbindung waren und mittels Fernrohr und Scale die Schwingungsbögen so lange beobachtet, bis sie zu klein waren, um noch mit Sicherheit bestimmt werden zu können. Aus der Vergleichung der Schwingungsbögen ergab sich das logarithmische Decrement

Fig. 242.



$$\lambda = 0{,}002541.$$

Darauf wurden die Enden der Bifilarrolle mit einander in leitende Verbindung gebracht, so dass die Inductionsströme zu Stande kommen konnten. Es fand sich dann, dass die Schwingungsdauer sich nicht merklich änderte, dass dagegen die Schwingungsbögen rascher abnahmen, und zugleich, dass sie eine geometrische Reihe bildeten, deren logarithmisches Decrement war

$$\lambda' = 0{,}002638.$$

Aus dieser Beobachtung ergibt sich nun zunächst, dass die Richtung der inducirten Ströme dem Lenz'schen Gesetze entspricht, und ferner, dass der in jedem Momente inducirte Strom der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Denn das geometrische Gesetz der Abnahme der Schwingungsbögen beweist, dass der Widerstand gegen die

Bewegung der Geschwindigkeit derselben proportional ist. Dieser Widerstand setzt sich aus zwei Theilen zusammen, aus dem Widerstande der Luft und der elektromagnetischen Wirkung zwischen den Magneten und inducirten Strömen. Da nun der erstere Theil für sich der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist, so muss es auch der letzte Theil sein. Da nun die elektromagnetische Wirkung der Intensität der Inductionsströme proportional ist, so folgt, dass auch diese Intensität der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Da nun der Widerstand hier immer derselbe ist, so folgt weiter, dass die elektromotorische Kraft bei der Bewegung eines geschlossenen Leiters gegen einen Magnetpol der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

Das Maass der elektromagnetischen Wirkung der Magnete auf die magnetelektrischen Ströme ist die Differenz der beiden logarithmischen Decremente

$$\lambda' - \lambda = 0{,}000097.$$

Denn bezeichnen wir die von dem Widerstande der Luft herrührende verzögernde Kraft mit ε, die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit ε', so ist in Briggischen Logarithmen

$$\lambda = m\, \varepsilon\, T$$
$$\lambda' = m\, (\varepsilon + \varepsilon')\, T,$$

somit

$$\lambda' - \lambda = m\, \varepsilon'\, T = \text{const}\, \varepsilon'.$$

W. Weber benutzte dieses Verfahren sogleich, um die Gesetze der elektrischen Induction zu untersuchen, wenn ein geschlossener Leiter gegen einen andern von einem Strome durchflossenen Leiter bewegt wird. Das Verfahren war dem vorigen analog. Die Magnete am Dynamometer wurden fortgenommen und durch die feste Rolle des Dynamometers ein Strom von 3 Grove'schen Elementen geleitet.

Bei offener Bifilarrolle wurden die Schwingungsbögen beobachtet und das logarithmische Decrement bestimmt. Es fand sich

$$\lambda_1 = 0{,}002796.$$

Darauf wurde die Bifilarrolle geschlossen und wie vorhin verfahren. Die Schwingungsdauer wurde nicht geändert, die Schwingungsbögen nahmen aber rasch ab, und wieder gehörten sie einer geometrischen Reihe an, deren logarithmisches Decrement

$$\lambda'_1 = 0{,}005423.$$

war.

Daraus folgt, dass die Gesetze der Voltainduction bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Strom dieselben sind, wie die der Magnetoinduction bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Magnet, dass also, wie es das Lenz'sche Gesetz verlangt, eine Umkehr der Bewegung auch die Richtung der inducirten Ströme umkehrt, und dass die elektromotorische Kraft der Induction der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

W. Weber benutzte diese Gelegenheit zugleich, um die Magnetinduction und Voltainduction unter diesen Umständen zu vergleichen.

Er liess zu dem Ende durch die Bifilarrolle einen schwachen Strom gehen und beobachtete das Drehungsmoment, welches die zu den vorigen Versuchen angewandten Magnete der Bifilarrolle ertheilten, und dann das Drehungsmoment, welches die von dem zu den letzten Versuchen benutzten Strome durchflossene feste Rolle der Bifilarrolle ertheilte. Diese Drehungsmomente verhielten sich wie

$$19{,}1 : 101{,}9,$$

das heisst der feste Strom ertheilte der Bifilarrolle ein mehr als 5 Mal so grosses Drehungsmoment als die Magnete. Da nun in beiden Fällen die Bifilarrolle von demselben Strome durchflossen war, so sind diese Zahlen zugleich das Maass für die elektrodynamische Kraft der festen Rolle bei dem angewandten Strome und der elektromagnetischen Kraft der Magnete, wenn die Bifilarrolle von einem und demselben constanten Strome durchflossen ist.

Ist nun die Stärke der unter den obigen gleichen Umständen inducirten Ströme einerseits dieser elektromagnetischen, andererseits dieser elektrodynamischen Kraft proportional, so müssen die inducirten Ströme sich verhalten wie

$$19{,}1 : 101{,}9.$$

Die elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen auf die schwingende inducirte Bifilarrolle, welche dem Producte aus jenen Kräften und der Intensität dsr inducirten Ströme proportional sein müssen, müssen sich daher verhalten wie

$$(19{,}1)^2 : (101{,}9)^2 \text{ oder wie } 1 : 28{,}5.$$

Das Maass dieser Wirkungen ist nun die Differenz der logarithmischen Decremente, wenn die Bifilarrolle schwingt, das eine Mal mit verknüpften Enden, wenn also die Ströme zu Stande kommen, das andere Mal, wenn das nicht der Fall ist. Denn bezeichnen wir die den Schwingungen entgegen wirkende, vom Luftwiderstande herrührende Kraft im ersten Falle mit ε, im zweiten mit ε_1, die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit ε', so ist, wie wir eben zeigten,

$$\lambda' - \lambda = \text{const } \varepsilon';$$

ist der von der elektrodynamischen Wirkung bei dem letzten Versuche herrührende Widerstand ε'_1, so ist ebenso

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \text{const } \varepsilon'_1;$$

somit

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'_1 - \lambda_1} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_1}.$$

Diese Differenzen sind nun 0,000097 und 0,002627; und dieselben verhalten sich wie

$$97 : 2627 = 1 : 27{,}1.$$

Das Verhältniss der beobachteten logarithmischen Decremente weicht von dem berechneten so wenig ab, dass man diesen Unterschied den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf. Dann ergibt sich aus diesem Resultate:

1) Die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets inducirten Ströme sind dem elektromagnetischen Drehungsmomente, in der Nähe eines geschlossenen Kreisstromes dem elektrodynamischen Drehungsmomente proportional, welches dem bewegten Leiter von dem Magnete oder dem Kreisstrome ertheilt würde, wenn der Leiter von der Einheit der Stromstärke durchflossen wäre. Daraus folgt, dass unter gleichen Umständen die inducirten Ströme dem magnetischen Momente der inducirenden Magnete oder der Intensität der inducirenden Ströme proportional sind.

2) Die durch Magnetinduction und die durch eine feste von einem constanten Strome durchflossene Rolle in einem beweglichen Leiter inducirten Ströme sind einander gleich, wenn das elektromagnetische Drehungsmoment, welches der Magnet dem von einem constanten Strome durchflossenen beweglichen Leiter ertheilt, gleich ist dem elektrodynamischen Drehungsmomente, welches die feste Rolle dem von demselben Strome durchflossenen Leiter ertheilt.

Aus den Weber'schen Sätzen können wir noch weiter folgenden Satz ableiten. Wird ein Leiter aus einer Lage in der Nähe eines inducirenden Stromes oder Magnets in eine andere übergeführt, so ist die Summe der auf diesem Wege in Bewegung versetzten Elektricität unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung, also immer dieselbe. Denn der gesammte durch eine solche Bewegung, die wir uns als gleichförmig denken wollen, inducirte Strom ist gleich dem Producte aus der Anzahl der Zeitelemente, während welcher die Bewegung dauert, in den in jedem Zeitelemente inducirten Strom. Aendert sich nun die Geschwindigkeit der Bewegung, so nimmt die Intensität jedes einzelnen Elementarstromes in demselben Verhältnisse zu, als die Anzahl der Zeitelemente abnimmt. Das Product aus beiden ist also constant.

Letzterer Satz ist auch durch Versuche von Felici [1]) bestätigt worden, indem er nachwies, dass, wenn man einen Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm kein Strom inducirt wird, in eine andere überführt, in demselben immer ein ebenso starker Strom inducirt wird, als wenn man ihn in der letzteren Lage festhält und nun den inducirenden Strom öffnet oder schliesst.

Felici stellte nämlich neben einem mit einem Galvanometer verbundenen Drahtkreise *A* zwei andere beliebig geformte Drähte *B* und *C* auf, welche mit den Polen Volta'scher Batterien verbunden werden konnten. Dieselben

1) *Felici*, Nuovo Cimento. T. IX. p. 345. 1859. *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. §. 560.

wurden so lange verschoben, dass, wenn gleichzeitig in beiden der Strom geöffnet oder geschlossen wurde, in A kein Strom inducirt wurde. Wenn dann nach dem Schliessen der Ströme die beiden Drähte B und C gleichzeitig entfernt wurden, so wurde auch dadurch kein Strom erregt. Waren dagegen die Entfernungen der Rollen nicht so abgeglichen, so dass also bei dem Oeffnen und Schliessen der Ströme B und C noch ein Strom entstand, so entstand auch bei der Entfernung der Rollen von einander immer ein Strom. Wenn also bei dem Oeffnen und Schliessen der inducirenden Ströme kein Strom entsteht, so auch nicht durch Bewegung der Leiter.

Nach dem Satze von Weber gilt nun dieser von Felici für die Voltainduction bewiesene Satz sofort auch für Magnete, da wir jeden Stromkreis durch einen Magnet von gleicher elektromagnetischer Kraft ersetzen können. Damit ist dann die Magnetoinduction vollständig gegeben, indem die Sätze von Lenz die Intensität der Inductionsströme beim Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und die Gesetze von Weber und Felici die Intensität derselben bei Bewegung des Leiters vollständig bestimmen. Nach Letzteren ist die Intensität eines Inductionsstromes, der entsteht, wenn in eine Spirale ein Magnet gestossen wird, gleich demjenigen, welcher entsteht, wenn in der Spirale ein solcher Magnet bis zu demselben Momente erregt wird; damit ist die Erregung der Inductionsströme bei der Bewegung auf die Gesetze von Lenz zurückgeführt.

Mit dem Weber'schen Satze sind ferner auch schon die Gesetze der Voltainduction gegeben, da wir nach demselben immer den Magnet durch eine Spirale ersetzt denken können, deren elektromagnetisches Moment dem magnetischen Momente der Magnete bei den Versuchen von Lenz gleich ist. Es wird deshalb auch bei der Voltainduction die elektromotorische Kraft unabhängig sein von dem Stoffe und Querschnitte des inducirten Drahtes, sie wird bei Anwendung von Spiralen der Windungszahl der inducirten Spirale und ebenso dem Producte aus der Stromstärke in die Windungszahl der inducirenden Spirale proportional sein.

Alle diese Folgerungen sind durch Versuche von Felici [1]) und Gaugain [2]) bestätigt worden.

Eine ebensolche Bestätigung liefern die Versuche von Buff mit geradlinigen Stromleitern [3]), bei welchen er zeigte, dass die in einem langen geradlinigen Draht durch einen kurzen ihm parallel gestellten inducirte elektromotorische Kraft dem Producte aus der Stromstärke und der Länge des kürzern Drahtes proportional ist, und dass die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Natur und dem Querschnitt des inducirten langen Drahtes.

---

1) *Felici,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXIV.
2) *Gaugain,* Comptes Rendus. T. XXXIX. p. 909 u. 1023.
3) *Buff,* Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Es ergibt sich somit, dass sowohl bei der Magnetoinduction als auch bei der Voltainduction die elektromotorische Kraft in einer inducirten Spirale mit der Zahl der Windungen und derselben proportional zunimmt. Damit nimmt aber die Intensität der Ströme in der Inductionsspirale nicht ebenso zu, ja wenn die Inductionsspirale in sich selbst geschlossen, also gar kein äusserer Widerstand zu überwinden ist, so kann mit steigender Windungszahl der inducirten Spirale die Stärke des inducirten Stromes sogar abnehmen. Würden die Windungen alle in einer Lage neben einander liegen, also der Durchmesser aller gleich sein, so würde die Stromstärke von der Windungszahl unabhängig sein, da in demselben Verhältnisse wie die elektromotorische Kraft wächst, auch der Widerstand zunimmt.

Werden aber die Windungen in mehreren Lagen übereinandergelegt, so nimmt die Länge des Drahtes, da die Windungen weiter werden, rascher zu als die Zahl der Windungen. Deshalb wächst der Widerstand rascher als die elektromotorische Kraft. Anders ist es jedoch, wenn ein bestimmter äusserer Widerstand zwischen den Enden der Inductionsspirale eingeschaltet ist, dann wird je nach der Grösse des äusseren Widerstandes die Stärke des Stromes bis zu einer gewissen Grenze mit der Zahl der Windungen zunehmen [1]). Dagegen wird immer die Intensität des Inductionsstromes zunehmen, je besser die Leitungsfähigkeit des Drahtes ist; Kupfer- oder Silberdraht werden daher unter sonst gleichen Umständen die stärksten Ströme liefern.

In welcher Weise man aus einer gegebenen Kupfermasse und bei gegebener inducirender Kraft eine Inductionsspirale construiren muss, um bei gegebenem äusseren Widerstande die stärksten Ströme zu erhalten, das lässt sich annähernd in derselben Weise bestimmen, wie wir die günstigste Anordnung eines Galvanometers berechnet haben. Denken wir uns eine inducirende Spirale zunächst von der gegebenen Kupfermasse in einer Windung umgeben; sei dann die elektromotorische Kraft der Induction gleich e, der Widerstand des Kupfers gleich R, der äussere Widerstand gleich r, so ist

$$J = \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt der Ring in einen Draht von $n$facher Länge ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch zugleich $\frac{1}{n}$ wird, und der ganze Draht in n Windungen um die inducirende Spirale geführt, so wird jetzt

$$J = \frac{n \cdot e}{n^2 R + r}.$$

Dieser Ausdruck erhält aber seinen grössten Werth, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand der Spirale gleich ist dem äusseren Widerstande.

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

Da nun die Inductionsströme meistens zur Hervorrufung von Erscheinungen benutzt werden, bei welchen die Widerstände *r* bedeutend sind, so werden die Inductionsspiralen gewöhnlich aus langen und dünnen Drähten construirt.

§. 114.

Extrastrom. Bevor wir die Theorie der Induction in linearen Leitern näher betrachten, müssen wir noch einige besondere Fälle der Induction etwas näher ins Auge fassen; wir beginnen mit der Induction eines Stromes auf sich selbst.

Dass ein Strom auch auf sich selbst inducirend wirkt, oder in seinem eigenen Stromkreise einen Strom inducirt, ist zuerst von Jenkin [1]) und Masson [2]) beobachtet worden. Wenn man einen galvanischen Strom an einer Stelle unterbricht, so entsteht, wie wir schon früher sahen, ein Funke, der sogenannte Oeffnungsfunke. Dieser Funke ist selbst bei kräftigen Strömen nur schwach, wenn der Stromkreis aus einem kurzen dicken Drahte besteht; derselbe wird aber lang, hell und klatschend wie ein aus einem geladenen Conductor gezogener Funke, wenn die Drahtleitung des Stromes eine bedeutende Länge hat, und ganz besonders, wenn sich in dem Stromkreise eine aus vielen Windungen bestehende Spirale befindet, obwohl der Widerstand des Schliessungskreises jetzt viel bedeutender ist als vorher.

Wenn man die beiden Enden des Leitungsdrahtes mit metallischen Handhaben versieht, und dann den Stromkreis unterbricht, indem man in jeder Hand eine der Handhaben hält, so erhält man eine Erschütterung, ähnlich wie wenn man eine Leydener Flasche durch seinen Körper entladet.

Diese Erscheinungen wurden von Faraday [3]) bestätigt und genauer untersucht; er zeigte, dass diese Wirkung nur dann sich zeige, wenn der Stromkreis aus langen Drähten bestehe, am besten, wenn in demselben eine Spirale sich befindet. Ströme von solcher Stärke, dass kurze dünne Drähte von denselben zum Glühen gebracht wurden, zeigten beim Unterbrechen des Stromes kaum einen Funken, während eine in denselben Stromkreis eingeschaltete Spirale, welche den Strom bedeutend schwächte, einen lebhaften Funken hervorrief.

Noch viel lebhafter wird dieser Funke oder, wenn man den Strom bei der Unterbrechung durch den Körper schliesst, die Erschütterung im Körper, wenn man in die in den Stromkreis eingeschaltete Spirale ein Stück weichen Eisens bringt.

---

1) *Jenkin,* Faraday Experimental researches. Sér. IX. art. 1049. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

2) *Masson,* Ann. de chim. et de phys. T. LXVI.

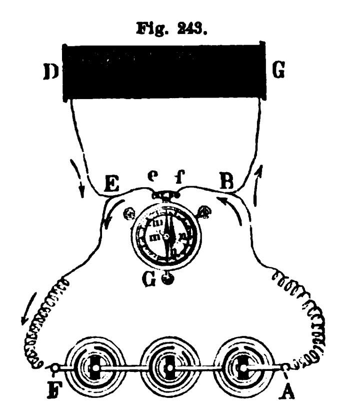
3) *Faraday,* Experimental researches. Sér. IX. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

Faraday erkannte in diesen Erscheinungen sofort einen speciellen Fall der Induction, indem er in dem Oeffnungsfunken die Ausgleichung des durch den verschwindenden Strom in der Leitung inducirten Stromes erkannte.

Betrachten wir, um diese Wirkung abzuleiten, zwei Windungen einer Spirale; schliessen wir den Strom, so wird der in jeder Windung entstehende Strom in der nebenliegenden einen Strom induciren, dessen Richtung dem entstehenden Strome entgegengesetzt ist. Dadurch wird der beginnende Strom anfänglich geschwächt, so dass er erst allmählich stärker werdend, sich zu seiner ganzen Intensität entwickelt. Wenn man dann aber, nachdem der Strom constant geworden ist, den Strom unterbricht, so wird in den einzelnen Windungen sehr rasch der Strom schwächer und deshalb inducirt jede in den naheliegenden Theilen der Leitung einen rasch verlaufenden Strom, welche sich dann durch die kurze Strecke der trennenden Luftschicht ausgleicht, da seine Intensität um so grösser, weil seine Richtung der des verschwindenden gleich ist, beide Ströme sich also summiren. Diese in dem eigenen Stromkreise beim Schliessen und Oeffnen entstehenden Inductionsströme bezeichnet man nach Faraday als Extracurrents, Extraströme oder Gegenströme.

Es gelang Faraday, die Existenz der Extraströme auch durch die übrigen Wirkungen galvanischer Ströme nachzuweisen; er benutzte dazu die Vorrichtung Fig. 243. In den Stromkreis einer galvanischen Säule *FA* wurde eine Spirale *DG* eingeschaltet. Die zu der Spirale führenden Leitungsdrähte waren durch eine Brücke *BE* verbunden, in welcher zwischen den Enden *e*, *f*, um die Nebenleitung zu schliessen, ein Galvanometer, oder ein dünner Platindraht, oder ein Zersetzungsapparat eingeschaltet werden konnte.

Fig. 243.



Ist nun bei *G* ein Galvanometer eingeschaltet, so würde die Nadel durch den durch *BE* in der Richtung der Pfeile hindurchgehenden Zweigstrom in einem bestimmten Sinne abgelenkt. An dieser Ablenkung kann man sie verhindern, indem man an der Seite, nach welcher die Nadel abgelenkt würde, einen kleinen Stift anbringt, an den dann die Nadel angedrückt wird. Unterbricht man dann den Strom zwischen *A* und *B*, so wird plötzlich die Nadel nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt. Diese Ablenkung ist Folge des durch die Brücke sich ausgleichenden, in der Spirale inducirten Oeffnungsextrastromes, welcher, da er in der Spirale dieselbe Richtung hat wie der inducirende Strom, in der Brücke entgegengesetzt gerichtet ist und von *E* nach *B* fliesst. Wird in die Spirale ein weicher Eisenkern gelegt oder ein Bündel von Eisen-

drähten, so ist, da dann beim Oeffnen des Stromes auch der verschwindende Magnetismus in der Spirale einen dem ursprünglichen gleich gerichteten Strom inducirt, die Ablenkung der Nadel bedeutend stärker [1]).

Auch durch den bei der Schliessung erregten Extrastrom kann man bei der Anordnung Fig. 243 eine Ablenkung der Galvanometernadel erhalten. Man verfährt dazu folgendermassen [2]). Die bei dem vorigen Versuche an der Nadel angebrachte einseitige Hemmung wird fortgenommen; die Nadel wird dann durch den durch *BE* gehenden Zweigstrom um eine gewisse Grösse abgelenkt. In dieser abgelenkten Stellung wird die Nadel dann festgehalten, indem man an der Seite der Gleichgewichtslage neben ihr einen kleinen Stift befestigt. Darauf wird der Strom unterbrochen.

Bei einer darauf folgenden Schliessung wird dann die Nadel im ersten Momente, trotzdem in der abgelenkten Lage die Wirkung des Stromes auf die Nadel schwächer ist, weil sie den Windungen des Galvanometers nicht parallel ist, viel stärker abgelenkt. Diese Ablenkung ist Folge des Schliessungsextrastromes, welcher in der Spirale der Richtung des entstehenden Stromes entgegengesetzt gerichtet ist, in der Brücke also sich zu dem entstehenden Strome summirt.

Ersetzt man das Galvanometer in der Brücke durch einen dünnen kurzen Platindraht, so wird derselbe von dem durch die Brücke fliessenden Zweigstrome nicht zum Glühen erhitzt; der Oeffnungsstrom, besonders wenn in der Spirale ein Eisenkern sich befindet, bringt ihn zum Glühen und kann ihn selbst abschmelzen. Es ist hierbei nothwendig, dass man bei diesem Versuche die Brücke erst schliesst, nachdem der Strom in der Spirale hergestellt ist. Auch durch den Schliessungsstrom kann man dann den Draht zum Glühen bringen, indem man einen solchen Draht wählt, dass schon ein etwas stärkerer als der constante Strom in der Brücke ihn zum Glühen bringt. Dann wird derselbe auch beim Schliessen derselben momentan zum Glühen gebracht, indem in der Brücke der entstehende und der Schliessungsextrastrom sich summiren [3]).

Um chemische Zersetzungen hervorzubringen, ist es nothwendig, dass die Spirale einen Eisenkern enthält. Faraday legte dann die Enden *e* und *f* des Brückendrahtes auf ein mit Jodkaliumlösung getränktes Papier in der Art, wie er es anwandte, um die Zersetzung durch den elektrischen Strom der Leydener Flasche zu zeigen. Diese Anordnung wurde hergestellt, als der Strom geschlossen war; es erschien an der positiven Elektrode kein Jod, so lange der Strom geschlossen blieb.

Sobald aber der Strom geöffnet wurde, erschien an der vorher negativen Elektrode ein Jodfleck, wieder ein Beweis, dass in der Brücke der

---

1) *Faraday* a. a. O. art. 1079 ff.
2) *Faraday* a. a. O. art. 1103.
3) *Faraday* a. a. O. art. 1081 u. 1004. *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.

Extrastrom beim Schliessen dem ursprünglichen Strome entgegengesetzt gerichtet ist.

Auch durch den Schliessungsstrom erhielt Faraday Abscheidungen von Jod, deren Herrühren von dem Schliessungsstrome dadurch bewiesen wurde, dass die Jodmenge nicht bei andauernder Schliessung vermehrt wurde [1]).

Indem Buff rasch nach einander eine Anzahl Oeffnungsströme oder Schliessungsextraströme in der Nebenleitung inducirte, gelang es ihm sogar durch die Extraströme Wasser zu zersetzen [2]). Buff benutzte dazu einen dem Dove'schen Disjunctor ähnlichen Apparat, den er Analysator nennt In einer der Fig. 243 ähnlichen Anordnung, welche statt des Galvanometers ein Voltameter enthielt, wurde der Disjunctor Fig. 239 eingeschaltet, so dass das eine Rad *c* den Hauptstrom schloss, das andere *c'* dagegen die Nebenleitung von *E* über *G* nach *B*. Je nach der Stellung des Rades *c'* kann man es dann dahin bringen, dass in der Nebenleitung nur der Schliessungsextrastrom zu Stande kommt oder der Oeffnungsstrom, ganz in derselben Weise, wie es p. 847 für die Inductionsströme auseinandergesetzt wurde.

Um die Zersetzung durch den Schliessungsstrom zu erhalten, wurde das Rad *c'* so gestellt, dass der Zweig etwas früher geschlossen und auch wieder unterbrochen wurde als der Hauptstrom. Die Stromstärke wurde so gewählt, dass bei dauernder Schliessung des Zweiges und des Hauptstromes im Voltameter in Folge der Polarisation keine merkliche Wasserzersetzung eintrat. Bei Benutzung einer Spirale von 500 Windungen trat sofort eine lebhafte Wasserzersetzung ein, als der Analysator gedreht wurde, welche etwa auf das Sechsfache stieg, als in die Spirale ein Bündel Eisendrähte gelegt wurde.

Bedeutend stärker war die Wasserzersetzung, als nur der Oeffnungsstrom durch das Voltameter geführt wurde, sie betrug unter Anwendung derselben Spirale etwa das Dreifache, ein Umstand, der zum Theil darin seinen Grund hat, dass der Schliessungsstrom sich nur theilweise durch das Voltameter ausgleicht und besonders darin, dass, wie Buff nachweist, die Wasserzersetzung durch den Schliessungsstrom stärker durch die Polarisation gestört wird.

Ebenso hat Dove [3]) die Existenz des Schliessungsextrastromes nachgewiesen; wir werden bei Erwähnung der Dove'schen magnetoelektrischen Maschine auf diesen Nachweis zurückkommen.

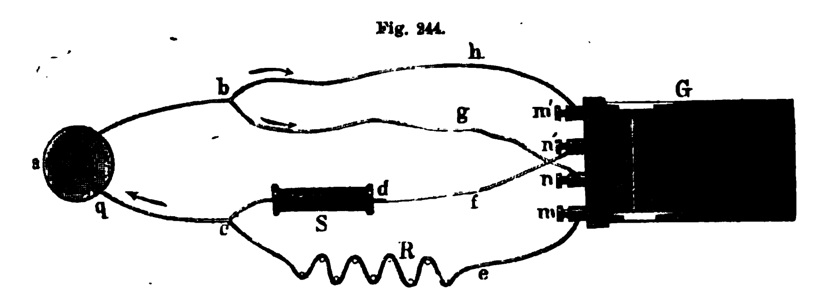
Die quantitativen Verhältnisse der Extraströme sind vorzugsweise von Edlund, Rijke und Buff untersucht worden.

---

1) *Faraday* a. a. O. art. 1088 u. 1102.
2) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.
3) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. LVI.

Edlund[1]) benutzte zu seinen Versuchen die Anordnung Fig. 244; der Strom einer aus drei Elementen bestehenden Grove'schen Säule *a* theilt

Fig. 244.



sich bei *c* in zwei Zweige *ce* und *cf*; die beiden Zweige führen derart zu zwei Windungsreihen eines Weber'schen Galvanometers (p. 740), dass dasselbe als Differentialgalvanometer dient, dass also der mit der Klemme *m* verbundene Strom das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung durchläuft als der mit der Klemme *n'* verbundene. Ersterer verlässt das Galvanometer bei *m'* und geht über *h* nach *b*, letzterer verlässt es bei *n* und geht über *g* nach *b*. In dem Zweige *cdn'* ist eine Spirale *S*, in dem Zweige *cem* ein Widerstand *R* von zickzackförmig über Glasstäben ausgespannten Kupferdrähten eingeschaltet. Letzterer wird so abgeglichen, dass der Widerstand beider Zweige genau gleich gross ist, so dass also die Nadel des Galvanometers durch den constanten beide Zweige durchlaufenden Strom nicht abgelenkt wird. Ist diese Gleichheit für eine Stromstärke erreicht, so gilt sie auch für alle, so dass die Nadel nicht abgelenkt wird, welche Aenderungen man auch in dem Stammstrome *bac* anbringen mag.

Wenn nun bei *q* der Strom unterbrochen wird, so wird in der Spirale *S* der Oeffnungsextrastrom inducirt, welcher, wenn er dieselbe in der Richtung *cd* durchläuft, das Galvanometer zunächst in der Richtung *n' n* umkreist, dann von *n* über *b*, *h* nach *m'* geht und das Galvanometer in der Richtung *m' m*, also in derselben Richtung, wie in den anderen Windungen umkreist; die Wirkung beider Windungen auf die Nadel des Galvanometers summirt sich also, die Nadel wird abgelenkt und aus der Ablenkung lässt sich die Stärke des Extrastromes bestimmen.

Sei zu dem Ende der Widerstand in dem Zweige $cdfn'ngb = r$, in dem Zweige $cemm'hb$ gleich r', und sei die elektromotorische Kraft des Oeffnungsstromes gleich k, sei ferner die Ablenkung, welche die Galvanometernadel erhält, wenn durch die Windungen mm' ein Strom von der Intensität eins hindurch geht, gleich μ, wenn ein solcher durch nn' hindurch geht, gleich ν, so ist, da wir hier die Ablenkung, welche mit Fern-

1) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

rohr und Scala bestimmt wird, einfach der Stromstärke proportional setzen können, die in dem Galvanometer durch den Oeffnungsstrom hervorgebrachte Ablenkung

$$A = \frac{k}{r + r_1}(\mu + \nu).$$

Die Widerstände r und r' waren so abgeglichen, dass die Ablenkung am Galvanometer sich aufhob; ist nun $\mu = \nu$, so ist auch, da in Stromzweigen sich die Stromstärken umgekehrt wie die Widerstände verhalten, $r = r'$, denn nur dann können die Stromstärken in den beiden Zweigen gleiche Ablenkungen der Galvanometernadel hervorbringen, wenn sie einander gleich sind. Ist aber μ von ν verschieden, so dass also die durch gleiche Ströme der Galvanometernadel von den beiden Windungen ertheilten Ablenkungen nicht gleich sind, so sind die Stromstärken, welche die Windungen entgegengesetzt durchlaufend die Ablenkung der Nadel aufheben, verschieden, sie verhalten sich umgekehrt wie μ zu ν. Die Widerstände r und r' müssen sich dann direct verhalten wie μ zu ν, oder es muss

$$\frac{\mu}{r} = \frac{\nu}{r'}.$$

In beiden Fällen ergibt sich also

$$A = \mu \cdot \frac{k}{r}.$$

Die Ablenkung A ist der Intensität des Inductionsstromes und die elektromotorische Kraft desselben ist dem Producte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande r proportional.

Wird dann der Strom bei q wieder geschlossen, so bildet sich in der Spirale S der Schliessungsextrastrom; derselbe fliesst in der Spirale von d nach c und verzweigt sich dort theils nach a theils nach cm. Um die Ablenkung des Galvanometers zu erhalten, muss man die Stromstärke in den Zweigen r und r_1 bestimmen; sei dieselbe J und J_1, sei die elektromotorische Kraft des Schliessungsstromes k_1 und der Widerstand des Stromes $cab = R$. Ist schliesslich die elektromotorische Kraft der Kette a gleich E, die Stromstärke in $cab = J_2$, so ist nach den Kirchhoff'schen Gleichungen

$$J = J_1 + J_2; \quad Jr + J_2 R = k_1 - E; \quad J_1 r_1 - J_2 R = E$$

und daraus

$$J = \frac{k_1 (R + r_1) - r_1 E}{r (R + r_1) + Rr_1} \qquad J_1 = \frac{k_1 R + r E}{r (R + r_1) + Rr_1}.$$

Die Ablenkung der Galvanometernadel ist dann, da beide Ströme die Nadel in demselben Sinne umkreisen,

$$A_1 = J\mu + J_1 \nu = \frac{k_1 [\mu (R + r_1) + \nu R] + E (\nu r - \mu r_1)}{r (R + r_1) + Rr_1}$$

und daraus, da $\mu r_1 = \nu r$,

$$A_1 = \frac{\mu k_1 \left\{R + r_1 + \frac{Rr_1}{r}\right\}}{r \left\{R + r_1 + \frac{Rr_1}{r}\right\}} = \mu \cdot \frac{k_1}{r}.$$

Die Ablenkung durch den Schliessungsstrom ist also ebenfalls unabhängig von der Beschaffenheit des Stammes *bac*, sie ist der Intensität desselben direct proportional; die elektromotorische Kraft desselben ist dem Producte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande *r* proportional.

Nach dieser Methode hat nun Edlund zunächst gezeigt, dass der Oeffnungs- und Schliessungsstrom gleiche Intensität haben, wenn im Momente der Unterbrechung der inducirende Strom noch dieselbe Stärke hat, welche er gleich nach dem Schliessen erreichte. Es ergibt sich das unter andern aus folgenden Versuchen.

Stromstärke des inducirenden Stromes	Ausschlag der Nadel		Stärke des Oeffnungsstromes		Differenz
	beim Oeffnen	beim Schliessen	beobachtet	berechnet	
33,8	6,93	8,60	6,93	7,32	— 0,39
42,1	9,20	11,38	9,20	9,12	+ 0,08
44,8	9,61	10,48	9,61	9,71	— 0,10
51,9	11,08	14,37	11,08	11,24	+ 0,14
54,2	12,30	12,62	12,30	11,85	+ 0,15
80,3	17,45	23,48	17,45	17,40	+ 0,05
108,4	23,76	25,86	23,76	23,49	+ 0,27
113,6	25,09	27,33	25,09	24,61	+ 0,48

Die Ablenkung der Nadel ist beim Schliessen zwar immer etwas grösser als beim Oeffnen; der Grund dafür liegt aber offenbar darin, dass auch bei den constanten Ketten eine, wenn auch nur schwache Polarisation eintritt, wodurch gleich nach Schluss der Kette der Strom etwas stärker ist als später.

Die fünfte Columne der obigen Tabelle, welche aus der ersten erhalten ist, indem die entsprechenden Stromstärken mit 0,21665 multiplicirt sind, beweist ferner, dass die Intensität der Extraströme derjenigen der inducirenden Ströme direct proportional ist.

Rijke[1]) hat durch ganz ebenso angeordnete Versuche diese beiden Sätze von Edlund bestätigt, und zu denselben noch den Satz gefügt, dass eben dieselben Gesetze noch gültig sind, wenn man in die Inductionsspirale einen Eisenkern hineinbringt, und ebenso, wenn man in der Nähe der den Extrastrom erzeugenden Spirale noch eine Inductionsspirale anbringt. Das Gleiche ergeben die vorhin erwähnten Versuche Buff's, der die chemischen Wirkungen des Extrastromes zu seinen Messungen verwandte.

1) *Rijke,* Poggend. Ann. Bd. CII.

§. 115.

Ströme inducirt durch Reibungselektricität. Der Entladungsschlag der Leydener Flasche ist von so kurzer Dauer, dass Beginnen des Stromes und Aufhören fast zusammenfallen; Faraday glaubte deshalb, dass dieser Strom nicht im Stande sei Inductionswirkungen auszuüben, da der Schliessungsstrom und Oeffnungsstrom so nahe zusammenfallen würden, dass sie sich gegenseitig aufheben. Es ist das jedoch keineswegs von vornherein klar; im Gegentheil ist es sehr wohl möglich, dass die Inductionsströme selbst nahezu so rasch verlaufen wie der Entladungsschlag der Leydener Flasche; dann wird dieser zwei einander entgegengesetzte Ströme induciren, welche zeitlich noch auseinanderfallen, also wirklich zu Stande kommen können. Wirkungen, welche von der Richtung des Stromes abhängig sind, würde man mit diesen Strömen dann allerdings nicht erzielen können, aber durch Wärmewirkungen oder physiologische Zuckungen müssten sie dann mit Sicherheit nachzuweisen sein.

In der That sind diese Ströme fast gleichzeitig und unabhängig von einander von Marianini [1]) und Riess [2]) entdeckt worden, und sogar durch eine Wirkung, welche einen Strom bestimmter Richtung voraussetzt; Marianini hat nämlich eine Nadel durch einen solchen Strom magnetisirt, und Riess fand, dsss in einer Magnetisirungsspirale, welche mit einer geschlossenen Inductionsspirale umgeben war, eine Nadel stärker normal magnetisirt wurde als durch den Entladungsschlag allein. Letztere Erscheinung ergibt sich leicht; durch den Schliessungsstrom wird zwar die Wirkung des inducirenden Stromes, bis derselbe sein Maximum erreicht hat, geschwächt, von dem Momente aber wird die Wirkung desselben durch den Oeffnungsstrom verstärkt.

Die Beobachtung Marianini's wird durch eine Untersuchung Wiedemann's [3]) über das Magnetisiren erklärt, in welcher er gezeigt hat, dass, wenn man eine Stahlnadel durch einen Strom von gewisser Stärke magnetisirt hat, ein entgegengesetzter Strom gleicher Stärke die Nadel nicht nur entmagnetisirt, sondern sogar schon entgegengesetzt magnetisirt.

Riess hat die Existenz der Nebenströme dann in folgender Weise direct durch das Luftthermometer nachgewiesen.

Eine Drahtspirale von 111 Windungen eines 1,3^{mm} dicken, 2,5 Meter langen Kupferdrahtes wurde in eine Glasröhre gesteckt und darauf die Glasröhre in 107 Windungen mit einem fünf Meter langen Kupferdrahte umwickelt, dessen Enden mit einem Luftthermometer verbunden waren

---

1) *Marianini*, Memorie di fisica sperimentale. Modena 1838. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. §. 809.

2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd. II. §. 807 ff.

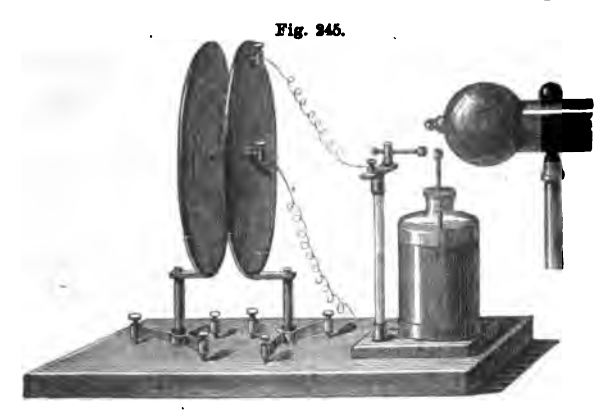
3) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. C u. CVI.

Jede Entladung der Batterie durch den inneren Draht brachte dann in dem Thermometer eine Temperaturerhöhung hervor.

Wurde an die Stelle des Thermometers eine Magnetisirungsspirale eingeschaltet, so konnten Nähnadeln magnetisirt werden.

Die physiologischen Wirkungen der Inductionsströme konnten am besten mit Inductionsscheiben erhalten werden. Dieselben bestehen aus Scheiben von trocknem Holze, in welche auf der einen Seite entweder Spiralen (Fig. 245) oder eine Anzahl concentrischer Kreise eingeschnitten sind, welche durch Furchen mit einander verbunden sind. Der Mittelpunkt der Scheibe ist durchbohrt und der Anfang des in die Kreise gelegten Drahtes, sowie auch das Ende durch die Scheibe hindurchgesteckt und auf der hinteren Seite durch Klemmschrauben befestigt.

Fig. 245.



Um zwei ganz gleiche Scheiben derart, deren Drahtwindungen genau parallel sind, zu erhalten, schwärzt man die Drahtwindungen der fertigen Scheibe mit Kohle und drückt sie dann auf einer zweiten Scheibe ab.

Zwei solcher Scheiben stellt man einander gegenüber, indem man entweder eine auf die andere legt mit zugewandten Drähten und durch eine Glasscheibe von einander getrennt, oder indem man die Scheiben vertical an Glasfüssen befestigt. Mit zwei solchen Scheiben, welche 5,4^{mm} von einander entfernt waren, erhielt Riess schon sehr unangenehme Schläge, wenn die Nebenspirale mit Handhaben versehen durch den Körper geschlossen und durch die inducirende Spirale die Elektricitätsmenge sechs (Kugeln der Maassflasche 1,3^{mm} entfernt) aus vier Flaschen entladen wurde.

Die quantitativen Gesetze des Nebenstromes hat Riess hauptsächlich durch das Luftthermometer studirt. Es ergab sich, dass der Nebenstrom unter sonst gleichen Umständen mit der Stärke der Ladung nach demselben Gesetze zunimmt wie der Hauptstrom; die Erwärmung im Thermometer war dem Producte aus der entladenen Elektricitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional. Der Nebenstrom ist also der Stärke des Hauptstromes proportional.

Ebenso fand Riess, dass die in der Nebenspirale bewegte Elektricitätsmenge der Windungszahl der Hauptspirale proportional und dass sie von der Drahtdicke und der Substanz der Nebenspirale, dem Verzögerungswerthe derselben unabhängig ist.

Die quantitativen Gesetze der Induction sind also für reibungselektrische Ströme dieselben wie für galvanische Ströme.

Die Magnetisirung durch den Nebenstrom ist ebenfalls von Riess genauer untersucht worden [1]), indess lässt sich in derselben nichts Gesetzmässiges erkennen; es würde von Interesse sein, dieselbe nach den Untersuchungen Feddersen's und v. Lischart's wieder aufzunehmen, vielleicht, dass sich dann gerade mit Hülfe dieser Wirkung der Nebenstrom genauer studiren liesse. Denn nach den Untersuchungen Feddersen's, welcher den Hauptstrom in eine Menge oscillirender Ströme zerlegt hat, muss der Inductionsstrom des Entladungsschlages ein äusserst complicirtes Phänomen sein, er muss aus einer ganzen Reihe hin- und hergehender Ströme bestehen.

Chemische Wirkungen lassen sich durch diese Inductionsströme nicht erhalten, es gelingt aber, wenn man in den Stromkreis des Inductionsstromes eine Luftstrecke einschaltet, indem auch hier nur der Oeffnungsstrom zu Stande kommt; legt man die Enden der Inductionsspirale dann auf mit Jodkalium befeuchtetes Papier, so tritt Ausscheidung von Jod ein.

§. 116.

Unipolare Induction. Bei den bisher betrachteten Erscheinungen der Magnetoinduction wurden Ströme inducirt, wenn der Magnetismus erregt oder geschwächt, und wenn den Leitern Magnete genähert oder von ihnen entfernt wurden, wenn also allgemein gesprochen in Bezug auf den Leiter die Magnetkraft verstärkt oder geschwächt wird.

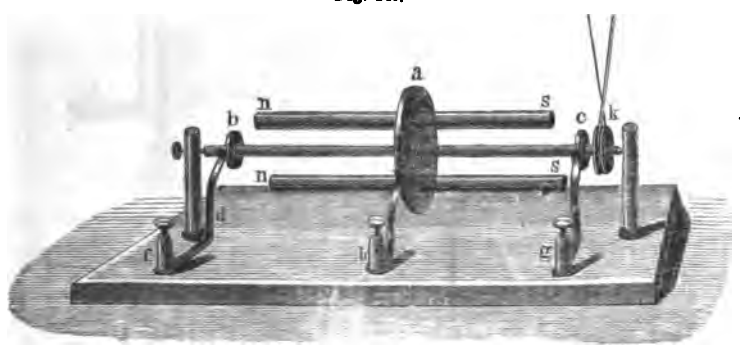
Eine allgemeine Anwendung des Lenz'schen Gesetzes ergibt unter gewissen Bedingungen indess auch Inductionsströme durch Magnete, wenn das nicht der Fall ist, wenn die Magnetkraft in Bezug auf die Leiter sich nicht ändert; es muss danach nämlich in allen Fällen durch mechanische Bewegung eines Magnets in der Nähe eines Leiters ein Strom erregt werden, wenn ein den Leiter durchfliessender Strom dem Magnete eine entgegengesetzte Bewegung ertheilen würde. Es muss demnach auch durch Bewegungen, welche man den Magneten in der Art der elektromagnetischen Rotationen ertheilt, in Leitern, welche so liegen, dass Ströme in ihnen derartige Rotationen hervorbringen, ein Inductionsstrom erregt werden. In der That lassen sich diese Inductionsströme leicht zeigen, wenn man

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd. II. §. 835 ff.

die in §. 99 betrachteten Rotationen mechanisch hervorbringt, wie Faraday [1]), W. Weber [2]) und Plücker [3]) ausführlich gezeigt haben.

Einen sehr hübschen Apparat, welcher die directe Umkehr des in Fig. 206 beschriebenen Versuches bietet, und den im Wesentlichen Plücker angegeben hat, beschreibt Wiedemann [4]). Zwei Magnete Fig. 246 *ns*


Fig. 246.



werden der metallischen Axe *bc* parallel in einer Kupferscheibe *a* befestigt, welche auf die Axe *bc* aufgesetzt ist. Auf derselben Axe befinden sich zwei kleine Metallscheiben *b* und *c*, auf welchen die mit den Klemmen *f* und *g* verbundenen Federn schleifen; eine eben solche mit der Klemme *h* verbundene Feder schleift auf dem Rande der Scheibe *a*. Durch einen um die gekehlte Scheibe *k* gelegten Schnurlauf werden dann die metallische Axe und mit ihr die Magnete in rasche Rotation versetzt. Verbindet man dann entweder die Federn *f* und *h*, oder die Federn *g* und *h* mit einem Galvanometer, so wird die Nadel abgelenkt, ein Beweis, dass durch die Bewegung der Magnete in dem Stromkreise ein Strom inducirt wird. Die Richtung des Stromes ergibt sich unmittelbar aus dem Lenz'schen Gesetze. Ist *h* und *f* mit dem Galvanometer verbunden und drehen sich, von *b* aus gesehen, die Magnete wie der Zeiger einer Uhr, so fliesst der Strom in der Axe von *a* und *b*, da ein solcher Strom die Magnete in der entgegengesetzten Richtung drehen würde. Daraus ergibt sich auch die Richtung der Ströme bei anderer Verbindung oder anderer Drehung. Werden *f* und *g* mit dem Galvanometer verbunden, so entsteht kein Strom, wie sich nach dem Lenz'schen Gesetze schon aus den §§. 98 und 99 ergibt.

W. Weber hat besonders die zuerst von Faraday beobachtete Induction untersucht, welche eintritt, wenn ein Magnet um seine eigene Axe

---

1) *Faraday,* Experimental researches. Ser. I u. II. Poggend. Ann. Bd. XXV.

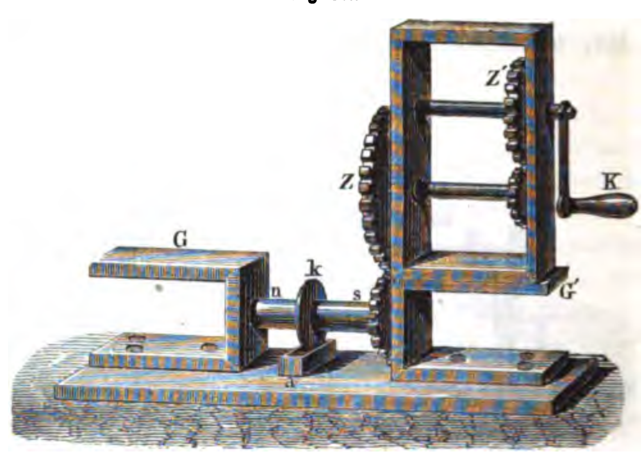
2) *W. Weber,* Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837.

3) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

4) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 570.

gedreht wird. Den von ihm benutzten Apparat zeigt Fig. 247. Ein cylindrischer Magnet *ns* ist horizontal zwischen den beiden Stahlgabeln *G*, *G'*


Fig. 247.



drehbar befestigt; es sind zu dem Ende auf seine Endflächen Spitzen aufgesetzt, welche in Vertiefungen der Gabeln liegen. Auf dem Magnete ist nahe seinem einen Ende ein Zahnrad befestigt, in dessen Zähne die Zähne des grossen Rades *Z* eingreifen. Dieses Rad sitzt auf einer gezähnten Axe, in welche die Zähne des Rades *Z'*, welches durch die Kurbel *K* gedreht wird, eingreifen. Auf den Magnet ist ferner eine Kupferscheibe *k* aufgesetzt, welche in das Quecksilber der Rinne *a* taucht. Wird nun der Magnet in rasche Rotation versetzt, und die Gabel *G* und das Quecksilber mit einem Galvanometer in Verbindung gesetzt, so durchläuft dasselbe ein Strom. Dasselbe geschieht, wenn man *G'* und *a* mit dem Galvanometer verbindet, nicht aber, wenn *G* und *G'* mit demselben leitend verbunden sind.

Wie man sieht, ist dieser Versuch unmittelbar die Umkehr des in Fig. 208 §. 99 beschriebenen Versuches; die Richtung des Stromes ergibt sich daher nach dem Lenz'schen Gesetz folgendermassen. Ist *n* der Nordpol und fliesst ein Strom von *G* nach *a*, so wird durch die nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromtheile der Magnet von *G* aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr gedreht; wird daher der Magnet durch mechanische Mittel, von *G* aus gesehen, wie der Zeiger einer Uhr gedreht, so wird in den nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromtheilen ein Strom inducirt, welcher durch den Magnet von *a* nach *G* fliesst. Daraus ergeben sich die anderen Fälle von selbst.

Diese Inductionserscheinungen, welche man nach Weber die unipolare Induction nennt, kommen nur zu Stande, wenn die Enden des mit dem Magnete nicht festverbundenen Stromtheiles so liegen, dass die von den

Magnetpolen zu ihnen gezogenen Linien mit der Magnetaxe verschiedene Winkel bilden, dass also nach der Bezeichnung des §. 99 p. 732

$$cm\,[(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)]$$

von Null verschieden ist. Es entsteht daher nur ein Strom, aber auch immer dann, wenn das nicht mit dem Magnete fest verbundene Leiterstück so endigt, dass durch die Wechselwirkung desselben mit dem Magnetpole, wenn es von einem Strome durchflossen wird, Leiter und Magnet sich gegenseitig ein Drehungsmoment ertheilen, welches den einen um den andern, oder um eine dazwischenliegende Drehungsaxe dreht.

Die unipolare Induction durch Rotation des Magnets um seine eigene Axe ergibt sich nach diesem Princip, wie die Rotation des Magnets um seine Axe durch einen Strom, am besten, wenn wir den Magnet als ein Bündel von Linearmagneten betrachten. Die Pole dieser Linearmagnete induciren dann bei der Rotation in derselben Weise in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Leitertheile einen Strom, wie wenn ein Magnet um eine ausser ihm liegende Axe gedreht wird.

Nach der Ampère'schen Theorie und dem Lenz'schen Gesetze ist also der Sitz der elektromotorischen Kraft bei all diesen Inductionen in dem mit dem Magnete nicht fest verbundenen Leiterstücke zu suchen, gerade wie bei den Rotationen die Ursache der Bewegung in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromtheile liegt.

Eine ganz andere Anschauung von der Ursache der Induction oder vielmehr um es richtiger auszudrücken von dem Sitze der elektromotorischen Kraft bei diesen Strömen, vertritt Plücker[1]). Dieselbe beruht auf einer directen Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes, deren wir damals nicht erwähnt haben, und von der wir nur erwähnen, dass nach derselben ein Magnetpol nicht unmittelbar durch einen Solenoidpol ersetzt werden kann. Während nach der Ampère'schen Theorie die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente dieselbe ist, wie zwischen einem Solenoidpole und dem Elemente, also die auf der durch das Element und die Verbindungslinie von Pol und Element senkrecht wirkende Kraft die Resultirende ist aus den Anziehungen und Abstossungen, welche die einzelnen Stromelemente des Solenoids auf das betrachtete Stromelement ausüben, ist bei dieser Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes die Wirkung zwischen Magnetpol und Stromelement unmittelbar einem Kräftepaar gleich zu setzen, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des Elements ist und durch die Verbindungslinie von Pol und Element geht. Während nach der ersten Theorie zwischen einem Magnetpole und mit ihm starr verbundenen Elemente keine Wechselwirkung stattfinden kann, weil durch die starre Verbindung den elementaren Anziehungen und Abstossungen das Gleichgewicht gehalten wird, werden nach der letzteren Theorie ein Stromelement

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

und ein mit demselben festverbundener Magnetpol, welche sich im übrigen frei bewegen können, um einander rotiren. Die bewegende Kraft hat daher nach dieser Anschauungsweise bei den elektromagnetischen Bewegungen in dem Magnete und den mit demselben festverbundenen Leitertheilen ihren Sitz[1]). Ganz ebenso ist dann auch der Sitz der elektromotorischen Kraft bei den zuletzt betrachteten Inductionserscheinungen nicht in den festen Leitertheilen, sondern in den mit dem Magnet bewegten, also bei der Drehung des Magnets um seine eigene Axe in dem Magnet selbst zu suchen. Wenn ein Magnet um seine eigene Axe sich dreht, so werden hiernach die beiden Elektricitäten in demselben geschieden; ist der Magnet isolirt, so befindet sich die eine Elektricitätsart in den Polen, die andere auf der Indifferenzzone; wird dann ein Pol mit der Indifferenzzone leitend verbunden, so gleichen sich in der Leitung die Elektricitäten aus[2]).

Wie man sieht liegt hierin eine Methode, um die beiden Theorien experimentell zu entscheiden; denn nach der einen muss ein rotirender Magnet Spannungselektricität an seinen Polen und in seiner Mitte zeigen, wenn er isolirt rotirt; nach der andern Theorie darf das nicht der Fall sein. Es ist indess bis jetzt noch kein Versuch darüber angestellt worden, ob diese Spannungselektricität vorhanden ist oder nicht[3]).

§. 117.

Induction durch den Erdmagnetismus. Wie wir im §. 112 sahen, wird durch die rasche Drehung eines Stromkreises in der Nähe eines Magnets in dem Kreise ein Strom inducirt; diese Induction ergab sich aus dem Lenz'schen Gesetze, da ein Stromkreis, welcher der magnetischen Axe des Magnets parallel ist, durch den Einfluss des Magnets so gedreht wird, dass seine Ebene zur magnetischen Axe senkrecht steht. Da nun ein Kreisstrom ebenfalls durch den Magnetismus der Erde gerichtet wird, so muss auch durch Drehung eines Stromkreises um eine in seiner Ebene liegende Drehungsaxe allein durch den Magnetismus der Erde ein Strom inducirt werden können. Denken wir uns einen Kreisstrom um eine horizontale, zur Ebene des magnetischen Meridians senkrechte Axe drehbar, so wird sich dieser Kreis so stellen, dass jene Ebene zur Richtung der Inclination senkrecht ist, und dass von oben her gesehen der Strom wie der Zeiger einer Uhr kreist. Kreist der Strom umgekehrt, so befindet sich der Stromkreis in der labilen Gleichgewichtslage, und der geringste Anstoss wird bewirken, dass sich der Stromkreis um 180° dreht. Wenn man daher einen solchen Stromkreis senkrecht zur Richtung der Inclinationsnadel hält, und ihn dann um seinen horizontalen zur Meridianebene senkrechten Durchmesser um 180°

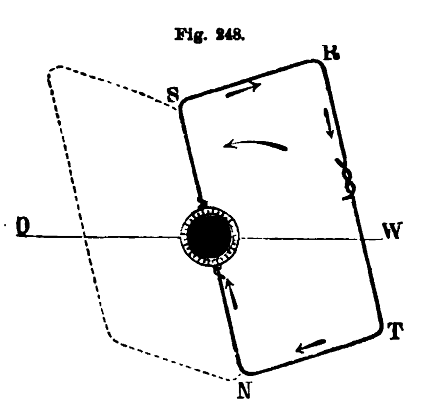
1) *Beer,* Poggend. Ann. Bd. XCIV.
2) *Plücker* a. a. O.
3) *Beer* a. a. O.

dreht, so muss ein Strom inducirt werden, welcher der eben angegebenen Richtung entgegengesetzt ist.

Auch dieser Fall der Induction ist zuerst von Faraday [1]) beobachtet worden. Eine Spirale, deren Enden mit den Leitungsdrähten eines Galvanometers verbunden waren, wurde so gehalten, dass ihre Längsrichtung mit der Richtung der Inclinationsnadel zusammenfiel, und dann um 180° gedreht; die Nadel des Galvanometers wurde abgelenkt. Durch Multiplication, indem die Spirale jedesmal aus ihrer augenblicklichen Lage wieder um 180° gedreht wurde, wenn die Nadel nach der ersten Ablenkung wieder zur Gleichgewichtslage zurückgekehrt war, konnte die Nadel so in Schwingungen von 80°—90° versetzt werden.

Noch in einer andern sehr einfachen Weise hat Faraday die Induction durch den Erdmagnetismus gezeigt. Ein etwa 2^m langer Kupferdraht wurde mit seinen Enden an die Enden der Galvanometerdrähte befestigt und dann (Fig. 248) in Form eines Rechtecks *NTRS* über dem Galvanometer gebogen. Wurde das Rechteck, dessen untere Seite *NS* dem magnetischen Meridiane parallel war, schnell von der Rechten zur Linken, von *W* nach *O* bewegt, so zeigte die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom an, welcher in der Richtung der Pfeile das Rechteck umkreiste, also unten von Norden nach Süden ging. Diese Stromrichtung ist mit dem Lenz'schen Gesetze in Uebereinstimmung, denn das von einem solchen Strome durchflossene Rechteck würde dann durch die Verticalcomponente des Erdmagnetismus in entgegengesetzter Richtung gedreht.

Fig. 248.



Sehr viel kräftigere Inductionsströme erhält man, wenn man zugleich den Magnetismus der Lage benutzt; ja schon allein durch denselben werden die Inductionsströme unter sonst gleichen Umständen um Vieles kräftiger. Faraday steckte in die vorhin erwähnte Spirale ein Stück weichen Eisens und kehrte dann den Cylinder in der angegebenen Weise um; bei dreimaliger Wiederholung des Umkehrens beschrieb die Nadel bei ihren Schwingungen einen Halbkreis. Ein nicht viel schwächerer Strom wurde erhalten, als ein weicher Eisencylinder rasch in die der Inclinationsrichtung parallele Spirale hineingestossen wurde; durch mehrmaliges den Schwingungsphasen ent-

1) *Faraday*, Experimental researches Ser. II. art. 148. u. 171 ff. Poggend. Ann. Bd. XXV.

sprechendes Einschieben und Ausziehen konnte auch so die Nadel in Schwingungen von 180⁰ versetzt werden[1]).

Palmieri und Santi Linari[2]) haben später durch Anwendung mehrerer mit weichen Eisencylindern versehenen und mit einander verbundenen Spiralen so kräftige Ströme erhalten, dass sie mit denselben Wasser zersetzen und die physiologischen Wirkungen der Inductionsströme nachweisen konnten.

Eine sehr interessante Anwendung von der Induction durch den Erdmagnetismus hat W. Weber gemacht, nämlich die Bestimmung der Inclination[3]). Das Princip der Methode ist folgendes. Stellt man einen kreisförmigen, um eine horizontale, in seiner Ebene liegende, zur Ebene des Meridians parallele Axe drehbaren Leiter horizontal, und dreht ihn dann um 180⁰, so wird durch die verticale Componente des Erdmagnetismus in ihm ein Strom inducirt, dessen Stärke der verticalen Componente des Erdmagnetismus proportional ist. Ist demnach T die totale Intensität des Erdmagnetismus und φ der Inclinationswinkel, so ist

$$J = a \, . \, T \, . \, \sin \varphi,$$

worin a eine von den Dimensionen des Leiters abhängige Constante ist, welche die Stärke des durch die Einheit des Magnetismus in dem Leiter erregten Stromes bedeutet.

Wird dann derselbe Leiter senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes um eine verticale Axe drehbar aufgestellt und rasch um 180⁰ gedreht, bis er also wieder zum Meridiane senkrecht ist, so wird in dem Leiter ein Strom inducirt, dessen Stärke ganz ebenso der horizontalen Componente des Erdmagnetismus proportional; also gegeben ist durch

$$J' = a \, . \, T \, . \, \cos \varphi.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{J}{J'} = \operatorname{tang} \varphi,$$

die Tangente des Inclinationswinkels ist dem Quotienten der durch die verticale und die horizontale Componente des Erdmagnetismus inducirten Ströme gleich.

Diese Methode ist viel genauer als die Bestimmung der Inclination durch Bussolen, und um so genauer, da jede einzelne Bestimmung eine viel kürzere Zeit in Anspruch nimmt, man also die Inclination für einen bestimmten Zeitpunkt zu bestimmen im Stande ist. Die einzige Schwierigkeit derselben liegt in der geringen Intensität der Inductionsströme, wodurch ein kleiner, bei der Bestimmung derselben begangener Fehler auf das

---

1) *Faraday* a. a. O. art. 140 ff. *Nobili* u. *Antinori*, Poggend. Ann. Bd. XXIV.
2) *Palmieri* und *Santi Linari*, Poggend. Ann. Bd. LIX, Bd. LXII.
3) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. XC.

Resultat schon von bedeutendem Einfluss ist. Man muss deshalb zur Erlangung der grössten Genauigkeit den Inductionsstrom möglichst verstärken und zugleich den Messapparat so einrichten, dass er schwache, sehr rasch verlaufende Ströme genau zu messen gestattet.

Um Ersteres zu erreichen, wand Weber um eine hölzerne Rolle von 718,3^{mm} Durchmesser und 120,05^{mm} Breite einen mit Baumwolle übersponnenen und mit Guttapercha überzogenen Kupferdraht von 542,296 Meter Länge, dessen Gewicht 19,820 Kilogr. betrug. Ein Stück von 1^{mm} Länge wiegt hiernach 36,55 Milligr., das specifische Gewicht des Kupfers betrug 8,8178, so dass der Querschnitt des Drahtes im Mittel 4,145 Quadratmillimeter war. Der Draht bildete 605 Umwindungen in 18 Lagen. Die Rolle konnte in einem starken hölzernen Rahmen so aufgestellt werden, dass die der Ebene der Windungen parallele Umdrehungsaxe genau horizontal oder genau vertical war. Die Ebene der Windungen war im ersten Falle genau horizontal, im andern genau vertical und senkrecht zur Ebene des Meridians. Mittels eines Schnurlaufs konnte sie rasch um genau 180^0 gedreht werden.

Die Enden des Drahtes waren mit einer Multiplicatorrolle in Verbindung, welche den Magnetstab eines Magnetometers umgab; diese Rolle bestand aus zwei Kupferdrähten, jeder von 992,656 Meter Länge, welche jeder in 25 Lagen und 779 Windungen um einen Cylinder von 1,0274 Meter Durchmesser gewunden waren; das Gesammtgewicht dieser Drahtmasse war 80,642 Kilogr., der mittlere Querschnitt 8,1682 Quadratmillimeter. Die Ablenkung des Magnets durch den momentanen Inductionsstrom wurde mit Fernrohr und Scala beobachtet.

Mit diesem Apparate wurden in Göttingen vom 2. bis zum 12. Aug. 1852 jeden Tag 4 Bestimmungen gemacht und zwar

Morgens 1 Uhr	Nachmittags 1 Uhr
„ 7 „	„ 7 „

Es ergab sich im Mittel die Inclination

Morgens 1 Uhr	67^0 20′ 37″	Nachmittag 1 Uhr	67^0 20′ 52″
„ 7 „	67^0 18′ 1″	„ 7 „	67^0 19′ 21″

mit Abweichungen vom Mittel, welche im Durchschnitt 1—2 Minuten betrugen und im schlimmsten Falle einmal 7′ waren, ein Beweis von der ausserordentlichen Genauigkeit, welche nach dieser Methode erreicht werden kann.

Die von Weber angewandte Grösse der Apparate ist indess zur Erreichung dieser Genauigkeit nicht erforderlich; man kann alle Dimensionen des Multiplicators ohne Nachtheil auf die Hälfte verkleinern, also mit 10 Kilogr. Kupferdraht ausreichen, und dem entsprechend kann auch der Kupferdraht der Inductionsrolle auf die Hälfte verkleinert werden.

Noch in einer andern Weise hat Weber die Induction benutzt, um die

Inclination zu bestimmen, welche jedoch voraussetzt, dass sie an einer Stelle auf anderem Wege bestimmt ist[1]).

Versetzt man einen Stromkreis um eine horizontale, dem magnetischen Meridiane parallele Axe in eine continuirliche Rotation, so ist auf der einen Hälfte des Weges der Strom demjenigen auf der anderen Hälfte des Weges entgegengesetzt, da der Strom immer in dem auf einer Seite der Meridianebene befindlichen Halbkreise absolut dieselbe Richtung haben, also z. B. auf der Westseite nach Norden fliessen muss. Würde man deshalb die Enden eines solchen Leiters mit einem Galvanometer verbinden, so könnte in demselben die Nadel nicht abgelenkt werden, da durch die schnell sich folgenden Ströme von entgegengesetzter Richtung die Ablenkung aufgehoben würde. Würde man aber im Centrum des Kreises der Rotationsaxe parallel eine Magnetnadel anbringen, so würde diese durch die in dem Kreise abwechselnd gerichteten Ströme abgelenkt werden, da in Bezug auf die Nadel die Ströme in dem Kreise immer gleich gerichtet sind; es wird eben immer in der auf der Westseite des Meridianes befindlichen Hälfte der Strom z. B. nach Norden, in der andern nach Süden gerichtet sein, so dass eben in Folge des jedesmaligen Wechsels die Nadel abgelenkt wird. Diese Ablenkung der Nadel würde zugleich einfach dem durch die verticale Componente des Erdmagnetismus inducirten Strom direct proportional sein, da der Magnetismus der in ihrer Ruhelage der Drehungsaxe parallelen Nadel in dem Kreise keinen Strom induciren kann. Die Ablenkung der Nadel wird ferner bei nicht zu kleiner Drehungsgeschwindigkeit, so lange diese selbst constant ist, eine constante sein, da der Stromkreis während der ganzen Bewegung ablenkend auf die Nadel wirkt, und zwar bei jeder Umdrehung mit derselben Kraft. Die abgelenkte Nadel wird dann im Gleichgewicht sein, wenn die ablenkende Kraft des von der verticalen Componente inducirten Inductionsstromes gleich ist der Kraft, mit welcher die horizontale Componente die Nadel in den Meridian zurückzieht. Bedeutet M den Magnetismus der Nadel, T die totale Intensität des Erdmagnetismus, so ist die Kraft, mit welcher die Nadel in der abgelenkten Lage, in der sie mit dem Meridian den Winkel v bildet, gehalten wird,

$$a\, M \,.\, T \,.\, \sin \varphi \,.\, \cos v,$$

worin a eine von den Dimensionen und der Beschaffenheit des Leiters, sowie von der Geschwindigkeit der Drehung abhängige Constante ist. Die die Nadel in den Meridian zurückziehende Kraft ist

$$M \,.\, T \,.\, \cos \varphi \,.\, \sin v,$$

somit

$$\operatorname{tang} v = a \,.\, \operatorname{tang} \varphi.$$

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837. Poggend. Ann. Bd. XLIII.

Ist demnach φ an einem Orte bestimmt, so lässt sich für einen bestimmten Apparat und für eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit die Constante a bestimmen, und damit ist man dann im Stande mit dem gegebenen Instrumente an allen Orten die Inclination zu bestimmen.

Zur Ausführung des Apparates wandte Weber einen Kupferring an, welcher mit einer horizontalen Axe versehen war; die Axe bestand aus zwei Theilen, der eine war an dem Ringe fest und durch ein an diesem angreifendes Getriebe wurde der Ring gedreht; der andere Theil, auf welchem sich der Ring drehte, war bis zur Mitte des Ringes verlängert und trug dort die Bussole.

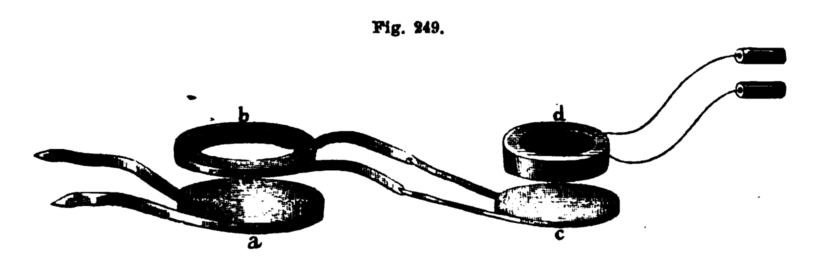
Für die Constante a ergab sich aus den Versuchen, dass sie der Umdrehungsgeschwindigkeit proportional war.

Der Apparat ist besonders geeignet, um an Stelle von Lamont's Reisetheodolith die Inclination mit grosser Schnelligkeit und bei hinreichender Vorsicht auch mit Genauigkeit an verschiedenen Orten zu bestimmen.

§. 118.

Inductionsströme höherer Ordnung. Im §. 115 haben wir nachgewiesen, dass auch der Entladungsschlag der Leydener Batterie einen Strom inducirt; dadurch ist es wahrscheinlich gemacht, dass auch die Inductionsströme selbst wieder auf geschlossene Leiter inducirend wirken und so neue Inductionsströme erregen können. Henry[1]) hat diese Ströme nachgewiesen, indem er eine Anzahl Spiralen von bandförmigem Kupferblech und flache Drahtspiralen nach Art der Fig. 249 gegen einander grup-

Fig. 249.



pirte. Durch die Spirale a wurde der primäre, inducirende Strom geleitet; derselbe inducirte in der Spirale b und der mit derselben verbundenen Spirale c einen Schliessungsstrom, und durch diesen wird dann wieder in der Spirale d ein Strom inducirt, der am einfachsten durch die Erschütterung nachgewiesen wird, welche er dem Körper ertheilt, wenn man durch Festhalten der Handhaben den Stromkreis mit dem Körper schliesst. Henry nennt den durch den primären Strom erregten Inductionsstrom einen

1) *Henry,* Poggend. Ann. Ergänzungsband I. Bd. LIV.

Strom zweiter Ordnung, und die durch diesen erregten Ströme solche dritter Ordnung.

Durch Vervielfältigung der Spiralen in ähnlicher Anordnungsweise wurden noch Ströme vierter und fünfter Ordnung erhalten, und in ähnlicher Weise durch die physiologischen Wirkungen nachgewiesen.

Die Ströme höherer Ordnung können ebensowenig als die durch den Entladungsschlag der Batterie erhaltenen Inductionsströme einfache sein, der Strom dritter Ordnung muss doppelt, der vierter Ordnung muss aus vier hin- und hergehenden, und der Strom fünfter Ordnung aus acht solchen Strömen bestehen. Es ergibt sich das unmittelbar aus einer directen Anwendung des ersten Gesetzes der Induction. Der Strom zweiter Ordnung erzeugt bei seinem Entstehen und bei seinem Verschwinden einen Strom dritter Ordnung, deren erster dem Strome zweiter Ordnung entgegengesetzt gerichtet ist, während der zweite demselben gleich gerichtet ist. Jeder dieser Ströme dritter Ordnung erzeugt zwei Ströme vierter Ordnung. Die Richtungen dieser Ströme ergeben sich in derselben Weise; nennen wir die Richtung des primären Stromes positiv, so erhalten wir für die Inductionsströme folgendes Schema:

	beim Schliessen	beim Oeffnen
primärer Strom	+	+
Ströme II. Ordnung	—	+
„ III. „	+ —	— +
„ IV. „	— + + —	+ — — +
„ V. „	+ — — + — + + —	— + + — + — — +

Die einzelnen Ströme höherer Ordnung nachzuweisen, ist nicht wohl möglich; es lässt sich aber auf verschiedene Weise zeigen, dass sie in der That aus hin- und herlaufenden Strömen bestehen. Leitet man z. B. die Ströme durch ein Galvanometer, so findet keine Ablenkung der Nadel statt, wenn die Nadel sich in der Gleichgewichtslage befindet; ist aber die Nadel abgelenkt, so wird die Ablenkung vergrössert, nach welcher Seite sie auch abgelenkt ist[1]). Daraus folgt mit Sicherheit, dass durch das Galvanometer abwechselnd gerichtete Ströme gehen, denn diese Vergrösserung der Ablenkung ist Folge einer temporären Magnetisirung der Galvanometernadel, welche sie in jeder abgelenkten Lage erhält, und ergibt sich folgendermassen. Sei das ursprüngliche Moment der Nadel gleich M, und die Intensität der Ströme $+ J$, wennn sie die Ablenkung der Nadel zu vergrössern, $- J$, wenn sie dieselbe zu verkleinern streben. Der Strom J erzeuge nun in der Nadel das Moment m. Der Strom nun, der die Ablenkung der Nadel zu vergrössern strebt, verstärkt dann auch das Moment M der Nadel um m, so dass das Moment der Nadel $M + m$ und die ablenkende

1) *Abria,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.

Kraft $cJ(M + m)$ wird. Der Strom $-J$ schwächt das Moment der Nadel um dieselbe Grösse, er verwandelt es in $M - m$, die ablenkende Kraft dieses Stromes wird daher $-cJ(M - m)$. Die Differenz dieser beiden Kräfte

$$2cJ \,.\, m$$

vergrössert daher unter allen Umständen die Ablenkung der Nadel[1]).

Ebenso lässt sich der Nachweis durch ein Voltameter führen; denn leitet man z. B. die Ströme III. Ordnung durch ein solches, dessen Elektroden aus Wollaston'schen Spitzen bestehen, so entwickelt sich an beiden Elektroden Knallgas, uud es tritt keine Polarisation derselben ein. Das ist nach Versuchen von Verdet[2]) selbst der Fall, wenn man bei häufiger Unterbrechung des primären Stromes mit Hülfe eines Disjunctors in der Inductionsspirale für die Ströme II. Ordnung nur den Oeffnungs- oder Schliessungsstrom zu Stande kommen lässt. Dadurch ist also bewiesen, dass jeder einzelne Inductionsstrom zwei abwechselnd gerichtete Inductionsströme inducirt, wodurch dann obiges Schema gerechtfertigt ist[3]).

§. 119.

Theorie der Induction. Eine Theorie der elektrischen Induction in linearen Leitern kann in doppelter Weise erhalten werden; nach der einen sucht man gestützt auf die Grunderscheinungen der Induction, also besonders auf das Gesetz von Lenz, welches dieselben experimentell zusammenfasst, einen allgemeinen Grundsatz, aus welchem man dann durch mathematische Deductionen die einzelnen Fälle der Induction ableiten und die Intensität der Ströme in jedem Falle berechnen kann. Der andere Weg geht einen Schritt weiter zurück; auf diesem sucht man selbst die ersten Thatsachen der Induction, welche der eben angedeutete Weg zum Ausgangspunkte nimmt, aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstossung zu erklären, und weiter dann aus diesem Gesetze selbst durch mathematische Entwickelungen die einzelnen Fälle der Induction vollständig zu bestimmen. Beide Wege sind eingeschlagen worden; der erste von Neumann, der zweite von W. Weber; wir müssen uns hier darauf beschränken, die Grundzüge dieser Theorien anzudeuten.

Neumann[4]) geht in seiner mathematischen Theorie der inducirten

---

1) *Poggendorf,* Poggend. Ann. Bd. XLV. p. 349.

2) *Verdet,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIX. *Masson,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

3) Eine genauere Untersuchung der vier Ströme III. Ordnung hat *Buff* ausgeführt. Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

4) *Neumann,* Allgemeine Gesetze der inducirten elektrischen Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1845.

Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1847.

Ströme von der durch Bewegung der Leiter bewirkten Induction aus, und legt seinen Betrachtungen ausser dem Satze von Lenz, den von Weber experimentell bewiesenen Satz zu Grunde, dass die bei einer Bewegung stattfindende Induction in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sei.

Denken wir uns nun, dass ein Leiter A gegen einen von einem Strome durchflossenen Leiter B mit der Geschwindigkeit v bewegt werde. Wäre der Leiter A von einem Strome durchflossen, dessen Intensität wir der Einheit gleich setzen und dessen Richtung mit der des inducirten Stromes übereinstimmen soll, so würde die Längeneinheit des Leiters A der Längeneinheit des Leiters B in Folge der elektrodynamischen Wechselwirkung zwischen beiden Leitern einen Bewegungsantrieb ertheilen, dessen der augenblicklichen Bewegung des Leiters entgegengesetzte Componente gleich γ sei. Zwei Elemente ds des Leiters A, $d\sigma$ des Leiters B würden sich demnach einen Antrieb

$$-\gamma\, ds\, d\sigma$$

ertheilen, dem wir das negative Vorzeichen geben, um anzudeuten, dass dieser elektrodynamische Antrieb jenem, welcher der Richtung des inducirten Stromes entspricht, entgegengesetzt ist. Die Grösse γ lässt sich nach den Gesetzen der Elektrodynamik aus der Lage der beiden Leiter berechnen.

Die durch die Bewegung des Leiters A in dem Elemente ds desselben inducirte elektromotorische Kraft setzt Neumann nun diesem elektrodynamischen Bewegungsantriebe proportional; da sie nun überdies der augenblicklichen Geschwindigkeit proportional ist, so wird dieselbe

$$E ds = -\varepsilon \, . \, v \, . \, \gamma \, . \, ds \, . \, d\sigma,$$

worin ε eine Constante ist, die sogenannte Inductionsconstante. Da nun nach den Versuchen von Faraday und Lenz die elektromotorische Kraft der Induction unabhängig ist von der Beschaffenheit des inducirten Leiters, so ist auch ε davon unabhängig; dagegen ist ε, da es offenbar die in dem Elemente ds von dem Elemente $d\sigma$ in der Zeiteinheit inducirte elektromotorische Kraft bedeutet, wenn $\gamma = 1$ und $v = 1$ ist, von der gewählten Einheit der elektrodynamischen Wirkung und den Einheiten der Länge und der Zeit abhängig. Die in dem Zeitelement dt in dem Element ds inducirte elektromotorische Kraft ist dann

$$-\varepsilon\, dt \, . \, v \, . \, \gamma \, . \, ds \, . \, d\sigma.$$

Um nun hieraus die in dem bewegten Leiter von dem ruhenden Strome inducirte Stromstärke zu erhalten, müssen wir zunächst die elektromotorische Kraft bestimmen, welche der inducirende Strom in dem inducirten Leiter bewirkt, und diese dann nach dem Ohm'schen Gesetze durch den Widerstand des Leiters dividiren. Denn wenn auch das Ohm'sche Gesetz strenge genommen nur für einen stationären Zustand gilt, so wird man es doch auch hier anwenden können, wenn man voraussetzt, dass die Zeit, während welcher

die geschiedenen Elektricitäten in dem Stromkreise sich ausgleichen, gegen die Zeit der Erregung selbst ausserordentlich gross ist.

Bezeichnet nun C die der Bewegungsrichtung von ds parallele Componente der elektrodynamischen Wirkung des ganzen Stromes auf das Element ds, wenn dasselbe von einem Strome von der Intensität eins durchflossen wäre, worin dann C die Summe aller Producte, $\gamma d\sigma$ über den ganzen Leiter B ist, so wird

$$-\varepsilon\, dt \,.\, v \,.\, C\, ds$$

die in dem Elemente ds von dem Leiter B bewirkte elektromotorische Kraft sein. Die Stärke des in Folge dieser in dem inducirten Stromkreise circulirenden Stromes ist, wenn L den gesammten Leitungswiderstand bedeutet,

$$-\frac{\varepsilon\, dt \,.\, v \,.\, C\, ds}{L}.$$

Die Stärke des in dem ganzen Stromkreise inducirten Stromes erhalten wir nun, wenn wir in dem letzten Ausdrucke den Zähler mit der Summe der in allen Elementen des Leiters A erregten elektromotorischen Kräfte vertauschen. Wir erhalten diese Summe, wenn wir einen ähnlichen Ausdruck für alle Elemente des Leiters A bilden und diese summiren. Somit wird der in dem Leiter A in dem Zeitelemente dt inducirte Strom

$$-\frac{\varepsilon \int dt \,.\, v \,.\, C\, ds}{L}.$$

Bezeichnen wir nun noch den Weg, welches jedes Element in der Zeit dt zurücklegt, mit dw, so ist $vdt = dw$, und es wird der bei Zurücklegung des Weges dw in dem Leiter inducirte Strom

$$D = -\varepsilon \,.\, l \,.\int dw \,.\, C\, ds,$$

wenn l zugleich den reciproken Werth von L bedeutet.

Der Strom D, welchen Neumann den Differentialstrom nennt, ist der in einem bestimmten Momente der Bewegung in dem inducirten Leiter vorhandene Strom, wie ihn W. Weber bei seinen Versuchen mit dem Elektrodynamometer beobachtete, aus denen er ableitete, dass die in jedem Zeitelemente erregte elektromotorische Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit proportional ist. Wäre der Inductionsstrom während einer messbaren Zeit constant, so würde man denselben ebenfalls durch die Ablenkung einer Magnetnadel beobachten können, da diese auch die augenblickliche Stärke des sie ablenkenden Stromes angibt. Da indess die Ablenkung einer Magnetnadel eine ziemliche Zeit erfordert, so lässt sich durch dieselbe jener Strom nicht beobachten, man beobachtet vielmehr durch dieselbe wie durch fast alle anderen Mittel die Wirkungen oder die Stärke des von Neumann sogenannten Integralstromes, d. h. die Summe aller während einer gewissen Zeit in den einzelnen Zeitelementen erregten Ströme. Wir erhalten dieselbe, wenn wir die Summe aller innerhalb des bestimmten Zeitraumes, oder auf dem Wege, welchen der inducirte Leiter innerhalb desselben zurücklegt,

inducirten Differentialströme bilden. Bezeichnen wir diese Summe mit Σ, so ist

$$J_{,} = -\varepsilon\, l \sum_{w_0}^{w_1} \int dw\, C\, ds,$$

worin w_0 und w_1 die Grenzen des vom Leiter A zurückgelegten Weges bedeuten.

Der Differentialstrom kann hiernach als der auf dem unendlich kleinen Wege dw, der Integralstrom als der auf dem Wege von w_0 bis w_1 inducirte Strom bezeichnet werden; beide sind darnach, wie wir das auch schon aus dem Weber'schen Versuche ableiteten und in den Versuchen von Felici bestätigt fanden, von der Geschwindigkeit der Bewegung unabhängig und hängen nur von der Länge und Lage des durchlaufenen Weges ab.

Obige Ausdrücke geben nun auch sofort die durch Bewegung eines geschlossenen Leiters in der Nähe eines Magnets inducirten Ströme, da wir einen Magnetpol mit dem im Endlichen liegenden Pole eines unendlichen Solenoides, dessen Fläche von einem Strome bestimmter Stärke umflossen wird, ersetzen können. Bedeutet demnach C die elektrodynamische Wirkung dieses Solenoidpoles auf das Stromelement ds, oder was dasselbe ist, die elektromagnetische Wirkung des Magnetpoles, so geben obige Ausdrücke auch sofort die in den bewegten Leitern inducirten Ströme.

Ist die über den ganzen inducirten Stromkreis ausgedehnte Summe Cds gleich 0, d. h. können durch die elektrodynamische oder elektromagnetische Wechselwirkung dem inducirten Stromkreise nicht solche Bewegungen ertheilt werden, wie man ihnen gegeben hat, so kann auch kein Strom in denselben inducirt werden.

Durch weitere mathematische Entwickelungen gelangt dann schliesslich Neumann zu folgendem Satze: „Der durch die Bewegung eines geschlossenen Leiters in der Nähe eines geschlossenen Stromes oder Magnets inducirte Integralstrom ist gleich dem Unterschiede der Potentiale des Stromes oder Magnets in Beziehung auf den Leiter, diesen von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht, in der Anfangs- und Endlage des Leiters multiplicirt mit der Constanten ε, und dividirt durch den Widerstand des Leiters. Das Potential zweier Ströme in Bezug auf einander ist, wie wir es §. 91 ableiteten, die halbe negative Summe der Producte der Bahnelemente des einen Stromes mit den Bahnelementen des anderen Stromes, jedes Product zweier Elemente mit ihren Intensitäten und dem Cosinus ihrer Neigung gegen einander multiplicirt und durch ihre gegenseitige Entfernung dividirt."

Aus der Definition des Potentials ergibt sich nun, dass dasselbe sich nicht nur ändern kann, wenn Leiter und geschlossener Strom ihren gegenseitigen Abstand ändern, sondern auch, wenn die Intensität des geschlossenen Stromes oder die Stärke des Magnets sich ändert, bei gleichbleibender Entfernung des Leiters. Indem nun Neumann den Satz aufstellt, dass die

Aenderung jenes Potentials die Ursache der Induction ist, gelangt er zu den Gesetzen der Induction durch Veränderungen der Stromintensität oder der wirkenden magnetischen Kraft, in dem Satze, dass der inducirte Integralstrom derselbe ist, welches auch die Ursache der Aenderung des Potentials ist, ein Satz, welcher vollständig mit dem in §. 113 von Felici experimentell aufgestellten Satze übereinstimmt. Damit ist dann der Weg gegeben, um auch diese Fälle der Induction mathematisch zu behandeln.

Wir müssen uns damit begnügen, so in groben Zügen den Ideengang Neumann's angedeutet zu haben; wie sich daraus schon ergibt, ist die Theorie eine wesentlich mathematische, aus einem durch das Lenz'sche Gesetz gegebenen obersten Satze werden durch mathematische Schlüsse die einzelnen Fälle der Induction abgeleitet und auf das experimentelle Grundgesetz zurückgeführt.

W. Weber[1]) leitet in seiner Theorie der Inductionserscheinungen, wie es vor ihm in einem Falle schon Fechner[2]) versucht hatte, die experimentelle Grundlage Neumann's aus dem von ihm aufgestellten elektrischen Grundgesetze ab, nach welchem die Wirkung zweier elektrischer Massen abhängt von ihrer Grösse, ihrer Entfernung von einander, ihrer relativen Geschwindigkeit und ihrer relativen Beschleunigung. Nach der Bezeichnung des §. 93 ist dann die Wirkung zweier elektrischer Massen auf einander

$$w = \frac{e \cdot e'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Der einfachste Fall der Induction ist nun der, in welchem ein stromloser Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes bewegt wird; untersuchen wir die Wirkung zweier Elemente auf einander in diesem Falle. Die Länge derselben sei ds, $d\sigma$; in dem Stromelemente $d\sigma$ befinden sich dann die Elektricitätsmengen $\pm e' d\sigma$ in entgegengesetzter gleich schneller Bewegung; in dem Elemente des bewegten Leiters befinden sich ebenfalls beide Elektricitäten in gleicher Menge, seien dieselben $\pm e\, ds$, so sind die vier auf einander einwirkenden elektrischen Massen

$$+ e' d\sigma \qquad + e\, ds \qquad - e' d\sigma \qquad - e\, ds.$$

Die erste dieser Massen bewege sich mit der constanten Geschwindigkeit $+ u'$ in der Richtung des Elementes $d\sigma$, welches mit der Verbindungslinie r der beiden Elemente den Winkel ϑ' bilde; die Masse $- e' d\sigma$ bewegt sich dann mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Seite, sie hat also die Geschwindigkeit $- u'$. Die beiden andern elektrischen Massen werden zugleich mit dem sie tragenden Leiter fortbewegt, sie haben also dieselbe Geschwindigkeit $+ u$, welche mit der über ds hinaus verlängerten Verbindungslinie r der beiden Elemente den Winkel ϑ bilde; die

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen I. Leipzig 1846.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. LXIV.

durch die Richtung dieser Bewegung und r gelegte Ebene bilde mit der durch r und $d\sigma$ gelegten Ebene den Winkel ω. Ist also Fig. 250 $\sigma\sigma$ der ruhende, ss der bewegte Leiter, $d\sigma$ das Element des Stromes, ds das des Leiters, und wird ss parallel sich selbst $\sigma\sigma$ genähert, so ist $\sigma ab = \vartheta'$, $cba' = \vartheta$, und der Winkel $\omega = 0$, da die durch bc und r gelegte Ebene mit der durch r und $d\sigma$ gelegten zusammenfällt.

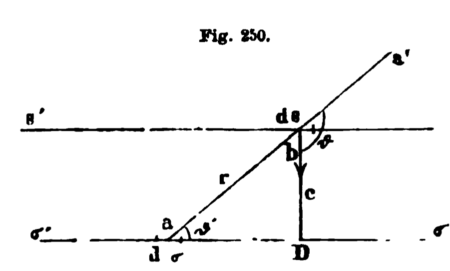


Fig. 250.

Die Anwendung des elektrischen Grundgesetzes gibt nun für die Wechselwirkung der vier Massen auf einander folgende allgemeine Ausdrücke

$$+e' \text{ auf } +e \,..\, + \frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r_1^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\,r_1\,\frac{dv_1}{dt}\right\}$$

$$-e' \;\;„\;\; -e \,..\, + \frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r_2^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\,r_2\,\frac{dv_2}{dt}\right\}$$

$$+e' \;\;„\;\; -e \,..\, - \frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r_3^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\,r_3\,\frac{dv_3}{dt}\right\}$$

$$+e' \;\;„\;\; +e \,..\, - \frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r_4^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\,r_4\,\frac{dv_4}{dt}\right\}$$

in welchen die in dem betrachteten Augenblicke sämmtlich gleichen r, die Verbindungslinien der vier Massen, mit verschiedenem Index versehen sind, da sie während der Bewegung nicht gleich bleiben.

Diese vier Kräfte suchen die beiden elektrischen Massen $\pm e$ parallel der Verbindungslinie r zu verschieben; dieselben lassen sich nun zunächst zu zwei Kräften vereinigen, von denen die eine die Kraft gibt, mit welcher die Elektricität $+ eds$ verschoben wird, während die andere die auf $- eds$ wirkende Kraft ist. Die erstere ist die algebraische Summe der ersten und vierten, die zweite jene der zweiten und dritten Wirkung; mit Berücksichtigung, dass in dem betrachteten Zeitmomente $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$, ergibt sich also für

$$+e \,...\, - \frac{a^2}{16}\cdot\frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r^2}\left\{\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 - 2r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right)\right\}$$

$$-e \,...\, - \frac{a^2}{16}\cdot\frac{e'\,e\,d\sigma\,ds}{r^2}\left\{\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - 2r\left(\frac{dv_2}{dt} - \frac{dv_3}{dt}\right)\right\}.$$

Die Differenz dieser beiden Wirkungen sucht demnach die beiden Elektricitäten parallel der Verbindungslinie zu scheiden, die dem Elemente ds parallele Componente dieser Differenz, also die beiden Elektricitäten nach der Richtung des Elementes von einander zu trennen; diese Componente ist also die elektromotorische Kraft der Induction des Stromelementes $d\sigma$ auf das Leiterelement ds bei der angenommenen Bewegung. Dieselbe ist also, wenn wir sie mit Eds bezeichnen,

$$Eds = -\frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r^2} \left\{ \left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 \right.$$
$$\left. - 2r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right)\right\} \cdot \cos\varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

wenn zugleich φ den Winkel bedeutet, welchen das Element ds mit dem verlängerten r bildet. Es lässt sich nun durch eine ganz allgemeine Behandlung dieses Ausdruckes, durch Betimmung der relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen nachweisen, dass mit Benutzung der im §. 90 und 93 gewählten Zeichen in den Gleichungen für die elektrodynamischen Wechselwirkungen, die auf die Einheit der in ds enthaltenen Elektricität wirkende Scheidungskraft wird

$$Eds = -a\, u \,.\, \frac{ds\, d\sigma}{r^2} \cdot (\cos\varepsilon - {}^3/_2 \cos\vartheta \,.\, \cos\vartheta') \,.\, \cos\varphi,$$

so dass also nach dieser Theorie das Fundament der Neumann'schen, nach welchem Eds der elektrodynamischen Wirkung des Stromes auf den von der Einheit des Stromes durchflossenen Leiter und der Geschwindigkeit proportional gesetzt ist, erhalten wird[1]).

Anstatt diese Rechnungen durchzuführen, wollen wir den speciellen in Fig. 250 dargestellten Fall untersuchen und die Induction berechnen, wenn dem Leiter $\sigma\sigma$ der Leiter ss in paralleler Lage mit der Geschwindigkeit u genähert wird.

Um die relativen Geschwindigkeiten der vier elektrischen Massen zu erhalten, müssen wir zunächst die der Verbindungslinie r parallelen Componenten der vorhandenen Geschwindigkeiten bestimmen.

Dieselben sind parallel der Richtung aa'

$$\text{für } +e' \,..\, u' \,.\, \cos\vartheta', \qquad \text{für } -e' = -u' \,.\, \cos\vartheta'$$
$$\text{für } +e \,..\, u \,.\, \cos\vartheta, \qquad \text{für } -e = u \,.\, \cos\vartheta$$

Demnach ist die relative Geschwindigkeit von $+e'$ und $+e$, da nach der Definition des Winkels ϑ gleich $c\,b\,a'$ die Componente $u \,.\, \cos\vartheta$ in der Richtung nach a' gegeben ist, und weil $\vartheta = 90^0 + \vartheta'$

$$\frac{dr_1}{dt} = u \cdot \cos\vartheta - u' \cdot \cos\vartheta' = -u \cdot \sin\vartheta' - u' \cdot \cos\vartheta',$$

für $-e$ und $-e'$

$$\frac{dr_2}{dt} = u \cos\vartheta - (-u' \cos\vartheta') = -u \cdot \sin\vartheta' + u' \cdot \cos\vartheta',$$

---

1) Vergleichungen der Weber'schen und Neumann'schen Theorie und Nachweise ihrer Uebereinstimmung siehe *Neumann* in der zweiten Abhandlung, *Weber* a. a. O. und elektrodynamische Massbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Ferner *Sehering:* Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme, Göttingen 1857. Poggend. Ann. Bd. CIV.

von $+ e'$ und $- e$

$$\frac{dr_3}{dt} = u \cdot \cos \vartheta - u' \cos \vartheta' = - u \cdot \sin \vartheta' - u' \cos \vartheta',$$

von $- e'$ und $+ e$

$$\frac{dr_4}{dt} = u \cdot \cos \vartheta - (- u' \cos \vartheta') = - u \sin \vartheta' + u' \cos \vartheta'.$$

Bei der angenommenen Bewegung ändert sich nun in jedem Augenblicke der Winkel ϑ, welchen die Bewegungsrichtung des Leiters mit r bildet, und der Winkel ϑ', welchen r mit ds bildet. Denn, wenn ds seine Lage ändert, ändert sich auch die Richtung von r; damit ändert sich dann auch die relative Geschwindigkeit, wenn auch u und u' constant sind, da mit Aenderung dieser Winkel die mit r parallelen Componenten der Geschwindigkeit sich ändern. Es ändere sich nun in dem Zeitelement dt der Winkel ϑ um $d\vartheta$ und ϑ' um $d\vartheta'$, dann ändert sich die Geschwindigkeit $\frac{dr_1}{dt} = v_1$ um dv_1, so dass

$$v_1 + dv_1 = - u \cdot \sin (\vartheta' + d\vartheta') - u' \cdot \cos (\vartheta' + d\vartheta')$$

$$v_1 + dv_1 = - \left\{ u . \sin \vartheta' \cos d\vartheta' + u \cos \vartheta' \sin d\vartheta' + u' \cos \vartheta' \cos d\vartheta' - u' \sin \vartheta' \sin d\vartheta' \right\};$$

setzen wir nun

$$\cos d\vartheta' = 1 \qquad \sin d\vartheta' = d\vartheta',$$

so wird

$$v_1 + dv_1 = - u . \sin \vartheta' - u' . \cos \vartheta' - (u \cos \vartheta' - u' \sin \vartheta') \, d\vartheta',$$

demnach

$$dv_1 = (u' . \sin \vartheta' - u . \cos \vartheta') \, d\vartheta'$$

und

$$\frac{dv_1}{dt} = (u' \cdot \sin \vartheta' - u \cdot \cos \vartheta') \frac{d\vartheta'_1}{dt},$$

wo der untere Index an $d\vartheta'$ anzeigen soll, dass hier die durch die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen $+ e$ und $+ e'$ eintretende Veränderung von ϑ' gemeint ist.

In derselben Weise findet man

$$\frac{dv_2}{dt} = - (u' \sin \vartheta' + u \cos \vartheta') \frac{d\vartheta'_2}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = \quad (u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta') \frac{d\vartheta'_3}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = - (u' \sin \vartheta' + u \cos \vartheta') \frac{d\vartheta'_4}{dt}$$

und daraus

$$\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} \right) = - u \cos \vartheta' \left(\frac{d\vartheta'_1}{dt} - \frac{d\vartheta'_2}{dt} + \frac{d\vartheta'_3}{dt} - \frac{d\vartheta'_4}{dt} \right)$$
$$+ u' \sin \vartheta' \left(\frac{d\vartheta'_1}{dt} + \frac{d\vartheta'_2}{dt} + \frac{d\vartheta'_3}{dt} + \frac{d\vartheta'_4}{dt} \right).$$

Wir haben nun noch die Quotienten $\frac{d\vartheta'}{dt}$ zu bestimmen; wir erhalten dieselben folgendermassen.

In einer gewissen Zeit t ist $+ e'$ um die Grösse $u't$ nach rechts verschoben, e um die Grösse ut nach unten. Die Länge von r_1 und der Winkel ϑ' ergeben sich dann aus den beiden Gleichungen

$$r_1 \sin \vartheta' = R_0 - ut$$
$$r_1 \cos \vartheta' = A_0 - u't,$$

worin R_0 den senkrechten Abstand der beiden Leiter und A_0 den Abstand des betrachteten Elementes $d\sigma$ von D, dem Fusspunkte der von ds auf $\sigma\sigma$ gezogenen Senkrechten bedeutet.

Summiren wir die beiden Gleichungen, so wird

$$r_1 (\sin \vartheta' + \cos \vartheta') = R_0 + A_0 - (u' + u)\, t.$$

Wächst t um dt, so ändert sich ϑ' um $d\vartheta'$ und ebenso ändert sich r_1 um dr_1, so dass wir mit Berücksichtigung aller dieser Aenderungen erhalten

$$(r_1 + dr)\,[\sin (\vartheta' + d\vartheta') + \cos (\vartheta' + d\vartheta')] = R_0 + A_0 - (u' + u)\,(t + dt),$$

woraus sich mit Berücksichtigung, dass das Product $dr \,.\, d\vartheta$ gegen dr oder $d\vartheta$ selbst unendlich klein ist, ergibt

$$r_1\, d\vartheta'_1 (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') + dr_1 (\cos \vartheta' + \sin \vartheta') = -(u' + u)\, dt$$

oder nach Division mit dt

$$r_1 \frac{d\vartheta'_1}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') + \frac{dr_1}{dt} (\cos \vartheta' + \sin \vartheta') = - u' - u.$$

Setzen wir für $\frac{dr_1}{dt}$ seinen Werth, so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta'_1}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') = (u \,.\, \sin \vartheta' + u' \,.\, \cos \vartheta')\,(\cos \vartheta' + \sin \vartheta') - u' - u.$$

Führen wir die Operationen auf der rechten Seite aus, und schreiben für $u' = u' (\sin^2 \vartheta' + \cos^2 \vartheta')$ und ebenso für u, so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta'_1}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') = u' (\cos \vartheta' \,.\, \sin \vartheta' - \sin^2 \vartheta') + u\,(\cos \vartheta' \,.\, \sin \vartheta' - \cos^2 \vartheta')$$

und daraus

$$r_1 \frac{d\vartheta'_1}{dt} = u' \sin \vartheta' - u \,.\, \cos \vartheta'.$$

Genau denselben Werth hat $r_3 \frac{d\vartheta'_3}{dt}$, da die negative Elektricität e ebenfalls die Geschwindigkeit $+ u$ hat, und da $\frac{dr_3}{dt}$ denselben Werth hat wie $\frac{dr_1}{dt}$.

Um $\frac{d\vartheta'_2}{dt}$ zu bestimmen, haben wir die beiden Gleichungen

$$r_2 \sin \vartheta' = R_0 - ut; \quad r_2 \cos \vartheta' = A_0 + u't,$$

da die negative Elektricität die Geschwindigkeit $- u'$ hat. Verfährt man nun ganz in derselben Weise wie eben, so findet man

$$r_2 \frac{d\vartheta'_2}{dt} = - u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta'$$

und denselben Werth hat $r_4 \frac{d\vartheta'_4}{dt}$.

Daraus ergibt sich nun, da in dem betrachteten Momente $r_1 = r_2 = r_3 = r$,

$$r\left(\frac{d\vartheta'_1}{dt} - \frac{d\vartheta'_2}{dt} + \frac{d\vartheta'_3}{dt} - \frac{d\vartheta'_4}{dt}\right) = 4\, u' \sin\vartheta'$$

$$r\left(\frac{d\vartheta'_1}{dt} + \frac{d\vartheta'_2}{dt} + \frac{d\vartheta'_3}{dt} + \frac{d\vartheta'_4}{dt}\right) = -\, 4\, u \cos\vartheta'$$

und weiter

$$-\,2\, r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right) = 8\, uu' \cos\vartheta' \sin\vartheta' + 8\, uu' \cos\vartheta' \sin\vartheta'.$$

Ausserdem erhält man aber

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 8\, uu' \cos\vartheta' \,.\, \sin\vartheta'$$

und daraus, indem man diese Werthe summirt,

$$Eds = -\,\frac{a^2}{16} \cdot \frac{e\, e'\, ds\, d\sigma}{r^2} \cdot 24\, uu' \cos\vartheta' \sin\vartheta' \cos\varphi.$$

Bedeutet nun i die Stromstärke in dem Leiter $\sigma\sigma$, so ist nach §. 93

$$i = a\, e'\, u',$$

und damit wird

$$Eds = -\,{}^3/_2 \cdot aue \cdot ds \,\frac{i \,.\, d\sigma}{r^2} \cdot \cos\vartheta' \sin\vartheta' \,.\, \cos\varphi.$$

Bezeichnet man nun als elektromotorische Kraft die auf die Einheit der elektrischen Masse in dem Leiter ss wirkende Kraft, so haben wir obigen Ausdruck noch durch e zu dividiren; dann wird unter Beachtung noch, dass $\varphi = \vartheta'$,

$$Eds = -\,{}^3/_2\, a \cdot u \cdot \frac{i\, ds\, d\sigma}{r^2} \cdot \sin\vartheta' \,.\, \cos^2\vartheta'.$$

Die Theorie liefert also mit der Erfahrung übereinstimmend in dem Elemente ds einen Strom, welcher die derjenigen des Stromes i entgegengesetzte Richtung hat, welcher der Geschwindigkeit u und der elektrodynamischen Wirkung der beiden Stromelemente auf einander proportional ist.

Wird der Draht nach der entgegengesetzten Seite bewegt, so geht u in $-\,u$ über, oder wenn wir der Geschwindigkeit u das positive Vorzeichen lassen, so wird $\vartheta = 90^0 - \vartheta'$ anstatt wie eben $90 + \vartheta'$. Setzt man diesen Werth ein, so erhält Eds einfach das negative Vorzeichen.

Der so gefundene Werth der elektromotorischen Kraft entspricht jener des von Neumann sogenannten Differentialstromes, also des Stromes, der in der unendlich kleinen Zeit dt in dem Elemente ds inducirt wird, in welchem das Element gerade die Entfernung r von $d\sigma$ mit der Geschwindigkeit u passirt. Aus dieser elektromotorischen Kraft erhalten wir jene des Integralstromes, das heisst jene, welche in ds inducirt wird, wenn $d\sigma$ eine endliche Strecke, etwa von h_1 bis h_2, wenn wir mit h_1 den senkrechten Abstand der Elemente im Beginn, mit h_2 den am Ende der Bewegung bezeichnen, gegen ds hin bewegt wird, leicht auf folgende Weise.

Der in der Zeit dt zurückgelegte Weg ist $u \cdot dt$, den wir, da mit u die Geschwindigkeit bezeichnet wurde, mit welcher das Element ds (Fig. 250) nach D hin bewegt wird, gleich $- dh$ setzen müssen. Damit wird die in der Zeit dt inducirte elektromotorische Kraft

$$Eds = {}^3/_2\, a\, i \frac{ds \cdot d\sigma}{r^2} \cdot \sin \vartheta' \cdot \cos^2 \vartheta' \cdot dh.$$

Um nun die elektromotorische Kraft des Integralstromes zu erhalten, haben wir die Summe der Differentialströme für alle Wegeelemente dh von h_1 bis h_2 zu bilden, also den Ausdruck nach h zwischen den Grenzen h_1 und h_2 zu integriren. Dazu müssten wir zunächst ϑ' und r' in ihrer Abhängigkeit von h darstellen; bequemer ist es aber, h und r und dh durch ϑ auszudrücken und dann nach ϑ zu integriren. Dann wird

$$\frac{h}{A_0} = \operatorname{tang} \vartheta' = \frac{\sin \vartheta'}{\cos \vartheta'}$$

$$\frac{h + dh}{A_0} = \frac{\sin(\vartheta' + d\vartheta')}{\cos(\vartheta' + d\vartheta')};\quad dh = \frac{A_0\, d\vartheta'}{\cos^2 \vartheta'}$$

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta';\quad \frac{1}{r^2} = \frac{A_0^2}{\cos^2 \vartheta'}$$

somit

$$\frac{dh}{r^2} = \frac{d\vartheta'}{A_0}$$

und daraus

$$Eds = {}^3/_2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \cdot \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta'\, d\vartheta'.$$

Anstatt für alle Werthe von h zwischen h_1 und h_2 haben wir jetzt für alle Werthe ϑ' zwischen dem Werthe ϑ_1 der dem Abstande h_1 und ϑ_2, der dem Abstande h_2 entspricht, den entsprechenden Ausdruck für Eds zu bilden und diese sämmtlichen Ausdrücke zu summiren; damit wird die elektromotorische Kraft des Integralstromes

$$Fds = {}^3/_2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{1}{A_0} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta'\, d\vartheta'.$$

Da nun der Ausdruck unter dem Integralzeichen gleich ist

$$- {}^1/_3 \left\{\cos^3(\vartheta + d\vartheta) - \cos^3 \vartheta)\right\},$$

so folgt,

$$Fds = - {}^1/_2\, a \cdot i \cdot \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \left\{\cos^3 \vartheta_2 - \cos^3 \vartheta_1\right\}.$$

Setzen wir nun die Entfernung h_1 als unendlich gross voraus, so wird auch für diese Entfernung der Abstand r der beiden Elemente unendlich gross, und daraus folgt, dass, so lange A_0 einen endlichen Werth hat,

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta_1 = 0$$

ist. Damit wird auch $\cos^3 \vartheta_1 = 0$, und der Ausdruck für die elektromotorische Kraft des Integralstromes wird

$$Fds = - {}^1/_2\, a\, i \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \cdot \cos^3 \vartheta_2.$$

Beachten wir schliesslich, dass

$$\frac{A_0}{\cos \vartheta_2} = r$$

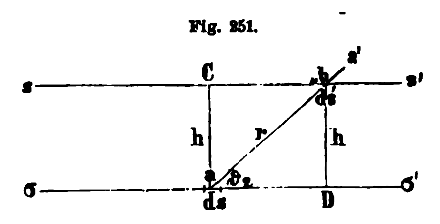
gleich dem Abstande der Elemente ist, wenn ihre senkrechte Entfernung gleich h_2 geworden ist, so wird

$$Fds = -\, {}^1/_2\, a\, i\, \frac{ds\, d\sigma}{r} \cdot \cos^2 \vartheta_2.$$

Nach §. 113 ist die Inductionswirkung eines Stromes von der Intensität i auf einen Leiter, wenn derselbe aus unendlicher Entfernung bis zu einem Abstande h_2 genähert wird, gleich jener, welche entsteht, wenn die beiden Leiter sich in der Entfernung h_2 befinden, und nun in dem Stromleiter der Strom von der Stärke i hergestellt wird, also der Strom geschlossen wird. Der hier für die elektromotorische Kraft des Integralstromes gefundene Werth muss also derselbe sein, wie wenn die beiden Elemente in der festen Lage gehalten werden, und nun in derselben Zeit, in welcher die Elemente einander genähert wurden, in $d\sigma$ die Stromstärke i hergestellt wurde.

Es lässt sich das auch sehr leicht aus dem Weber'schen Grundgesetz ableiten; es wird genügen, die dazu nothwendigen Rechnungen kurz anzudeuten, da sie im wesentlichen wie bei dem soeben ausführlich besprochenen Fall zu führen sind. Sei also jetzt Fig. 251 ss' ein fester Leiter, $\sigma\sigma$ eine zwiter, in welchem in sehr kurzer Zeit durch Schliessung des Stromkreises die Stromstärke i erzeugt wird. In einem bestimmten Momente sei die Geschwindigkeit der Elektricität in dem Leiter σ gleich u', die positive in der Richtung gegen D, die negative nach der entgegengesetzten Richtung, und in dem Zeitelemente dt gehe die Geschwindigkeit u' in $u' + du'$ über. Da das Element ds in Ruhe und von keinem Strom durchflossen ist, so ist $u = 0$. Die relativen Geschwindigkeiten der in $d\sigma$ und ds vorhandenen Elektricitäten $\pm e'$ und $\pm e$ sind daher jetzt, indem wir in den Seite 889 und 890 gefundenen Werthen nur $u \,.\, \sin \vartheta' = 0$ zu setzen haben,

Fig. 251.



$$+ e' + e = \frac{dr_1}{dt} = -\, u' \cos \vartheta_2 = v_1$$

$$- e' - e = \frac{dr_2}{dt} = +\, u' \cos \vartheta_2 = v_2$$

$$+ e' - e = \frac{dr_3}{dt} = -\, u' \cos \vartheta_2 = v_3$$

$$- e' + e = \frac{dr_4}{dt} = +\, u' \cos \vartheta_2 = v_4.$$

Demnach ist in Gleichung (I) von Seite 889

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 0.$$

Um nun die relativen Beschleunigungen zu erhalten, ist zu beachten, dass sich durch die Bewegung der Elektricität einmal der Winkel ϑ_2 ändert und dass gleichzeitig in der Zeit dt die Geschwindigkeit u' in $u' + du'$ übergeht. Damit wird

$$\frac{dv_1}{dt} = -\frac{(u' + du') \cdot \cos(\vartheta_2 + d\vartheta_2) - u' \cdot \cos\vartheta_2}{dt}$$

$$\frac{dv_1}{dt} = -\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt}$$

und ebenso

$$\frac{dv_2}{dt} = +\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{22}}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = -\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{23}}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = +\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{24}}{dt}.$$

Darnach wird in Gleichung (I)

$$\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} = -4\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin\vartheta_2 \left(\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt}\right).$$

Da nun die positive Elektricität sich mit der Geschwindigkeit u' gegen D hin bewegt, die negative von D fort, so haben wir zur Bestimmung der Quotienten, wenn wieder $aD = A_0$ gesetzt wird,

$$\frac{d\vartheta_{21}}{dt} \text{ und } \frac{d\vartheta_{23}}{dt} \text{ zu setzen } r \cdot \cos\vartheta_2 = A_0 - u't$$

$$\frac{d\vartheta_{22}}{dt} \text{ und } \frac{d\vartheta_{24}}{dt} \text{ „ „ } r \cdot \cos\vartheta_2 = A_0 + u't.$$

Damit wird, da in der Zeit dt der Abstand r in $r + dr$ und ϑ_2 in $\vartheta_2 + d\vartheta_2$ übergeht,

$$-r\sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{dr_1}{dt}\cos\vartheta_2 = -u' - t\frac{du'}{dt}$$

$$-r\sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{dr_2}{dt}\cos\vartheta_2 = u' + t\frac{du'}{dt}.$$

Addirt man die beiden Gleichungen zu einander, so erhält man unter Beachtung, dass $\frac{dr_1}{dt} = -\frac{dr_2}{dt}$,

$$r\sin\vartheta_2 \left(\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt}\right) = 0,$$

somit auch, da $r \cdot \sin\vartheta_2$ von 0 verschieden ist,

$$\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} = 0$$

und ganz ebenso ist die Summe

$$\frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt} = 0.$$

Dann wird die Gleichung (I)

$$Eds = -\frac{a^2}{16}\frac{e'e \,.\, d\sigma \,.\, ds}{r^2} \cdot 8\, r \cdot \cos\vartheta_2 \cdot \cos\vartheta_2 \cdot \frac{du}{dt}$$

oder, indem wir im Zähler und Nenner das Gleiche wegheben,

$$Eds = -\frac{a^2}{2} \cdot \frac{e'\, e\, d\sigma\, ds}{r} \cdot \cos^2\vartheta_2\, \frac{du}{dt}.$$

Bezeichnen wir jetzt die in der Zeit dt stattfindende Zunahme der Stromstärke mit di, so ist

$$a\, e'\, du = di$$

und dividiren wir, um die auf die Einheit der elektrischen Masse wirkende Kraft zu bekommen, durch e, so erhalten wir schliesslich für den in dem Zeitelement dt in ds inducirten Differentialstrom

$$Eds = -\, {}^1/_2\, a\, \frac{ds\, d\sigma}{r} \cdot \cos^2\vartheta_2\, \frac{di}{dt}\, dt.$$

Die elektromotorische Kraft des Integralstromes, welche also durch Anwachsen des Stromes von 0 auf i erzeugt wird, erhalten wir durch Summation aller Differentialströme bis die Stromstärke gleich i geworden ist; diese Summe ist, da

$$\int \frac{di}{dt}\, dt = \int di = i$$

$$Fds = -\, {}^1/_2\, a \,.\, i\, \frac{ds \,.\, d\sigma}{r} \cdot \cos^2\vartheta_2,$$

ein Ausdruck, welcher mit dem vorhin für die durch die Bewegung des Leiters inducirte elektromotorische Kraft gefundenen identisch ist, der somit beweist, dass die Weber'sche Theorie mit der Erfahrung übereinstimmend für beide Fälle der Induction denselben Werth liefert.

Aus dem erhaltenen Ausdruck für die in dem Elemente ds inducirte elektromotorische Kraft können wir nun weiter die elektromotorische Kraft ableiten, welche in den beiden betrachteten Fällen in einem endlichen Leiter ss' inducirt wird; wir haben die Summe aller für die Elemente ds soeben gefundenen Werthe für den ganzen Leiter zu bilden. Nehmen wir an, das Element befände sich gerade der Mitte des Leiters gegenüber, seine senkrechte Entfernung vom Leiter sei h und der Leiter habe die Länge $2b$. Um nun die über den ganzen Leiter ausgedehnte Summe zu bilden, ist zu beachten, dass mit der Lage des Elementes im Leiter sowohl r als ϑ_2 sich ändern; zur Bildung dieser Summe haben wir daher die Abhängigkeit dieser Grössen von einander zu bestimmen. Am bequemsten drücken wir alle Grössen durch ϑ aus, wenn wir um die Veränderlichkeit des Winkels anzudeuten jetzt den Index 2 fortlassen. Bezeichnen wir den Abstand des

Elementes ds von dem dem Elemente $d\sigma$ gerade gegenüber liegenden Punkte c Fig. 251 mit s, so ist

$$\frac{h}{r} = \sin\vartheta \quad r = \frac{h}{\sin\vartheta}$$

$$\frac{h}{s} = \operatorname{tang}\vartheta \quad s = \frac{h}{\operatorname{tang}\vartheta} = h\frac{\cos\vartheta}{\sin\vartheta}$$

woraus sich in schon oft angewandter Rechnungsmethode ergibt

$$ds = -\frac{h\,d\vartheta}{\sin^2\vartheta}.$$

Setzen wir die so bestimmten Werthe von r und ds in die Gleichung für Fds ein, so wird

$$Fds = {}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}\, d\vartheta.$$

Diesen Ausdruck haben wir nun für alle Werthe von ϑ zu bilden, welche zwischen den Werthen liegen, welche ϑ annimmt, wenn wir $d\sigma$ einmal mit dem einen Ende s, welches dem Ende $s = -b$ entspricht, das andere mal mit dem andern Ende s' des Leiters ss' verbinden und dann alle diese Ausdrücke summiren. Nennen wir den letztern Werth ϑ_0, so ist der andere $180^0 - \vartheta_0$ oder $\pi - \vartheta_0$. Die Summation ist leicht auszuführen, wenn wir setzen

$${}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}\, d\vartheta = {}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - {}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \,.\, \sin\vartheta d\vartheta.$$

Es ist nämlich in natürlichen Logarithmen

$$\frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} = \log\operatorname{tang}{}^1/_2(\vartheta + d\vartheta) - \log\operatorname{tang}{}^1/_2\,\vartheta$$

$$-\sin\vartheta\, d\vartheta = \cos(\vartheta + d\vartheta) - \sin\vartheta$$

somit wird

$$\int_{\pi-\vartheta_0}^{\vartheta_0} \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} = \log\operatorname{tang}{}^1/_2\,\vartheta_0 - \log\operatorname{tang}{}^1/_2(\pi - \vartheta_0)$$

$$-\int_{\pi-\vartheta_0}^{\vartheta_0} \sin\vartheta\, d\vartheta = \cos\vartheta_0 - \cos(\pi - \vartheta_0).$$

Schreiben wir nun

$$\operatorname{tang}{}^1/_2(\pi - \vartheta_0) = \frac{\sin(\pi - \vartheta_0)}{1 + \cos(\pi - \vartheta_0)} = \frac{\sin\vartheta_0}{1 - \cos\vartheta_0}$$

$$\operatorname{tang}{}^1/_2\,\vartheta_0 = \frac{\sin\vartheta_0}{1 + \cos\vartheta_0}$$

$$\cos(\pi - \vartheta_0) = -\cos\vartheta_0,$$

so wird die inducirte elektromotorische Kraft F

$$F = {}^1/_2\, a \,.\, i\, d\sigma \left\{2 \,.\, \cos\vartheta_0 - \log\frac{1 + \cos\vartheta_0}{1 - \cos\vartheta_0}\right\}.$$

Da wir die Länge des Leiters gleich $2b$ gesetzt haben und den senkrechten Abstand des Elementes vom Leiter gleich h, so ist

$$\cos \vartheta_0 = \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

und damit

$$F = {}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \left\{ \frac{2b}{\sqrt{b^2 + h^2}} - \log \frac{\sqrt{b^2 + h^2} + b}{\sqrt{b^2 + h^2} - b} \right\}.$$

Ist nun h gegen b nur sehr klein, so können wir in bekannter Weise annähernd die Wurzel ausziehen und erhalten

$$F = {}^1/_2\, a\, i\, d\sigma \left\{ \frac{2b}{b + {}^1/_2 \frac{h^2}{b}} - \log \frac{2b + {}^1/_2 \frac{h^2}{b}}{{}^1/_2 \frac{h^2}{b}} \right\}.$$

In den Zählern und Nennern, in denen $\frac{h^2}{2b}$ als additives Glied vorkommt, können wir dasselbe vernachlässigen und erhalten dann schliesslich

$$F = -\, a\, i\, d\sigma \left\{ \log 2b - 1 - \log h \right\}$$

oder in briggischen Logarithmen, wenn wir die Zahl 2,3026, mit der die briggischen Logarithmen zur Verwandlung in natürliche multiplicirt werden müssen, $= m$ setzen,

$$F = -\, a\, i\, d\sigma \left\{ m \log 2b - 1 - m \,.\, \log h \right\}.$$

Ganz denselben Werth erhalten wir auch für die in dem Leiter ss inducirte elektromotorische Kraft, wenn wir an Stelle des Elementes $d\sigma$ einen kurzen Draht von endlicher Länge l anwenden; wir haben nur für $d\sigma$ den Werth l einzusetzen, vorausgesetzt nur, dass der Werth l gegen b sehr klein ist. Damit wird dann die durch den Strom von der Länge l und der Stromstärke i in ss inducirte elektromotorische Kraft

$$F = -\, i \,.\, l \,.\, \left\{ c - d \log h \right\}$$

wenn wir

$$a\,(m \log 2b - 1) = c; \quad a \,.\, m = d$$

setzen. Das constante Glied des Ausdrucks ist die elektromotorische Kraft, welche in dem Abstande $h = 1$ in den beiden betrachteten Fällen erzeugt wird; es ergibt sich somit, dass die inducirte elektromotorische Kraft mit wachsendem h abnimmt, und dass die Abnahme oder die Differenz zwischen der im Abstande eins und der im Abstande h inducirten elektromotorischen Kraft dem Logarithmus des Abstandes h proportional ist.

Zu dem gleichen Resultate gelangte Buff[1]) bei einer Experimentaluntersuchung über die elektromotorische Kraft, welche ein kurzer Leiter in einem langen, dessen Mitte der kurze in verschiedenen Abständen gegenübersteht, inducirt, wenn in dem kurzen Leiter ein Strom entsteht oder verschwindet. Der Draht, auf welchen inducirend eingewirkt werden sollte, *ABCDE* Fig. 252, hatte die Gestalt eines grossen rechtwinkligen Vierecks, dessen Höhe *BC* 2,32 Meter und dessen Länge *AB* 4 Meter betrug. Von der

1) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Ecke A führten zwei sehr nahe parallel geführte Drähte zu dem einen Rade des dem Dove'schen Disjunctor gleich eingerichteten Analysators, ausserdem war in dem von E ausgehenden Drahte zur Messung der Stärke des inducirten Stromes ein Galvanometer eingeschaltet.

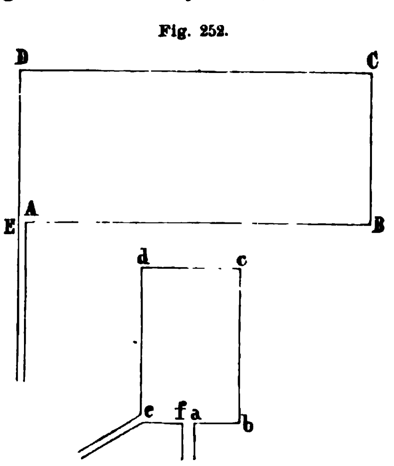


Fig. 252.

Als inducirender Strom diente ein zweites Drahtviereck *abcdef*, dessen Seite *dc* man eine verschiedene Länge geben konnte, und dessen Seite *cb* eine Länge von 1,58 Meter besass. Von *a* und *f* führten zwei Drähte zu einem Commutator und von da zur Batterie, von der Ecke *e* führten zwei um einander gewundene Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators. Da in den Drähten *bc* und *de* der Strom in Bezug auf den Draht *AB* die entgegengesetzte Richtung hat, heben sich die inducirenden Wirkungen dieser Drähte auf das Viereck *ABCD* auf, und wegen des grossen Abstandes der Seite *eb* von *dc* kann die Wirkung dieser Seite ausser Acht gelassen werden, so dass wesentlich nur die Seite *dc* zur Wirkung kommt.

Wegen der stets grossen Länge von *AB* gegen *dc* ist ferner die Inductionswirkung auf die übrigen Theile des Inductionsvierecks so gering, dass die gesammte Induction sich nur wenig von derjenigen in dem Theile *AB* unterscheidet.

Der Analysator wurde so gestellt, dass nur die Schliessungs- oder die Oeffnungsströme in *AB* zu Stande kamen, deren Stärke dann, wie bei den Versuchen von Lenz (§. 113 p. 852) dem Sinus des halben am Galvanometer der Inductionsleitung beobachteten Ablenkungswinkels proportional gesetzt wurde.

Folgende Tabelle enthält die Resultate einer der verschiedenen Versuchsreihen von Buff; die senkrechte Entfernung h der beiden Leiter *cd* und *AB* ist in Centimetern gegeben, die zweite Columne enthält die beobachteten Ablenkungen β an dem Galvanometer als Mittel von je vier Beobachtungen.

h	β^0	$\sin {}^1/_2\, \beta$	β^0 berechnet	Δ
1	28⁰,89	0,24945	29⁰ 6′,5	+ 13′
2	25 ,175	0,21793	24⁰ 52′,5	— 18′
4	20 ,75	0,18008	20⁰ 40′,5	— 4′,5
8	16 ,80	0,14177	16⁰ 30′	+ 12′
16	12 ,30	0,10713	12⁰ 21′	+ 3′
20	11 ,25	0,09801	11⁰ 1′	— 14′
24	10 ,00	0,08716	9⁰ 56′	— 4′.

Die in der vierten Columne als berechnet angeführten Zahlen ergaben sich nach der empirischen Formel

$$\sin {}^1/_2\, \beta = F = 0{,}25182\ (1 - 0{,}475\ .\ \log h)$$

und die letzte Columne zeigt, dass die zwischen Rechnung und Beobachtung stattfindenden Unterschiede die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nicht überschreiten.

Als Mittel aus fünf Versuchsreihen ergab sich, dass die beobachteten Werthe sich stets durch die Gleichung darstellen liessen

$$F = -f\,(1 - 0{,}479\ .\ \log\ .\ h),$$

worin f eine dem Producte aus der Stromstärke und der Länge des inducirenden Drahtes proportionale Constante bedeutet; dieselbe ist die inducirte elektromotorische Kraft, wenn $h = 1$ ist.

Zur Vergleichung mit der Theorie haben wir unsere Gleichung nur auf dieselbe Form zu bringen. Dieselbe wird dann

$$F = -a\,(m . \log 2b - 1)\ .\ i\ .\ l\,\left(1 - \frac{m}{m\ .\ \log 2b - 1} \cdot \log h\right).$$

Da die Längè des Drahtes oder $2b = 400$ Cent. war, so ist

$$\frac{m}{m\ .\ \log 2b - 1} = \frac{2{,}303}{4{,}99} = 0{,}461$$

oder die aus der Theorie abgeleitete Formel wird

$$F = -f\,(1 - 0{,}461 \log h),$$

worin f dieselbe Bedeutung hat wie oben, und in der Gleichung das negative Vorzeichen beibehalten ist, um anzudeuten, dass der inducirte Strom die entgegengesetzte Richtung hat als der inducirende. Der theoretische Werth der Constanten f hängt natürlich wesentlich von den gewählten Einheiten der Stromstärken ab.

Die Uebereinstimmung der aus der Theorie abgeleiteten und der empirischen Gleichung für F ist so vollkommen, dass sie der beste Beweis für die Richtigkeit der Theorie und für die Genauigkeit der Versuche von Buff ist. Die Uebereinstimmung der Constanten würde noch grösser sein, wenn wir die Wirkung des ganzen Vierecks *abcdef* auf das ganze Viereck *ABCDE* berechnet hätten, dieselbe wird dann 0,478 [1]).

Es genüge an der ausführlichen Betrachtung dieser beiden Fälle, um zu zeigen, in welcher Weise das Weber'sche Grundgesetz die einzelnen Fälle der Induction zu behandeln gestattet, und die Erscheinungen ableitet; um eine vollständige Uebersicht über die Theorie zu geben, bedarf es nur, die andern Hauptfälle der Induction auf die einfachsten zurückzuführen.

Zunächst ist klar, dass bei der Bewegung eines Stromes in der Nähe eines ruhenden Leiters ganz ebenso ein Strom entstehen muss, welcher dieselbe Richtung hat, als der bei Bewegung des Leiters inducirte Strom, wenn die Bewegung des Stromes in der jener des Leiters gerade entgegen

1) Man sehe in *Buff's* Abhandlung Poggend. Ann. Bd. CXXVII. p. 96.

gesetzten Richtung erfolgt. Denn in dem Falle ist die relative Geschwindigkeit und Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen genau dieselbe.

Die Magnetinduction sowohl bei Bewegung des Magnets oder Leiters als bei dem Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und der Weber'sche Satz, dass sie unter sonst gleichen Umständen derjenigen durch einen geschlossenen Strom ganz gleich ist, wenn die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den von einem Strome durchflossen gedachten Leiter gleich ist der elektrodynamischen Wirkung des geschlossenen Stromes, ergibt sich unmittelbar aus der Anschauung der Magnete als Solenoide, wornach die Magnetinduction in ihrem Wesen sich von Voltainduction nicht mehr unterscheidet.

§. 120.

Induction in körperlichen Leitern. Rotationsmagnetismus. Ebenso wie in geschlossenen linearen Leitern durch eine Aenderung des elektrischen oder magnetischen Zustandes von in der Nähe befindlichen Strömen oder Magneten ein Strom inducirt wird, müssen auch in ausgedehnten Metallmassen, Scheiben oder Kugeln durch ähnliche Aenderungen Ströme erregt werden. So müssen z. B. in einer Metallscheibe, welche um eine verticale Axe drehbar ist, über welche man in horizontaler Richtung einen Strom hinführt, Ströme entstehen, wenn man sie unter dem Strome in Rotation versetzt, da auch hier Leiter dem Strome genähert und von ihm entfernt werden.

Nur werden hier die Erscheinungen dadurch complicirt werden, dass in solchen nach verschiedenen Richtungen ausgedehnten Metallmassen die an einer Stelle in Bewegung versetzten Elektricitäten nicht nach einer, sondern nach sehr vielen Richtungen sich bewegen können; es wird deshalb in solchen Metallmassen nicht nur ein Strom, sondern ein ganzes System von Strömen sich ausbilden müssen. Es hat sich dieses auch bei den Untersuchungen dieser Induction von Faraday[1]), Nobili[2]), Matteucci[3]) und Anderen bestätigt.

Wir betrachten von diesen Fällen nur einen etwas näher, nämlich die Induction in Scheiben oder Hülsen, welche unter dem Einflusse eines Magnets in Bewegung versetzt werden oder in deren Nähe sich Magnete bewegen, da diese die Erklärung für die von Arago entdeckten Erscheinungen des Rotationsmagnetismus geben.

Diese Erscheinungen, wie sie von Arago[4]) beobachtet und später von Anderen vervollständigt wurden, sind folgende.

---

1) *Faraday,* Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.

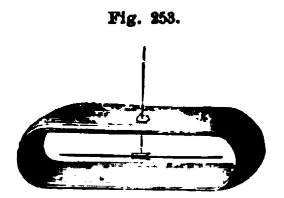
2) *Nobili,* Poggend. Ann. Bd. XXVII.

3) *Matteucci,* Cours special de l'induction etc. Paris 1854.

4) *Arago,* Ann. de chim. et de phys. T. XXVII, XXVIII, XXXII. Poggend. Ann. Bd. III, VII, VIII.

Wenn man über einer Metallscheibe eine Magnetnadel aufhängt und in Schwingungen versetzt, so nehmen die Schwingungsbögen der Nadel an Grösse sehr rasch ab, ohne dass die Schwingungsdauer der Nadel merklich geändert wird. Diese Abnahme der Schwingungsbögen wird noch bedeutender, wenn man die Magnetnadel mit einer massiven Metallhülle, einem dicken Metallringe in der Art Fig. 253 umgibt, so, dass also die Längenausdehnung der Metallstreifen, welche den Ring bilden, der Axe der Nadel in ihrer Ruhelage parallel ist.

Fig. 253.



Die Schnelligkeit, mit welcher die Schwingungsbögen abnehmen, wird bedeutend vermindert, wenn man statt einer massiven Metallscheibe eine vielfach in der Richtung der Radien durchbrochene Scheibe nimmt. Dieselbe ist ferner bei verschiedenen Metallen verschieden. Nach Seebeck[1]) wurde z. B. der Schwingungsbogen einer Magnetnadel über einer Kupferscheibe in 26, über einer Zinkscheibe in 71 Schwingungen, über einer mit ein Viertel ihres Gewichts Antimon legirten Kupferscheibe in 100 Schwingungen von 45^0 auf 10^0 reducirt, während sie frei in der Luft oder über einer Marmorplatte erst in 116 Schwingungen ebenso weit reducirt wurde.

Es ergibt sich aus diesen Beobachtungen, dass Metallmassen auf in ihrer Nähe schwingende Magnetnadeln einen dämpfenden Einfluss ausüben, dass also auf die schwingende Magnetnadel eine ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft wirkt. Eine genauere Beobachtung der Schwingungen beweist nun, dass die auf einander folgenden Schwingungsbögen einer geometrischen Reihe angehören, dass also die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungen, das logarithmische Decrement, eine constante Grösse ist. Daraus folgt, wie wir §. 113 sahen, dass die der Schwingung der Nadel entgegenwirkende Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit der Nadel proportional ist.

Wie eine ruhende Scheibe auf eine bewegte Magnetnadel, so wirkt auch eine bewegte Scheibe auf einen ruhenden Magnet ein. Auch diese Erscheinung hat Arago, darauf geführt durch die eben beschriebene Beobachtung, zuerst wahrgenommen. Auf einen Centrifugalapparat wurde eine Kupferscheibe gelegt, über derselben und von ihr durch eine Glasplatte getrennt, wurde eine Magnetnadel in horizontaler Ebene drehbar so aufgehängt, dass die Drehungsaxe der Nadel mit jener der Scheibe zusammenfiel. Wurde nun die Kupferscheibe in rasche Rotation versetzt, so wurde die Magnetnadel in der Richtung der Drehung von dem Meridiane abgelenkt und kam in einer, je nach der grösseren oder geringeren Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe mehr oder weniger abgelenkten Lage zur Ruhe. Ist die Magnetnadel sehr leicht und wird ihre Richtkraft dadurch, dass

1) *Seebeck*, Poggend. Ann. Bd. VII.

man dem einen Pol derselben einen Magnetstab mit gleichnamigem Pole nähert, geschwächt, so gelingt es leicht, die Nadel selbst in continuirliche Rotation mit der Scheibe zu versetzen, besonders, wenn der Abstand der Nadel von der Scheibe nur klein ist.

Die Ablenkung der Nadel aus dem Meridiane nimmt, wie gesagt, mit der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe zu, und nach Versuchen von Harris[1]) ist der Sinus des Ablenkungswinkels der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe proportional.

Die Ablenkung der Nadel nimmt ferner zu, je näher die Nadel über der Scheibe sich befindet, und zwar ist nach Harris der Sinus der Ablenkung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional.

Bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit und gleichem Abstande ist die Ablenkung über verschiedenen Metallscheiben verschieden, und zwar verhält sie sich bei Scheiben gleicher Dicke nahezu wie die specifischen Leitungsfähigkeiten der Metalle. So fanden Babbage und Herschel[2]) die Sinus der Ablenkungswinkel, jenen über Kupfer gleich 100 gesetzt, über Zink gleich 93, Zinn 46, Blei 25, Antimon 9, Wismuth 2. Ueber nichtleitenden Scheiben ist keine Ablenkung zu beobachten.

Nur das Eisen macht davon eine Ausnahme, über diesem ist die Ablenkung viel bedeutender, als über anderen Metallen.

Die eben angeführten Gesetze der Ablenkung gelten nur für massive Scheiben; über Scheiben, welche durchbrochen und besonders über solchen, welche mit radialen Einschnitten versehen sind, ist die Ablenkung eine viel kleinere.

Diese Versuche beweisen, dass durch die rotirende Metallscheibe auf die Magnetnadel Kräfte wirken, welche der augenblicklichen Bewegungsrichtung der unter der Nadel hergehenden Theile parallel sind, welche also parallel der unter der Nadel an die Scheibe gelegten Tangente wirken. Ausser diesen, der Nadel ein Drehungsmoment in horizontaler Richtung ertheilenden Kräften kann man noch andere nachweisen.

Wenn man von dem einen Arm eines Wagbalkens einen Magnet herabhängen lässt, so dass sein einer Pol nahe über der Scheibe hängt, so wird der Magnet abgestossen, er hebt sich und die ihm auf der anderen Seite das Gleichgewicht haltende Wagschale senkt sich. Von der rotirenden Scheibe wirkt also auch eine vertical nach oben gerichtete Kraft auf den Magnet ein.

Hält man schliesslich eine Inclinationsnadel, welche sich in einer zur Meridianebene senkrechten Ebene drehen kann, welche sich also vertical stellt, über einer rotirenden Scheibe, so wird auch diese abgelenkt, ausser wenn sie sich gerade über dem Centrum der Scheibe befindet. Nähert

---

1) *Harris*, Philosophical Transactions for 1831.

2) *Babbage* und *Herschel*, Philosophical Transactions for 1825.

man sie aber dem Rande der Scheibe, so wird bis zu einem gewissen Abstande von der Mitte der Nordpol dem Mittelpunkte genähert, in einer gewissen Entfernung bleibt sie wieder vertical hängen, und dem Rande noch näher wird der Nordpol vom Mittelpunkte entfernt.

Ebenso wie ruhende Metallmassen auf bewegte Magnete oder bewegte Metallmassen auf ruhende Magnete, wirken umgekehrt auch ruhende Magnete auf bewegte Metallmassen und bewegte Magnete auf ruhende Metallmassen ein.

Ersteres lässt sich sehr einfach dadurch zeigen, dass man zwischen den Polen eines nicht erregten Elektromagnets an einem Faden eine Metallkugel oder einen Metallwürfel aufhängt und diesen in Rotation versetzt. Ist die Kugel nicht zu leicht, so dauert die Rotation sehr lange fort, indem der Faden erst tordirt, dann detordirt wird, dann wieder tordirt wird u. s. f.

Wenn man aber den Elektromagnet erregt, so hört die rotirende Bewegung sehr bald auf. In noch auffallenderer Weise hat Foucault diese Erscheinung an einem eigens dafür construirten Apparat gezeigt [1]). Zwischen den Polen eines mit Halbankern versehenen Elektromagnets kann eine Scheibe durch eine Kurbel parallel der Aequatorialebene in rasche Rotation versetzt werden. Ist der Magnet nicht erregt, so rotirt die Scheibe noch eine Zeit lang fort. Wird aber der Magnet erregt, so wird, besonders wenn die Halkanker der Scheibe recht nahe sind, die Bewegung der Scheibe fast augenblicklich gehemmt. Versucht man dann die Scheibe wieder in Rotation zu versetzen, so findet man einen sehr bedeutenden Widerstand, wie wenn die Scheibe eingeklemmt wäre. Zugleich findet man dann, dass die Scheibe sich sehr bedeutend erwärmt, wie wenn dieselbe bei der Rotation gerieben würde; bei nicht zu geringer Rotationsgeschwindigkeit tritt eine so bedeutende Temperaturerhöhung ein, dass sie direct durch Anfühlen wahrgenommen werden kann.

Dass eine ruhende Scheibe durch einen rotirenden Magnet in Rotation versetzt werden kann, haben Babbage und Herschel [2]) in folgender Weise gezeigt. Ein hufeisenförmiger Stahlmagnet wurde um eine verticale den Schenkeln parallele und mitten zwischen denselben liegende Axe in Rotation versetzt.

Ueber demselben und durch eine Membran von ihm getrennt befand sich eine Kupferscheibe in ihrem Centrum auf eine Spitze gelegt, so dass sie in horizontaler Ebene rotiren konnte. Die Scheibe folgte dem Magnete und rotirte in demselben Sinne wie der Magnet.

Alle diese Erscheinungen, welche man nach der Bezeichnung von Arago unter dem Namen Rotationsmagnetismus zusammenfasst, kommen,

---

1) *Foucault*, Comptes Rendus. Bd. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCVI.

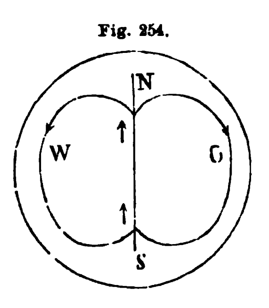
2) *Babbage* und *Herschel* a. a. O.

wie man sieht, darauf hinaus, dass, wenn Magnete oder Metallmassen, welche einander nahe sind, sich bewegen, dieselben von dem ruhenden Theile einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb erfahren; wird der eine Theil in der ihm gegebenen Bewegung erhalten und ist der andere beweglich, so geräth letzterer nach dem Principe der Reaction in eine Bewegung, welche der des bewegten gleichgerichtet ist. Nur die senkrecht von der Scheibe gerichtete Abstossung und die dem Radius parallele Ablenkung eines über der Scheibe gehaltenen Magnets fällt nicht unter jenes allgemeine Princip.

Alle diese Erscheinungen sind Folge der in den rotirenden oder ruhenden Metallmassen erregten Inductionsströme, und als solche von Faraday[1]) gleich nach der Entdeckung der Induction erkannt worden. Sie ergeben sich als solche unmittelbar aus dem Lenz'schen Gesetze; denn nach dem Lenz'schen Gesetze werden durch die relative Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets in dem Leiter Ströme erzeugt, welche so gerichtet sind, dass durch die elektromagnetische Wirkung zwischen Magnet und Leiter die der augenblicklichen gerade entgegengesetzte Bewegung entstehen würde. Der bewegte Magnet oder die bewegte Scheibe erhalten demnach von den durch die Bewegung erzeugten Inductionsströmen einen ihrer augenblicklichen Bewegung entgegengesetzten Antrieb.

Untersuchen wir nach dieser Annahme, wie denn die Inductionsströme in den Metallmassen gerichtet sein müssen, um die beschriebenen Wirkungen zu haben. Schwingt eine Nadel *NS* über einer Scheibe (Fig. 254) so, dass der Nordpol nach Westen sich bewegt, so muss durch den in der Scheibe erregten Inductionsstrom der Nordpol einen Antrieb nach Osten erhalten, es müssen also an der Seite des Poles, gegen welchen er sich hin bewegt, also an der Westseite Inductionsströme entstehen, welche die Nadel zurücktreiben wollen, welche unterhalb der Nadel vom Centrum zum Rande fliessen, an der Ostseite, von welcher er sich entfernt, Ströme, welche ihn nach sich hin ziehen wollen. Das in der Scheibe entstehende Stromsystem wird also ungefähr die Richtung der Pfeile haben, da dann alle Ströme der Nadel einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb ertheilen.

Fig. 254.



Kehrt sich die Bewegung der Nadel um, so kehrt sich auch sofort die Richtung der Ströme um.

Das in Fig. 254 angedeutete Stromsystem muss auch entstehen, wenn unter der ruhenden Nadel die Scheibe von *W* über *N* nach *O* gedreht wird, wenn also von oben gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.

gedreht wird, da dann die relative Bewegung von Scheibe und Magnet dieselbe ist, als wenn der Nordpol der Nadel über der ruhenden Scheibe nach Westen sich bewegt. Dieses Stromsystem lenkt aber die Nadel nach Osten hin ab, also nach der Seite, nach welcher die Scheibe sich bewegt.

Genau dasselbe Stromsystem erklärt auch die Beruhigung einer schwingenden oder rotirenden Metallmasse zwischen den Polen eines Magnets oder die Rotation einer Scheibe, wenn unter derselben wie bei dem Versuche von Babbage und Herschel ein Magnet in Rotation versetzt wird.

Mit dieser Theorie des Rotationsmagnetismus sind auch die Gesetze in Uebereinstimmung, welche wir betreffs desselben anführten; aus den Schwingungen der Magnetnadel in der Nähe metallischer Massen und aus der Ablenkung der Nadel über der rotirenden Scheibe folgt, dass die ablenkende Kraft der Geschwindigkeit der relativen Bewegung proportional ist. Nach den Gesetzen der Induction ist aber der in jedem Momente inducirte Strom unter sonst gleichen Umständen der relativen Geschwindigkeit proportional, der Intensität dieses Stromes ist aber die ablenkende Kraft proportional.

Alle die Umstände, welche die Stärke des Inductionsstromes schwächen, vermindern ferner auch die Wechselwirkung zwischen dem bewegten Magnete und der Scheibe. Die Intensität des Inductionsstromes muss unter sonst gleichen Umständen der Leitungsfähigkeit der Scheibe proportional sein, wie wir sahen, ist auch die Ablenkung der Nadel der Leitungsfähigkeit der Scheibe unter sonst gleichen Umständen proportional. Ueber einer nichtleitenden Scheibe findet gar keine Ablenkung der Nadel statt, da in einer solchen keine Inductionsströme zu Stande kommen können. Die Wirkung einer rotirenden Metallscheibe wird ferner bedeutend vermindert, wenn man die Scheibe parallel den Radien mit einer grossen Anzahl von Einschnitten versieht; der Grund dafür liegt darin, dass durch diese Einschnitte das Zustandekommen der Inductionsströme vielfach gehindert wird, mit der dadurch bewirkten Schwächung dieser Ströme muss auch die Wirkung zwischen der Nadel und Scheibe geschwächt werden.

Es gelang Faraday auch unmittelbar die in der Scheibe erregten Inductionsströme nachzuweisen und dadurch den Beweis für die Richtigkeit seiner Erklärung zu vervollständigen.

Zwischen den Polen eines kräftigen mit Halbankern versehenen Hufeisenmagnets wurde eine auf eine Messingaxe gesetzte Kupferscheibe der äquatorialen Ebene parallel in Rotation versetzt. Auf dem amalgamirten Rande der Scheibe, sowie auf der metallischen Axe schleiften Metallfedern, welche mit den Enden eines Galvanometers verbunden waren. Sobald die Scheibe rotirte, wurde das Galvanometer von einem Strome durchflossen, dessen Richtung geändert wurde, wenn die Richtung der Rotation sich änderte. Wenn von dem Nordpol aus gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr rotirte, so waren in dem an den Polen vorbei passirenden Radien

die Inductionsströme vom Centrum der Scheibe gegen den Rand hin gerichtet. Rotirte die Scheibe im entgegengesetzten Sinne, so dass sie also vom Südpole aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr kreiste, so hatte der Strom die entgegengesetzte Richtung, er floss in den die Pole passirenden Radien von dem Rande der Scheibe gegen das Centrum hin.

Die auf diese Weise das Galvanometer durchsetzenden Ströme sind nur Zweigströme, da nach den Gesetzen der Stromverzweigung in den nicht direct inducirten Theilen der Scheibe die erregten Ströme sich zum Theil ausgleichen; legt man an die Scheibe keine ableitenden Federn, so gleichen sieh die Ströme vollständig in der Scheibe aus. Die Wege dieser Ströme lassen sich dann dadurch finden, dass man an verschiedenen Punkten der Scheibe das eine Ende des Galvanometerdrahtes hält und dann mit dem anderen Ende des Drahtes Punkte auf der Scheibe aufsucht, an welche man das zweite Ende des Galvanometerdrahtes anlegen kann, ohne dass ein Strom denselben durchströmt. Die Punkte, welche man auf diese Weise bestimmt, sind Punkte gleichen elektrischen Potentials, denn eben weil in denselben das Potential der freien Elektricität denselben Werth hat, fliesst kein Strom von einem zum andern hin. Die Punkte gleichen elektrischen Potentials liegen auf bestimmten gegen die Magnetpole, über oder neben welchen die Scheibe rotirt, symmetrisch gelegenen Curven; von einer so bestimmten Curve zur andern ändert sich dann der Potentialwerth. Die Strömungscurven sind dann in jedem Punkte senkrecht zu den Curven gleichen elektrischen Potentials. In dieser Weise hat Matteucci [1]) die Strömungscurven in Scheiben bestimmt; wenn auch das Curvensystem, welches er findet, ziemlich verwickelt ist, so bestätigen seine Versuche doch die aus den Erscheinungen des Rotationsmagnetismus und aus Faraday's Versuchen abgeleiteten Resultate, dass unterhalb der Pole die Ströme eine radiale Richtung haben, und dass, wenn die Scheibe über zwei zum Centrum symmetrisch gelegenen Polen rotirt, die Ströme von einem zum andern Pole gerichtet sind und auf beiden Seiten der die Pole verbindenden Linie sich ausgleichen.

Die Ströme liegen jedoch nur genau symmetrisch zur Verbindungslinie der beiden Pole, wenn die Rotation der Scheibe nicht zu schnell ist; wird die Rotationsgeschwindigkeit bedeutend, so verschieben sich nach den Versuchen von Nobili [2]) und Matteucci die Strömungscurven im Sinne der Rotation, wie wenn die Ströme eine gewisse Zeit brauchten, um zu Stande zu kommen. Wenn so Fig. 255 die auf die einfachste Form reducirten Strömungscurven darstellt, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeilstriches unter den Polen *NS* rotirt, so liegen die Curven bei rascher Rotation nicht symmetrisch zu der Linie *NS*, sondern zu der Linie *ns*, so dass es den Anschein hat, als wenn die Induction nicht sofort zu Stande käme.

---

1) *Matteucci*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIX.
2) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XXVII.

Diese Verzögerung der Induction oder die Verschiebung der Stromcurven erklärt nun auch sofort die zur Ebene der Scheibe senkrechte Abstossung des über ihr befindlichen Poles; denn betrachten wir das Curvensystem *nbs* in dem sich dem Pole annähernden Theile der Scheibe, über welches in Folge der Verschiebung des Stromsystems der Pol *N* zu hängen kommt, so erkennt man sofort, dass dieses den Nordpol eines Magnets repräsentirt, indem die Ströme dieses Systems umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr kreisen. Hängt deshalb der Magnet so über der Scheibe, dass derselbe nach oben sich bewegen kann, so muss der Nordpol von dem Stromsystem *nbs* abgestossen werden. Ebenso muss auch der Südpol *S*, welcher sich über dem Curvensystem *nas* befindet, einen senkrecht von der Scheibe fort gerichteten Antrieb erhalten.

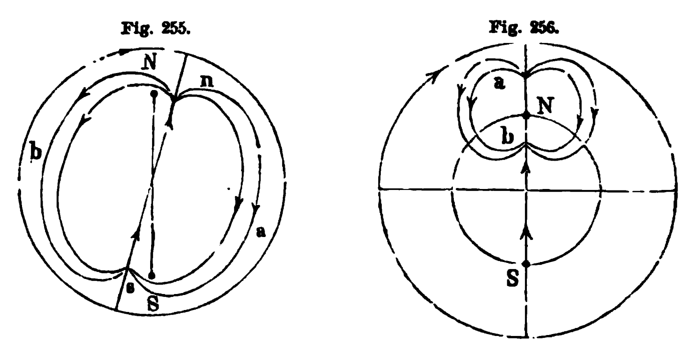


Fig. 255. Fig. 256.

Ebenso erklärt sich durch diese Verzögerung der Inductionsströme auch die dem Radius der Scheibe parallele Componente des Rotationsmagnetismus, und Fig. 255 lässt sofort erkennen, dass durch die Einwirkung der Ströme *nbs* der in verticaler Ebene drehbare Magnet, dessen Nordpol unten ist, nach der Ampère'schen Regel mit dem Nordpole nach aussen hin, also vom Mittelpunkte fort abgelenkt werden muss. Das Gleiche gilt von dem Südpole *S*, auch dieser wird nach der Ampère'schen Regel von den Strömen *nas* nach aussen abgelenkt.

Diese letzteren Wirkungen werden andere, wenn die Pole sich näher bei der Mitte befinden, da dann die Strömungscurven einen andern Verlauf nehmen, indem sich mehrere Stromsysteme bilden. So bildet sich nach Matteucci z. B. ein dem Curvensystem *Nab* ähnliches aus, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeils unter dem in der Hälfte des Radius befindlichen Nordpole rotirt. Werden hier die Ströme nach rechts hin verschoben, so bleibt die verticale Componente dieselbe wie in dem vorher betrachteten Falle, die radiale Componente wird aber entgegengesetzt gerichtet, so dass der Nordpol *N* gegen den Mittelpunkt der Scheibe hin abgelenkt wird.

In einem gewissen Abstande von dem Mittelpunkte, das lässt sich schon daraus schliessen, müssen dann die Strömungscurven so beschaffen sein, dass der Magnet weder nach der einen noch nach der anderen Seite abgelenkt wird.

§. 121.

Anwendung der Dämpfung bei Galvanometern. Der dämpfende Einfluss, welchen Metallmassen auf Magnetnadeln ausüben, welche in ihrer Nähe schwingen, wird häufig bei Galvanometern angewandt, um die Beobachtungen rascher und sicherer auszuführen. Denn jede Ablenkung, welche man einer Magnetnadel ertheilt, versetzt dieselbe in Schwingungen um eine neue Gleichgewichtslage, und wenn man auch aus der Beobachtung dieser Schwingungen die neue Gleichgewichtslage bestimmen kann, ist es doch häufig, besonders bei wechselnden Strömen, bequem, wenn die Nadel rasch in ihrer abgelenkten Lage zur Ruhe kommt. Dazu dienen dann die dämpfenden Metallmassen. An dem Galvanometer von Wiedemann und an demjenigen von Weber sind solche Dämpfer in Form von Kupferhüllen angebracht, welche den Spiegel oder den Magnet umgeben. Bei den Galvanometern mit vielen Drahtwindungen bilden diese Windungen schon, wenn das Galvanometer geschlossen ist, eine kräftige Dämpfung; ausserdem wirken auch bei jedem Galvanometer die Metalle dämpfend ein, welche zur Construction des Galvanometers benutzt wurden.

Wenn man nun die Intensität constanter Ströme misst, indem man die neue Ruhelage der Nadel beobachtet, so braucht man auf diese dämpfenden Einflüsse keine Rücksicht zu nehmen, denn die neue Ruhelage der Nadel hängt nur von dem Verhältniss der ablenkenden Kraft des zu messenden Stromes zur horizontalen Componente des Erdmagnetismus ab. Anders ist es aber bei Messungen von nicht constanten oder von Strömen, welche wie die Inductionsströme nur sehr kurze Zeit dauern, oder wenn man constante Ströme durch Beobachtung der ersten Elongation messen will. Findet keine Dämpfung statt, so ist in dem letzten Falle die Ablenkung der Nadel nach den Pendelgesetzen doppelt so gross als die Ablenkung, welche der neuen Ruhelage entspricht; unter dem Einflusse der Dämpfung ist das jedoch nicht der Fall, da die Nadel dann schon bei ihrer ersten Bewegung durch die inducirten Ströme zurückgehalten wird. Aehnliches gilt für die Messung der Inductionsströme, da auch die Intensität dieser aus der ersten Elongation bestimmt wird. In diesen Fällen muss also die Dämpfung bei Bestimmung der Stromstärken mit in Rechnung gezogen werden [1].

Die dämpfende Kraft eines jeden Galvanometers, ob es mit einem Dämpfer versehen ist oder nicht, besteht aus zwei Theilen, einem constanten, welcher sich zeigt, wenn das Galvanometer nicht geschlossen ist, und einem variablen, von den Drähten des Multiplicators herrührenden, wenn diese zu einem Stromkreise geschlossen sind. Letzterer hängt ab

---

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen p. 346 ff.

von der Leitung, welche ausserdem noch in den Schliessungsbogen eingeschaltet ist, er ist um so kleiner, je grösser dieser Theil ist, da mit dem Widerstande der Leitung die Intensität der Inductionsströme abnimmt.

Um nun den Einfluss der Dämpfung bei Bestimmung der Stromstärke zu berücksichtigen, müssen diese dämpfenden Kräfte bestimmt werden. Den constanten Theil derselben erhält man aus Beobachtung der Schwingungsbogen, wenn die Kette, zu welcher der Multiplicator gehört, geöffnet ist. Ist dann in natürlichen Logarithmen λ' das logarithmische Decrement der Schwingungen, und T' die Schwingungsdauer, so ist nach §. 113 p. 856

$$\frac{\lambda'}{T'} = \varepsilon'$$

das Maass des constanten Theils der dämpfenden Kraft.

Zur Bestimmung des variabeln Theils der dämpfenden Kraft werden die Schwingungen beobachtet, wenn der Multiplicator in sich geschlossen ist. Ist λ'' das dann beobachtete logarithmische Decrement, T'' die Schwingungsdauer, so ist das Maass der gesammten dämpfenden Kraft

$$\frac{\lambda''}{T''} = \varepsilon'',$$

das Maass des von dem Multiplicatordrahte allein herrührenden Theiles somit

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{\lambda''}{T''} - \frac{\lambda'}{T'}.$$

In den meisten Fällen sind T' und T'' so wenig verschieden, dass man ihren Unterschied vernachlässigen kann, dann ist

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{1}{T'}(\lambda'' - \lambda').$$

Man erhält daraus den bei Einschaltung eines äusseren Widerstandes variabeln Theil, wenn a der Widerstand des Multiplicators, b der der äusseren Leitung ist, indem man jene Differenz mit $\frac{a}{a+b}$ multiplicirt, da die Stärke der inducirten Ströme und damit die dämpfenden Kräfte sich umgekehrt wie diese Widerstände verhalten; der variable Theil ist also

$$\frac{a}{a+b}\left(\frac{\lambda'' - \lambda'}{T'}\right);$$

wenn man also a einmal bestimmt hat, so ist in jedem einzelnen Falle nur mehr b zu beobachten, um sofort den variablen Theil der Dämpfung zu erhalten. Die gesammte dämpfende Kraft ist dann

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda'}{T'} + \frac{a}{a+b}\left(\frac{\lambda'' - \lambda'}{T'}\right) = \frac{a\,\lambda'' + b\,\lambda'}{(a+b)\,T'}.$$

Ist λ nicht in natürlichen Logarithmen gegeben, so bekommt der Nenner in dem Ausdrucke für ε noch den Factor m, den Modulus des Logarithmensystems.

Kennt man auf diese Weise die dämpfende Kraft eines Galvanometers, so kann man auch hier aus denselben Beobachtungen die Stromstärke herleiten, wie an einem Galvanometer ohne dämpfende Kraft.

Wir wollen die Aufgabe etwas näher untersuchen, die Stromstärke eines constanten Stromes aus der ersten Ablenkung zu bestimmen; die Aufgabe kommt darauf hinaus, die neue Ruhelage zu bestimmen, welche die Nadel unter Einfluss des constanten Stromes einnimmt. Sei die Ablenkung der Nadel dann gleich p; um diese Lage macht die Nadel dann isochrone Schwingungen, deren Dauer gleich T sei, die Dauer auf einen Hin- oder Hergang der Nadel wie beim Pendel bezogen. Aus §. 117 des ersten Theiles in Verbindung mit §. 113 dieses Theiles ergibt sich dann für die Ablenkung y der Nadel von der ohne Strom ihr zukommenden Ruhelage

$$y = p + A \,.\, e^{-\varepsilon t} \sin \sqrt{k - \varepsilon^2}\,(t - B),$$

worin $\sqrt{k - \varepsilon^2}$ nach §. 117 des ersten Theiles gleich $\frac{\pi}{T}$ ist; dadurch wird

$$y = p + A \cdot e^{-\varepsilon t} \sin \frac{\pi}{T}(t - B) \quad . \; . \; . \; . \quad (a).$$

In dieser Gleichung ist A die Amplitude der Schwingung, wenn keine dämpfende Kraft vorhanden wäre; die Zeit t wird von dem Augenblicke an gerechnet, wo die Nadel ihre Bewegung beginnt, somit ist B die Zeit, nach welcher die Nadel die durch den Strom bedingte Gleichgewichtslage erreicht, denn für $t = B$ ist $y = p$; diese Zeit beträgt etwas mehr als $^1/_2\, T$, da die Nadel wegen der Dämpfung auf der andern Seite nicht um dieselbe Strecke über die neue Gleichgewichtslage hinaus geht.

Die erste Elongation, aus welcher die neue Gleichgewichtslage bestimmt werden soll, wird nach der Zeit T erreicht; ihr Werth y_1 ergibt sich aus der Gleichung

$$y_1 = p + A \cdot e^{-\varepsilon T} \sin \left(\pi - \frac{\pi B}{T}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (b),$$

um mittelst derselben p zu bestimmen, müssen A und B eliminirt werden. Die erste Gleichung dafür erhalten wir daraus, dass $y = 0$ für $t = 0$

$$0 = p - A \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot B; \quad p = A \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot B.$$

Die zweite Gleichung liefert uns die Bemerkung, dass für $t = 0$, wo die Bewegung beginnt, auch die Geschwindigkeit der Bewegung gleich 0 ist. Wir erhalten diese, wenn wir den Quotienten $\frac{dy}{dt}$ bilden. In der schon mehrfach angewandten Weise erhalten wir denselben

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot e^{-\varepsilon t} \left\{\frac{\pi}{T} \cos \frac{\pi}{T}(t - B) - \varepsilon \sin \frac{\pi}{T}(t - B)\right\}.$$

Setzen wir in diesem Ausdruck t gleich 0, so wird auch $\frac{dy}{dt} = 0$,

oder

$$\frac{\pi}{T} \cdot \cos \frac{\pi}{T} (-B) = \varepsilon \cdot \sin \frac{\pi}{T} (-B)$$

$$\frac{\pi}{\varepsilon T} = \frac{\pi}{\lambda} = -\frac{\sin \frac{\pi}{T} \cdot B}{\cos \frac{\pi}{T} \cdot B} = -\operatorname{tang} \frac{\pi}{T} \cdot B.$$

Darnach wird

$$\sin \frac{\pi}{T} \cdot B = \pm \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

und daraus, da wir das positive Vorzeichen wählen müssen,

$$p = \frac{\pi \cdot A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Um A zu eliminiren dient die Gleichung b; setzen wir in dieselbe den Werth von p und entwickeln den Sinus, so wird

$$y_1 = \frac{\pi \cdot A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} + A \cdot e^{-\lambda} \sin \frac{\pi}{T} \cdot B = \frac{\pi \cdot A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (1 + e^{-\lambda}) = p (1 + e^{-\lambda})$$

und daraus

$$p = \frac{y_1}{1 + e^{-\lambda}} = y_1 (1 - e^{-\lambda}).$$

Ist demnach λ bestimmt und die erste Elongation y_1 beobachtet, so kann man die der neuen Ruhelage entsprechende Ablenkung und damit die Intensität des Stromes bestimmen.

Bei Bestimmung der Intensität des Inductionsstromes handelt es sich, wie wir sahen, darum, die Geschwindigkeit, mit welcher die Nadel die Gleichgewichtslage verlässt, aus der beobachteten ersten Elongation zu bestimmen. Die Nadel macht um die Gleichgewichtslage, die sie zur Zeit $t = 0$ verlässt, isochrone Schwingungen, deren Dauer wieder T sei. Ihre Ablenkung zur Zeit t, y, lässt sich daher wiedergeben durch

$$y = A \cdot e^{-\varepsilon t} \sin \frac{\pi}{T} \cdot t \quad \ldots \ldots \quad (a).$$

Die Geschwindigkeit zur Zeit t wird dann

$$\frac{dy}{dt} = -\varepsilon A \cdot e^{-\varepsilon t} \sin \frac{\pi}{T} t + \frac{\pi}{T} A \cdot e^{-\varepsilon t} \cos \frac{\pi}{T} \cdot t \quad \ldots \quad (b).$$

Die gesuchte Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ ist demnach

$$C = \frac{\pi}{T} \cdot A; \quad A = \frac{T}{\pi} \cdot C;$$

setzt man diesen Werth in die Gleichung a, so wird

$$y = \frac{T}{\pi} \cdot C \cdot e^{-\varepsilon t} \sin \frac{\pi}{T} \cdot t.$$

Am Ende der ersten Elongation ist die Geschwindigkeit gleich 0; zur Bestimmung der Zeit t, in welcher die äusserste Lage erreicht ist, haben wir daher aus Gleichung b

$$\frac{\pi}{\varepsilon T} = \frac{\pi}{\lambda} = \text{tang}\,\frac{\pi}{T}\,t; \qquad t = \frac{T}{\pi}\cdot \text{arc tang}\,\frac{\pi}{\lambda}$$

$$\sin\frac{\pi}{T}\,t = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}}$$

und daraus für die erste Elongation y_1 nach Gleichung (a)

$$y_1 = \frac{T}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}}\cdot C\cdot e^{-\frac{\lambda}{\pi}\cdot \text{arc tang}\,\frac{\pi}{\lambda}}$$

oder

$$C = y_1\cdot\frac{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}}{T}\cdot e^{\frac{\lambda}{\pi}\cdot \text{arc tang}\,\frac{\pi}{\lambda}}.$$

Kennt man daher λ und die Schwingungsdauer T unter dem Einflusse der Dämpfung, so kann man aus der beobachteten ersten Elongation y_1 die Geschwindigkeit C berechnen, und damit die Intensität des Inductionsstromes bestimmen.

Es genüge an diesen Beispielen, um die Anwendung der Dämpfung bei Messungen der Stromstärke zu zeigen; betreffs der weiteren Anwendung derselben, insbesondere bei der §. 108 erwähnten Multiplicationsmethode müssen wir auf die Arbeit Weber's verweisen.

§. 122.

Dauer der Inductionsströme. Wenn wir die Intensität der Inductionsströme in derselben Weise definiren wie die Intensität der constanten Ströme, so dass wir also die Intensität derselben der in gleichen Zeiten durch den Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricität proportional setzen, so hängt bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande der Leiter die Intensität der Ströme auch wesentlich von der Dauer der Ströme ab. Denn wenn auch dieselbe Elektricitätsmenge durch dieselben Leiter fliesst, so ist doch die in gleichen Zeiten durch irgend einen Querschnitt des Leiters fliessende Elektricitätsmenge um so grösser, je kürzer die Dauer des ganzen Stromes ist. Da wir nun früher sahen, dass die Wirkung der galvanischen Ströme mit deren Intensität sich ändert, so wird das Gleiche auch für die Wirkungen der Inductionsströme gelten; da indess die Dauer der Inductionsströme überhaupt nur kurz ist, so wird eben wegen dieses raschen Verlaufes die Wirkung derselben nicht unter allen Umständen mit ihrer Intensität sich ändern. Um zu erkennen, wann sich die Wirkungen mit der Intensität der Inductionsströme, dieselbe in der eben angegebenen Weise definirt, ändern, wann nicht, wird es am besten sein, die einzelnen Wirkungen der Reihe nach durchzugehen.

Zur Messung der galvanischen Ströme wandten wir entweder die elektromagnetischen oder die chemischen Wirkungen an, indem wir sahen, dass einerseits die Ablenkung der Magnetnadel, und andererseits die in gleichen Zeiten stattfindenden chemischen Zersetzungen der Intensität der Ströme

proportional sind. Diese beiden Wirkungen messen indess nicht die Intensität der Inductionsströme in der soeben angenommenen Bedeutung, sondern sie messen nur die gesammte durch die Induction in Bewegung gesetzte Elektricität.

Die Inductionsströme verlaufen nämlich so rasch, dass wir die Wirkung derselben auf die Magnetnadel als einen momentanen Stoss, oder als eine Reihenfolge einzelner Stösse betrachten können, die sich so rasch folgen, dass alle Stösse die Nadel noch in ihrer Ruhelage treffen. Setzen wir nun voraus, dass in einer und derselben Leitung durch dieselbe inducirende Kraft ein Inductionsstrom erregt wird, dass aber in einem die Induction die doppelte Zeit dauert als in dem andern, so wird in dem ersten Falle die Intensität des Stromes halb so gross sein als in dem zweiten Falle. Die Ablenkung der Magnetnadel wird aber dennoch in beiden Fällen dieselbe sein, da in dem ersten Falle die halbe Kraft der Magnetnadel gewissermassen zwei Stösse versetzt, während in dem zweiten die Nadel nur einen Stoss von doppelter Stärke erhält. Die beiden Stösse folgen sich in dem ersten Falle so rasch, dass die Nadel sie unter demselben Umständen erhält, die Geschwindigkeit der Nadel ist also dieselbe. Daraus ergibt sich die schon §. 119 aufgestellte Behauptung, dass die Ablenkung der Magnetnadel nur den Integralstrom, nicht aber den Differentialstrom messe. Die Ablenkung der Magnetnadel kann uns also bei den Inductionsströmen nicht, wie bei den constanten Strömen, Aufschluss über die augenblickliche Intensität eines Stromes geben, sondern sie gibt bei den Inductionsströmen, wie die chemischen Wirkungen bei den constanten Strömen, nur die mittlere Intensität während der ganzen Dauer des Inductionsstromes.

Dass dasselbe von den chemischen Wirkungen gilt, bedarf wohl kaum einer besonderen Erwähnung, denn die chemischen Wirkungen liefern uns ja überhaupt nur ein Maass für die Stromstärke, unter der Voraussetzung, dass der Strom für die Dauer des Versuches constant ist; die chemischen Wirkungen sind dem Producte aus der Stromstärke in die Zeitdauer proportional. Die chemischen Wirkungen der Inductionsströme sind daher ebenfalls dem Producte aus der mittleren Intensität in ihre Dauer proportional; ändert sich deshalb bei einem inducirten Leiter und derselben inducirenden Kraft die Dauer der Induction, so ändert sich die chemische Wirkung nicht, da in demselben Verhältnisse wie die Dauer zunimmt, die mittlere Intensität abnimmt, das Product aus beiden also dasselbe ist.

Anders ist es jedoch bei den Wärmewirkungen der Inductionsströme. Wie wir sahen sind die in gleichen Zeiten von verschiedenen Strömen entwickelten Wärmemengen den Quadranten der Stromstärken proportional; die Wärmewirkung eines Stromes innerhalb einer gewissen Zeit t ist also dem Producte aus dieser Zeit und dem Quadrate der Stromstärke während dieser Zeit proportional. Daraus folgt dann auch, dass bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande die Wärmewirkungen der

Inductionsströme wesentlich von der Dauer derselben abhängen. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass die Intensität der Inductionsströme während ihres Verlaufes constant sei, so wird bei doppelt so langer Dauer die Intensität des Stromes nur die Hälfte sein. Das Quadrat der Intensität ist dann 0,25, und multiplicirt mit der doppelten Zeitdauer wird das die Wärmewirkung messende Product 0,5. Unter ganz denselben Umständen muss also, wenn wir die Intensität der Inductionsströme während ihres Verlaufes constant annehmen, die Wärmewirkung derselben ihrer Zeitdauer umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme während ihres Verlaufes nicht constant, so wird eine solche einfache Beziehung nicht existiren, aber immer wird die Wärmewirkung um so grösser sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Gleiches gilt von den elektrodynamischen Wirkungen der Inductionsströme, wenn man z. B. einen und denselben Inductionsstrom durch die lose und feste Rolle eines Dynamometers leitet. Die dem Dynamometer ertheilte Drehung ist dem Quadrate der Stromstärke proportional; bei den rasch verlaufenden Inductionsströmen wird aber gerade so wie bei dem Galvanometer die Ablenkung auch der Dauer der Inductionsströme direct proportional sein; nehmen wir also wieder die Ströme während ihres Verlaufes als constant an, so wird die Ablenkung der Bifilarrolle bei gleicher Gesammtstromstärke gerade wie die Wärmewirkung der Dauer der Inductionsströme umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme nicht constant, so wird auch dann unter sonst gleichen Umständen die Ablenkung der Bifilarrolle um so grösser sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Auch die magnetisirende Wirkung der Inductionsströme muss mit ihrer Dauer sich ändern. Die magnetisirende Kraft eines constanten Stromes ist einfach seiner Intensität proportional, sie hängt nicht von der Dauer desselben ab; ja, so kurz wir auch die Dauer eines Stromes machen können, das magnetische Moment einer Stahlnadel ist immer der Intensität des magnetisirenden Stromes proportional. Deshalb wird auch unter sonst gleichen Umständen die magnetisirende Kraft der Inductionsströme abnehmen müssen, wenn die Ströme langsamer verlaufen.

Die Inductionsströme üben wegen ihres raschen Verlaufes, ähnlich wie die Entladungen der Leydner Flasche, auch physiologische Wirkungen aus, welche sich leicht durch Zuckungen in dem menschlichen Körper wahrnehmen lassen, wenn man mit demselben den Stromkreis einer Inductionsspirale schliesst. Ein constanter Strom übt solche physiologische Wirkungen nicht aus; zwar wenn man eine vielplattige Voltaische Säule durch den Körper schliesst, fühlt man im Momente des Schliessens, sowie des nachfolgenden Oeffnens eine Zuckung, so lange aber die Kette geschlossen ist, fühlt man, vorausgesetzt, dass der Strom nicht eine sehr grosse Stärke hat, kaum eine Wirkung des Stromes. Daraus folgt, dass unser Nervensystem vorzugsweise für die Veränderung seines elektrischen Zustandes empfindlich

58*

ist, und je bedeutender diese Veränderung ist, um so empfindlicher wird der Organismus davon betroffen. Daraus folgt dann weiter, dass die physiologischen Wirkungen der Inductionsströme ebenfalls von der Dauer derselben abhängen, derart, dass unter sonst gleichen Umständen die Erschütterungen des Körpers um so kräftiger werden, je rascher sie verlaufen[1].

In den angegebenen Wirkungen haben wir demnach Mittel, den zeitlichen Verlauf der Inductionsströme, deren Gesammtintensität dieselbe ist, zu untersuchen.

Mit Hülfe derselben hat sich nun in der That gezeigt, dass der zeitliche Verlauf der Inductionsströme sehr verschieden sein kann, und dass mannigfache Einflüsse denselben bedingen. Dass zunächst der zeitliche Verlauf der durch Bewegung von Leitern erzeugten Inductionsströme sehr verschieden ist, das versteht sich nach der Theorie der Induction und nach dem durch die Erfahrung festgestellten Satze, dass der Integralstrom nur von der Länge des von dem Leiter zurückgelegten Weges abhängt, von selbst. Aber auch die durch das Entstehen und Verschwinden von Strömen oder von Magnetismus erregten Ströme haben bei gleicher Gesammtintensität nicht gleiche Dauer. So lässt sich leicht zeigen, dass der Inductionsstrom in einer Spirale, welcher bei dem Schliessen des primären Stromes entsteht, langsamer verläuft als der Oeffnungsstrom, obwohl die Gesammtintensität beider Ströme dieselbe ist. Man erkennt das besonders leicht durch die Erschütterungen, welche beide Ströme dem sie schliessenden Körper ertheilen; die durch den Oeffnungsstrom bewirkten Erschütterungen sind bedeutend stärker. Der Grund dieses Unterschiedes ist leicht ersichtlich. Wenn der Strom in der primären Spirale geschlossen wird, so wird in dem Stromkreise durch den entstehenden Strom zugleich der demselben entgegengesetzt gerichtete Extrastrom inducirt; derselbe schwächt während seiner Dauer den entstehenden Strom; ist er verschwunden, so nimmt der entstehende Strom an Stärke wieder zu; diese Zunahme bedingt aber einen neuen Extrastrom und so fort, so dass nothwendig eine gewisse Zeit vergeht, bis der entstehende Strom seine ganze Stärke erreicht hat. Wird dagegen der Stromkreis unterbrochen, so kann sich in demselben, wenn keine anderweitige Schliessung vorhanden ist, der Oeffnungsextrastrom nicht ausbilden, da für denselben kein Stromkreis vorhanden ist. Der Strom muss daher viel rascher verschwinden, als er entsteht.

Derselbe Grund, welcher den Schliessungsstrom verzögert, muss die Inductionsströme verzögern, wenn in der Nähe einer Inductionsspirale sich Metallmassen oder geschlossene Stromkreise befinden. Die Gesammtintensität des inducirten Stromes kann nicht geändert werden dadurch, dass sich zwischen der inducirenden und der Inductionsspirale, oder ausserhalb derselben

1) *E. du Bois Reymond*, Untersuchungen über thierische Elektricität Bd. I. p. 258 ff.

eine Metallhülse oder Platte befindet, aber die in diesen Metallen erregten Inductionsströme müssen in der eben entwickelten Weise verzögernd wirken. Das zeigt sich auch in den Versuchen bestätigt.

Faraday[1]) wandte als inducirende und inducirte Spirale Bandspiralen in der Weise wie Henry an und fand, dass die Ablenkung der Galvanometernadel bei gleicher Intensität des inducirenden Stromes immer dieselbe war, mochten zwischen die auf einander wirkenden Spiralen Metallplatten gelegt werden oder nicht. Rijke[2]) umgab bei seinen Versuchen über die Extraströme die Spirale, in welcher der Extrastrom erregt wurde, mit einer zweiten Spirale; die galvanometrische Wirkung der Extraströme war dieselbe, mochte die zweite Spirale geschlossen oder geöffnet sein. Trotz dieser Gleichheit der Gesammtstromstärke war aber die elektrodynamische Wirkung in beiden Fällen sehr verschieden; die Ablenkung des Dynamometers ist viel kleiner, wenn die zweite Spirale geschlossen, als wenn sie offen ist. Mit Hülfe der thermischen Wirkungen haben Abria[3]) und Edlund[4]), und mit Hülfe der physiologischen Wirkungen Dove[5]) dasselbe für die Inductionsströme in Inductionsspiralen nachgewiesen.

Diese verzögernde Wirkung von Metallmassen erklärt auch die eigenthümliche Verschiedenheit des Einflusses, welchen weiches Eisen in Innern einer Inductionsspirale ausübt, je nachdem es in massiven Cylindern oder in Form von Eisendrahtbündeln angewandt wird. Wenn man eine Inductionsspirale auf eine inducirende Spirale windet und dann in die inducirende Spirale weiches Eisen legt, so wird die Stärke des inducirten Stromes bedeutend vergrössert, da dann nicht nur der entstehende und verschwindende Strom, sondern auch der entstehende und verschwindende Magnetismus in der Inductionsspirale einen Strom erregt. Der von letzterem herrührende Theil der elektromotorischen Kraft ist dem magnetischen Momente des in der Spirale liegenden Eisens proportional, er ist also derselbe, wenn das magnetische Moment des Eisens dasselbe ist. Dem entsprechend zeigt sich auch die mit dem Galvanometer gemessene Gesammtintensität der Inductionsströme gleich, wenn das magnetische Moment des in der Spirale befindlichen Eisens dasselbe ist, die physiologischen Wirkungen dagegen sind bedeutend grösser, wenn das Eisen in Form von Drahtbündeln verwandt wird.

Dass die verstärkte Wirkung in dem letzten Falle ihren Grund in der Vertheilung des Eisens hat, welche das Zustandekommen der Inductions-

1) *Faraday*, Experimental researches Ser. XIV. art. 1709 ff. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.
2) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CII.
3) *Abria*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.
4) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.
5) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIX.

ströme verhindert, das ergibt sich deutlich aus den Versuchen von Magnus[1]), nach welchen die stärkere physiologische Wirkung des Eisens sofort aufhört, wenn die einzelnen Eisendrähte durch ein leichtflüssiges Metall zu einem metallischen Continuum verbunden sind, oder wenn die Eisendrähte in eine ringsgeschlossene Metallröhre geschoben werden. Wird die Metallröhre indess der Länge nach aufgeschnitten, so tritt die stärkere physiologische Wirkung wieder hervor.

Dove hat dann auch noch direct gezeigt[2]), dass die stärkere physiologische Wirkung ihren Grund in dem rascheren Verlauf, also in der grösseren Intensität des bei der Gegenwart von Eisenbündeln inducirten Stromes hat. Er wandte dazu den Differentialinductor an; derselbe besteht aus zwei ganz gleichen hohlen Holzrollen, auf welche zunächst als inducirende Spirale eine gleiche Länge gleichen Kupferdrahtes in gleichen Windungen aufgewickelt war. Auf jede dieser Rollen war dann ferner eine Inductionsspirale gewickelt, beide Inductionsspiralen waren ebenfalls unter sich ganz genau gleich. Wurde dann durch die inducirenden Spiralen ein Strom geleitet, und wurden dann die beiden Inductionsspiralen entgegengesetzt mit einander verbunden, so hoben sich die Inductionsströme vollständig auf, so dass sie weder auf die Galvanometernadel eine Wirkung äusserten, noch auch eine physiologische Wirkung zeigten. Das war auch der Fall, wenn in beide Rollen gleiche Stücke weichen Eisens gelegt wurden. Diese Gleichheit beider Wirkungen hörte indess auf, wenn die eine der Rollen einen massiven Eisencylinder, die andere ein Drahtbündel enthielt. War dann in dem Differentialinductor die Gleichheit des galvanometrischen Effects erreicht, d. h. fand keine Ablenkung der Galvanometernadel statt, so war noch eine kräftige physiologische Wirkung zu Gunsten der Drahtbündel vorhanden; war dagegen keine physiologische Wirkung mehr wahrzunehmen, so wurde die Galvanometernadel kräftig von dem durch den massiven Eisencylinder erregten Strom abgelenkt.

Wenn nun bei diesen Versuchen die Gleichheit des galvanometrischen Effectes erreicht war, so blieb die Nadel nicht einfach ruhig auf dem Nullpunkt stehen, sondern sie erhielt immer im ersten Momente eine Zuckung nach der Seite, nach welcher der von dem Drahtbündel inducirte Strom sie ablenkte, und wurde dann auf den Nullpunkt langsamer zurückgeführt; ja selbst dann, wenn der Strom von dem massiven Eisencylinder im Galvanometer überwog, erhielt die Nadel im ersten Momente einen Stoss nach der Seite des von dem Drahtbündel inducirten Stromes, und dann erst wurde sie durch den Nullpunkt auf die andere Seite abgelenkt. Diese Zuckung der Nadel beweist, dass in dem ersten Momente die Intensität des vor

---

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

2) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIX. Untersuchungen im Gebiete der Inductionselektricität. Berlin 1842.

dem Drahtbündel inducirten Stromes die grössere ist, und dass nur deshalb die Nadel auf die andere Seite abgelenkt wird, weil die Gesammtintensität des von dem massiven Eisen mit grösserem magnetischen Momente inducirten Stromes die grössere ist; sie beweist also, dass das massive Eisen die Induction wie jedes massive Metall verzögert.

§. 123.

Inductionsapparate. Aus den in diesem Kapitel mitgetheilten Erfahrungen über die Induction ergibt sich, dass man mit Hülfe derselben sehr kräftige und rasch verlaufende elektrische Ströme herstellen kann. Man hat daher vielfach elektromotorische Apparate, welche auf Induction beruhen, construirt; die wichtigsten derselben sollen hier beschrieben werden.

Die Inductionsapparate zerfallen in zwei Gruppen, die magnetelektrischen und die elektromagnetischen; in den ersteren werden die Ströme durch Bewegung von Spiralen, welche mit Eisenkernen versehen sind, in der Nähe kräftiger Magnetpole erregt, in den letzteren dadurch, dass in einer inducirenden, ein Bündel Eisendrähte enthaltenden Spirale, welche von einer Inductionsspirale umgeben ist, abwechselnd Ströme unterbrochen und geschlossen werden. In der ersteren Gruppe werden also die Ströme allein durch Magnetismus, theils durch die Bewegung der Spiralen vor den Polen, theils durch den entstehenden und verschwindenden Magnetismus der Kerne inducirt; in der letzteren theils durch den entstehenden und verschwindenden Strom, theils durch den in Folge dieses entstehenden und verschwindenden Magnetismus.

Der erste Inductionsapparat, welcher construirt wurde, war der magnetoelektrische Apparat von Pixii [1]); derselbe liess einen Hufeisenmagnet um eine den Schenkeln parallele Axe rotiren; vor denselben befand sich ein Anker von der Form eines kurzen Hufeisens, dessen Schenkel mit Drahtspiralen umwickelt waren, so dass die Pole des rotirenden Magnets sich den Schenkeln des Ankers abwechselnd näherten, abwechselnd von denselben sich entfernten. Auf diese Weise konnten indess nur kleinere Maschinen construirt werden, da grössere Magnete sich nur schwierig in eine regelmässige Rotation versetzen liessen. An allen später construirten Apparaten, so an denen von Saxton [2]), Ritchie [3]), Clarke [4]), von Ettingshausen [5]) und Anderen, wurden die Magnete deshalb festgestellt und die mit Eisenkernen

---

1) *Pixii*, Annales de chim. et de phys. T. L. Poggend. Ann. Bd. XXVII.

2) *Saxton*, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XXXIX.

3) *Ritchie*, Philosophical Transactions for 1833. Poggend. Ann. Bd. XXXII. Poggend. Ann. Bd. XXXIX. p. 406.

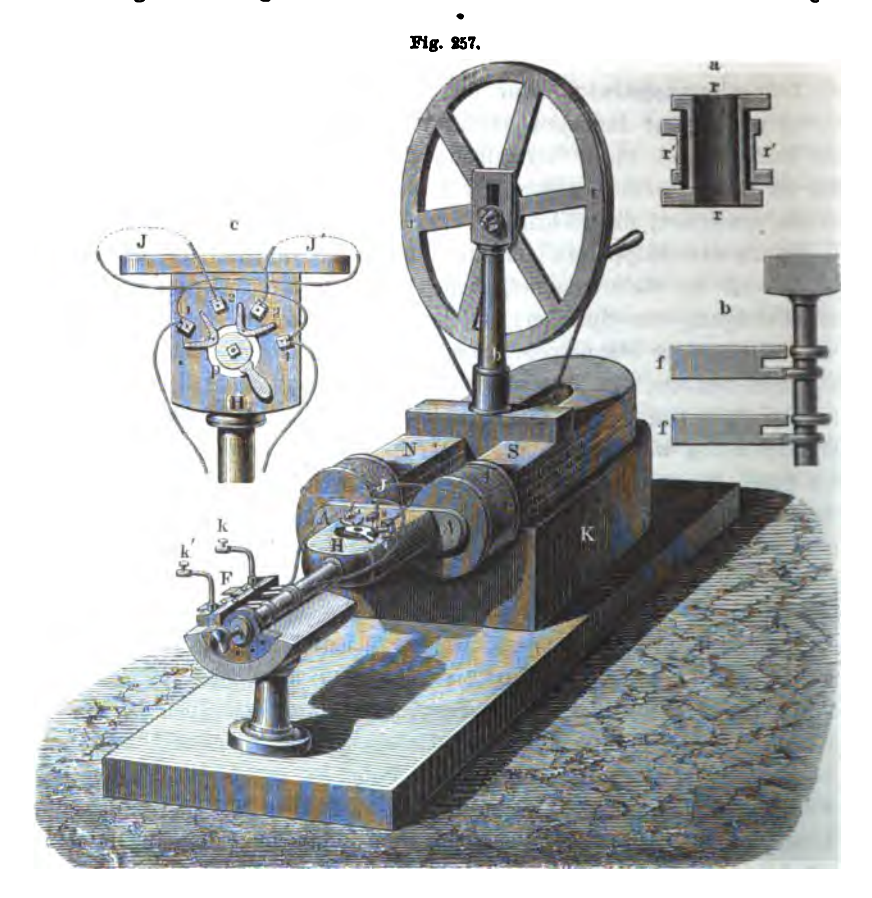
4) *Clarke*, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XXXIX. p. 406.

5) *Ettingshausen*, Gehler's Wörterbuch II. Aufl. Bd. IX. Art. Magnetoelektricität.

versehenen Spiralen vor den Polen derselben in Rotation versetzt. Wir beschreiben von allen diesen Maschinen[1]) nur die wohl am weitesten verbreitete Maschine von Stöhrer.

An den einfachen Stöhrer'schen Apparaten, Fig. 257, liegt der hufeisenförmige Stahlmagnet *NS* horizontal auf dem Kasten *K*. Der Magnet

Fig. 257.



besteht aus mehreren, 5 oder 7 Lamellen, welche in der gewöhnlichen Weise zusammen gelegt sind.

Zwischen den Schenkeln des Magnets und ihnen parallel befindet sich die die Anker tragende eiserne Umdrehungsaxe; dieselbe endet in Spitzen, welche in Pfannen laufen. Auf der Axe befindet sich hinter der Säule *b* eine Rolle, über welche der Schnurlauf des Rades *r* hinreicht, durch welchen die Rotation der Anker bewirkt wird. Vor den Magnetpolen trägt die Axe den mit den Inductionsspiralen versehenen Anker; derselbe besteht aus

1) Man sehe galvanische Fernewirkungen von *Feilitzsch* in der Karsten'schen Encyklopädie und *Wiedemann,* Galvanismus Bd. II. §. 703 ff.

einer Eisenplatte *AA*, an welche zwei Eisenkerne angeschraubt sind, welche von den Inductionsspiralen *J*, *J′* umgeben werden. Bei den neueren Apparaten von Stöhrer sind die Enden der inducirten Drähte mit vier von einander isolirt auf dem Holzklötzchen *H* befestigten Kupferstücken verbunden, und zwar (siehe auch Nebenfigur *c*) die Enden der Spirale *J′* mit den Kupferstücken 1 und 3, die Enden der Spirale *J* mit den Kupferstücken 2 und 4; die Spiralen sind so gewunden, dass die Enden 1 und 2 einerseits, sowie 3 und 4 immer gleichartig elektrisch werden. Wird demnach das Kupferstück 1 mit 3, und das Stück 2 mit 4 leitend verbunden, so entsteht bei der Rotation des Ankers in jeder Spirale ein Strom, der entweder durch die Spiralen von 1 nach 3 und von 2 nach 4 geht, oder bei entgegengesetzter Drehung umgekehrt. Würde man daher z. B. 1 und 2 einerseits, 3 und 4 andererseits mit ein und derselben Leitung verbinden, so würden die in beiden Spiralen erzeugten Ströme gleichzeitig diese Leitung durchströmen, ähnlich wie wenn man die Zinke zweier Elemente einerseits, die Kohlen derselben andererseits mit einer Leitung verbinden würde.

Wenn man dagegen 2 mit 3 leitend verbände und 1 mit 4 durch eine Leitung schlösse, so würde der in jeder Spirale erzeugte Strom auch die andere durchlaufen, indem der Strom der Spirale *J′* z. B. von 1 durch die Spirale nach 3, von dort über 2 durch die Spirale *J* nach 4, und dann durch die 4 und 1 verbindende Leitung weiter ginge; denselben Weg würde der Strom der zweiten Spirale einschlagen. Die letzere Verbindungsweise unterscheidet sich von der ersteren dadurch, dass bei ihr der Widerstand in dem Elektromotor doppelt so gross ist.

Um beide Verbindungsweisen, von denen man die erstere wählen wird, wenn die äussere Leitung nur einen geringen Widerstand hat, herstellen zu können, dient der Pachytrop *p*. Derselbe besteht aus einer Kupferscheibe, welche auf einer in dem Holze *H* eingelassenen Elfenbeinplatte um ihren Mittelpunkt drehbar befestigt ist, und welche zwei gabelförmige Kupferstücke trägt. Die Scheibe kann nun so gestellt werden, dass die eine Gabel die Kupferstücke 1 und 2, die andere die Stücke 3 und 4 berührt, oder, dass die eine Gabel die Stücke 2 und 3 berührt, die andere aber keines der Stücke. Im letztern Falle gehen die Ströme von 1 durch *J′* nach 3, von da über 2 durch *J* nach 4, und von dort durch die Leitung nach 1 zurück.

Die Leitung von 4 nach 1 wird durch den an dem vordern Ende der Axe befestigten Commutator vermittelt. Derselbe besteht, wie die Nebenfigur *a* im Durchschnitt und *b* perspectivisch zeigt, aus zwei concentrischen, von einander isolirt auf die Axe aufgesetzten Metallröhren *rr* und *r′r′*. Mit der Röhre *rr* ist das Kupferstück 1, mit *r′r′* das Stück 4 durch einen Draht verbunden. Die Röhre *rr* ragt an beiden Seiten über die Röhre *r′r′* hervor; die Enden der Röhren tragen kreisförmige Wülste von Metall, welche abwechselnd liegen, und zwar so, dass wenn der erste von *r*

(Fig. *b*) rechts liegt, der erste von *r'* links, der zweite von *r'* wieder rechts und der zweite von *r* links liegt. Auf den Metallwülsten schleifen Metallfedern *f* und *f'*, welche mit Schrauben an der Seite des Fusses *F* befestigt sind, und von denen *f* mit der Klemmschraube *k*, *f'* mit der Klemmschraube *k'* leitend verbunden sind. Die Federn sind vorn gegabelt, so dass jedesmal eine der Zinken jeder Feder auf dem betreffenden Metallwulst schleift. Wenn *f* auf dem entsprechenden Wulst von *r'* schleift, dann schleift *f'* auf dem entsprechenden Wulst von *r* und umgekehrt. Ist nun *k* mit *k'* leitend verbunden, so fliessen durch diese Leitung alle Ströme in derselben Richtung. Denn befindet sich *J* (Fig. 257) augenblicklich vor dem Nordpole, *J'* vor dem Südpole, so wird, wenn *J* sich nach oben und zum Südpol bewegt, durch den verschwindenden Südmagnetismus und den entstehenden Nordmagnetismus ein Strom inducirt, der von 2 durch die Spirale nach 4 geht, und wird derselbe von 4 zur Röhre *r'* von dem entsprechenden Wulst zur Feder *f*, durch *k*, die Leitung *k k'* zu *f'*, von da durch den entsprechenden Wulst zur Röhre *r* und nach 1 zurückgehen. Von 1 geht derselbe dann mit dem Strome der zweiten Spirale vereint durch *J'* nach 3, durch den Pachytrop nach 2 und weiter wieder durch *J* nach 4, und so wie vorher durch die Leitung *k k'*. Wenn dann der Anker eine halbe Umdrehung zurückgelegt hat, so entfernt sich *J* nach unten vom Südpol und nähert sich darauf dem Nordpol, der in der Spirale inducirte Strom hat dann die entgegengesetzte Richtung, er fliesst also von 4 nach 1 und von da zur Röhre *rr*. Da aber diese Röhre sich jetzt ebenfalls um 180° gedreht hat, so schleift die Feder auf dem entsprechenden Wulst derselben, und der Strom geht wieder von *f* über *k* durch die Leitung nach *k'* u. s. w.

Der Apparat von Stöhrer liefert also in der Leitung *k k'* stets eine Anzahl gleichgerichteter Ströme.

Durch eine etwas andere Anordnung des Commutators hat Dove[1]) diesen Apparat in den Stand gesetzt, auch abwechselnde Ströme zu liefern, und zugleich gelang es mit demselben auch den Anfangsextrastrom direct und auf das unzweideutigste nachzuweisen. Wir müssen betreffs dieser interessanten Versuche auf Dove's Abhandlung verweisen.

Die elektromotorische Kraft dieser Inductionsapparate hängt ab von der Anzahl der Polaritätswechsel in den Inductionsrollen, also bei einem und demselben Apparate von der Rotationsgeschwindigkeit der Anker. Durch Vermehrung der Magnete und Anker kann daher auch eine grössere elektromotorische Kraft bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit erzeugt werden; Stöhrer construirt deshalb jetzt grosse Apparate, welche 3 Magnete und 6 Anker haben [2]).

1) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. LVI.
2) *Stöhrer*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

Die elektromotorische Kraft der Apparate nimmt indess nicht der Rotationsgeschwindigkeit oder der Zahl der Wechsel proportional zu, wie es nach den Gesetzen der Induction erwartet werden sollte, sondern langsamer, so zwar, dass bei wachsender Zahl der Wechsel dieselbe sich einem Maximum nähert. Bei einer grossen Stöhrer'schen Maschine mit 3 Magneten fand W. Weber [1]) die Ablenkung des Magnets eines Magnetometers bei

27,9 Wechseln 89,150; 33,48 Wechseln 95,263; 44,64 Wechseln 101,646.

Daraus würde für diese Maschine ein Maximum der elektromotorischen Kraft bei 55 Wechseln folgen, und die Ablenkung des Magnets würde dann 103,1 betragen haben.

Die Aenderung der elektromotorischen Kraft mit der Rotationsgeschwindigkeit hängt zugleich von dem Widerstande der Inductionsrollen ab. Die elektromotorische Kraft selbst ist nämlich verschieden, je nachdem die Inductionsrollen hinter einander oder neben einander verbunden sind, und je nachdem ändert sich auch die elektromotorische Kraft mit der Geschwindigkeit der Rotation verschieden [2]).

Ein ganz neues Princip zur Construction von Inductionsapparaten ist neuerdings von Siemens angegeben worden [3]) und in mehrfach verschiedenen Formen später ausgeführt, nämlich die Construction von Magnetinductionsapparaten ohne permanente Magnete; das Princip ist gewissermassen das der Holz'schen Elektrisirmaschine auf die Magnetinduction angewandt. An Stelle der permanenten Magnete werden Elektromagnete angewandt, welche nur einmal durch einen Strom erregt werden, oder welche man auch nur durch Parallelstellung der Magnete mit dem magnetischen Meridian schwach magnetisirt. Man denke sich vor einem mit schwachem Magnetismus versehenen Elektromagnet einen Anker rotiren, so werden in der Umwindung des Ankers zunächst schwache Inductionsströme hervorgerufen, welchen allen man durch einen Commutator gleiche Richtung geben kann.

Diese so gleich gerichteten Inductionsströme führe man nun um den festen Elektromagnet, so wird durch dieselben der Magnetismus des Elektromagnets verstärkt; diese Verstärkung wirkt rückwärts wieder auf die Anker ein und liefert so eine beträchtliche Verstärkung der Inductionsströme, welche dann neuerdings den Magnetismus des Elektromagnets verstärken und so fort bis zu einem von der Beschaffenheit des Ankers und Magnets sowie von der Rotationsgeschwindigkeit abhängigen Maximum. Wenn man grosse Elektromagnete anwendet, ist die Wirksamkeit der nach diesem Princip construirten Maschinen eine viel stärkere als die der mit

1) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

2) Ueber die verschiedenen Umstände, welche die elektromotorische Kraft der Rotationsapparate bedingen, sehe man ausser *W. Weber* a. a. O. *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. LXXVI u. XCII. *Sinsteden*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIV. *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

3) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.

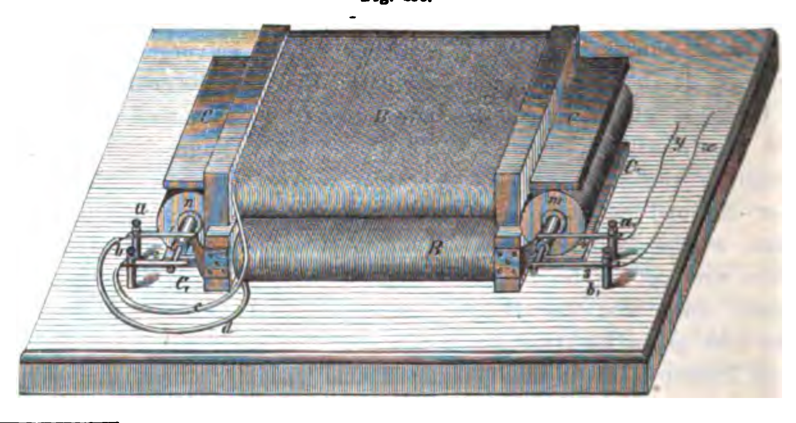
permanenten Magneten construirten Maschinen, da man, wie wir gesehen haben, sehr viel stärkere Elektromagnete herstellen kann als Stahlmagnete.

Die ersten nach diesem Princip von Siemens selbst [1]) und von Wheatstone [2]) ausgeführten Maschinen benutzten den auf diese Weise verstärkten Inductionsstrom direct, indem in den Stromkreis des so erhaltenen Stromes die weitern Theile eingeschaltet wurden, welche der Wirkung des Inductionsstromes unterworfen werden sollten. Hat man den Apparat so lange in Gang gehalten, bis in dem Elektromagnet das Maximum des Magnetismus erzeugt ist, so kann man den Strom an einer Stelle unterbrechen, indem man die Kohlenspitzen eines Apparates zur Erzeugung elektrischen Lichtes einschaltet u. s. f.

Später haben Siemens [3]) und Ladd [4]) den durch die ersten Inductionsströme erzeugten Magnetismus des Elektomagnets dazu benutzt, um in einem zweiten rotirenden Anker Inductionsströme zu erzeugen, welche dann zu den mit den Inductionsströmen zu erzielenden Wirkungen benutzt werden. Diese Anordnung hat den Vorzug vor der frühern, dass die verstärkende Wirkung der primären Inductionsströme nicht durch etwa einzuschaltende Widerstände geschwächt wird, dass also die Maschine unabhängig von der Benutzung der Inductionsströme constant auf dem Maximum der Wirkung erhalten wird, sie hat den Nachtheil, dass man anstatt eines hufeisenförmigen Elektromagnets zwei stabförmige benutzen muss, somit bei gleicher Eisenmasse nicht so starke Magnetismen erhält.

Die Einrichtung einer solchen Maschine in der von Ladd ihr gegebenen Form zeigt schematisch Fig. 258. *BB* sind solche Kerne von weichem

Fig. 258.



1) *Siemens.* Man sehe die Abhandlung von Schellen in Carl's Repertorium. Bd. IV.

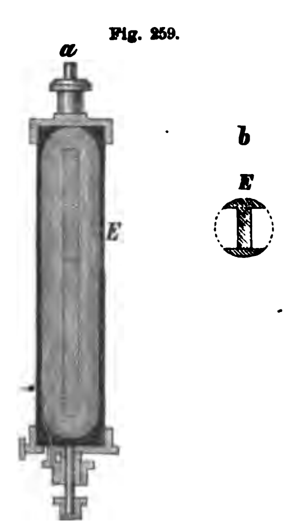
2) *Wheatstone,* Proceedings of the Royal Society of London XV. Februar 1867.

3) *Siemens.* Man sehe Schellen a. a. O.

4) *Ladd.* Man sehe Schellen a. a. O.

Eisen, welche jeder mit einem Kupferdrahte ihrer ganzen Ausdehnung nach umwickelt sind; die Drähte sind an dem einen Ende mit einander verknüpft, die andern Enden sind zu den Klemmen *a* und *b* geführt, so dass ein bei *a* eintretender Strom beide Eisenplatten gleichzeitig und zwar so magnetisirt, dass wenn in der obern Eisenplatte der Nordpol rechts liegt, in der untern sich der Südpol dort befindet, so dass also die entgegengesetzten Pole sich über einander befinden. Die Eisenplatten ragen an beiden Seiten *C* Fig. 258 aus der sie tragenden Fassung hervor, und zwischen diesen hervorragenden Enden rotiren an beiden Seiten Siemens'sche Anker *n* und *m*. Die Einrichtung dieser Siemens'schen Anker [1]) zeigt Fig. 259 *a* und *b*. Fig. 259 *a* ist ein Durchschnitt parallel der Rotationsaxe, Fig. 259 *b* senkrecht zu derselben. Die Anker bestehen aus zwei auf der einen Seite als Segmente einer Cylinderfläche abgerundeten Eisenstäben, welche ihrer ganzen Länge nach durch einen Eisenstab von solcher Breite mit einander verbunden sind, dass wie Fig. 259 *b* zeigt, die abgerundeten Seiten einander gegenüberliegende Stücke eines Cylindermantels bilden. Der Zwischenraum zwischen diesen Eisenplatten ist dann, wie 259 *a* im Durchschnitt parallel der Axe des Cylinders zeigt, mit Windungen wohl isolirten nicht zu dünnen Kupferdrahtes ausgefüllt, welche parallel der Axe des Cylinders um den Verbindungsstab herum gewickelt sind. Die Zahl der Windungen wird so gewählt, dass der Zwischenraum des Ankers ganz ausgefüllt ist, so dass die Oberfläche des Ankers eine Cylinderfläche wird. Der Anker ist schliesslich an beiden Enden mit einer Fassung versehen, an welcher die Zapfen befestigt sind, welche die Rotationsaxe des Cylinders bilden. Man sieht, die Anker bilden so einen Elektromagnet von geringer Länge aber sehr grosser Breite.

Fig. 259.



Die Drahtwindungen enden in der Axe des Ankers in ähnlicher Weise wie bei dem Stöhrer'schen Apparate, so dass die auf der Axe schleifenden an *a* und *b* respective *a'* und *b'* Fig. 258 befestigten Federn immer dieselben Pole der erzeugten Inductionsströme bilden.

An den Klemmen *a* und *b* des Ankers *n* sind nun gleichzeitig die Enden der um die Elektromagnete gewundenen Drähte befestigt, während die an die Klemmen *a'* und *b'* des Ankers *m* befestigten Drähte *x* und *y* zu den Apparaten führen, an denen die Inductionsströme benutzt werden sollen.

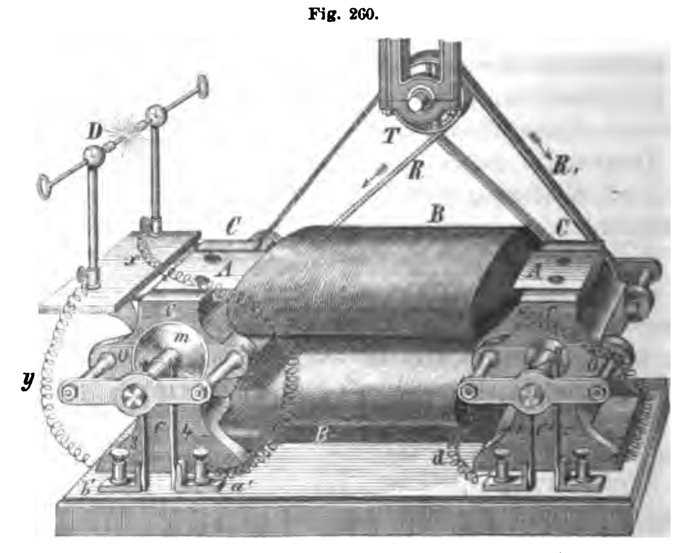
Um die Maschine in Thätigkeit zu versetzen genügt es, durch An-

1) *Siemens,* Poggend. Ann. Bd. CI.

nähern eines Magnets an den Elektromagnet demselben einen schwachen Magnetismus zu ertheilen, und dann die Anker in rasche Rotation zu versetzen; die in *n* entstehenden Inductionsströme bringen dann bald die Elektromagnete auf das Maximum des Magnetismus, der dann andererseits in *m* sehr kräftige Inductionsströme erregt. Der Magnetismus der Elektromagnete dauert nur so lange, als der Apparat thätig ist; der schwache remanente Magnetismus nach einmaliger Thätigkeit des Apparates genügt aber sie in Thätigkeit zu versetzen, wenn man den Anker so dreht, dass die in ihm erzeugten Ströme den Magnetismus der Elektromagnete verstärken. Dreht man anders, so verschwindet der remanente Magnetismus, und es bedarf einer neuen Erregung, um den Apparat in Thätigkeit zu versetzen.

Die Abbildung einer ausgeführten Ladd'schen Maschine [1]) zeigt Fig. 260. Die einzelnen Theile des Apparates sind ebenso bezeichnet wie die gleichen

Fig. 260.



Theile in Fig. 258. Die vier Enden C, C_1 der flachen Elektromagnetkerne liegen beiderseitig auf einem Hohlcylinder aus weichem Eisen, der in der Mitte parallel der Axe durchgeschnitten und durch Messingstreifen wieder verbunden ist. Die Messingstreifen haben den Zweck, die untere und obere Hälfte der Hohlcylinder, welche durch die Verbindung mit den Magnetkernen zu den Polen der Magnete geworden sind, von einander getrennt zu halten. Wäre das nicht der Fall, so würden durch die Hohlcylinder die Magnete geschlossen und nach aussen unwirksam. In diesen Hohlcylindern rotiren die Anker, welche durch diese, schon früher von Siemens

1) Man sehe *Schellen* a. a. O.

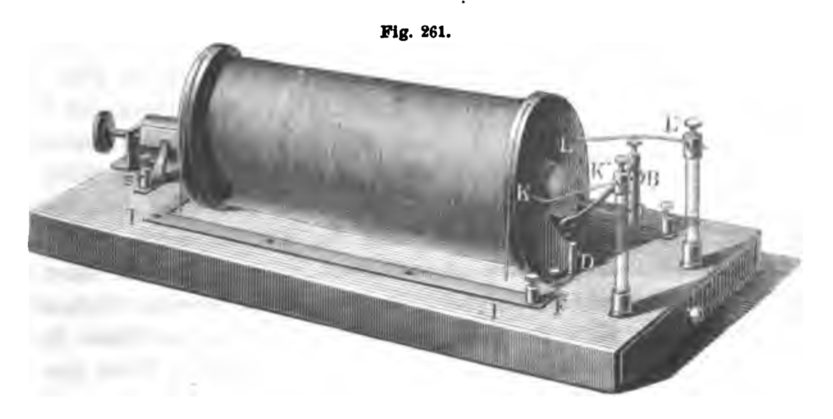
angewandte Anordnung viel kräftiger erregt werden, da ihnen die Magnetpole viel näher sind.

Die Anker haben in den gusseisernen Lagern einen festen Halt, sie werden durch eine gemeinsame Riemscheibe und die Riemen *RR* in rasche Rotation versetzt. Die Riemscheibe wird bei kleinern Maschinen durch Kurbel und Schwungrad, bei grössern durch kräftigere Mechanismen, etwa eine Dampfmaschine getrieben.

Die Wirkung einer Maschine, bei welcher die Eisenkerne 60 Cent. Länge, 50 Cent. Breite, 10 Cent. Dicke besassen, konnte bei 1800 Umdrehungen der Anker in der Minute ein elektrisches Licht von derselben Stärke erzeugen wie etwa 40 Bunsen'sche Elemente mittlerer Grösse, eine Wirkung, welche bei Vergrösserung der Maschinen beträchtlich gesteigert werden kann.

Inductionsapparate der zweiten Art, elektromagnetische, wurden wohl zuerst von Masson und Breguet [1]) construirt und später vielfach zur Benutzung der physiologischen Wirkungen zu medicinischen Zwecken verwandt. Jetzt werden die Apparate ganz vorzüglich von Stöhrer und besonders von Rühmkorff construirt. Den Apparat von Rühmkorff zeigt Fig. 261.

Fig. 261.



Der inducirende Draht ist auf eine Rolle von Pappe gewickelt, welche zwischen zwei dicken Spiegelglasplatten, die in ihrer Mitte ein der innern Weite der Röhre gleiches Loch besitzen, befestigt ist. Die Pappröhre ist mit einem Bündel dünner Drähte von weichem Eisen, welche einzeln gefirnisst sind, angefüllt. Das Bündel ragt an der einen Seite ein wenig aus der Röhre hervor. Der inducirende Draht hat eine Dicke von 2 — 2,5^{mm} und ist in circa 300 Windungen um die Röhre gewickelt.

Die inducirende Spirale ist von einer Glasröhre oder einer Röhre von hartem Kautschuk umgeben, und auf diese ist dann die Inductionsspirale gewickelt; dieselbe besteht aus Kupferdraht, dessen Dicke 0,25^{mm} nicht

1) *Masson* und *Breguet*, Annales de chim. et de phys. III. Série. T. IV.

überschreitet, der sorgfältig mit Seide übersponnen und gefirnisst ist, und welcher in ungefähr 30000 Windungen um die Röhre geführt ist. Die einzelnen Lagen des Drahtes werden dann noch besonders von einander isolirt, indem jede als Ganzes nochmals gefirnisst oder mit einer Schicht Wachs oder Derartigem überzogen wird, oder indem man zwischen je zwei Lagen des Drahtes noch Wachspapier oder eine dünne Guttaperchaplatte legt. Bei den Rühmkorff'schen Apparaten ist das durchaus erforderlich, da dort der Draht von einem Ende der Spirale zum andern und wieder zurück gewickelt ist, so dass die über einander liegenden Windungen zum Theil sehr weit von einander entfernten Stellen des Drahtes entsprechen. Bei der Erregung der Inductionsströme nimmt aber die elektrische Dichtigkeit in dem Drahte von der Mitte gegen die Enden hin sehr bedeutend zu, so dass dieselbe in von einander entfernten Stücken des Drahtes sehr verschieden ist. Liegen daher solche Stücke über einander und sind nicht sorgfältig von einander isolirt, so findet leicht ein directes Uebertreten der Elektricität von einer Lage zur andern statt. Die Enden der Inductionsspirale treten bei K und L hervor und sind mit den auf isolirenden Glasfüssen befestigten Klemmschrauben K' und L' verbunden.

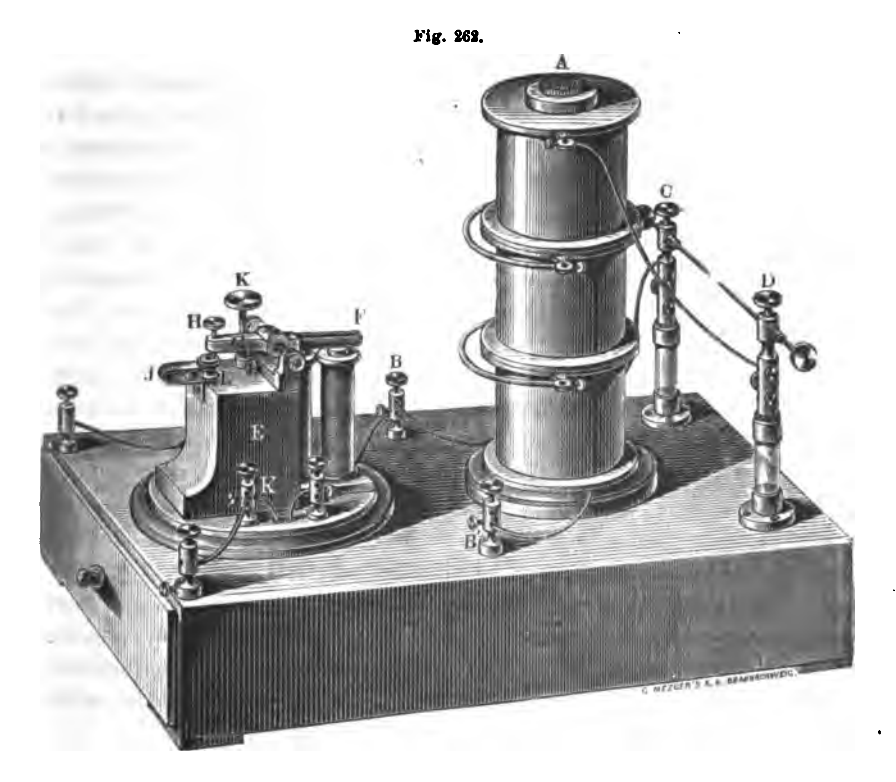
Um den inducirenden Strom beliebig zu leiten und ihn zu unterbrechen, ist in denselben ein Rühmkorff'scher Commutator und ein Wagner'scher Hammer eingeschaltet. Der Commutator befindet sich an dem einen Ende der Spirale, in der Zeichnung links; die zu den Polen der Säule führenden Drähte werden in die seitlichen Klemmen des Commutators, deren eine s in der Figur sichtbar ist, eingeklemmt. Das eine Stück der Axe des Commutators ist dann mit dem einen Ende des inducirenden Drahtes in Verbindung, das andere Stück der Axe ist durch den Metallstreif $l\,l$ mit der Klemme F leitend verbunden, welche mit dem unter dem Hammer des Unterbrechers stehenden Säulchen D in leitender Verbindung steht. Das andere Ende des inducirenden Drahtes ist in der Säule B eingeklemmt, welche den Hammer des Unterbrechers trägt. Wenn nun der Strom von s in den Commutator, dann über $l\,l$ nach F fliesst, so tritt er über D durch den Hammer in die Inductionsspirale, durchfliesst dieselbe und geht durch den Commutator zur Säule zurück. Dadurch wird das Drahtbündel in der Spirale magnetisch, zieht den Hammer an, und der Strom wird bei D unterbrochen. Der Hammer fällt dann wieder nieder und der Strom wird wieder geschlossen.

Auch bei der vorsichtigsten Isolation ist man bei dem Rühmkorff'schen Apparat genöthigt, nur schwache inducirende Ströme anzuwenden, da sonst zu leicht ein Durchbrechen der isolirenden Schichten eintritt; deshalb hat Poggendorff[1]) den Vorschlag gemacht, die Inductionsrolle aus mehreren kleinen Stücken zusammenzusetzen, deren Enden dann leitend ver-

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

bunden werden. Diesen Vorschlag hat Stöhrer ausgeführt [1]) und dem Apparate die Form Fig. 262 gegeben. Bei demselben steht die inducirende

Fig. 262.



Rolle *A* mit dem Drahtbündel vertical. Auf dieselbe ist die Inductionsrolle in drei einzelnen Theilen geschoben, deren Enden durch die Metallbügel mit einander verbunden sind; das äussere Ende der letzten Rolle ist mit der isolirten Säule *D*, das innere der ersten mit der Säule *C* in leitender Verbindung. Die Enden der inducirenden Spirale sind mit den Klemmen *B* und *B'* verbunden. *E* ist der Unterbrecher; derselbe besteht aus einem Elektromagnete, der auf den Hammer *G F* wirkt; der um den Elektromagnet gewickelte Draht ist einerseits mit der Klemme *B*, andererseits mit der metallischen Axe des Hammers *G F* verbunden, während die Kupferfeder *J*, auf welche der Stift *H* drückt, wenn der Hammer nicht angezogen ist, mit der Klemme *k* in leitender Verbindung steht. Der

1) *Stöhrer*, Poggend. Ann. Bd. XCVIII. Auch Rühmkorff wickelt, wie er mir mittheilte, seine Inductionsrollen jetzt ähnlich aus einzelnen Stücken, indem er schmale Streifen der Rollen bis zur vollen Dicke windet, und so die ganze Rolle aus derartig schmalen Einzelrollen zusammensetzt. Besonders bei den grossen Inductionsapparaten, deren Rolle mehr als 0,5 Meter Länge hat, ist eine derartige Wickelung unumgänglich.

Stift H ist an seinem untern Ende aus Platin, und unter dem Stifte auf der Feder J ist eine Platinplatte aufgelegt.

An Stelle des einfachen Wagner'schen Hammers verfertigt jetzt Rühmkorff besonders für die grossen Apparate eigene Unterbrecher, welche Foucault unter Ausführung eines Vorschlages von Poggendorff construirt hat [1]). Wie Poggendorff gezeigt hat, ist es nämlich vortheilhaft, die Unterbrechung anstatt in der Luft, in einer schlechtleitenden Flüssigkeit vor sich gehen zu lassen. Dadurch wird nämlich bewirkt, dass der inducirende Strom rascher unterbrochen wird, und somit auch, dass der Oeffnungsstrom rascher verläuft oder dessen Intensität vergrössert wird. Bei der Unterbrechung des Stromes in der Luft bildet sich der Oeffnungsfunke, durch welchen die leitende Verbindung zwischen den getrennten Theilen der Leitung noch eine Zeit lang unterhalten wird, um so mehr, da der Oeffnungsfunke durch den Extrastrom verstärkt wird. Ist nun zwischen den Trennungsstellen eine schlechtleitende Flüssigkeit eingeschaltet, so kann sich dieser Oeffnungsfunke nicht bilden, deshalb wird der inducirende Strom rascher unterbrochen. Man darf als Flüssigkeit aber nicht eine den Strom gar nicht leitende Flüssigkeit, wie Terpentinöl wählen; an den Unterbrechungsstellen häufen sich nämlich in Folge des Extrastromes die beiden durch denselben geschiedenen Elektricitäten an, welche sich rückwärts in der inducirenden Spirale ausgleichen würden, wenn sie an der Unterbrechungsstelle nicht übertreten könnten, und welche dann als verschwindender Strom von entgegengesetzter Richtung den inducirten Strom schwächen würden. Man nimmt deshalb als Flüssigkeit Brunnenwasser oder achtziggrädigen Alkohol.

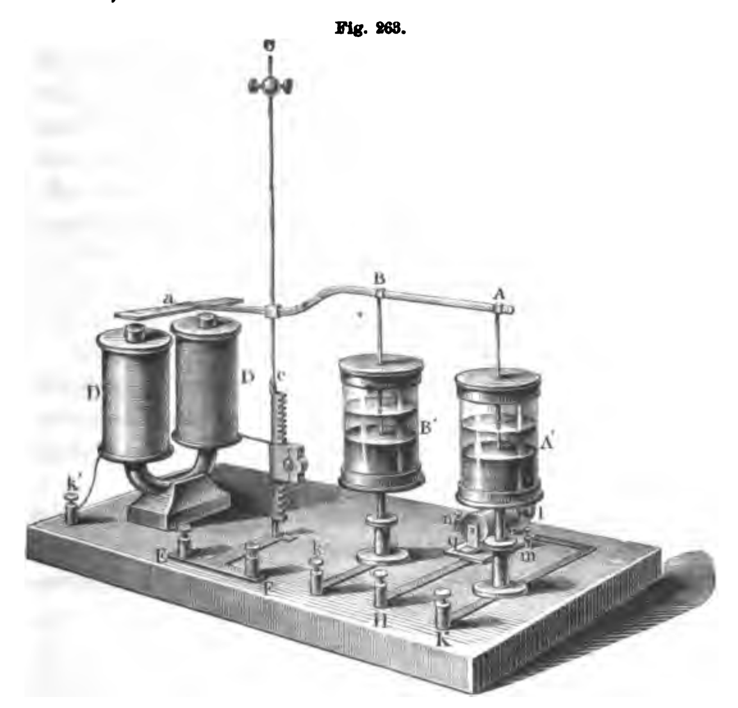
Die Einrichtung des Interruptors von Foucault zeigt Fig. 263. An einer Zahnstange befindet sich eine verticale Kupferfeder Cc, welche einen Hebel aBA trägt; oberhalb desselben ist an der Feder ein verschiebbares Gewicht befestigt. Wird die Feder angestossen, so geräth sie in Schwingungen, welche je nach der Stelle, an welcher das Gewicht befestigt ist, verschiedene Geschwindigkeit haben. Der Hebel aBA trägt an dem Ende a ein Stück weichen Eisens, unter welchem der Elektromagnet DD steht; ausserdem zwei Metallspitzen BB' und AA', welche in Gläser mit metallischem Boden eintauchen. Die Gläser enthalten bis zu einer gewissen Höhe Quecksilber und über demselben eine Schicht Alkohol. Vom Boden ragen in die Gläser bis zur Höhe des Quecksilbers und gerade unter den Spitzen BB' und AA' Platinstifte, welche die herabgehende Bewegung des Hebels hemmen. Der metallische Boden des Gefässes B' ist mit der Klemme k in Verbindung; der metallische Boden des Gefässes A' ist einerseits mit dem einen Axenstücke l des Commutators $lmnq$, dessen anderes Axenstück q zur Klemme H führt, andererseits mit der Klemme K in leitender Ver-

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV. *Foucault*, Comptes Rendus. T. XLIII.

bindung. Mit der die Feder CC' tragenden Metallhülse sind die beiden Klemmen E und F verbunden; mit derselben Hülse ist das eine Ende des den Elektromagnet umgebenden Drahtes verbunden, dessen anderes Ende zur Klemme k' führt.

Der Apparat wird durch einen eigenen Strom von einem Elemente in Bewegung gesetzt, dessen Leitungen mit den Klemmen k und k' verbunden werden. Taucht BB' in das Quecksilber, so geht der Strom von k durch $B'B$ nach c, von da zu dem Elektromagnete und über k' zur Kette zurück; dann wird a angezogen und der Strom unterbrochen, die Feder Cc schwingt dann in Folge ihrer Elasticität zurück, bewirkt, dass BB' eintaucht, und schliesst so den Strom wieder u. s. f.

Fig. 263.



Die Leitungen des inducirenden Stromes werden in die Klemmen n und m des Commutators eingesetzt, und die Enden der inducirenden Rolle mit H und F verbunden. Taucht dann AA' in das Quecksilber, so geht der Strom etwa von l nach $A'A$, von dort über C nach F durch die inducirende Rolle nach H und über q und den Commutator zur Batterie zurück.

Die Klemmen E und K sind mit dem Condensator des Inductionsapparates in Verbindung. Dieser Theil des Inductionsapparates, welcher zuerst von Fizeau [1]) angewandt wurde, hat den Zweck, den Oeffnungs-

1) *Fizeau*, Comptes Rendus. T. XXXIX. Poggend. Ann. Bd. LXXXIX.

strom noch rascher verlaufen zu machen, als es ohnedem geschieht; er besteht aus einer Franklin'schen Tafel, in welcher statt des Glases Wachstafft verwandt ist, oder Glimmer, und welche in dem Kasten liegt, auf welchem die Inductionsrolle aufgestellt ist. Mit der einen der Belegungen ist an dem einfachen Rühmkorff'schen Apparate (Fig. 261) die Säule *B*, mit der anderen die Säule *F* leitend verbunden. Bei Anwendung des Foucault'schen Interruptors sind *E* und *K* mit den Belegungen desselben in leitender Verbindung. Wie man sieht, ist dann nach Unterbrechung des inducirenden Stromes durch den Hammer derselbe gewissermassen durch den Condensator geschlossen, oder vielmehr stehen dann die unterbrochenen Theile der Schliessung mit dem Condensator in Verbindung. Bei dem einfachen Rühmkorff'schen Apparate ist das eine Ende der inducirenden Rolle direct durch *B* mit der einen Belegung, das andere Ende durch den Commutator, die galvanische Batterie, den Commutator, die Leitung *l l* und die Säule *F* mit der anderen Belegung verbunden. In welcher Weise der Condensator wirkt, ist leicht ersichtlich [1]; der bei der Unterbrechung sich bildende Extrastrom bewirkt, dass an den Enden des Kreises sich Elektricität sehr grosser Dichtigkeit befindet, welche den Oeffnungsfunken verstärkt und so noch eine Zeitlang die getrennten Theile leitend verbindet; sind nun aber diese Enden mit dem Condensator leitend verbunden, so fliesst die Elektricität auf die Belegungen des Condensators ab und wird dort wie auf den Belegungen der Leydener Flasche zunächst festgehalten. Dadurch wird der Oeffnungsfunke viel kleiner und der Strom rasch unterbrochen. Bei der folgenden Schliessung entladet sich dann der Conductor gerade wie eine Leydener Flasche, auf dem kürzesten Wege, und deshalb tritt dann ein kräftiger Schliessungsfunke auf.

Der Foucault'sche Interruptor, sowie der Condensator, bewirken nur einen rascheren Verlauf des Oeffnungsstromes, keine Vermehrung der Gesammtinsensität desselben, wie Poggendorff überzeugend nachgewiesen hat: auf den Schliessungsstrom haben sie keinen Einfluss.

§. 124.

Spannungserscheinungen an geöffneten Inductionsspiralen. Wenn die Inductionsrolle vollständig durch einen guten Leiter geschlossen ist, so gehen in dem Stromkreise die beiden Inductionsströme einfach hin und her, und ihre Wirkungen sind die rasch wechselnder Ströme von gleicher Gesammtintensität. Schaltet man in den Stromkreis ein Galvanometer, so beobachtet man das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung, in einem Voltameter entwickelt sich an beiden Elektroden Sauerstoffgas und Wasserstoffgas, und nach Aufheben des Stromes zeigt sich keine Spur von Polarisation. Feuchtes Jodkaliumpapier mit den Polen in Berührung gebracht.

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

zeigt an jedem Pole Jodflecke von gleicher Stärke. Ein Luftthermometer wird durch die hin- und hergehenden Ströme erwärmt.

Auf alle diese Erscheinungen ist der Condensator, wie es auch nach der Erklärung von dessen Wirksamkeit sein muss, ganz ohne Einfluss [1]).

Sind indess die Enden der Inductionsrolle nicht leitend verbunden, so zeigen sich an den Enden ganz andere Erscheinungen, als an den Enden einer unterbrochenen Leitung eines galvanischen Stromes, es treten Spannungserscheinungen und Funkenentladungen auf, wie an einer Elektrisirmaschine. Auch in der nicht geschlossenen Spirale werden nämlich wie in der geschlossenen die beiden Elektricitäten getrennt und gegen die Enden hin getrieben, von wo, wenn sie nicht abgeleitet werden, sie sich rückwärts im Drahte ausgleichen. Daher kommt es, dass sogleich nach der Schliessung und Oeffnung des inducirenden Stromes in den Enden der Spirale sich Elektricität sehr grosser Dichtigkeit befindet.

Nachdem Riess schon gezeigt hatte [2]), dass durch den Entladungsschlag der Batterie an den Enden eines ungeschlossenen Nebendrahtes Elektricität entwickelt werde, haben zuerst Masson und Breguet [3]) an den Enden einer ungeschlossenen Inductionsspirale Spannungserscheinungen wahrgenommen. Es gelang ihnen durch Anlegen der Enden an die Platten eines Condensators denselben zu laden, indem sie nur den Oeffnungsstrom oder den Schliessungsstrom in denselben eintreten liessen, und sie beobachteten die Funken, welche von dem einen Ende der Rolle zu dem anderen übersprangen, als die Enden hinreichend einander genähert waren.

Bald darauf hat Sinsteden [4]) sowohl an den Enden einer geöffneten Inductionsspirale einer Magnetelektrisirmaschine, welche sorgfältig isolirt war, als an den Enden einer elektromagnetischen Inductionsspirale elektrische Spannungserscheinungen nachgewiesen, indem er durch Anlegen an ein Goldblattelektroskop die Goldblättchen zur Divergenz brachte, und elektrische Funken an jedem Ende der Spirale erhielt, wenn er demselben den Finger näherte.

Legt man an das eine Ende einer unterbrochenen Inductionsspirale ein Elektroskop eine kurze Zeit an, so lässt es sich nicht vorher bestimmen, mit welcher Elektricität dasselbe geladen wird, dieselbe ist bald positiv, bald negativ. Der Grund dafür ist klar, denn an jedem Ende treten in rascher Folge durch den abwechselnden Oeffnungs- und Schliessungsstrom beide Elektricitäten auf; jedes Ende wird daher abwechselnd positiv und negativ. Anders ist es jedoch, wenn man auf das Elektroskop aus einer auch noch so kleinen Entfernung Funken überspringen lässt, dann er-

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.
2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LI.
3) *Masson* und *Breguet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IV.
4) *Sinsteden*, Poggend. Ann. Bd. LXIX.

scheint jedes Ende bestimmt elektrisch, und zwar so, wie es von dem Oeffnungsstrome elektrisirt worden ist, so dass also jenes Ende, aus welchem bei vollständigem Schlusse der Strom in das andere übergetreten wäre, positiv elektrisch ist. Nur durch den Oeffnungsstrom wird also die Dichtigkeit der Elektricität an den Enden so gross, dass sie eine merkliche Schlagweite bekommt. Dafür hat Poggendorff[1]) eine Reihe von Beweisen geliefert. Versieht man die Enden der Inductionsspirale, wie bei dem Stöhrer'schen Apparat, mit Spitzen, welche in nicht zu grossem Abstande von einander sich befinden, so geht zwischen den Spitzen ein continuirlicher Funkenstrom über, welcher dann die Schliessung des Stromes vermittelt. Schaltet man dann zugleich in den Inductionsstrom ein Galvanometer ein, so zeigt die Nadel eine constante Ablenkung nach der einen Seite; ein Voltameter zeigt einseitige Zersetzung und Polarisation; daraus folgt, dass nach Einschaltung der Funkenstrecke nur einer der beiden Ströme zu Stande kommt, und die Richtung der Ablenkung sowie der chemischen Zersetzung beweist, dass es der Oeffnungsstrom ist, welcher zu Stande kommt. Der Grund dieser Erscheinung liegt in dem raschern Verlaufe des Oeffnungsstromes, in Folge dessen die Dichtigkeit der Elektricität durch denselben an den Enden der Inductionsspirale bedeutend grösser wird. Alles was diesen Verlauf beschleunigt, wird daher auch die Dichtigkeit der Elektricität und ihre Schlagweite erhöhen. Das ist in der That der Fall, durch Anwendung eines Foucault'schen Interruptors und eines Condensators wird die Schlagweite ganz bedeutend erhöht.

Es gilt das jedoch nur, wenn man den Funken in Luft oder Gasen von nicht zu kleiner Dichtigkeit überspringen lässt. Gibt man den Gasen in Geissler'schen Spectralröhren eine sehr geringe Dichtigkeit, so dass sie etwa einen Druck von 1^{mm} besitzen, so gehen in allen Gasen beide Inductionsströme über, wenigstens in allen Gasen, welche ich untersucht habe. Lässt man den Druck des Gases aber noch kleiner werden, so dass er nur Bruchtheile des Millimeter beträgt, so geht wieder nur der Oeffnungsstrom hindurch.

Untersucht man die Schlagweite der einzelnen Pole für sich, so findet man immer jene des inneren Drahtendes bedeutend kleiner als die des äusseren, da die des inneren durch Influenz in den umgebenden Metallmassen festgehalten wird. Dieser Unterschied fällt fort, wenn man das innere Ende mit einem langen dünnen Drahte verbindet und aus dessen Ende dann die Funken zieht.

Die Schlagweite jedes einzelnen Endes nimmt zu, wenn man das andere Ende mit der Erde ableitend verbindet, da dann die in dem Drahte enthaltene entgegengesetzte Elektricität, welche sonst in denselben zurückkehrt und eine gewisse Menge der andern bindet, vollständig fortgenommen wird.

---

1) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Die in einer Funkenstrecke überspringenden Funken des Oeffnungsinductionsstromes haben ganz die Eigenschaften gewöhnlicher elektrischer Funken, sie springen mit einem ebensolchen Geräusch über und üben dieselben Wirkungen aus. Man kann mit denselben einen Ansammlungsapparat bleibend laden, was nicht möglich ist, wenn man denselben mit einem Pole direct in leitende Verbindung bringt. Eine Leydener Flasche ladet man daher am besten so, dass man die eine Belegung direct mit dem einen Ende verbindet, während man in der Verbindung der andern Belegung mit dem zweiten Ende eine kleine Funkenstrecke lässt.

Betreffs der thermischen, mechanischen und chemischen Wirkungen des Funkens können wir vollständig auf das verweisen, was wir über die Wirkung der Funken einer Elektrisirmaschine oder des Entladungsfunkens der Leydener Flasche bemerkt haben, da sie ganz dieselben sind [1]), nur über die Lichterscheinungen desselben haben wir uns etwas weiter zu verbreiten, da wir im zweiten Abschnitt auf diese Stelle verwiesen haben. Wir müssen uns jedoch auf eine kurze Uebersicht dieser Erscheinung beschränken.

Lässt man einen Funken zwischen zwei Spitzen überspringen, so erkennt man im Dunkeln, dass der eigentliche Inductionsfunke, welcher als eine helle weisse Linie von Pol zu Pol erscheint, von einer Lichthülle umgeben ist, welche an dem positiven Pole röthlich und gegen den negativen Pol hin blau wird. Am deutlichsten zeigt sich das bei Betrachtung des Funkens unter dem Mikroskop; es erscheint dann am negativen Pole blaues, am positiven rothes Licht, welches von einem gelblichen Funken durchsetzt wird. Das rothe Licht ist von dem blauen durch einen dunklen Raum getrennt [2]). Die Farbe der Funken ist abhängig von der Natur der Elektroden, die der Aureole, so bezeichnet man die Lichthülle, mehr von der Natur der Gase.

Die Entstehung der Lichthülle ist erst eine Folge des überspringenden Funkens, dies ergibt nach Robinson [3]) eine Betrachtung des Inductionsfunkens in einem rasch rotirenden Spiegel. Der Funke erscheint dann als Linie nicht in die Breite gezogen, während die Lichthülle verbreitert und im Sinne der Rotation so neben dem Funken verschoben erscheint, dass der Funke an der einen Seite das ganze Lichtbild begrenzt. Daraus folgt, dass die Entladung mit der Bildung eines Funkens, welcher glühende losgerissene Metalltheilchen mitführt, beginnt. Durch die mechanische Wirkung des Funkens wird dann die Luft zwischen den Polen zur Seite geschleudert, und dann fliesst durch den luftverdünnten Raum die Elektricität continuirlich über, bis dieselbe entladen ist.

---

1) Man sehe darüber *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 764 ff.

2) *Du Moncel*, Comptes Rendus XL. p. 312. Poggend. Ann. Bd. XCV. Comptes Rendus XLIX. p. 40. Recherches sur l'étincelle d'induction, Paris 1860.

3) *Robinson*, Philosophical Magazin XVII. 1859.

Nur die erste den eigentlichen Funken bildende Entladung ist eine dem Entladungsschlage der Batterie analoge Entladung in der Schlagweite die in der Lichthülle überfliessende Elektricität gleicht sich nach Art der galvanischen Ströme aus. Das folgt aus Versuchen von Koosen [1]), nach welchen die Ablenkung eines in den Kreis des Inductionsstromes eingeschalteten Galvanometers abhängig ist, bei gleicher Schlagweite des Funkens, von den ausserdem noch in den Kreis eingeschalteten Widerständen, während bei einer Entladung nach Art der Leydener Flasche die Ablenkung von den Widerständen unabhängig ist. Zugleich ergab sich aus diesen Versuchen, dass diese in der Lichthülle übergehende, nach Art der galvanischen Ströme sich ausgleichende Elektricitätsmenge um so grösser wird, je kleiner die Schlagweite ist, da mit Verkleinerung der Schlagweite die Intensität des am Galvanometer gemessenen Stromes wächst.

Dass die elektrische Entladung in der Lichthülle viel langsamer ist als im Funken, und dass die grösste Menge in dieser übergeht, das lässt sich noch folgendermassen zeigen. Bläst man gegen den Inductionsfunken, so wird der eigentliche, jedesmal nur einen Moment dauernde Funke gar nicht aus seiner Bahn abgelenkt, während die Aureole in der Richtung des Luftstromes getrieben und von dem Funken getrennt wird [2]).

Wenn man dann, nachdem die Lichthülle von dem Funken getrennt ist, in die Bahn des Funkens ein Blatt Papier oder einen mit Alkohol oder Terpentinöl befeuchteten Docht bringt, so schlägt der Funke hindurch ohne zu zünden; bringt man das Papier oder den Docht dagegen in die Lichthülle, so wird dasselbe angezündet.

Die Bildung der Lichthülle hört vollständig auf, wenn man die Polenden der Inductionsrolle mit einem besondern Funkenmikrometer und die Theile des Funkenmikrometers zugleich mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbindet. Dann wird die Elektricität zunächst auf den Belegungen der Flasche condensirt, und von dort aus tritt erst die Entladung im Funkenmikrometer ein. Die Entladung geschieht dann ganz nach Art des Entladungsschlages; die Funken sind knatternder und glänzender.

Nach der Erklärung über die Entstehung der Lichthülle ergibt sich schon, dass durch alle Umstände, durch welche der Raum zwischen den Polen leitender gemacht wird, auch die Aureole vergrössert wird. So ist die Aureole um so grösser, je leichter von den Polen Theilchen losgerissen werden, oder je leichter die Elektroden verdampfen; zwischen Kohlenelektroden ist sie daher am grössten.

Aus demselben Grunde nimmt die Lichthülle zu, wenn der Inductionsfunke in luftverdünnten Räumen gebildet wird. Stellt man ihn in dem elektrischen Ei dar, so sieht man, wie allmählich bei zunehmender Ver-

---

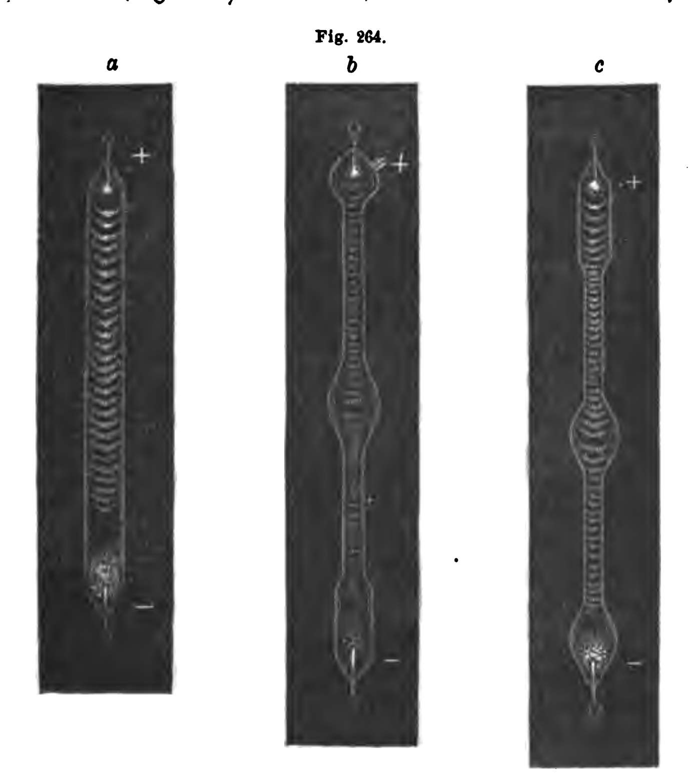
1) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. CVII.

2) *Du Moncel*, Poggend. Ann. Bd. XCV.

dünnung der Luft die Lichthülle immer grösser wird, und hat die Verdünnung der Luft einen hohen Grad erreicht, so hört der eigentliche Funke ganz auf und es zeigt sich nur mehr die Aureole. Dann kann man die Pole des elektrischen Eies sehr weit von einander entfernen und zwischen denselben zeigt sich dann ein breiter zarter Lichtstrom, eine der prachtvollsten Erscheinungen, welche die Physik darbietet.

Um den Inductionsfunken in luftverdünnten Räumen überspringen zu lassen, wendet man gewöhnlich die zuerst von Gassiot[1]) dargestellten, jetzt in grosser Menge und grösster Verschiedenheit von Geissler in Bonn ausgeführten, nach dem Letzteren benannten Geissler'schen Röhren an. Dieselben bestehen (Fig. 264) aus Glasröhren der verschiedensten Form, in

Fig. 264.



denen an zwei von einander entfernten Stellen Platindrähte eingeschmolzen sind. Dieselben werden bis auf wenige Millimeter Druck ausgepumpt, oder durch Quecksilber, indem man sie vor dem Zuschmelzen mit Quecksilber füllt und mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung bringt, luftleer gemacht Werden sie dann sofort zugeschmolzen, so enthalten die Röhren nichts als ein wenig Quecksilberdampf. Statt dessen kann man auch in

1) *Gassiot*, Athenäum 1854. p. 1177. Philosophical Magazin v. VII. 1854.

die Röhren ein wenig eines anderen Gases, Kohlensäure, Wasserstoff oder Stickstoff, oder etwas Dampf von Terpentinöl, Phosphor, wasserfreie Schwefelsäure und Anderem hineinbringen.

Lässt man nun in einem bis auf wenige Millimeter Quecksilberdruck ausgepumpten elektrischen Ei, oder in einer lufthaltigen Geissler'schen Röhre den Inductionsfunken übergehen, so sieht man[1]) in dem Vacuum zwei an Farbe, Lage und Gestalt verschiedene Lichter entstehen. Das eine derselben ist schön lavendelblau und umhüllt die negative Elektrode bis zu einer gewissen Entfernung, das andere je nach der Natur des in der Röhre vorhandenen Gases verschieden gefärbte geht von der mit einzelnen glänzenden Funken bedeckten positiven Elektrode aus und bildet eine ziemlich dicke Hülle, welche die Geissler'schen Röhren fast vollständig ausfüllt. Es reicht gewöhnlich nicht ganz bis zur negativen Elektrode, so dass zwischen dem Lichte der positiven und dem blauen der negativen ein ziemlich breiter dunkler Raum bleibt.

Das positive Licht ist nicht ein homogener Lichtstrom, sondern besteht (Fig. 264 *a*, *b*, *c*) aus abwechselnden hellen und dunklen Schichten, derart, dass es senkrecht zur Richtung des Stromes dunkel gestreift erscheint. Diese Schichtung ist nicht sehr deutlich, wenn das elektrische Ei oder die Geissler'schen Röhren nur Luft enthalten, tritt dagegen sehr deutlich auf, wenn man darin Dämpfe von Holzgeist, Terpentinöl, Naphta, Alkohol, etwas Phosphordampf u. a. hineinbringt.

In der Nähe des positiven Poles erscheinen dann die hellen Schichten stark gegen den negativen Pol convex, in weiterer Entfernung von der positiven Elektrode sind die Schichten flacher.

Auch das blauviolette Licht des negativen Poles ist geschichtet. Ausser einem verwaschenen Schimmer, in welchem sich gewöhnlich das Licht des negativen Poles verläuft, und welcher sich bis mehr als anderthalb Centimeter von dem Knopf und dem Stift erstrecken kann, erkennt man in diesem Licht zwei helle Schichten, welche durch eine dunkle getrennt sind.

In einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre von circa 2^{mm} Weite und 400^{mm} Länge sah Plücker[2]) ungefähr 400 mal lichte Stellen mit dunkeln Intervallen ganz regelmässig von einem Ende der Röhre zum andern abwechseln, vom negativen Pole durch einen breiten dunkeln Raum getrennt. In weitern Röhren sind die dunklen Intervalle bis 5^{mm} breit. In den meisten Fällen machen die leuchtenden Stellen kleine Oscillationen und geben dann oft den Eindruck einer spiraligen Bewegung; oft sind sie in der Nähe des negativen Poles stationär und zeigen sich als feste Scheibchen, welche in vielen Fällen, namentlich in weiten Röhren gegen den negativen Pol stark convex sind. Das negative Licht zeigt sich ebenfalls fein geschichtet.

---

1) *Quet*, Poggend. Ann. Ergänzbd. IV. Die Schichtung des Lichts ist schon früher von Grove beobachtet. Philosophical Transactions for 1852. p. I. S. 100.

2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Diese Schichtung des elektrischen Lichtes zeigt sich nicht nur, wenn man den Inductionsstrom dauernd durch die Geissler'schen Röhren hindurch gehen lässt, schon eine einzige Entladung, welche man erhält, wenn der Strom rasch mit der Hand unterbrochen wird, lässt sie deutlich erkennen. Daraus folgt, dass die einzelnen hellen Schichten nicht den einzelnen Entladungen des Oeffnungsstromes entsprechen können. Dagegen spricht auch die Thatsache, dass die Geissler'schen Röhren und das elektrische Ei galvanisch den Inductionsstrom leiten, denn wenn das Licht in denselben erscheint, wird die Nadel eines in den Strom eingeschalteten Galvanometers abgelenkt, und zwar um so stärker, je geringer der Widerstand des Stromkreises ist, je näher die Elektroden in den Röhren einander sind.

In welcher Weise diese Schichtung entsteht, ist noch nicht erklärt; Wiedemann [1]) vergleicht dieselbe mit den Partialentladungen im Entladungsschlage der Leydener Flasche, so dass die Elektricität intermittirend von einer Elektrode zur andern überginge. Reitlinger [2]) glaubt, dass die Schichtung nur eintrete, wenn die Geissler'schen Röhren zusammengesetzte oder gemischte Gase enthalten, dass dann diese Gase in besser und schlechter leitende Schichten zerlegt werden und dass dann die schlecht leitenden Schichten als stärker erwärmt leuchten, während die besser leitenden Schichten dunkel bleiben. Zum Belege seiner Ansicht untersuchte Reitlinger Röhren, welche nur Stickstoff oder nur Sauerstoff enthielten, er beobachtete nur continuirliches Licht, sobald aber Wasserstoff in die Röhren gebracht wurde, trat die Schichtung auf. Es wäre indess doch wohl schwer zu erklären, weshalb sich diese Gase so in abwechselnden Schichten lagern sollten.

Die Farbe des Inductionsfunkens hängt wesentlich ab von den Metallen, zwischen welchen er übertritt, und den Gasen, in denen er sich bildet. Es ergibt sich das aus einer genauen spectralen Untersuchung des Funkens von Angström [3]), Masson [4]) und von van der Willigen [5]). Angström hat nämlich gezeigt und van der Willigen hat es bestätigt, dass das Spectrum des Inductionsfunkens, wenn man ihn in der Luft überspringen lässt, aus zwei verschiedenen Spectren besteht, eines, welches immer dasselbe bleibt, zwischen welchen Metallen auch der Funke überspringt, und eines, welches sich von Metall zu Metall ändert. Letzteres besteht aus den hellen Linien, welche, wie später Kirchhoff und Bunsen bei ihren Spectraluntersuchungen auf das entschiedenste bewiesen haben, das von den Metallen in der Glühhitze ausgesandte Licht darstellen. Das andere Spectrum rührt her von der glühenden Luft, wie daraus folgt, dass es sich ändert, wenn man den Funken anstatt in Luft in andern Gasen überspringen lässt.

1) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. II. §. 750.
2) *Reitlinger,* Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIII.
3) *Angström,* Optische Untersuchungen. Poggend. Ann. Bd. XCIV.
4) *Masson,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXI.
5) *van der Willigen,* Poggend. Ann. Bd. XCVIII, CVI, CVII.

Die optische Seite der Erscheinungen in Geissler'schen Spectralröhren haben wir im zweiten Bande[1]) ausführlich besprochen und gesehen, dass jedes Gas ganz bestimmte für dasselbe charakteristische Lichterscheinungen bietet, welche den Beweis liefern, dass es kein eigentliches elektrisches Licht gibt, dass vielmehr das von den Gasen ausgesandte Licht nur das Licht des durch die elektrische Entladung glühend gewordenen Gases ist. Es erübrigt hier nur kurz die verschiedenen Umstände zu betrachten, von denen die damals besprochenen Spectralerscheinungen abhängen. Wir unterschieden damals Spectra erster Ordnung oder Bandenspectra, Spectra zweiter Ordnung oder Spectra, welche aus einzelnen scharfen hellen Linien bestehen, und schliesslich das ganz continuirliche Spectrum, in welchem ebenso wenig wie in dem Spectrum eines glühenden festen Körpers Schattirungen oder helle Linien vorhanden sind. Das Bandenspectrum zeigt sich in der Regel am schönsten und am vollständigsten ausgebildet, wenn die Gase nur unter sehr geringem Drucke, wenige Millimeter, oft nur Bruchtheile eines Millimeters, in den Röhren eingeschlossen sind, nämlich dann, wenn sowohl der Oeffnungsstrom als auch der Schliessungsstrom durch die Röhre hindurchgeht. Das Spectrum zweiter Ordnung tritt auf, wenn die Gase in den Röhren eine grössere Dichtigkeit besitzen, wenigstens in mehreren Fällen, oder in allen Drucken, wenn man die Entladung so führt, dass, wie wir Seite 936 erwähnten, die Aureole bei der Entladung in der Luft nicht zu Stande kommt, wenn man also die zu den Elektroden der Röhren führenden Drähte gleichzeitig mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbindet. Das ganz continuirliche Spectrum dagegen zeigt sich mehr oder weniger vollständig ausgebildet, wenn man den Druck des Gases möglichst stark macht und dann den Strom eines grossen Inductionsapparates hindurchgehen lässt, oder besser noch, wenn man dann gleichzeitig eine Leydener Flasche mit den zu den Elektroden der Röhre führenden Drähten verbindet. Letzteres Spectrum kann man auch erhalten, wenn man in rascher Folge die Entladungen einer Leydener Flasche, die man durch Ladung mit einer Holz'schen Maschine erhalten kann, durch die Gase hindurchsendet. Dabei muss man sich jedoch hüten, die Schlagweite der Flaschen in der Luft zu gross zu wählen.

Zur Ergänzung des optischen Verhaltens der Gase in den Geissler'schen Röhren möge nur noch bemerkt werden, dass das Spectrum des blauen Glimmlichts nach den Versuchen von Dove[2]), van der Willigen[3]), sowie Reitlinger und Kuhn[4]) ein mehr oder weniger ausgebildetes Spectrum erster Ordnung zu sein scheint. Genauere Beobachtungen müssen darüber ent-

1) Man sehe Bd. II. §. 42.

2) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. CIV.

3) *van der Willigen*, Poggend. Ann. Bd. CVI.

4) *Reitlinger* und *Kuhn*, Poggend. Ann. Bd. CXLI.

scheiden, ob das jedenfalls aus schattirten breiten Banden bestehende Spectrum des negativen Glimmlichts vollständig mit dem Spectrum erster Ordnung des betreffenden Gases übereinstimmt.

Da in den Spectralröhren jedes Gas bestimmte für dasselbe charakteristische Spectralerscheinungen zeigt, so können wir, wie schon erwähnt wurde, nicht annehmen, dass es ein eigenes elektrisches Licht gibt, wir müssen vielmehr diese verschiedenen Erscheinungen den verschiedenen Graden des Glühens zuschreiben, welches die Gase bei den verschiedenen Entladungen erhalten.

Es würde nun zur Entscheidung der Frage nach der Constanz oder Variabilität des Emissionsvermögens mit der Temperatur von grösstem Interesse sein, die Temperaturverhältnisse in dem Inductionsfunken bei den verschiedenen Entladungen genau zu übersehen, leider ist das noch nicht möglich, da die Verhältnisse theoretisch zu verwickelt und experimentell noch nicht hinreichend verfolgt sind. Allerdings kann es nicht zweifelhaft sein, dass die Entladungen, welche in den Gasen das ganz continuirliche Spectrum geben, dem Gase die höchste Temperatur ertheilen; das folgt schon daraus, dass in dem Falle die Gase absolut das meiste Licht aussenden. Schwieriger aber ist die Frage zu beantworten, wie sich die Temperaturen verhalten bei den Entladungen, bei welchen in einem Gase das Spectrum erster oder zweiter Ordnung auftritt. Plücker hat in Bezug darauf die Ansicht ausgesprochen[1]), dass das Spectrum erster Ordnung, das schattirte Bandenspectrum, der niedrigern und das Spectrum zweiter Ordnung, das aus einzelnen hellen Linien, der höhern Temperatur angehöre, eine Ansicht, der ich mich früher angeschlossen habe[2]). Die Ansicht stützte sich darauf, dass mit Einschaltung einer Leydener Flasche ein plötzlicher Durchgang grösserer Mengen von Elektricität gegeben und in Folge der grösseren Elektricitätsmenge, welche bei jeder Ladung hindurchgehe, auch eine grössere Erwärmung eintrete.

Ich bin indess an dieser Auffassung zweifelhaft geworden und möchte jetzt annehmen, dass der Unterschied in den beiden Spectren keineswegs durch Verschiedenheit der Temperatur bedingt ist, dass vielmehr in den Gasmassen, welche das Linienspectrum zeigen, nur einige wenige Moleküle sich in der Glühhitze befinden, während bei Auftreten des Bandenspectrums die ganze den capillaren Theil der Spectralröhre füllende Gasmasse Licht aussendet. Ist das in der That der Fall, so würden sich sämmtliche Spectralerscheinungen, wie sich aus einer sehr interessanten Arbeit Zöllner's ergibt[3]), unter Voraussetzung eines constanten Emissionsvermögens ver-

---

1) *Plücker,* Philosophical Transactions of London Royal Society for 1865.
2) *Wüllner,* Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.
3) *Zöllner,* Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig. October 1870.

stehen lassen. Ich kann auf diesen Punkt, der eine wesentlich optische Frage betrifft, an dieser Stelle natürlich nicht eingehen.

Für die Ansicht, dass in den Röhren, wenn die Gase das Linienspectrum zeigen, wenigstens nicht die ganze Gasmasse eine höhere Temperatur besitzt, als wenn sie das Bandenspectrum liefern, lassen sich mehrere Gründe anführen. Zunächst lässt sich keinesweges behaupten, dass bei den einzelnen Entladungen der Flasche eine grössere Menge von Elektricität übergeht als bei Entladungen ohne Flasche in den geringern Drucken, in denen das Bandenspectrum sich am besten ausbildet. Im Gegentheil, wie erwähnt wurde, bildet sich das Bandenspectrum am vollständigsten in solchen Drucken aus, in denen sowohl der Oeffnungs- als der Schliessungsinductionsstrom durch die Röhre hindurchgeht, ein Beweis, dass der Widerstand in den Röhren ein so geringer ist, dass eine ganz vollständige Entladung der in dem Inductionsstrom getrennten Elektricitäten eintritt. Die Elektricität strömt in derselben Weise über, wie in der Lichthülle des Funkens in der Luft, sie erwärmt also die ganze Masse des in dem capillaren Rohr enthaltenen Gases. Bei diesen Drucken hat das gleichzeitige Einschalten einer Leydener Flasche gar keinen Einfluss, weil die Flasche sich einfach gar nicht ladet. Die Flasche ladet sich erst, wenn der Widerstand durch Anwendung einer grössern Gasdichte grösser geworden ist, so dass es schon einer grössern Dichtigkeit der Elektricität bedarf, um den Strom durch die Röhre gehen zu lassen, und es geht dann die Elektricität in einzelnen Partialentladungen durch, wie wir es bei dem Entladungsschlage der Leydener Flasche betrachtet haben. Die Menge der bei den einzelnen Entladungen hindurchgehenden Elektricität ist dann jedenfalls kleiner als in dem zuerst betrachteten Falle, da die Flasche sich nicht vollständig entladet. Die einzelnen Entladungen sind jetzt auch von viel kürzerer Dauer, wie sich das schon aus dem vorhin Gesagten über den Unterschied der Entladungen in dem eigentlichen Inductionsfunken und der Lichthülle ergibt. Will man nun auch annehmen, dass eben wegen der sehr viel geringern Dauer der Entladung die selbst geringere Menge der entladenen Elektricität eine höhere Temperatur erzeugt, so kann sich diese höhere Temperatur sicher nur auf die direct von der Entladung getroffenen Moleküle, also auf den Funkenkanal selbst erstrecken. Es würde dann überhaupt nur eine geringe Menge des in der Röhre vorhandenen Gases zum Glühen kommen, ein Umstand, der nach den Entwicklungen Zöllner's bedingt, dass selbst bei höhern Temperaturen ein Gas nicht mehr ein Bandenspectrum oder ein continuirliches Spectrum liefert, sondern ein aus einzelnen hellen Linien bestehendes.

Nach dieser Auffassung des Entladungsvorganges muss man die Temperatur des Gases, wenn das Linienspectrum auftritt, niedriger finden, als wenn das Bandenspectrum auftritt, denn wenn auch bei dem Auftreten des Linienspectrums im Funkenkanal momentan die Temperatur eine höhere

sein sollte, so muss doch wegen der kurzen Dauer und der geringen Menge des Gases, welches an der Erhitzung Theil nimmt, die Temperatur der ganzen Gasmasse eine niedrigere sein.

In der That findet man, wie Poggendorff gezeigt hat[1]), dass in dem in der Luft auftretenden Inductionsfunken ein Thermometer beträchtlich höher steigt, wenn die Lichthülle sich ausbildet, als wenn man durch gleichzeitiges Einschalten einer Leydener Flasche das Auftreten der Lichthülle verhindert. Einige vorläufige Versuche, welche ich anstellte, haben mir etwas ähnliches ergeben. Ich wandte eine Geissler'sche Röhre an, welche in dem capillaren Theil die Löthstelle eines Thermoelementes enthielt, und fand bei gewissen Drucken, als die Röhre Luft enthielt, die Löthstelle weniger erwärmt, als die Entladungen der Flasche durch die Röhre gingen, wie wenn bei denselben Drucken der Inductionsstrom die Röhre einfach durchsetzte. Gleichzeitig konnte ich constatiren, dass bei Anwendung des einfachen Inductionsstromes die Temperatur der Löthstelle mit zunehmender Gasdichte niedriger wurde. Bei sehr hohen Drucken zeigte sich dann, dass die Temperatur der Löthstelle mit Anwendung der Flasche höher wurde als ohne Flasche, weil bei hohen Drucken der Widerstand in der Röhre ein so grosser war, dass der Inductionsstrom ohne Anwendung der Flasche nur sehr unvollkommen durch das Gas hindurchging.

An diesen wenigen Andeutungen möge es genügen, wie man sieht bedarf es noch einer gründlichen Untersuchung der hier massgebenden Verhältnisse, um die Spectralerscheinungen der Gase ganz verstehen zu können.

§. 125.

Einfluss des Magnets auf das elektrische Licht. Wir haben in dem vorigen Paragraphen mehrfach die Behauptung aufgestellt, dass in der Lichthülle die Elektricität nach Art des galvanischen Stromes überginge, dass also die leuchtende Hülle ein Theil des Stromleiters sei. Daraus würde dann folgen, dass diese Hülle dem Einflusse des Magnets unterworfen sein, dass sie wie ein anderer Stromleiter abgelenkt werden muss. Dass der Davy'sche Flammenbogen, das elektrische Licht zwischen Kohlenspitzen nach dem Ampère'schen Gesetze abgelenkt wird, wenn man einen Magnet auf denselben wirken lässt, hat schon Davy selbst beobachtet[2]), dass aber auch die Lichthülle des Inductionsfunkens in derselben Weise dem Einflusse des Magnets unterliegt, hat zuerst wohl A. De la Rive[3]) im elektrischen Ei wahrgenommen und in einem sehr hübschen Versuche gezeigt. Sehr bequem lässt sich dieser Versuch mit dem Apparate Fig. 265

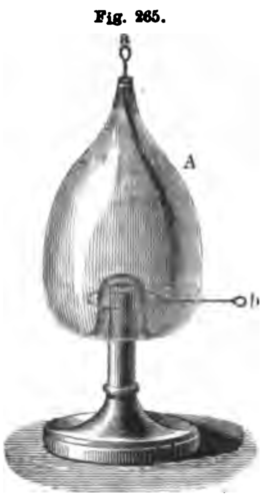
1) *Poggendorff,* Monatsberichte der Berliner Akademie. März 1861.

2) *Davy,* Philosophical Transactions of London R. S. for 1821. part. II. Gilbert's Ann. Bd. LXXI.

3) *De la Rive,* Poggend. Ann. Bd. CIV.

von Geissler zeigen. In das flaschenförmige Gefäss *A* ist oben an der Spitze ein Platindraht *a* eingeschmolzen, und ebenso ein Platindraht *b* seitlich, welcher die in das ovale Gefäss unten eingeschmolzene oben geschlossene Glasröhre in Form eines Ringes umgibt. Das Glasgefäss ist nicht ganz so weit wie eine Geissler'sche Röhre luftleer gepumpt. In die unten in das Gefäss eingeschmolzene Glasröhre ist von unten ein Stab weichen Eisens eingeführt und festgekittet. Verbindet man nun die beiden Drähte *a* und *b* mit den Enden einer Inductionsspirale, so geht der Lichtstrom in der vorher beschriebenen Weise von dem oberen Drahte zu einem Punkte des unteren Ringes. Stellt man dann den Apparat auf den Pol eines kräftigen Elektromagnets, so dass der Eisenstab magnetisch wird, so rotirt der Lichtstrom um den Magnet wie jeder andere bewegliche Leiter es thun würde. Die Rotationsrichtung ist ganz den elektrodynamischen Gesetzen entsprechend, sie ist verschieden, je nach der Polarität des Eisens und nach der Richtung des Stromes in dem Gefässe.

Fig. 265.



Wie diese Rotation zu Stande kommt, ist leicht ersichtlich; in dem Gefässe geht der erste Inductionsfunke als Lichthülle über, diese wird durch die Wirkung des Magnets abgelenkt; der zweite Inductionsfunke findet nun in der abgelenkten Lichthülle eine Strombahn, welche besser leitet als alle übrigen Luftschichten des Apparates, deshalb geht er jetzt in der Richtung der abgelenkten Lichthülle über; diese wird dann wieder abgelenkt und so fort, so dass die Rotation durch die sich rasch folgenden Ablenkungen der einzelnen Inductionsfunken zu Stande kommt.

Die Ablenkung der Lichthülle des in der Luft überspringenden Inductionsfunkens ist besonders von Du Moncel[1]) und Plücker[2]) untersucht und in ihren mannigfachen Formen gezeigt worden. Lässt man den Inductionsfunken zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets in äquatorialer Richtung überspringen, so wird, während der Funke nicht abgelenkt wird, die Lichthülle in Form eines Bogens Fig. 266 (in welcher man sich die Pole vor und hinter der Zeichnungsebene zu denken hat) zwischen den Elektroden *p* und *n* abgelenkt. Ist *p* die positive, *n* die negative Elektrode des Inductionsstromes, so ist der Lichtbogen nach oben gekrümmt, wenn sich der Nordpol vor der Ebene der Zeichnung befinden würde. Bringt man die Enden der Inductionsdrähte in axialer Richtung über die Pole der Magnete (Fig. 267), so wird die Lichtfläche eine *S*förmige

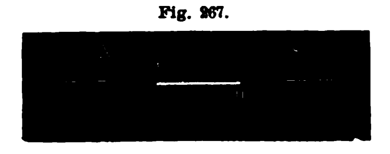
1) *Du Moncel,* Recherches sur l'étincelle d'induction. Paris 1860.

2) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. CXIII.

in horizontaler Ebene liegende Curve, welche von dem in gerader Linie überspringenden Funken in der Mitte begrenzt wird.

Fig. 266.

Fig. 267.



Auch diese Erscheinungen lassen sich aus den elektromagnetischen Gesetzen der Einwirkung von Magneten und Strömen ableiten[1]), und an dünnen Platindrähten darstellen[2]).

Sehr interessant ist die Einwirkung der Magnete auf das Licht in den Geissler'schen Röhren, welche Plücker[3]) mit der grössten Sorgfalt untersucht hat. Von den mannigfaltigen Erscheinungen, welche Plücker dabei beobachtet hat, wollen wir nur diejenige in einer längeren Geissler'schen Röhre beschreiben, welche axial auf die Pole eines Elektromagnets gelegt ist.

Die Lichterscheinung in einer solchen Röhre, ohne dass sie auf den Polen des Magnets liegt, ist Fig. 268 *a* abgebildet. Um die negative Elek-

Fig. 268 *a*.



Fig. 268 *b*.



Fig. 268 *c*.



trode herum bildet sich das blaue Glimmlicht, in dem andern Theile der Röhre zeigt sich die Schichtung des positiven Lichtstromes.

Legt man diese Röhre mit ihrem engern Theile, Fig. 268 *b*, auf die Pole *SN* eines Elektromagnets, so gehen die Schichten in einen schmalen,

1) Man sehe *Plücker* a. a. O.

2) *Le Roux,* Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LIX.

3) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. CIII, CIV, CV, CVII u. CXIII.

doppelt gekrümmten Lichtstreif über, indem, wenn der Strom von dem Nordpole zum Südpole geht, über dem Nordpole der Streifen nach hinten, über dem Südpole nach vorn hin abgelenkt wird. Ueber der Trennungsstelle der Pole erscheint ein leuchtender Bogen, der die Streifen mit einander verbindet. Wie man sieht, ist die Ablenkung ganz der Ampère'schen Regel entsprechend.

Verschiebt man die Röhre so, dass die negative Elektrode sich über der Trennungsstelle der Magnetpole befindet, Fig. 268 *c*, so wird das negative Glimmlicht zu einer Fläche zusammengezogen, welche die Gestalt der magnetischen Curven hat, der Curven, welche Eisenfeilspäne zwischen den Magnetpolen annehmen würden. Das negative Glimmlicht verhält sich also nicht wie das positive Licht, d. h. es wird nicht nach den elektromagnetischen Gesetzen abgelenkt, sondern es verhält sich so, als wenn es aus einzelnen magnetischen Partikeln bestände.

Schaltet man mit der Geissler'schen Röhre in den Kreis des Inductionsstromes zugleich eine Leydener Flasche ein, etwa so, dass man das eine Ende mit der innern Belegung der Flasche verbindet, das andere mit der äussern, und in diese Leitung zugleich die Geissler'sche Röhre einschaltet, Fig. 269 *a*, so gehen durch die Röhre in rascher Folge Ströme nach entgegengesetzter Richtung. Der Oeffnungsstrom ladet nämlich dann die Leydener Flasche, nach Aufhören desselben, wenn der Schliessungsstrom sich bildet, entladet sie sich, und der Entladungsstrom verbunden mit dem Schliessungsstrom durchsetzen die Röhre nach entgegengesetzter Richtung. Dann zeigt sich in der Röhre (Fig. 269 *a*) an beiden Elektroden das nega-

Fig. 269 *a*.

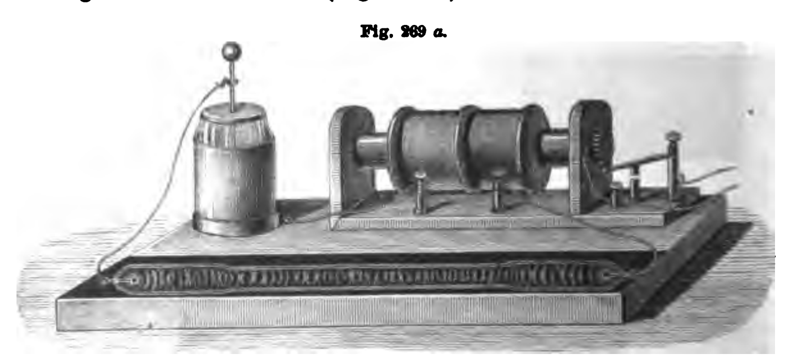
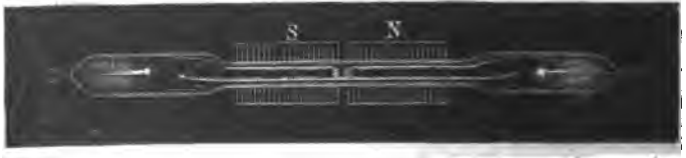


Fig. 269 *b*.



tive blaue Glimmlicht, und zwischen denselben die Schichtung. Die Schichten sind gar nicht oder nach beiden Seiten gekrümmt.

Legt man nun diese Röhre auf die Pole des Elektromagnets (Fig. 269 *b*), so werden die Schichten in zwei Lichtstreifen getrennt, von denen jeder einzelne dem Streifen Fig. 268 *b* entspricht, die aber entgegengesetzt abgelenkt werden, da zwei entgegengesetzte Ströme in ihnen fliessen.

Dadurch sind die Geissler'schen Röhren, besonders in Verbindung mit Magneten, ein vorzügliches Mittel, um alternirende Ströme zu beobachten, und mit Hülfe derselben hat Paalzow[1]) den §. 43 erwähnten Nachweis geliefert, dass unter den Umständen, unter welchen Feddersen auf andere Weise es erkannt hatte, die Entladungen der Leydener Flasche alternirende sind. Dadurch ist in vielen Fällen die Untersuchung der Entladungserscheinungen eine viel bequemere geworden, da man hierin ein sehr einfaches Mittel hat, um zu entscheiden, wann die Entladung einfach, wann sie alternirend ist. Die früher erwähnten Untersuchungen Oettingen's und Liphart's sind meist mit diesem Hülfsmittel angestellt.

§. 126.

Zurückführung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf absolutes Maass. Es erübrigt uns noch eine Anwendung der Inductionsgesetze zu erläutern, nämlich die Zurückführung der Constanten des galvanischen Stromes auf absolutes Maass. Die im dritten Abschnitte angenommenen Einheiten für die elektromotorische Kraft und den Widerstand waren willkürliche, von keiner andern Einheit oder nur von der ebenfalls willkürlich gewählten Einheit der Stromstärke abhängig. Wir setzten nämlich jene elektromotorische Kraft der Einheit gleich, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke gibt. Die Einheit der Stromstärke lieferte uns die chemische Wirkung des Stromes, die Einheit des Widerstandes die Längeneinheit eines Drahtes von der Einheit des Querschnitts und von einem bestimmten Metall, Silber, Kupfer oder Quecksilber. Durch Annahme dieser Einheiten war die der elektromotorischen Kraft ausreichend bestimmt.

Auch als wir im §. 101 die Stromstärke in absolutem elektromagnetischen oder elektrodynamischen Maasse, d. h. durch das reducirte Drehungsmoment, welches der die Flächeneinheit umkreisende Strom einem mit der Einheit des Magnetismus begabten Magnete ertheilt, maassen, erhielten wir für den Widerstand und die elektromotorische Kraft kein anderes Maass, denn die Einheit für die letztere war immer jene Kraft, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der gewählten Einheit gleich ist, die Stromeinheit erzeugt.

Die Gesetze der Induction setzen uns nun aber in den Stand, die elektromotorische Kraft ebenfalls in absolutem Maasse, d. h. ebenso wie das des Magnetismus in einem Maasse auszudrücken, welchem die Maasse

1) *Paalzow,* Poggend. Ann. Bd. CXII.

der Mechanik, Milligramm, Millimeter und Secunde zu Grunde liegen. Es geht das sogar auf mehrfachem Wege.

Der erste derselben[1]) beruht auf den Gesetzen der Magnetinduction, führt also zu dem absoluten Maasse durch Vermittlung des absoluten Maasses des Magnetismus. Wie wir §. 100 und 101 sahen, ist das reducirte Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom einem in seiner Axe befindlichen Magnete, oder welches der Magnet dem Strome ertheilt, dem Flächeninhalte des Kreisstromes und dem magnetischen Momente des Magnets proportional; wir setzten deshalb jene Stromstärke gleich eins, welche die Flächeneinheit umkreisend einem in der Axe des Kreises befindlichen Magnete, dessen Moment der Einheit gleich ist, ein der Einheit gleiches reducirtes Drehungsmoment ertheilt. Der Magnet sucht in diesem Falle den Strom so zu drehen, dass die Axe der Stromebene der magnetischen Axe parallel wird. Wenn man deshalb einen Kreis vor einem Magnete so aufstellt, dass die Ebene des Kreises mit der Axe des Magnets zusammenfällt, und dann plötzlich den Stromkreis um 90^0 dreht, so dass die Axe des Kreises der Axe des Magnets parallel wird, so wird in dem Kreise ein Strom inducirt, dessen elektromotorische Kraft nach den Gesetzen der Induction dem Flächeninhalt des Kreises und dem magnetischen Moment des Magnets direct proportional ist. Dadurch gelangen wir zu einem absoluten Maasse der elektromotorischen Kraft, indem wir jene elektromotorische Kraft der Einheit gleich setzen, welche durch die Einheit der magnetischen Kraft in einem Kreise inducirt wird, dessen Flächeninhalt der Einheit gleich ist, wenn der Kreis aus der der Richtung der magnetischen Kraft parallelen Lage in die zu derselben senkrechte in der Zeit einer Secunde gedreht wird. Wir können die Einheit der magnetischen Kraft noch dahin definiren, dass der inducirende Magnet einem an der Stelle des Kreises befindlichen, mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Magnete in der zweiten Hauptlage ein der Einheit gleiches Drehungsmoment ertheilt. Mit Hülfe der Induction durch den Erdmagnetismus können wir als die Einheit der elektromotorischen Kraft auch jene bezeichnen, welche durch die Einheit der erdmagnetischen Kraft in einem die Flächeneinheit umschliessenden Kreise inducirt wird, wenn er in der Zeit einer Secunde aus der der Richtung der erdmagnetischen Kraft parallelen Lage in die zu jener Richtung senkrechte Lage einmal gedreht wird.

Diesem Maasse der elektromotorischen Kraft liegen die Grundmaasse der Mechanik, Milligramm, Millimeter und Secunde zu Grunde, da dem Maasse des Magnetismus dieselben zu Grunde liegen, es ist deshalb in der That ein absolutes Maass.

Das Maass für den Widerstand ist nun durch die Maasse der Strom-

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen §. 9 ff.

stärke und der elektromotorischen Kraft gegeben, indem wir den Widerstand einer geschlossenen Kette der Einheit gleich setzen, wenn die eben definirte Einheit der elektromotorischen Kraft in derselben die Einheit der Stromstärke hervorruft. Ist deshalb E die elektromotorische Kraft einer Kette in jenem Maasse gemessen, J die Intensität des Stromes, so ergibt sich der Widerstand in dieser Einheit aus

$$J = \frac{E}{W};\ W = \frac{E}{J}.$$

Kann man so den Widerstand einer Kette in absolutem Maasse erhalten, so bekommt man auch aus

$$E = JW$$

die elektromotorische Kraft in absolutem Maasse.

Letztere Bemerkung zeigt die grosse Wichtigkeit einer Widerstandsmessung nach absolutem Maasse, da uns dieselbe in den Stand setzt, die elektromotorischen Kräfte der Hydroketten nach absolutem Maasse zu erhalten. Denn haben wir einen Widerstand nach absolutem Maasse bestimmt, so können wir nach den früher auseinandergesetzten Methoden alle übrigen Widerstände ebenfalls in absolutem Maasse erhalten. Bestimmen wir denselben in einer Kette, in welcher durch irgend ein galvanisches Element ein Strom erregt wird, und bestimmen zugleich die Stromstärke in absolutem Maasse, so erhalten wir aus der letzten Gleichung auch die elektromotorische Kraft des Elementes in absolutem Maasse.

Solche Widerstandsmessungen in absolutem Maasse hat besonders W. Weber[1]) ausgeführt; die einfachste Methode derselben ergibt sich aus der zuletzt gegebenen Definition des Maasses der elektromotorischen Kraft; man inducirt einen Strom durch die horizontale oder verticale Componente des Erdmagnetismus, bestimmt dessen Intensität nach absolutem Maasse und berechnet daraus den Widerstand der Kette; durch Vergleichung dieses Widerstandes mit einem Jacobi'schen oder andern Etalon erhält man dann auch den Widerstand des letztern und ist dann im Stande jeden beliebigen Widerstand in absolutem Maasse auszudrücken.

Denken wir uns, um die nach dieser Methode nöthigen Messungen auseinanderzusetzen, als Erdinductor einen dem Meridiane parallelen Kreis A (Fig. 270), welcher durch zwei parallele Drähte a und b mit einem zweiten ebensolchen Kreise verbunden ist, dass die beiden Kreise mit den Drähten eine geschlossene Kette bilden. In C befinde sich eine kleine Magnetnadel, deren magnetisches Moment gleich m sei.

Die Radien beider Kreise seien gleich r und r_1. Wird nun der Kreis A in der Zeit τ aus der dem Meridiane parallelen in die senkrechte Lage gedreht, so wird durch die horizontale Componente T des Erdmagnetismus

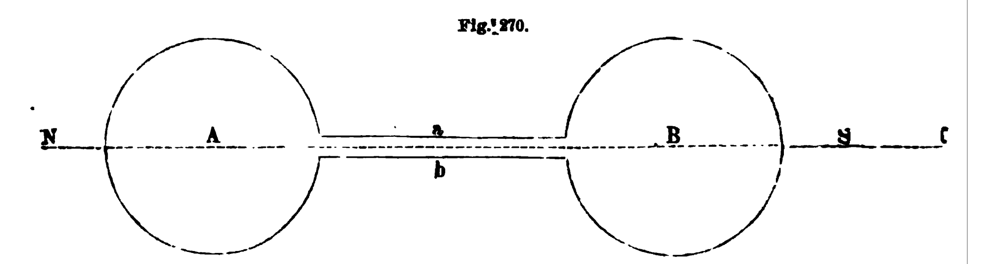
1) *W. Weber* a. a. O. und: Zur Galvanometrie. Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. X. Göttingen 1862.

in demselben eine elektromotorische Kraft inducirt, welche in der gewählten Einheit ist

$$E = \frac{\pi r^2}{\tau} \cdot T.$$

Durch diese Kraft wird in beiden Kreisen A, B und in den Drähten a, b ein Strom erregt, dessen Intensität in absolutem elektromagnetischen

Fig. 270.



Maasse i sei. Nehmen wir nun an, dass der Kreis A soweit von der Magnetnadel C entfernt sei, dass er nicht auf dieselbe einwirke, so wird die Nadel C von dem zweiten Kreise ein Drehungsmoment erhalten, welches, wenn R der Abstand der Nadel von dem Mittelpunkte des Kreises ist, nach §. 101 gleich ist

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \cdot i \cdot m.$$

Ist dann K das Trägheitsmoment der Nadel, so ist nach §. 29 des ersten Theils die der Nadel hierdurch ertheilte Beschleunigung

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{i \, . \, m}{K}$$

und die der Nadel in der Zeit τ ertheilte Geschwindigkeit

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{i \, . \, m}{K} \cdot \tau.$$

Ist nun t die Schwingungsdauer der Nadel, so erhalten wir nach §. 115 des ersten Theiles, wenn sie ohne Dämpfung schwingt, die grösste Elongation α der Nadel, indem wir die Geschwindigkeit mit t multipliciren und durch π dividiren, so dass

$$\alpha = \frac{r_1^2}{R^3} \cdot \frac{i \, . \, m}{K} \cdot \tau \cdot t.$$

Die Schwingungsdauer t der Nadel ist nach §. 6

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{m \, . \, T}},$$

woraus

$$\frac{m \, . \, t}{K} = \frac{\pi^2}{t \, . \, T}$$

$$\alpha = \frac{r_1^2 \pi^2}{R^3} \cdot \frac{i \tau}{t T}; \quad i = \frac{\alpha R^3}{\pi^2 r_1^2} \cdot \frac{t}{\tau} \cdot T.$$

Nun ist, wenn W den gesammten Widerstand der Kette bedeutet,

$$i = \frac{E}{W};\ W = \frac{E}{i},$$

somit

$$W = \frac{\pi^3 \,.\, r^2 \cdot r_1^2}{\alpha R^3 \,.\, t},$$

so dass es also zur Bestimmung von W der Beobachtung von α und der Bestimmung von r, r_1, R und t bedarf.

Mit Hülfe eines, dem in §. 117 beschriebenen Erdinductor ähnlichen, Apparates hat dann W. Weber zunächst den Widerstand seiner gesammten Kette und daraus den Widerstand des Jacobi'schen Etalons bestimmt zu

$$J = 598 \,.\, 10^7 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}.$$

Das heisst, wird in einer Kette, deren Gesammtwiderstand gleich ist dem Jacobi'schen Etalon, dadurch ein Strom erregt, dass ein Kreis von einem Quadratmillimeter Fläche einmal in der Secunde aus seiner dem Meridian parallelen Lage um eine verticale Axe in die zum Meridiane senkrechte gedreht wird, so ist, wenn wieder T die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet, die Stromstärke in absolutem Maasse

$$i = \frac{T}{598 \,.\, 10^7}.$$

Für einen Siemens'sche Etalon, eine Quecksilbersäule von 1^m Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt bei 15^0 fand Weber

$$S = 10257 \,.\, 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}.$$

Wie es nun nur einer Widerstandsbestimmung in absolutem Maasse bedarf, um alle Widerstände in solchem ausdrücken zu können, so reicht es auch hin, die elektromotorische Kraft eines constanten Elementes in absolutem Maasse zu kennen, um daraus die elektromotorischen Kräfte der übrigen in absolutem Maasse zu bestimmen. Eine solche Bestimmung der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elementes hat Bosscha vorgenommen [1]), mit Hülfe eines vom Mechanikus Leyser in Leipzig erhaltenen Etalons, welcher mit einem von W. Weber in absolutem Maasse bestimmten Etalon verglichen und dessen Widerstand r gefunden war

$$r = 60717 \,.\, 10^5 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}.$$

Es wurde in den Kreis einer einfachen Daniell'schen Kette eine Tangentenbussole eingeschaltet und die Ablenkung beobachtet; ist dieselbe v, der Widerstand R, die elektromotorische Kraft K, so ist die Intensität des Stromes in absolutem Maasse

$$i = \frac{K}{R} = \frac{\varrho \,.\, T}{2\pi} \cdot \operatorname{tang} v = c \cdot \operatorname{tang} v,$$

worin ϱ den Radius des Kreises der Tangentenbussole bedeutet und T die

1) *Bosscha,* Poggend. Ann. Bd. CI.

horizontale Componente des Erdmagnetismus. Dann wurde der Etalon r eingeschaltet und die Ablenkung v_1 beobachtet; es ist dann

$$i_1 = \frac{K}{R+r} = c \cdot \text{tang}\, v_1.$$

Aus diesen beiden Beobachtungen folgt

$$K = r \cdot c \frac{\text{tg}\, v \,.\, \text{tg}\, v_1}{\text{tg}\, v - \text{tg}\, v_1}.$$

Die Constante c bestimmte Bosscha, indem er zunächst den Reductionsfactor der Tangentenbussole zur Reduction auf chemisches Maass aufsuchte und dann aus dem bekannten Verhältnisse der chemischen und absoluten Einheit c berechnete. Es fand sich

$$c = 55{,}21; \quad K = 0{,}30589 \,.\, cr = 10258 \,.\, 10^7.$$

Aus der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elementes erhält man dann nach dem Früheren die der übrigen Elemente.

Wir haben bis jetzt, um zu einem absoluten Maasse der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes zu gelangen, die elektromagnetischen Gesetze zu Hülfe genommen; es ist das nicht durchaus erforderlich, sondern ebenso, wie wir zu einer absoluten Einheit der Stromstärke durch die elektrodynamischen Wirkungen gelangen konnten, können wir auch aus denselben die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand in absolutem Maasse erhalten[1]). Wir gelangen dazu auf folgende Weise.

Im §. 101 stellten wir als die elektrodynamische Einheit der Stromstärke die Stärke des Stromes auf, welcher die Einheit der Fläche umkreisend einem andern, welcher mit derselben Stärke die Einheit der Fläche umkreist, und dessen Ebene auf jener des erstern senkrecht stehend dieselbe halbirt, ein der Einheit gleiches reducirtes Drehungsmoment ertheilt. Dieses Maass verhält sich zu dem elektromagnetischen wie $1 : \sqrt{2}$.

Sei nun der bewegliche Leiter nicht von einem Strome umkreist; drehen wir denselben dann, so dass seine Ebene der des festen Stromes parallel wird, so wird in demselben ein Strom inducirt; die elektromotorische Kraft dieses Stromes, wenn die Geschwindigkeit der Drehung der Einheit gleich ist, wenn ferner die Intensität des festen Stromes sich zur Einheit verhält, wie die dritte Potenz des Abstandes beider Ströme zu eins, ist gleich der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft in elektrodynamischem Maasse.

Die Einheit des Widerstandes ist dann jener einer Kette, in welchem die soeben definirte Einheit der Kraft die der Einheit gleiche Stromstärke erzeugen würde.

Das Verhältniss dieser Einheiten zu den elektromagnetischen Einheiten ergibt sich auf folgende Weise. Würde an der Stelle des festen Stromes ein Magnet sich befinden, dessen Moment sich zur Einheit verhält wie die

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen §. 26.

dritte Potenz der Entfernung zu eins, so würde derselbe einem an der Stelle des beweglichen Leiters befindlichen, mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Magnete ein Drehungsmoment gleich 2 ertheilen; die von diesem Magnete in dem gedrehten Leiter inducirte elektromotorische Kraft würde also in elektromagnetischem Maasse gleich 2 sein. Der Magnet könnte nach §. 101 durch einen Strom ersetzt werden, welcher die Einheit der Fläche umkreisend die Intensität $R^3 . \sqrt{2}$ in elektrodynamischem Maasse hätte, wenn R den Abstand des Magnets vom Leiter bedeutet. Ein Strom nun, dessen Intensität R^3 ist, inducirt die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft; in elektromagnetischem Maasse ist dieselbe daher gleich $\frac{2}{\sqrt{2}}$ oder gleich $\sqrt{2}$. Die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft ist also $\sqrt{2}$ mal grösser als die elektromagnetische.

Das Verhältniss der Widerstände erhalten wir folgendermassen. Sei W die elektrodynamische Einheit des Widerstandes, E jene der elektromotorischen Kraft, J der Intensität, so ist

$$W = \frac{E}{J}.$$

Sei R die elektromagnetische Einheit des Widerstandes, K jene der elektromotorischen Kraft, S der Stromstärke, so ist

$$R = \frac{K}{S},$$

somit ist

$$\frac{W}{R} = \frac{E}{K} \cdot \frac{S}{J};$$

nun ist $E = K \cdot \sqrt{2}$ und nach §. 101 $S = J . \sqrt{2}$, demnach

$$W = 2R;$$

die elektrodynamische Einheit des Widerstandes ist also doppelt so gross als die elektromagnetische Einheit desselben.

Noch eine dritte Methode hat W. Weber[1]) vorgeschlagen und mit Kohlrausch gemeinschaftlich durchgeführt[2]), um ein absolutes Maass der Constanten des elektrischen Stromes zu erhalten. Der elektrische Strom entsteht nämlich dadurch, dass gewisse Elektricitätsmengen durch die Leiter strömen; man kann nun ein Maass der Stromstärke ebenso gut in der Menge der strömenden Elektricität erhalten, wie wir bisher die Maasse aus den Wirkungen dieser Elektricität abgeleitet haben. Ein Maass für Elektricitätsmengen liefern uns die Gesetze der Elektrostatik, indem wir die elektrischen Anziehungen und Abstossungen zur Bestimmung der Elektricitätsmengen benutzen. Wie wir bereits §. 22 sahen, können wir jene Elektricitätsmenge als Einheit setzen, welche in zwei Punkten concentrirt

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen §. 27.

2) *Kohlrausch* und *Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass.

im Abstande von 1^{mm} mit der Einheit der Kraft auf einander wirkt; die Einheit der Kraft ist dann jene, welche der Masse eines Milligramm die Beschleunigung 1^{mm} ertheilt.

Wie wir nun bei der Entwicklung der Ohm'schen Theorie sahen, entsteht der elektrische Strom dadurch, dass die auf dem Leiter verbreitete freie Elektricität die in dem Leiter vorhandenen Elektricitäten nach entgegengesetzten Richtungen aus einander treibt; die Intensität des Stromes, die wir der Menge der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricität proportional setzen, hängt daher ab von der Geschwindigkeit der Elektricitäten und ist derselben proportional. Die Einheit der Stromstärke können wir daher jene nennen, welche hervorgebracht wird durch eine solche Geschwindigkeit der beiden Elektricitäten, dass die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fliessende Menge jeder der beiden Elektricitäten der Einheit gleich ist.

Diese Einheit der Stromstärke bezeichnet W. Weber als die mechanische Einheit.

Die mechanische Einheit der elektromotorischen Kraft wird dann jene, welche die in dem Leiter mit einander verbundenen Einheiten der beiden Elektricitäten mit der Geschwindigkeitseinheit aus einander treibt, welche also das Gefälle der Potentialniveaus, oder die Differenz der um die Abstandseinheit entfernten Potentialniveaus der Einheit gleich macht.

Die mechanische Einheit des Widerstandes ist der Widerstand eines geschlossenen Kreises, in welchem die mechanische Einheit der elektromotorischen Kraft die Einheit der Stromstärke, nach mechanischem Maasse gemessen, erregt.

Es handelt sich nun darum, diese Maasse mit den anderen zu vergleichen. Wir müssen uns damit begnügen, kurz den Weg anzudeuten, den Kohlrausch und Weber zu diesem Zwecke gegangen sind. Um die mechanische Einheit der Stromstärke mit der elektromagnetischen zu vergleichen, muss man bestimmen, welche Ablenkung eine Magnetnadel erhält, wenn eine nach mechanischem Maasse gemessene Elektricitätsmenge E durch ein Galvanometer entladen wird.

Bringt man dann dadurch, dass man einen constanten Strom, dessen Stärke nach elektromagnetischem Maasse gemessen der Einheit gleich ist, eine sehr kleine Zeit τ hindurch schliesst, eine ebensolche Ablenkung der Magnetnadel hervor, so ist, wenn die Zeit τ hinreichend klein ist, so dass wir den Antrieb der Magnetnadel als einen momentanen Stoss ansehen können, die in der Zeit τ durch den Draht geströmte positive oder negative Elektricität gleich jener, durch deren Entladung dieselbe Ablenkung der Galvanometernadel hervorgebracht wurde. Diese Menge ist aber, wenn wir die entladene Menge mit E bezeichnen, gleich $\frac{1}{2} E$; denn welche Vorstellung wir uns auch von der Entladung machen, der Effect bei der Entladung der Menge E ist immer der, als wenn $\frac{1}{2} E$ nach der einen und die gleiche

Menge entgegengesetzter Elektricität nach der andern Richtung den Draht durchfliesst. Da nun in dem constanten Strome die Menge $\frac{1}{2} E$ in der Zeit τ durch den Leiter fliesst, so ist die in der Zeiteinheit durch den Leiter fliessende Elektricitätsmenge gleich $\frac{1}{\tau} \cdot \frac{E}{2}$; da wir nun die Elektricitätsmenge E nach mechanischem Maasse gemessen haben, und voraussetzten, dass der constante Strom die Einheit der Stärke nach elektromagnetischem Maasse hat, so ist gleichzeitig $\frac{1}{\tau} \cdot \frac{E}{2}$ die Stromstärke der elektromagnetischen Stromeinheit nach mechanischem Maasse. Zur Bestimmung derselben bedarf es also ausser der Messung von E noch jener der Zeit τ.

Um eine bestimmte, nach mechanischem Maasse gemessene Elektricitätsmenge entladen zu können, wandten Kohlrausch und Weber eine Leydener Flasche an, deren Ladung sie auf eine überaus sinnreiche Weise nach mechanischem Maasse bestimmten. Eine Leydener Flasche, deren äussere Belegung mit der Erde leitend verbunden war, wurde geladen, und der Knopf der Flasche mit einem Sinuselektrometer verbunden. Das Sinuselektrometer maass dann das Potential der Elektricität am Knopfe der Flasche, welchem die in der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge proportional ist. Die Zuleitung zum Sinuselektrometer wurde dann isolirt abgehoben und der Knopf der Flasche mit einer grossen, aber isolirten Kugel berührt. Da die äussere Belegung der Flasche mit der Erde leitend verbunden ist, so theilt sich die Ladung der Flasche mit der Kugel, so dass $\frac{1}{n}$ der in die Flasche geführten Elektricität auf die Kugel übergeht, $1 - \frac{1}{n}$ in derselben zurückbleibt. Legt man dann wieder den Draht des Sinuselektrometers an den Knopf der Flasche an, so beobachtet man das Potential der noch in der Flasche gebliebenen Ladung, welches dieser letzteren proportional ist. Sind nun die beiden beobachteten Potentiale S und S', so ist

$$\frac{S}{S'} = \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{n}{n-1},$$

und daraus

$$n = \frac{S}{S - S'}; \quad \frac{1}{n} = \frac{S - S'}{S}.$$

Man erhält also das Verhältniss, in welchem sich die Elektricität zwischen Flasche und Kugel getheilt hat. Nun wird die auf die Kugel übergegangene Elektricitätsmenge nach der §. 24 auseinandergesetzten Methode in der Torsionswage gemessen. Daraus erhält man auch in dem angeführten Maasse die noch in der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge. Dieselbe wird durch ein Galvanometer entladen und die Elongation der Nadel beobachtet; der erste Theil der Aufgabe ist damit gelöst, man kennt die magnetische Wirkung einer bestimmten in sehr kurzer Zeit entladenen Elektricitätsmenge. Es erübrigt noch die Bestimmung der Zeit τ. Dieselbe lässt sich aus der in dem angeführten Versuche beobachteten Elongation α selbst berechnen. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, das benutzte

Galvanometer sei ein Drahtkreis vom Radius r, parallel dem Meridian und im Abstande R in der Richtung des Meridians befinde sich die Magnetnadel mit dem magnetischen Momente m, so ist das Drehungsmoment, welches der durch den Drahtkreis gehende Strom von der Intensität 1 der Nadel ertheilt, wie oben,

$$\frac{r'^2 \pi}{R^3} \cdot m.$$

Ist K das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die Beschleunigung der Nadel in Folge dessen

$$\frac{r'^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{m}{K},$$

und die in der Zeit τ ertheilte Geschwindigkeit

$$\frac{r'^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{m}{K} \tau.$$

Ist t die Schwingungsdauer der Nadel, so ist die mit dieser Geschwindigkeit erreichte Elongation

$$\alpha = \frac{r'^2}{R^3} \cdot \frac{m}{K} \cdot \tau \cdot t;$$

hat man nun α beobachtet, so wird daraus

$$\tau = \alpha \frac{K}{m} \cdot \frac{R^3}{r'^2} \cdot \frac{1}{t}.$$

Ist so τ bestimmt, dann hat man alle Erfordernisse, um durch

$$\frac{1}{2\tau} \cdot E$$

die magnetische Einheit der Stromstärke in mechanischem Maasse auszudrücken.

Kohlrausch und Weber fanden auf diese Weise

$$\frac{1}{2\tau} \cdot E = 155370 \,.\, 10^6;$$

oder die in einem Strome, dessen Stärke nach magnetischem Maasse gleich 1 ist, durch den Querschnitt des Leiters fliessende Elektricitätsmenge ist in jeder Secunde 155370 . 10^6 mal grösser als die positive Elektricitätsmenge, welche in einem Punkt concentrirt, auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1^{mm} Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms die Beschleunigung 1^{mm} ertheilt.

Da wir nun die Beziehung zwischen dem magnetischen und den anderen Maassen kennen, können wir auch diese in absolutem mechanischen Maasse erhalten; um z. B. die elektrodynamische Einheit zu erhalten, haben wir obigen Werth mit $\sqrt{1/2}$ zu multipliciren.

Um die mechanische Einheit der elektromotorischen Kraft mit den übrigen zu vergleichen, haben wir auf das elektrische Grundgesetz zurückzugehen. Nach demselben ist die Wechselwirkung zweier im Abstande r befindlicher elektrischer Massen e und e'

$$\frac{e e'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{d}\right)^2 + \frac{a^2}{8} \, r \, \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Ist die relative Geschwindigkeit v constant, und setzen wir $\frac{4}{a} = c$, so wird diese Wirkung

$$\frac{e\,e'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\},$$

woraus folgt, dass c jene relative Geschwindigkeit bedeutet, bei welcher elektrische Massen nicht mehr auf einander einwirken. Um c zu bestimmen, erinnern wir daran, dass die Stromstärke in elektrodynamischem Maasse war

$$i = a \,.\, e \,.\, u,$$

worin u die Geschwindigkeit der im Element ds enthaltenen Elektricität e, also eu die Elektricitätsmenge bedeutet, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters geht. In mechanischem Maasse ist demnach die Stromintensität

$$\frac{i}{a} = \frac{c}{4} \cdot i = eu; \quad \frac{eu}{i} = \frac{c}{4}.$$

Die elektrodynamische Einheit ist also gleich $\frac{c}{4}$ mechanischen Einheiten, demnach ist

$$\frac{c}{4} = 155370 \,.\, 10^6 \,.\, \sqrt{1/2}; \quad c = 439450 \,.\, 10^{6\,\mathrm{mm}}.$$

Mit dieser Geschwindigkeit müssen sich also zwei elektrische Massen an einander hin bewegen, um nicht mehr auf einander zu wirken.

Für die Kraft nun, mit welcher ein von einem Strome mit der Intensität i durchflossenes Leiterelement ds die Elektricitäten in einem Leiterelemente $d\sigma$ zu scheiden sucht, wenn letzteres im Abstande r auf ersterem senkrecht ist und der Verbindungslinie r parallel mit der Geschwindigkeit u dem ersteren genähert wird, erhält man nach §. 119

$$E = a\,u \cdot \frac{ds\,d\sigma}{r^2} \cdot i = \frac{4}{c} \cdot u \frac{ds\,d\sigma}{r^2} \cdot i.$$

Ist nun $ds = d\sigma$, $r = 1$, und verhält sich i zur elektrodynamischen Einheit wie ds zur Längeneinheit, so ist die elektromotorische Kraft nach elektrodynamischem Maasse gleich 1. Wie W. Weber gezeigt hat, ist nämlich das so bestimmte elektrodynamische Maass der elektromotorischen Kraft identisch mit dem vorhin aufgestellten Maasse derselben [1]). Die Kraft, mit welcher die beiden Elektricitäten geschieden werden, ist aber dann

$$E = \frac{4}{c}.$$

Die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft ist also $\frac{4}{c}$ mal grösser als die mechanische Einheit, oder die in elektrodynamischem Maasse gegebenen elektromotorischen Kräfte sind mit $\frac{4}{c}$ zu multipliciren, um sie in mechanischem Maasse zu erhalten.

---

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen §. 26, Seite 215 Note.

Um schliesslich die mechanische Einheit des Widerstandes mit den übrigen zu vergleichen, sei die elektrodynamische Einheit desselben gleich R, die Einheit der elektromotorischen Kraft gleich K, der Stromstärke gleich S, die mechanische Einheit dieser Grössen gleich W, E, J, so ist

$$W = \frac{E}{J}; \qquad R = \frac{K}{S}$$

$$\frac{W}{R} = \frac{E \cdot S}{K \cdot J}.$$

Nun ist

$$E = \frac{4}{c} \cdot K; \quad S = \frac{4}{c} \cdot J$$

$$W = \frac{16}{c^2} \cdot R.$$

Wir müssen also den in elektrodynamischem Maasse gemessenen Widerstand mit $\frac{16}{c^2}$ multipliciren, um ihn nach mechanischem Maasse zu erhalten.

Hiermit sind also die Constanten der elektrischen Ströme auf die Einheiten der Elektrostatik und dadurch ohne ein weiteres Zwischenglied auf die Einheiten der Mechanik zurückgeführt.

§. 127.

Vergleichung der Arbeiten des Stromes mit der mechanischen Wärmetheorie. Nachdem wir in dem vorigen Paragraphen die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand auf die Maasse der Mechanik zurückgeführt haben, können wir schliesslich auch die Arbeitsleistungen des Stromes in demselben Maasse messen, und durch Vergleichung dieser Arbeiten mit mechanischen Arbeiten die Uebereinstimmung der Maasssysteme nachweisen.

Bei der Untersuchung der Wärmewirkungen des galvanischen Stromes haben wir nun schon den Nachweis geliefert, dass, wenn in dem Strome keine Arbeit geleistet wird, dass dann der ganze Arbeitsvorrath als Wärme in dem Stromkreise auftreten muss, und mit diesem Satze konnten wir im §. 69 und 70 die Wärmemenge berechnen, welche in einem Leiterstücke von dem Widerstande R entwickelt werden muss. Wir leiteten dort die Wärmewirkung aus dem Satze her, dass die durch die strömende Elektricität in einem Leiter geleistete Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialwerthe der auf dem Leiter vorhandenen freien auf die durch den Leiter strömende Elektricität im Anfange und am Ende des Leiters. Bezeichnen wir die Menge der in der Zeiteinheit durch den Leiter strömenden Elektricität mit q und die Werthe des Potentials im Anfange des Leiters mit V_1, am Ende mit V_2, so ist die geleistete Arbeit

$$L = q \cdot (V_1 - V_2).$$

Wenden wir die in der Elektricitätslehre stets angewandten Einheiten der Kraft und der Länge an, so ist die als Einheit der so bestimmten

Arbeitsmenge gewählte Arbeit gleich $\frac{1}{9811}$ Milligramm-Millimeter. Denn wir haben dann als Einheit der Kraft jene gewählt, welche der Masse von 1 Milligramm die Beschleunigung von 1 Millimeter ertheilt, und als Längeneinheit das Millimeter. Da nun in der Mechanik jene Kraft die Einheit ist, welche der Gewichtseinheit die Beschleunigung g, des freien Falles, ertheilt, so ist die hier zu Grunde liegende Krafteinheit eine $g$mal kleinere, also gleich

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{9811} \text{ Milligramme,}$$

wenn das Millimeter als Einheit des Weges gilt. Da nun weiter die Einheit der Arbeit jene ist, welche durch die Einheit des Weges die Einheit des Druckes überwindet, so ist in Milligrammen und Millimetern die Einheit der Arbeit

$$\frac{1}{9811} \cdot 1 = \frac{1}{9811} \text{ Milligramm-Millimeter.}$$

Wenn wir das Maass mit dem gewöhnlichen der Mechanik, dem das Kilogramm und das Meter zu Grunde liegt, vergleichen wollen, so müssen wir diesen Werth durch 1000000000 dividiren, erhalten also in Kilogrammetern als Einheit der geleisteten Arbeit

$$\frac{1}{9811000000000}.$$

Wird in dem betrachteten Leiter keine andere Arbeit geleistet, so wird die gesammte Arbeit in Wärme umgesetzt; da nun nach §. 50 des dritten Bandes p. 431 als der wahrscheinlich richtigste Werth des mechanischen Wärmeäquivalents 430 Kilogrammeter zu setzen ist, somit der Wärmewerth des Kilogrammeters gleich $\frac{1}{430}$, so ist der Wärmewerth der oben zu Grunde gelegten Arbeitseinheit, wenn als Wärmeeinheit die zur Erwärmung von 1 Kilogramm Wasser um 1^0 C. erforderliche Wärmemenge gesetzt wird,

$$\frac{1}{430 \,.\, 9811000000000} = \frac{1}{4219 \,.\, 10^{12}} = 2{,}370 \,.\, 10^{-16}.$$

Damit würde der Wärmewerth der in dem Leiter geleisteten Arbeit L gleich sein

$$W = 2{,}370 \,.\, 10^{-16} \,.\, q\,(V_1 - V_2).$$

Die Elektricitätsmenge q, welche die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters hindurchfliessende Elektricitätsmenge bedeutet, müssen wir, wie das schon §. 70 hervortrat, nach mechanischem Maasse messen, nach demselben Maasse wie in der Elektrostatik, wir müssen also jene Elektricitätsmenge als Einheit setzen, welche in der Abstandseinheit auf die ihr gleiche die Einheit der abstossenden Kraft ausübt. Denn durch Einführung dieses Maasses gelangten wir im §. 30 zu dem Satze, dass die Arbeit, welche eine gegebene Elektricitätsmenge bei irgend einer Zustandsänderung leistet, gleich ist der Aenderung des Potentialwerthes der

gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst, welcher Satz den Entwicklungen des §. 70, welche zur Bestimmung der Arbeit des Stromes führten, zu Grunde lag. Messen wir demnach die Stromstärke nach mechanischem Maasse, wie wir sie im vorigen Paragraphen definirten, so können wir die durch einen Strom von der Stärke J in einem Leiter entwickelte Wärmemenge schreiben

$$W = 2{,}370 \,.\, 10^{-16} \,.\, J\,(V_1 - V_2).$$

Bezeichnen wir nun den Widerstand des Leiters nach absolutem mechanischen Maasse mit R, so erhalten wir die Differenz der Potentialniveaus, deren Werthe in dieser Gleichung durch dieselben Einheiten ausgedrückt sind, welche der Elektricitätsmenge und den Abständen zu Grunde liegen, nach dem Ohm'schen Gesetze aus der Gleichung

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = J$$

$$V_1 - V_2 = R \,.\, J.$$

Damit wird der Ausdruck für die entwickelte Wärmemenge

$$W = 2{,}370 \,.\, 10^{-16} \,.\, R \,.\, J^2.$$

Wenn wir demnach die Stromstärke und den Widerstand eines Leiters nach absolutem mechanischen Maasse messen, so liefert die mechanische Wärmetheorie für die Constante AK^2 der §. 70 entwickelten Gleichung für die Wärmeerzeugung in einem Leiter durch den galvanischen Strom

$$A \,.\, K^2 = 2{,}370 \,.\, 10^{-16}.$$

Genau denselben Werth muss die Constante annehmen, wenn wir die absoluten elektromagnetischen oder elektrodynamischen Maasse für die Stromstärke und den Widerstand einführen, denn in allen diesen Maassen hat das Product $J^2\, R$ genau denselben Werth. Denn bezeichnen wir mit J_1 die Stromstärke in elektrodynamischem Maasse, welche in mechanischem Maasse J ist, und mit R_1 den Widerstand unseres Leiters in elektrodynamischem Maasse, so ist nach dem vorigen Paragraphen

$$J = \frac{c}{4} \cdot J_1 \qquad R = \frac{16}{c^2} \cdot R_1$$

$$J^2 \,.\, R = J_1^2 \,.\, R_1.$$

Sind J_2 und R_2 dieselben Grössen in elektromagnetischem Maasse, so ist

$$J_1 = J_2 \,.\, \sqrt{1/2} \qquad R_1 = 2 \,.\, R_2$$

also

$$J_2^2 \,.\, R_2 = J_1^2\, R_1 = J^2\, R.$$

Welches der absoluten Maasse wir auch zu Grunde legen, die Constante hat immer denselben Werth.

Eine Vergleichung der so theoretisch berechneten Wärmemenge mit den Versuchen von Lenz ist nach den §. 69 gemachten Bemerkungen unsicher, da die Widerstandsangaben in den Versuchen von Lenz zu unsicher sind; im übrigen wiesen wir damals schon auf anderem Wege nach, dass mit

den allerdings nicht ganz sichern Reductionen die aus den von Lenz angestellten Messungen berechnete Erwärmung mit der theoretischen fast genau übereinstimmt.

Wegen der Unsicherheit in der Reduction der Versuche von Lenz hat deshalb Quintus Icilius[1]) in einer sorgfältigen Experimentaluntersuchung, in welcher er die Stromstärken, sowie die Widerstände der Drähte, deren Erwärmung untersucht werden soll, nach absolutem elektromagnetischem Maasse bestimmte, aufs neue die Erwärmung gemessen, welche durch den Strom in einem Drahte eintritt.

Die Bestimmung der Stromstärke nach absolutem Maasse geschah dadurch, dass ein kreisförmiger Rahmen von Holz, der mit mehrern Windungen Kupferdraht umwickelt war, so dass ein kreisförmiger Multiplicator von bekanntem Flächeninhalt und bekannter Windungszahl entstand, westlich von einem Magnet aufgestellt wurde. Die Fläche des Multiplicators war dem magnetischen Meridiane parallel, und die Axe desselben traf gerade die Mitte der Nadel; mit dem an derselben Stelle bestimmten Werthe der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus und den bekannten Dimensionen des Apparates konnte dann in ähnlicher Weise, wie wir es §. 101 besprochen haben, die Stromstärke nach absolutem Maasse erhalten werden. Der Widerstand der zu erwärmenden Drähte wurde durch Vergleichung mit einem von W. Weber nach absolutem elektromagnetischen Maasse bestimmten Etalon erhalten, und durch directe Beobachtung die Abhängigkeit dieser Widerstände von der Temperatur bestimmt, damit dieselbe bei den Erwärmungsversuchen, bei welchen die Temperatur der zu erwärmenden Drähte sich änderte, in Rechnung gezogen werden konnte. Bei der Untersuchung der Widerstände ergab sich eine Schwierigkeit, welche in die schliessliche Berechnung des Resultates eine kleine Unsicherheit eintreten lässt. Es fand sich nämlich, als die Widerstände der zu den Erwärmungsversuchen benutzten Drähte nach Beendigung der Versuche neu bestimmt wurden, der Widerstand nicht unerheblich grösser als vorher, ein Umstand, auf den wir schon §. 86 hinwiesen. Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, setzte Quintus Icilius als den Widerstand der Drähte das Mittel aus dem bei gleichen Temperaturen vor und nach den Versuchen gefundenen Widerstand ein.

Die Drähte wurden dann auf Rähmchen von Elfenbein in einem kupfernen Calorimeter aufgespannt, welches mit Wasser, Alkohol oder Terpentinöl gefüllt war. Das Calorimeter selbst war in einem grösseren Cylinder von Kupfer aufgehängt, welcher seinerseits wieder rings von Wasser umgeben war, um so die Umgebung des Calorimeters auf einer constanten Temperatur zu erhalten. Dadurch konnte die Wärmestrahlung des Calorimeters in Rechnung gezogen werden, indem man bei mehreren Versuchen

---

1) *von Quintus Icilius,* Poggend. Ann. Bd. CI.

nach Beendigung der Erwärmung die Erkaltungsgeschwindigkeit beobachtete. Die Erwärmung selbst dauerte jedesmal etwa eine Stunde und während der ganzen Zeit wurde das Thermometer von zwei zu zwei Minuten und der Stand des vom Strome abgelenkten Magnetes von zwölf zu zwölf Secunden beobachtet. Ein gleichzeitig in den Stromkreis eingeschalteter Rheostat gestattete den Strom während der ganzen Dauer jedes Versuches constant zu erhalten.

Auf die Details der Versuche und der Berechnungen einzugehen, dazu ist hier, da besonders die Berechnungen wegen der nothwendigen Berücksichtigung aller Umstände ziemlich weitläufig sind, nicht der Raum, wir verweisen deshalb auf die Abhandlung selbst. Aus sechs Versuchen, bei denen das Calorimeter Wasser enthielt, und deren jeder mit Ausnahme des ersten aus fünf Beobachtungsreihen bestand, erhielt Quintus Icilius für die in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge den Ausdruck

$$W = 2{,}551 \,.\, 10^{-16} J^2 R.$$

In den einzelnen Reihen schwankte der Werth der Constanten zwischen $2{,}409 \,.\, 10^{-16}$ und $2{,}784 \,.\, 10^{-16}$.

Nimmt man die mit Alkohol und Terpentinöl beobachteten Erwärmungen hinzu, so ergibt sich als Mittel

$$W = 2{,}596 \,.\, 10^{-16} J^2 R$$

und die extremsten beobachteten Werthe der Constanten sind $2{,}361 \,.\, 10^{-16}$ und $2{,}913 \,.\, 10^{-16}$.

Die so bestimmte Constante weicht von der aus der mechanischen Wärmetheorie sich ergebenden um etwa 7 % ab, um welche sie zu gross ist. Wenn man indess die Schwierigkeit der Versuche und die Menge der dazu erforderlichen Werthbestimmungen beachtet, so kann dieser Unterschied nicht auffallend erscheinen. Dass die beobachteten Werthe fast alle grösser sind als der theoretische Werth lässt vermuthen, dass für die Widerstände etwas zu kleine Werthe in Rechnung gezogen sind. Dafür spricht zunächst schon der Umstand, der oben erwähnt wurde, dass die Drähte nach den Versuchen einen grösseren Widerstand zeigten wie vorher, und dass dann das Mittel des vorher und nachher beobachteten Widerstandes zu den Berechnungen genommen wurde. Ferner würde eine kleine Aenderung in dem Werthe des von Weber auf seinen absoluten Widerstand bestimmten Etalons, so dass derselbe eine etwas grössere Anzahl absoluter Einheiten enthielt, den beobachteten Werth dem theoretischen ebenfalls näher bringen.

Berechnet man aus dem von Quintus Icilius bei Anwendung von Wasser gefundenen Mittelwerthe rückwärts den Wärmewerth der Arbeitseinheit, so erhält man $\frac{1}{399{,}6}$, so dass sich also in runder Zahl für den Arbeitswerth der Wärmeeinheit 400 ergeben würde, ein Werth, welcher dem wahr-

scheinlich richtigen 430 hinreichend nahe kommt, um die Versuche als eine Bestätigung der Theorie ansehen zu können.

Noch in einer andern Weise können wir die Theorie mit der Erfahrung vergleichen, indem wir von dem §. 69 aufgestellten Satze von Helmholtz ausgehen, dass die in der Kette überhaupt auftretende Wärme nichts anders ist als die durch die chemischen Processe in den Elementen erzeugte Wärmemenge. Die in der ganzen Kette auftretende Wärmemenge erhalten wir aus der Gleichung

$$W = 2{,}370 \cdot 10^{-16} J^2 R,$$

wenn wir für R den Widerstand der ganzen Kette einsetzen, wobei wir natürlich uns denken, dass der Widerstand ein ganz metallischer sei, also keine andere Arbeit in der Kette geleistet wird. Legen wir R diese Bedeutung bei, so können wir schreiben

$$J \cdot R = E$$

und erhalten daraus

$$W = 2{,}370 \cdot 10^{-16} J \cdot E.$$

Messen wir jetzt die Stromstärken und elektromotorischen Kräfte nach absolutem elektromagnetischen Maasse, und denken uns als Stromquelle ein Daniell'sches Element. Sei nun die Zinkmenge, welche im Daniell'schen Element durch die Einheit der Stromstärke aufgelöst wird, gleich z, und sei die Wärmemenge, welche bei der Auflösung von 1 Milligramm Zink in dem Daniell'schen Element überhaupt frei wird, gleich w; diese Menge w ist die Differenz der durch die Auflösung des Zinks erzeugten und zu der Abscheidung der entsprechenden Kupfermenge verbrauchten Wärmemenge. Die durch die der Einheit der Stromstärke entsprechenden chemischen Processe in dem Daniell'schen Element entwickelte Wärmemenge ist dann gleich $z \cdot w$. Da nun, wie wir früher nachgewiesen haben, die Menge des aufgelösten Zinks der Stromstärke proportional ist, so ist die bei der Stromstärke J aufgelöste Zinkmenge gleich $J \cdot z$, und die dadurch erzeugte Wärmemenge gleich W

$$W = J \cdot z \cdot w.$$

Nach dem Satze, dass die Quelle der Wärme in der Kette überhaupt der chemische Process ist, muss dann

$$2{,}370 \cdot 10^{-16} J \cdot E = J \cdot z \cdot w,$$

somit, wenn wir auf beiden Seiten durch J dividiren,

$$E = \frac{10^{16}}{2{,}370} \cdot zw = 4219 \cdot 10^{12} \cdot zw$$

sein. Wir gelangen somit zu dem Satze, dass die elektromotorische Kraft eines Elementes in absolutem Maasse gleich ist dem Arbeitswerth der Wärmemenge, welche durch die der Einheit der Stromstärke, dieselbe ebenfalls in absolutem Maasse gemessen, entsprechenden chemischen Processe in

dem Elemente erzeugt wird[1]). Wir haben oben das absolute elektromagnetische Maass vorausgesetzt, wir hätten aber auch jedes der andern absoluten Strommaasse zu Grunde legen können, wenn nur immer z die durch die angenommene Einheit der Stromstärke aufgelöste Zinkmenge ist.

Bei dem Daniell'schen Element können wir die Wärmemenge zw nun in folgender Weise berechnen.

Nach den Versuchen von W. Weber (§. 101) ist das elektrochemische Aequivalent des Wassers, das heisst die durch die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke zersetzte Wassermenge gleich 0,009376 Milligramm. Nach dem elektrolytischen Gesetze werden für je 9 Milligramm Wasser 32,6 Milligramm Zink aufgelöst. Das elektrochemische Aequivalent z des Zinks ist demnach

$$Z = 0{,}009376 \; \frac{32{,}6}{9} = 0{,}033962 \text{ Milligr.}$$

Im §. 69 haben wir aus den Versuchen von Favre und Silbermann abgeleitet, dass durch Auflösen von 33 Kilogramm Zink im Daniell'schen Element frei werden 23410 Wärmeeinheiten, wobei die dem Kilogramm Wasser entsprechende Wärmemenge, wie bei dem mechanischen Wärmeäquivalent, als Einheit angenommen ist. Die durch 1 Milligr. Zink in der Daniell'schen Kette frei werdende Wärmemenge ist somit

$$\frac{23410}{33000000} = 0{,}000709.$$

Damit wird

$$z \,.\, w = 0{,}033962 \,.\, 0{,}000709 = 0{,}000024079$$

und mit diesem Werthe schliesslich die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes

$$E = 10159 \,.\, 10^7$$

dieselbe abgeleitet aus der mechanichen Wärmetheorie und den Versuchen von Favre und Silbermann über die Wärmeerzeugung durch chemische Processe.

Eine Prüfung dieser Sätze hat Bosscha[2]) vorgenommen, indem er die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes direct in absolutem elektromagnetischen Maasse bestimmte. Wir haben diese Untersuchung bereits im vorigen Paragraphen mitgetheilt, und den von Bosscha gefundenen Werth angegeben, derselbe war

$$E = 10258 \,.\, 10^7,$$

ein Werth, welcher mit dem theoretisch berechneten fast vollständig übereinstimmt.

Es ergibt sich somit, dass der gesammte in einem galvanischen Strome vorhandene Arbeitsvorrath dem Arbeitswerthe der in der Kette erzeugten Wärme gleich ist, somit dass in dem galvanischen Strome ebenso wenig Arbeit gewonnen wird, wie anderswo.

---

1) *W. Thomson*, Philosophical Magazin IV series. vol. II.

2) *Bosscha*, Poggend. Ann. Bd. CI.

Wird in dem galvanischen Strome keine andere Arbeit geleistet, so tritt die gesammte Arbeit wieder als Wärme auf, wird anderweitig Arbeit geleistet, so tritt die dem Wärmewerth dieser Arbeit entsprechende Wärmemenge weniger auf. In dem Stromkreise kann nun zunächst durch die Elektrolyse Arbeit geleistet werden, deren Wärmewerth man unmittelbar aus der bei der Wiederverbindung der zersetzten Substanzen entwickelten Wärme erhält.

Wird demnach in den Stromkreis eine Zersetzungszelle eingeschaltet, so muss die in dem gesammten Stromkreise entwickelte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner sein, welche der durch die Wiederverbindung der zersetzten Substanz zu gewinnenden Wärmemenge gleich ist. Diese Folgerung hat Favre[1]) durch mehrere Versuche mit dem Quecksilbercalorimeter direct bestätigt. In das Quecksilbercalorimeter Fig. 117 des 3. Bandes wurden mehrere Glasröhren *O* eingeführt, in fünf derselben durch Eingiessen verdünnter Schwefelsäure und Einsenken von amalgamirten Zinkplatten und Platinplatten galvanische Elemente hergestellt, welche durch dicke Drähte zu einer Säule verbunden wurden. Der Strom wurde eine gewisse Zeit geschlossen gehalten, und die durch denselben erzeugte Wärmemenge gemessen, dieselbe fand sich gleich 18796 Wärmeeinheiten. Darauf wurde in ein sechstes Glasrohr verdünnte Säure eingegossen, zwei Platinplatten eingesenkt, der Strom durch die Säure geführt, und die entwickelten Gase aufgefangen. Die in dem Calorimeter entwickelte Wärmemenge betrug jetzt 11769 W. E. Aus der Menge des entwickelten Knallgases ergab sich die Verbindungswärme desselben zu 6892 W. E. Die Summe dieser und der im Calorimeter entwickelten ist 18661, also fast genau gleich der, welche durch den Strom entwickelt wurde, als er keine Arbeit leistete. Ganz entsprechende Resultate gaben andere Versuche, in denen Kupfervitriol zersetzt wurde.

Wir haben im §. 69 als einen Beweis dafür, dass das Joule'sche Gesetz der Erwärmung auch für Flüssigkeiten gilt, Versuche von Joule und Becquerel angeführt, nach welcher die in der Flüssigkeit entwickelte Wärme gleich der bei gleichem Widerstande in einem Metalldraht erzeugten weniger der zu den chemischen Processen verbrauchten sei. Wir haben damals auf diesen Paragraphen verwiesen. Nach der soeben dargelegten Theorie scheinen diese Versuche der Theorie zu widersprechen, indem der Wärmeverbrauch sich nicht nur an der Stelle zeigen muss, an der die Zersetzung stattfindet, sondern im ganzen Stromkreise. Die Uebereinstimmung der Versuche mit der Theorie hat indess Bosscha nachgewiesen[2]). In der Gleichung von Becquerel, welche wir p. 483 aufstellten,

$$W = w \cdot R J^2 \cdot t - Nq$$

1) *Favre,* Comptes Rendus T. XLVII. p. 599.
2) *Bosscha,* Poggend. Ann. Bd. CI.

bedeutet R den Widerstand eines Metalldrahtes, durch dessen Einschaltung der Strom auf dieselbe Stärke reducirt wird, wie durch Einschaltung des flüssigen Leiters. Diese Gleichheit der Stromstärke ist aber nicht dadurch erreicht, dass der Widerstand des Drahtes gleich dem der Flüssigkeit ist, sondern dadurch, dass ein in dem Maasse längerer Draht eingeschaltet ist, als der Strom durch die in der Zersetzungszelle eintretende Polarisation geschwächt ist. Nennen wir in beiden Fällen die Stromstärke i, die elektromotorische Kraft des Stromes E, den Widerstand des Drahtes r, den des sonstigen Stromkreises R, so ist bei Einschaltung des Drahtes

$$i = \frac{E}{R + r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Ist der Widerstand der Zersetzungszelle f, die elektromotorische Kraft der Polarisation p, so ist ebenso

$$i = \frac{E - p}{R + f} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Nehmen wir absolute Maasse, und setzen $2{,}370 \,.\, 10^{-16} = a$, so ist die in dem Drahte entwickelte Wärmemenge nach dem Joule'schen Gesetze in der Zeiteinheit

$$W = a \,.\, i^2 r,$$

die in der Zersetzungszelle entwickelte

$$W_1 = a \,.\, i^2 f.$$

Entwickeln wir f aus 1 und 2, so wird

$$f = r - \frac{p}{i}$$

$$W_1 = a \,.\, i^2 \,.\, r - a\, i\, p,$$

$$W - W_1 = i \,.\, a p.$$

Diese Wärmemenge ist aber nach dem vorhin bewiesenen Thomson'schen Satze die zur Zersetzung der in der Zelle zersetzten Flüssigkeit verbrauchte Wärme. Denn nach diesem Satze ist die elektromotorische Kraft einer Kette gleich dem Arbeitswerthe der Wärmemenge, welche durch die der Einheit der Stromstärke in dem Elemente bedingten chemischen Processe gegeben ist. Die elektromotorische Kraft der Polarisation, welche in der Zersetzungszelle ihren Sitz hat, ist somit der Arbeitswerth oder $a \,.\, p$ die Wärme selbst, welche den durch die Einheit der Stromstärke in der Zersetzungszelle bedingten chemischen Processen entspricht, somit ist $i \,.\, a \,.\, p$ die Wärmemenge, welche zu den in der Zeiteinheit durch die Stromstärke i in der Zersetzungszelle bewirkten chemischen Processen verbraucht wird. Bei gleicher Stromstärke muss also die in einer Zersetzungszelle entwickelte Wärmemenge gleich der in dem die Zelle zur Herstellung einer gleichen Stromstärke ersetzenden Drahte sein weniger der zu den chemischen Processen verbrauchten[1]).

1) Weiteres über die mechanische Theorie der Elektrolyse sehe man Bosscha, Poggend. Ann. Bd. CI, CIII, CV, CVIII.

Ausser den Arbeiten, welche der Strom in dem Stromkreise selbst leistet, kann er auch solche ausserhalb des Stromkreises leisten. Betrachten wir von denselben noch in aller Kürze die Inductionswirkungen. Wird ein Strom in der Nähe eines geschlossenen Leiters hergestellt oder unterbrochen, so wird in dem geschlossenen Leiter ein Strom inducirt, dessen Arbeitswerth sofort aus der Wärme sich ergibt, welche durch den inducirten Strom in der Inductionsspirale entwickelt wird. Genau um diese Wärmemenge muss deshalb die in dem primären Strome entwickelte Wärme kleiner sein, wenn ein Strom inducirt wird, als wenn der Strom ohne Inductionswirkung verläuft.

Diesen Schluss hat Edlund[1]) durch eine ausgedehnte Versuchsreihe bestätigt, er beobachtete die Wärmeentwickelung in einer inducirenden Spirale, wenn der Strom durch ein Blitzrad, welches mit constanter Geschwindigkeit eine Zeitlang hindurch gedreht wurde, in rascher Folge häufig geschlossen und unterbrochen wurde, einmal wenn die zur inducirenden Spirale gehörende Inductionsspirale in sich geschlossen und dann wenn sie geöffnet war. Die entwickelte Wärmemenge wurde aus der Temperaturerhöhung eines in den Stromkreis eingeschalteten Platindrahtes abgeleitet, welche durch ein an den Platindraht angelegtes Thermoelement bestimmt wurde. Bei gleicher Stromstärke fanden sich die Erwärmungen bei geschlossener Spirale kleiner als bei geöffneter, wie folgende kleine Tabelle, welche die Resultate einer Versuchsreihe darstellt, zeigt.

	Wärmeentwickelung bei offener Inductionsspirale	Wärmeentwickelung bei geschlossener Inductionsspirale
	190,1	180,0
	193,6	185,2
	184,8	171,1
	188,6	176,5
	187,1	173,5
Mittel	188,84	177,26

Die Differenz beträgt 11,58. Damit wurde nun die Erwärmung der Inductionsspirale verglichen, dieselbe fand sich in denselben Einheiten gleich 12,66. Bei einer zweiten Versuchsreihe waren die Zahlen respective 12,36 und 13,21, und bei einem dritten Versuche 9,63 und 9,52. In jedem Falle fand sich also die in der inducirten Spirale entwickelte Wärmemenge dem Verlust an Wärme in der inducirenden Spirale an Grösse fast genau gleich, so dass also der in der Inductionsspirale geleisteten Arbeit ein an Grösse genau gleicher Verlust in der inducirenden Spirale entspricht.

Wie wir sahen kann in einem geschlossenen Leiter auch dadurch ein Strom inducirt werden, dass man ihn in der Nähe eines constanten Stromes bewegt. Diese Bewegung ist eine äussere Arbeit, welche man leistet, indem

1) *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

den elektrodynamischen Wirkungen, welche der geschlossene Strom auf den inducirten Strom ausübt, entgegen der Leiter bewegt wird. Vergleicht man also bei dieser Art der Induction die in der Inductionsspirale entwickelte Wärmemenge mit jener in der inducirenden, so muss sich entsprechend der aufgewandten äussern Arbeit ein Gewinn an Wärme zeigen, es muss also die in der Inductionsspirale entwickelte Wärmemenge grösser sein als der in der inducirenden Spirale eintretende Verlust. Auch diesen Schluss hat Edlund experimentell geprüft. Als inducirender Strom wurde eine Spirale benutzt, welche auf einem kreisförmigen Rahmen aufgerollt war, ähnlich wie die feste Rolle eines Weber'schen Elektrodynamometers. In dem festen Rahmen befand sich concentrisch mit dem erstern ein etwas kleinerer mit Draht bewickelter Rahmen, der um eine in der Ebene des Kreises liegende Axe in rasche Rotation versetzt werden konnte. Die Enden des Drahtes der beweglichen Rolle waren an zwei von einander isolirte Stücke der Axe befestigt, so dass ein in der beweglichen Rolle inducirter Strom durch auf der Axe schleifende Federn gerade wie bei den Magnetinductionsapparaten fortgeführt werden konnte. Wird die feste Rolle von einem Strome durchflossen, so würde die ebenfalls von einem Strome durchflossene bewegliche Rolle sich so stellen, dass ihre Ebene jener der festen Rolle und die Ströme einander parallel und gleichgerichtet wären. Wird deshalb die drehbare Rolle aus der parallelen Stellung so gedreht, dass ihre Ebene zu der der festen Rolle senkrecht steht, so wird in ihr ein dem inducirenden gleichgerichteter, wird sie aus der senkrechten in die parallele Stellung gedreht, so wird ein dem inducirenden entgegengesetzter Strom erregt. Die Wärmeentwickelung wurde von Edlund in der vorhin angegebenen Weise beobachtet, bei dem geschlossenen Strom, wenn die drehbare Rolle nicht gedreht und wenn sie gedreht wurde, und bei dem Inductionsstrome. Folgende Tabelle enthält die Resultate einer Versuchsreihe, bei welcher die feste Rolle stets von demselben Strome durchflossen wurde. Die für die Wärmeentwickelung im Inductionsstrom angegebenen Zahlen sind nach der Angabe Edlund's mit 0,26 zu multipliciren, um sie mit den andern vergleichbar zu machen.

	Wärmeentwickelung im	
Inductionsstrome	Hauptstrome	
	ohne Induction	mit Induction
48,0	166,0	163,0
47,0	169,0	161,0
50,0	167,0	160,0
51,0	164,0	171,0
49,0	162,0	164,0
51,0	171,0	168,0
49,0	166,0	172,0
—	168,0	176,0
Mittel 49,3	166,6	166,9

Wie man sieht ist die im Hauptstrom entwickelte Wärmemenge dieselbe bei der Induction und ohne Induction. Dasselbe Resultat gaben die übrigen Reihen.

Es ergibt sich hiernach, dass in diesem Falle die Induction nicht als eine Arbeit des Hauptstromes aufzufassen ist, dass sie vielmehr als das Resultat der äussern geleisteten Arbeit erscheint. Den innern Grund in dem verschiedenen Verhalten erkennt man leicht, er liegt eben in der Rückwirkung des Inductionsstromes auf den Hauptstrom. Gehen wir in dem zuletzt besprochenen Falle von der Parallelstellung der beiden Scheiben aus, so hat auf der ersten Hälfte der Bahn der inducirte Strom dieselbe, auf der zweiten die entgegengesetzte Richtung, die Ströme verlaufen im übrigen ganz gleich; wenn deshalb der eine den Hauptstrom schwächt, muss der andere ihn verstärken, und da die Schwächung genau so lange dauert als die Verstärkung, muss sogar die Wärmewirkung, welche in jedem Momente dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, etwas grösser sein als ohne Induction. In dem erstern Falle überwiegt dagegen die Schwächung, welche der verschwindende Inductionsstrom bewirkt, die Verstärkung durch den entstehenden, wie Edlund im einzelnen nachgewiesen hat[1]).

Es genüge an der Betrachtung dieser einzelnen Fälle, welche wir ohne Ueberschreitung der hier zulässigen Grenzen nicht vermehren können, um den Beweis zu liefern, dass auch in den elektrischen Erscheinungen das Princip von der Erhaltung der Kraft als das alle Naturerscheinungen beherrschende sich bewährt.

1) Man sehe *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

Sachregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben

---

A.

L.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Namenregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

A.

B.

D.

E.

G.

J.

K.

L.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Y.

Z.

Druck von B. G. Teubner in Leipzig





